

---

Forschung am ivwKöln  
Band 8/2016

# Quantitatives Risikomanagement Proceedings zum 9. FaRis & DAV Symposium am 4. Dezember 2015 in Köln

Torsten Rohlfs (Hrsg.)

**ivwKöln**

Institut für Versicherungswesen

Fakultät für Wirtschafts-  
und Rechtswissenschaften

**Technology**  
**Arts Sciences**  
**TH Köln**

Forschung am **ivw**Köln, Band 8/2016

**Torsten Rohlfs (Hrsg.)**

**Forschungsstelle FaRis**

## **Quantitatives Risikomanagement. Proceedings zum 9. FaRis & DAV Symposium**

---

### **Zusammenfassung**

Das quantitative Risikomanagement nimmt an Bedeutung immer weiter zu. Hierbei spielt natürlich die interne Modellierung von Risiken eine entscheidende Rolle. In diesem Zusammenhang sind die verschiedenen Modellansätze zu beleuchten und Risikomaße bzw. Risikoaggregationsmethoden im Rahmen der Bewertung kritisch zu hinterfragen. Nicht zu vernachlässigen ist in der Betrachtung des Zusammenspiels verschiedener Risiken und somit auch in der Modellierung gerade bei Versicherungsunternehmen das Asset-Liability-Management.

### **Abstract**

The relevance of quantitative risk management is steadily increasing. As internal models play a major role, risk measuring and risk modelling are to be scrutinized in the implementation Especially Asset-Liability-Management is such a method that enables a combined view on insurance and asset risks.

### **Schlagwörter**

Asset-Liability-Management, Diversifikation, Korrelation, Schadenmodellierung, Prämienrisiko, Risikobudgetierung, Risikomanagement, Risikomaße

## Vorwort

Am 4. Dezember 2015 fand das neunte gemeinsame Symposium der Forschungsstelle aktuarielles Risikomanagement (FaRis) am Institut für Versicherungswesen der TH Köln (vormals Fachhochschule Köln) und der Deutschen Aktuarvereinigung (DAV) zu dem Thema „Quantitatives Risikomanagement“ in den Räumen der TH Köln statt.

Das 9. FaRis-Symposium zum **quantitativen Risikomanagement** wurde abgestimmt auf das DGVFM Topic of the Year 2015 „Risikomanagement – Modelle, Risikomaße, Abhängigkeiten“.

In seinem Eröffnungsvortrag hat **Prof. Dr. Torsten Rohlfs** vom Institut für Versicherungswesen eine Einordnung des Themas vorgenommen. Neben dem Risikomanagementprozess wurde die gesetzlichen Grundlagen im Aktien- und Aufsichtsrecht dargestellt und in Verbindung zu den nachfolgenden Vorträgen gesetzt. Die Einführung beinhaltete auch die Gegenüberstellung von quantitativen und qualitativen Aspekten eines ganzheitlichen Risikomanagements.

In seinem Vortrag mit dem Thema „Risikomessung und Diversifikation unter Solvency II“ stellte **Prof. Dr. Dietmar Pfeifer** von der Universität Oldenburg nach einem kurzen Rückblick auf die Entwicklungsgeschichte von Solvency II zunächst den prinzipiellen Aufbau der ökonomischen Solvenzbilanz vor. Dies war Ausgangspunkt einer axiomatischen Charakterisierung von Risikomaßen, insbesondere der Forderung der Kohärenz, die unter dem in Solvency II verwendeten Risikomaß "Value@Risk" leider nicht gegeben ist. Herr Pfeifer verwies in diesem Zusammenhang auf die weit verbreitete irrtümliche Annahme, dass eine geringe positive Korrelation zwischen Risiken einen Diversifikationseffekt nach sich ziehe. Er belegte dies anhand einiger theoretischer wie praktischer Beispiele und zog in seinem Fazit den Schluss, dass das Standardabweichungsprinzip der Tarifierung in dieser Hinsicht als Risikomaß besser geeignet sei, obwohl es dem strikten Grundsatz der funktionalen Monotonie nicht genügt.

Die Herren **Stephan Klawunn** und **Stephan Gessner** von HDI-Gerling befassten sich mit dem Thema „Quantitatives Risikomanagement in der Praxis“. Fokus ihrer Ausführungen war die interne Modellierung von Schadenverteilung. Ausgehend von dem grundsätzlichen Aufbau eines internen Risikomodells stellten Sie den Prozess zur Modellierung von Großschäden vor, in dem sowohl die mathematischen Grundlagen als auch praxisnahe Aspekte behandelt wurden. Abschließend behandelten sie die Spezifika interner Modelle in der Industrieversicherung, wobei insbesondere Spätschäden und der einjährige Risikohorizont beispielhaft thematisiert wurden.

In seinem Vortrag „Asset-Liability-Management und Risikomanagement“ behandelte **Dr. Carsten Hoffmann** von Towers Watson eines der wesentlichen Geschäftssteuerungsprozesse eines Versicherungsunternehmens: die Steuerung der Kapitalanlage unter Berücksichtigung der Verbindlichkeiten. Er zeigte auf, dass – obwohl in der Idee bereits sehr alt – die zwingende Notwendigkeit eines umfassenden Asset-Liability-Managements (ALM) zur Kapitalanlagesteuerung aktueller denn je ist. Durch Solvency II erhält das ALM zudem eine weitere Zieldimension, die es in enger Zusammenarbeit mit dem Risikomanagement zu berücksichtigen gilt. Insbesondere vor dem Hintergrund des niedrigen Zinsniveaus stellen anspruchsvolle ALM-Methoden keine Kür in der Unternehmenssteuerung dar, sondern gerade für Lebensversicherer eine überlebenswichtige Pflicht.

## Autorenverzeichnis

---

1. Eröffnungsvortrag Prof. Dr. Torsten Rohlfs

---

2. Risikomessung und Diversifikation unter Solvency II Prof. Dr. Dietmar Pfeifer

---

3. Quantitatives Risikomanagement in der Praxis  
Stephan Gessner  
Stephan Klawunn

---

4. Asset-Liability-Management und Risikomanagement  
Dr. Carsten Hoffmann  
Dr. Holger Schalk

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>ABBILDUNGS- UND TABELLENVERZEICHNIS .....</b>	<b>5</b>
<b>ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS .....</b>	<b>7</b>
<b>1 ERÖFFNUNGSVORTRAG .....</b>	<b>8</b>
1.1 RISIKOMANAGEMENT ALS ÜBERBLICK.....	8
1.2 QUANTITATIVES RISIKOMANAGEMENT .....	10
1.3 LITERATUR.....	12
<b>2 RISIKOMESSUNG UND DIVERSIFIKATION UNTER SOLVENCY II .....</b>	<b>13</b>
2.1 EINFÜHRUNG .....	13
2.2 EIN KURZER RÜCKBLICK AUF RISIKOMAßE.....	15
2.3 KORRELATION UND DIVERSIFIKATION .....	21
2.4 ZUSAMMENFASSUNG UND FAZIT.....	31
2.5 LITERATUR.....	32
<b>3 QUANTITATIVES RISIKOMANAGEMENT IN DER PRAXIS .....</b>	<b>33</b>
3.1 EINFÜHRUNG .....	33
3.2 GROßSCHADENMODELLIERUNG.....	33
3.3 EINJÄHRIGES PRÄMIENRISIKO .....	37
3.4 FAZIT.....	40
<b>4 ASSET-LIABILITY-MANAGEMENT UND RISIKOMANAGEMENT .....</b>	<b>41</b>
4.1 EINLEITUNG .....	41
4.2 ALM ZWISCHEN KAPITALANLAGE UND RISIKOMANAGEMENT.....	43
4.3 HERAUSFORDERUNGEN.....	47
4.4 FAZIT.....	53

## Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abbildung 1: Risikomanagementprozess .....	8
Abbildung 2: Quantitatives vs. Qualitatives Risikomanagement .....	10
Abbildung 3: Risikobewertungsmethoden .....	11
Abbildung 4: Graphen der Dichten und Verteilungsfunktionen der Risiken X und Y .....	18
Abbildung 5: Veranschaulichung des VaR <sub>0,005</sub> (X) (Lognormalverteilung) .....	19
Abbildung 6: Beispiel: Anpassung von Daten an eine Lognormalverteilung .....	19
Abbildung 7: Technische Berechnung des SCR.....	20
Abbildung 8: Risiko-Module nach Solvency II.....	20
Abbildung 9: gemeinsame Verteilung der Risiken, Fall 1 .....	23
Abbildung 10: Momente und Korrelationen, Fall 1.....	23
Abbildung 11: Verteilung des Summenrisikos, Fall 1.....	24
Abbildung 12: gemeinsame Verteilung der Risiken, Fall 2.....	24
Abbildung 13: Momente und Korrelationen, Fall 2.....	24
Abbildung 14: Verteilung des Summenrisikos, Fall 2.....	25
Abbildung 15: Verteilung der Hilfsvariablen Z.....	25
Abbildung 16: Definition der Transformationen f und g.....	25
Abbildung 17: bezahlte Schäden aus einem Nat-Cat Portfolio .....	26
Abbildung 18: graphische Darstellung des Risikokonzentrationseffekts .....	27
Abbildung 19: graphische Darstellung extremer Copulas .....	28
Abbildung 20: Risikomaße und Korrelationen für lognormalverteilte Risiken mit extremen Copulas .....	28
Abbildung 21: Risikokonzentrationseffekte und Korrelationen unter extremalen Copulas .....	29
Abbildung 22: empirische Verteilungsfunktionen des Summenrisikos .....	30
Abbildung 23: Schritt 1 - Datenabzug.....	34
Abbildung 24: Schritt 2 – Indexierung .....	34
Abbildung 25: Schritt 3 - Verteilungsfitting Höhenverteilung .....	35
Abbildung 26: Schritt 4 - Verteilungsfitting Anzahlverteilung.....	36
Abbildung 27: Schritt 5 - Finalisierung und Reporting.....	36
Abbildung 28: Risikohorizonte (im Reserverisiko) .....	37
Abbildung 29: Einjähriges Prämienrisiko - Ultimativ-Ansatz .....	38
Abbildung 30: Einjähriges Prämienrisiko - Erstperioden-Modellierung .....	38
Abbildung 31: Einjähriges Prämienrisiko - Reserverisiko-Faktoransatz .....	39
Abbildung 32: Einjähriges Prämienrisiko - „Re-Reserving“-Ansatz .....	40
Abbildung 33: Historische Entwicklung des ALM.....	41
Abbildung 34: Renditen 10-jähriger deutscher Staatsanleihen .....	42

Abbildung 35: Enge Verbindung von ALM und Risikomanagement.....	43
Abbildung 36: Ökonomische Bilanzsicht .....	44
Abbildung 37: Risikobudgetierung.....	45
Abbildung 38: Verbindung zur Ökonomischen Bilanz.....	45
Abbildung 39: Viele Möglichkeiten zur Portfoliokonstruktion.....	47
Abbildung 40: Garantie und MindZV in Leben als wesentlicher Treiber des Risikos.....	48
Abbildung 41: Einsatz von Proxy-Modellen zur Vermeidung von „nested stochastics“ .....	49
Abbildung 42: Hohe Anforderungen an den ökonomischen Szenario-Generator (ESG).....	51
Abbildung 43: Aktuelles Zinsniveau als wesentliche Herausforderung für das Zinsmodell .....	52
Abbildung 44: Herausforderung Zinsschock-Kalibrierung.....	53
Abbildung 45: ALM als Werttreiber zwischen Kapitalanlage und Risikomanagement.....	53

## Abkürzungsverzeichnis

ALM	Asse-Liability Management
ES	Expected Shortfall
IBNR	Incurred But Not Reported
MindZV	Mindestzuführungsverordnung
SCR	Solvency Capital Requirement
SDP	Standardabweichungsprinzip
SST	Swiss Solvency Test
VaR	Value-at-Risk

# 1 Eröffnungsvortrag

Professor Dr. Torsten Rohlf

## 1.1 Risikomanagement als Überblick

Risikomanagement ist in Versicherungsunternehmen allgegenwärtig. Neben dem Risikomanagement verbunden mit dem grundsätzlichen Risikoschutzversprechen rückt seit Jahren auch immer stärker das unternehmenseigene Risikomanagement in den Fokus. Höhepunkt dieser Entwicklung ist sicherlich die Einführung von **Solvency II** zum 1. Januar 2016. Neben **qualitativen Anforderungen** im Risikomanagement an Funktionen und Prozesse spielt bei Solvency II vor allem die Bewertung des Risikokapitalbedarfs die entscheidende Rolle. Hier ergeben sich insbesondere Herausforderungen in den Bereichen der individuellen **Risikomessung** und der Bestimmung des gesamten Risikokapitalbedarfs unter Diversifikationsgesichtspunkten. Die Herausforderungen beziehen sich dabei sowohl auf die theoretische Konzeption wie auch auf den Praxisbezug.

Zur Unternehmenssteuerung kann der **Aufbau eines Risikomanagementprozesses** verschiedenartig skizziert und beschrieben werden.

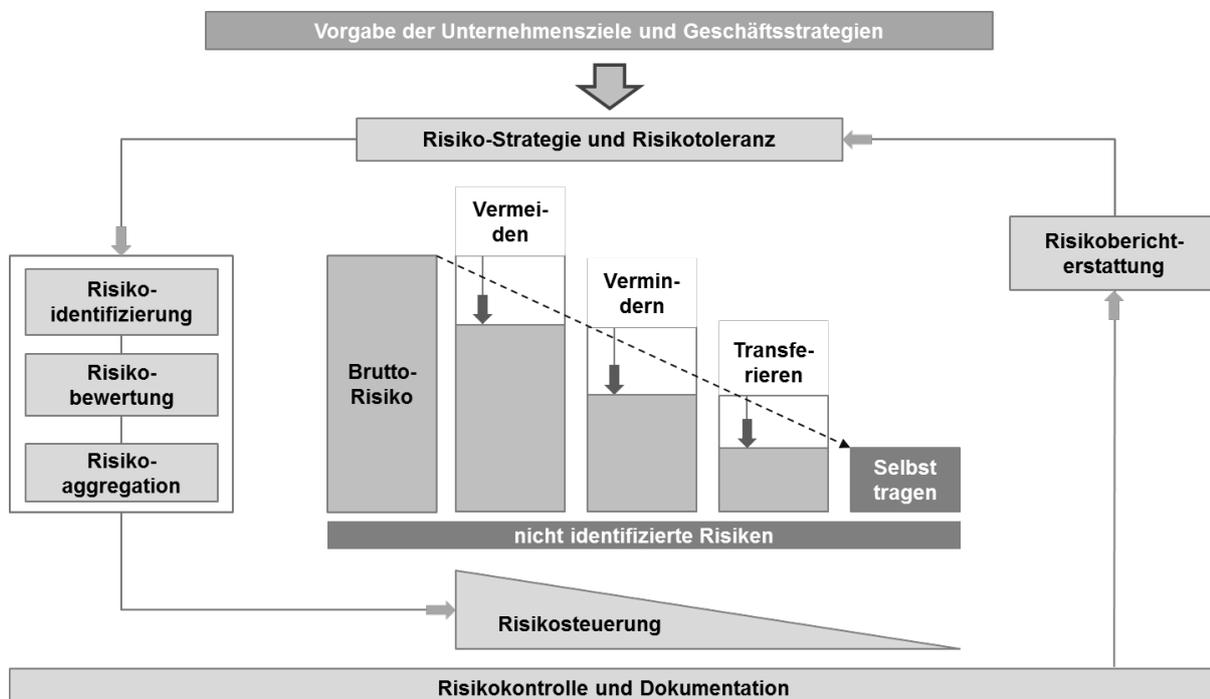


Abbildung 1: Risikomanagementprozess<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Eigene Darstellung in Anlehnung an GDV 2004, S. 17.

Zum klassischen Aufbau eines Risikomanagementprozesses gehören grundsätzlich die Prozessschritte der **Risikoanalyse** – bestehend aus Identifizierung und (aggregierter) Bewertung – sowie der **Risikosteuerung**, der **Risikokontrolle** und **Berichterstattung**. Die Vorgabe der **Unternehmensziele** und die Aspekte der **Risikostrategie** bzw. Risikotoleranz sind dem eigentlichen Risikomanagementprozess vorgelagert.

Unter **Corporate Governance** Gesichtspunkten fließen die betriebswirtschaftlichen Anforderungen an das Risikomanagement in verschiedene Gesetze ein. Für Versicherungsunternehmen sind hier das Aktien- und das Aufsichtsrecht einschlägig.

Das Risikomanagement ist im **Aktienrecht** unterschiedlich geregelt. Nach § 91 Abs. 2 AktG hat der Vorstand ein Risikofrüherkennungssystem einzurichten. Dagegen gibt es keine explizite Einrichtungspflicht im Aktiengesetz zum allgemeinen Risikomanagement. Das Erfordernis einer Einrichtung ergibt sich dann aus der ordentlichen und gewissenhaften Geschäftsführung des Vorstands und den Überwachungspflichten des Aufsichtsrats nach § 107 Abs. 3 AktG.

Mit Einführung von Solvency II wurde das **Aufsichtsrecht** im Hinblick auf die Corporate Governance erheblich ausgeweitet. Unter dem Abschnitt 3 „Geschäftsorganisation“ werden konkrete Aufgaben an den Vorstand im Hinblick auf mögliche Einrichtungspflichten gestellt. Demnach verlangt eine angemessene Geschäftsorganisation eine solide und umsichtige Leitung des Unternehmens mit Anforderungen an

- Vergütung,
- **Risikomanagement**,
- **Risiko- und Solvabilitätsbeurteilung**,
- Internes Kontrollsystem,
- Interne Revision,
- versicherungsmathematische Funktion,
- Ausgliederung.

Neben diesen Anforderungen an verschiedene Bereiche verlangt die Geschäftsorganisation nach § 23 VAG ein ordentliche und transparente Organisationsstruktur mit einer sinnvollen Trennung der Zuständigkeiten sowie ein wirksames unternehmensinternes Kommunikationssystem.

Konkretisiert werden die Anforderungen an das **Risikomanagement** in § 26 VAG. Versicherungsunternehmen müssen über ein wirksames Risikomanagementsystem verfügen, welches gut in die **Organisationsstruktur** und die Entscheidungsprozesse integriert ist. Ein funktionie-

rendes Risikomanagementsystem verlangt eine angemessene **interne Berichterstattung** an alle relevanten Stakeholder.

Das Risikomanagementsystem hat

- **sämtliche Risiken** zu umfassen,
- eine **Risikostrategie** zu definieren,
- Strategien, Prozesse und internen Meldeverfahren zu implementieren, um die **Risiken zu**

**identifizieren    bewerten    steuern    überwachen    berichten**

- auf individueller und aggregierter Basis eine kontinuierliche Risikosteuerung unter Berücksichtigung der zwischen den Risiken bestehenden **Interdependenzen** zu ermöglichen (Risikoaggregation).

Mit diesen Aspekten bildet das Aufsichtsrecht den **klassischen Risikomanagementprozess** ab.

Zum Risikomanagementsystem gehört nach § 27 VAG auch eine **unternehmenseigene Risiko- und Solvabilitätsbeurteilung**, die Versicherungsunternehmen regelmäßig sowie im Fall wesentlicher Änderungen in ihrem Risikoprofil unverzüglich vorzunehmen haben. Diese Beurteilung muss fester Bestandteil der Geschäftsstrategie des Unternehmens sein und kontinuierlich in die strategischen Entscheidungen einfließen.

## 1.2 Quantitatives Risikomanagement

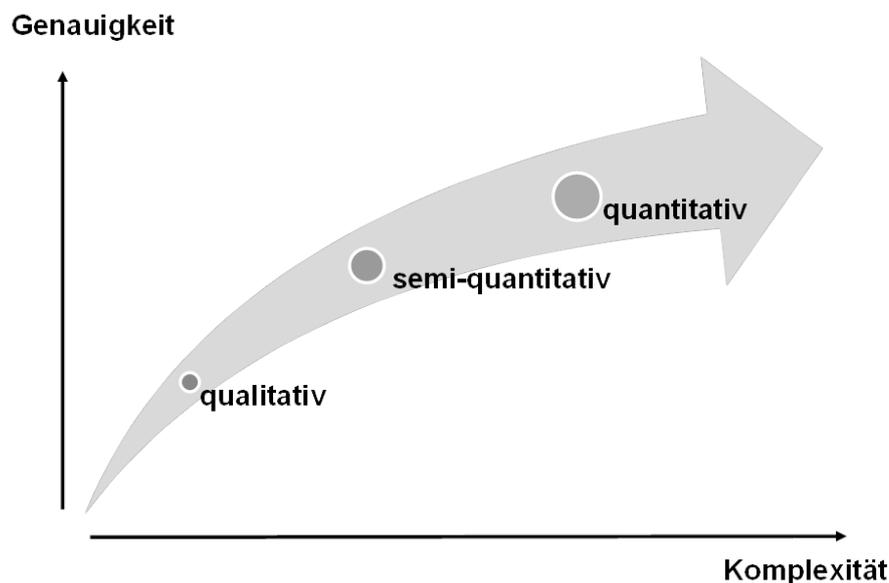
Betrachtet man die verschiedenen Aspekte bzw. Prozessschritte im Risikomanagement, können **qualitative und quantitative** Risikomanagementbestandteile unterschieden werden:



Abbildung 2: Quantitatives vs. Qualitatives Risikomanagement

Das **quantitative Risikomanagement** bezieht sich auf die konkrete Bewertung von Risiken, größtenteils mit dem Ziel das Risikoausmaß oder sogar den **Risikokapitalbedarf** zu ermitteln. Dies kann sowohl auf Einzelrisiko- als auch auf Gesamtunternehmensebene vollzogen werden. Demgegenüber können aber ebenso qualitative Beurteilungsmethoden wie Scoring-Modelle zur Analyse bzw. Einsortierung von Risiken herangezogen werden. Auch wenn eine „Bewertung“ der Schwere der Risiken vorgenommen wird, ist die Bestimmung eines tatsächlichen Risikokapitalbedarfs jedoch nicht immer möglich.

Im Rahmen des Risikomanagementprozesses wird die Risikobewertung üblicherweise in **zwei Schritten** aufgebaut: Zuerst wird das Risiko **qualitativ** bzw. **semi-quantitativ** beurteilt; erst bei gegebener Relevanz wird dann das Risikoausmaß **quantitativ** bestimmt. Die Wahl der entsprechenden Bewertungs-/Beurteilungsmethode kann dabei je nach Zielsetzung variieren.



**Abbildung 3: Risikobewertungsmethoden<sup>2</sup>**

Die unterschiedlichen Bewertungsmethoden können u. a. anhand der beiden Kriterien „**Genauigkeit**“ und „**Komplexität**“ miteinander verglichen werden. Betrachtet man die drei grundsätzlichen Wertmaßstäbe von qualitativen, über die semi-quantitativen bis hin zu quantitativen Bewertungsmethode, steigt zwar die Genauigkeit, aber auch die Komplexität der Ansätze. Je detaillierter die Bewertungsmethode ist, desto mehr Annahmen müssen getroffen und Parameter gebildet werden. Mit der zunehmenden Komplexität, die Realität über Annahmen und Szenarien abzubilden, steigt auch die **Fehleranfälligkeit** der getroffenen Annahmen. Dieser Tatsache muss man sich bei der Verwendung der Modelle im Risikomanagement bewusst sein und im Rahmen der **Überwachung** laufend hinterfragen.

<sup>2</sup> Eigene Darstellung in Anlehnung an Klatt/Schiegl 2012, S. 9.

### **1.3 Literatur**

- GDV 2004: Gesamtverband der Deutschen Versicherungswirtschaft e. V., Risikosteuerung im Versicherungsunternehmen - Risikoidentifizierung als Voraussetzung für ein integriertes Risikomanagementsystem, 2. Auflage, Berlin, 2004.
- Klatt/Schiegl 2012: Klatt, Alexander/Schiegl, Magda, Quantitative Risikoanalyse und -bewertung technischer Systeme am Beispiel eines medizinischen Gerätes, Forschung am IVW Köln, Band 10, 2012.

## 2 Risikomessung und Diversifikation unter Solvency II

*Professor Dr. Dietmar Pfeifer*

### 2.1 Einführung

Nach vielen Jahren Vorarbeit ist das Projekt Solvency II zum 1.1.2016 in den Ländern der Europäischen Union legislativ umgesetzt worden. Wir beginnen mit einigen Zitaten zu dessen Vorgeschichte und ökonomischer Motivation:

“Die Entstehungsgeschichte von Solvency II wird vom Vorwurf beherrscht, dass die bestehenden Solvabilitätsvorschriften<sup>3</sup> nicht risikoorientiert seien. Die Eigenmittelvorschriften decken nur Versicherungsrisiken ab; das Marktrisiko, das Kreditrisiko und das operationelle Risiko blieben hingegen unberücksichtigt. [...] Aus diesem Grund sollten die Instrumente der Finanzaufsicht im Versicherungsbereich insbesondere nach dem Vorbild der entsprechenden Reformen im Bankenbereich (Basel II und III) ausgestaltet werden. Mit Solvency II wird daher größere Risikoorientierung und mehr Aufsichtskonvergenz bezweckt. Hauptziel der Versicherungsaufsicht ist aber (weiterhin) die Stärkung und Vereinheitlichung des Schutzes der Versicherten.“<sup>4</sup>

„Durch Solvency II findet ein Paradigmenwechsel in der europäischen Versicherungsaufsicht statt. Die vergleichsweise einfachen Methoden zur Ermittlung der Eigenmittelanforderungen aus Solvency I werden durch Verfahren ersetzt, die deutlich besser den Risikogehalt der einzelnen Bilanzpositionen widerspiegeln. Zur Berechnung der benötigten Eigenmittel können Erst- und Rückversicherungsunternehmen [...] dabei entweder auf die Standardformel zurückgreifen oder Interne Modelle für ihre Risiken bzw. Teile ihrer Risiken entwickeln. Gleichzeitig werden die verfügbaren Eigenmittel aus einem Marktwertansatz ermittelt, was ebenfalls einen Bruch zu der bisherigen Verwendung von Werten aus dem Rechnungswesen darstellt.“<sup>5</sup>

“Die Solvency II-Richtlinie verfolgt einen an Prinzipien orientierten Ansatz in der Rechtsetzung. Dies bedeutet: der Gesetzgeber gibt weitestgehend keine konkreten Regeln in der Solvency II-Rahmenrichtlinie vor, sondern formuliert Prinzipien, die jeweils eine bestimmte Zielsetzung verfolgen. Diese Vorschriften haben zunächst einen generellen, für alle Unternehmen allgemeingültigen Charakter. Die Anwendung der Prinzipien erfordert eine individuelle Prüfung des Einzelfalls, sowohl auf der Ebene der Unternehmen als auch auf der Ebene

---

<sup>3</sup> Gemeint sind hier die früheren Vorschriften aus Solvabilität I.

<sup>4</sup> FMA (2012), S. 7 f.

<sup>5</sup> Bennemann et al. (2011), S. 4.

der Aufsicht. Durch eine Vielzahl von unbestimmten Rechtsbegriffen erhöhen sich die Freiheitsgrade für die Unternehmen bei der Wahl der Umsetzungsalternativen.“<sup>6</sup>

„Solvency II erlaubt die Berücksichtigung von Diversifikationseffekten bei der Berechnung der Solvenzkapitalanforderungen im Standard- und im internen Modell [...]. Grundsätzliche Idee der Diversifikation ist, dass die 99,5 %-Höhe (Quantil) von zwei Verlusten zusammen in der Regel geringer ist als die Summe der beiden einzelnen 99,5 %-Höhen.“<sup>7</sup>

„Der nächste Schritt besteht dann in der Ermittlung der Risikomarge, welche zu dem berechneten Barwert addiert werden muss. Aber während der beste Schätzwert für die versicherungstechnischen Rückstellungen segmentiert nach homogenen Risikogruppen, die zumindest die einzelnen Geschäftsbereiche widerspiegeln sollen, ausgewiesen werden muss [...], erfolgt die Ermittlung der Risikomarge auf Ebene des gesamten Versicherungsportfolios. Dies hat aus Sicht der Unternehmen den Vorteil, dass Diversifikationseffekte zwischen den einzelnen versicherungstechnischen Rückstellungen zu einer Reduktion der notwendigen Eigenmittel und damit der Risikomarge führen.“<sup>8</sup>

„Mit der Berechnung der Kapitalerfordernisse wird auf unterster Ebene begonnen. Anschließend werden die einzelnen Kapitalerfordernisse mittels einer Korrelationsmatrix, die die Beziehungen zwischen den einzelnen Risiken wiedergibt, zu einem Kapitalerfordernis aggregiert. Durch die Verwendung der Korrelationsmatrix können Diversifikationseffekte zwischen den einzelnen Risiken geltend gemacht werden.“<sup>9</sup>

Ein zentrales Anliegen von Solvency II ist damit einerseits die quantitative *Messung aller relevanten Risiken* und deren Aggregation durch geeignete stochastische Methoden („Risikomaße“), um das Fortbestehen des Unternehmens mit einer hohen Sicherheitswahrscheinlichkeit zu garantieren, andererseits eine Berücksichtigung so genannter *Diversifikationseffekte*, durch die Eigenmittelanforderungen reduziert werden können, wenn ein risikomindernder Ausgleich zwischen verschiedenen Risikogruppen angenommen werden kann.

Der Berücksichtigungsfähigkeit eines solchen risikomindernden Effekts liegt dabei die Annahme zu Grunde, dass Diversifikationseffekte in einem funktionalen Zusammenhang zu Korrelationen zwischen einzelnen Risikogruppen stehen. Gründl et al. führen dazu aus:

---

<sup>6</sup> Gründl et al. (2015), S. 9.

<sup>7</sup> Gründl et al. (2015), S. 61.

<sup>8</sup> Bennemann et al. (2011), S. 10.

<sup>9</sup> FMA (2011), S. 28.

„Im Standardmodell kommt die Korrelation bei der Aggregation der Einzel-SCR<sup>10</sup> zum Einsatz. Hierbei ist anzumerken, dass diese „Wurzelformel“ eigentlich für die Aggregation von Standardabweichungen gilt. Nur für eine ganz spezielle Klasse von Verteilungen, die elliptischen Verteilungen<sup>11</sup> (mit dem prominenten Beispiel der Normalverteilung), ist diese Formel auch auf die Aggregation von Quantilen (wie der Verlust-Value-at-Risk (VaR) 99,5 % eines ist) übertragbar. Für die anderen Verteilungen (z.B. Lognormal) gilt diese Formel nicht (oder zumindest nicht exakt)! Dies wird jedoch in Kauf genommen, wenn man nachweisen kann, dass die verwendeten Korrelationen so gewählt sind, dass sie eventuelle, durch die Wurzelformel nicht erfassbare Diversifikationseffekte in Bezug auf den zu berechnenden VaR 99,5 % gleichwertig abbilden. Die Korrelationen sind also für den Fall, dass die Wurzelformel eigentlich nicht gilt, so anzupassen, dass die Wurzelformel wieder verwendbar ist, um das 99,5 %-Quantil der Verlustverteilung zu bestimmen.“<sup>12</sup>

In diesem Beitrag wird diese Unverträglichkeit der Übertragung der „Wurzelformel“ auf die im Versicherungsbereich relevanten, typischerweise *nicht* elliptisch konturierten Risikoverteilungen thematisiert und gezeigt, dass es im Allgemeinen überhaupt keinen funktionalen Zusammenhang zwischen Korrelation und Diversifikation gibt, so dass es auch prinzipiell keine Anpassung von Korrelationen geben kann, die eine Anwendung der „Wurzelformel“ unter Solvency II rechtfertigt.

## 2.2 Ein kurzer Rückblick auf Risikomaße

Im Erläuterungsteil des Gesetzes zur Modernisierung der Finanzaufsicht über Versicherungen vom 1. April 2015, Bundesgesetzblatt (2015) findet sich in Teil I Nr. 14, S.442f folgender Text:

„Risikomaß: eine mathematische Funktion, die unter einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilungsprognose einen monetären Betrag bestimmt und monoton mit dem Risikopotenzial steigt, das der Wahrscheinlichkeitsverteilungsprognose zugrunde liegt.“

Diese Formulierung ist leider in mehrerer Hinsicht inhaltlich unzutreffend und auch gefährlich naiv.<sup>13</sup> Zum Einen gibt es in der mathematischen Fachwelt keinen Begriff „Wahrscheinlichkeitsverteilungsprognose“. Der Begriff ist eine wörtliche Übersetzung des in der englischen Fassung der Solvency II-Rahmenrichtlinie verwendeten Begriffs „probability distribution forecast“ und meint die für die jeweilige Risikoberechnung unterstellte Wahrscheinlichkeitsverteilung, die ent-

---

<sup>10</sup> Solvency Capital Requirement.

<sup>11</sup> Vgl. hierzu etwa McNeil et al. (2005), Kapitel 3.3.

<sup>12</sup> Gründl et al. (2015), S. 65.

<sup>13</sup> Vgl. hierzu Pfeifer (2014).

weder in einem internen Modell auf der Basis empirischer Daten zu schätzen oder aber politisch vorgegeben ist (z.B. die Log-normalverteilung für Schadenquoten in der Säule I). Im Erläuterungsteil des Gesetzes zur Modernisierung der Finanzaufsicht über Versicherungen vom 1. April 2015, Bundesgesetzblatt (2015) findet sich in Teil I Nr. 14, S.443 dazu folgender Text:

„Wahrscheinlichkeitsverteilungsprognose: eine mathematische Funktion, die einer ausreichenden Reihe von einander ausschließenden zukünftigen Ereignissen eine Eintrittswahrscheinlichkeit zuweist.“

Diese Formulierung ist aus Sicht der Fachmathematik vollkommen abstrus, weil eine „mathematische Funktion“ eine Abbildung mit gegebenem Definitions- und Wertebereich im Sinne der Mengenlehre ist und mit „zukünftigen Ereignissen“ rein gar nichts zu tun hat.

Zum Anderen bestimmt ein Risikomaß keinen „monetären Betrag“, sondern eine Kenngröße einer Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die obige Formulierung wirft in unzulässiger Weise eine mathematische Definition mit ihrer ökonomischen Interpretation durcheinander. Des Weiteren erfasst die obige „Definition“ auch nur einen Teil der charakteristischen Eigenschaften eines Risikomaßes. Genauer muss es wie folgt heißen:

**Definition.**<sup>14</sup> Sei  $\mathfrak{X}$  eine geeignete Menge nicht-negativer Zufallsvariablen (Risiken)  $X$  auf einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ . Ein **Risikomaß**  $R$  auf  $\mathfrak{X}$  ist eine Abbildung  $\mathfrak{X} \rightarrow \mathbb{R}^+$  mit den folgenden Eigenschaften:

$$P^X = P^Y \Rightarrow R(X) = R(Y) \quad \text{für alle } X, Y \in \mathfrak{X} \quad \text{[Verteilungsinvarianz]}$$

$$R(cX) = cR(X) \quad \text{für alle } X \in \mathfrak{X} \text{ und } c \geq 0 \quad \text{[Skaleninvarianz]}$$

$$R(X + c) = R(X) + c \quad \text{für alle } X \in \mathfrak{X} \text{ und } c \geq 0 \quad \text{[Translationsinvarianz]}$$

$$R(X) \leq R(Y) \quad \text{für alle } X, Y \in \mathfrak{X} \text{ mit } X \leq_{st} Y \text{ }^{15} \quad \text{[Monotonie]}$$

Ein Risikomaß heißt *kohärent*, wenn zusätzlich gilt:

$$R(X + Y) \leq R(X) + R(Y) \quad \text{für alle } X, Y \in \mathfrak{X} \quad \text{[Subadditivität]} \quad \blacklozenge$$

---

<sup>14</sup> Diese Definition orientiert sich im Wesentlichen an McNeil et al. (2005), Kapitel 6.

<sup>15</sup> Gemeint ist mit  $\leq_{st}$  die stochastische Ordnung, die sich über die umgekehrte Ordnung der Verteilungsfunktionen ausdrücken lässt.

Diese Ungleichung induziert den oben angesprochenen *Diversifikationseffekt* für beliebige Risiken  $X_1, \dots, X_n \in \mathfrak{X}$ , denn es folgt mit vollständiger Induktion:

$$R\left(\sum_{k=1}^n X_k\right) \leq \sum_{k=1}^n R(X_k) \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

Hier ist kritisch anzumerken, dass ein kohärentes Risikomaß bei Aggregation von Risiken *in jedem Fall* einen Diversifikationseffekt nach sich zieht, unabhängig davon, ob diese Risiken stochastisch abhängig sind oder nicht. Es ist fraglich, ob dies aus ökonomischer Sicht sinnvoll ist.

Im Folgenden werden wir den Term “(Risiko-)Konzentrationseffekt” im Gegensatz zum “*Diversifikationseffekt*” benutzen, charakterisiert durch die umgekehrte Ungleichung

$$R(X+Y) > R(X) + R(Y) \quad \text{für gewisse } X, Y \in \mathfrak{X}.$$

Das populäre Standardabweichungsprinzip  $SDP^{16}$  ist gegeben durch

$SDP(X) = E(X) + \gamma \sqrt{\text{Var}(X)}$  für ein festes  $\gamma > 0$  und  $X \in \mathfrak{X} = \mathfrak{L}_+^2(\Omega, \mathcal{A}, P)$ , die Menge der quadratisch integrierbaren Risiken auf  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ .

$SDP$  ist aber *kein* Risikomaß, da es *nicht monoton* ist (es erfüllt aber alle anderen Bedingungen, einschließlich der Kohärenz). Die Subadditivität des Standardabweichungsprinzips sieht man dabei beispielsweise so:

$$\begin{aligned} SDP(X+Y) &= E(X+Y) + \gamma \sqrt{\text{Var}(X+Y)} \\ &= E(X) + E(Y) + \gamma \sqrt{\text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Korr}(X, Y) \sqrt{\text{Var}(X)\text{Var}(Y)}} \\ &\leq E(X) + E(Y) + \gamma \sqrt{\text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\sqrt{\text{Var}(X)\text{Var}(Y)}} \\ &= E(X) + E(Y) + \gamma \sqrt{(\sqrt{\text{Var}(X)} + \sqrt{\text{Var}(Y)})^2} \\ &= E(X) + E(Y) + \gamma (\sqrt{\text{Var}(X)} + \sqrt{\text{Var}(Y)}) = SDP(X) + SDP(Y) \end{aligned}$$

für alle  $X, Y \in \mathfrak{X}$ . Hierbei wurde wesentlich die Tatsache ausgenutzt, dass Korrelationen nach oben durch eins beschränkt sind (das entspricht dem Fall vollständiger positiver linearer Abhängigkeit zwischen den Risiken  $X$  und  $Y$ ).

Der folgende Sachverhalt zeigt ein Beispiel für die *Nicht-Monotonie* des Standardabweichungsprinzips:

---

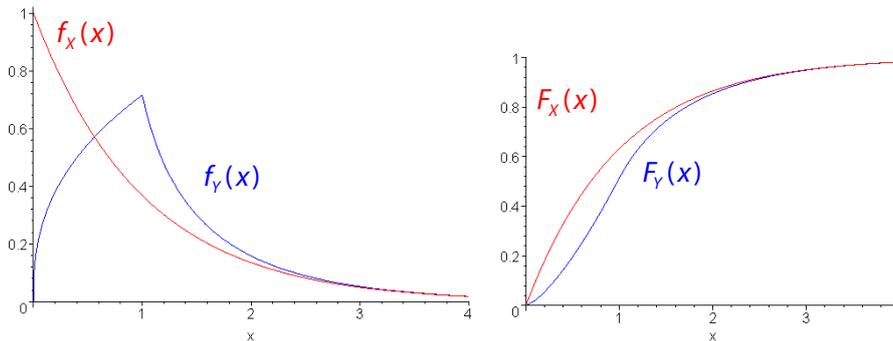
<sup>16</sup> Dieses Prinzip wird auch in Gründl et al. (2015), S. 65 angesprochen und geht schon auf Vorschläge der IAA (International Actuarial Association) zurück.

Die Risiken  $X, Y$  mögen die Dichten

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und} \quad f_Y(x) = \begin{cases} ax^b, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{e^{-x}}{\sqrt{1-2e^{-x}}}, & x > 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

besitzen mit den Konstanten  $a = \frac{1}{\sqrt{e(e-2)}} = 0.7156\dots$ ,  $b = \frac{3-e}{e-2} = 0.3922\dots$ . In diesem Fall gilt die

stochastische Monotonie  $X \leq_{st} Y$  wegen  $F_X(x) = P(X \leq x) \geq F_Y(x) = P(Y \leq x)$ ,  $x \geq 0$  mit  $E(X) = \text{Var}(X) = 1$ ,  $E(Y) = 1.2003\dots$ ,  $\text{Var}(Y) = 0.9294\dots$



**Abbildung 4: Graphen der Dichten und Verteilungsfunktionen der Risiken  $X$  und  $Y$**

Für  $\gamma = 3$  ergibt sich hier:  $SDP(X) = 4 > 3.9887\dots = SDP(Y)$ .

Die in der Solvency II-Rahmenrichtlinie und im Gesetz zur Modernisierung der Finanzaufsicht über Versicherungen unterstellte Monotonie-Eigenschaft von Risikomaßen ist aber zumindest diskussionswürdig, weil sich dahinter eine bestimmte, nicht mathematisch motivierte Vorstellung von „Risiko“ verbirgt. Im obigen Beispiel ist zwar  $Y$  stochastisch größer als  $X$ , der Erwartungswert von  $Y$  ist auch (geringfügig) größer als der von  $X$ , dafür ist aber die Varianz von  $Y$  kleiner als diejenige von  $X$ . Deshalb erscheint unter dem Standardabweichungsprinzip  $SDP$  das „Risiko“ von  $Y$  auch kleiner als das „Risiko“ von  $X$  – es lässt sich ökonomisch besser „kontrollieren“. Das in Basel II/III und Solvency II durch gesetzliche Verordnung verwendete Risikomaß ist der Value at Risk  $\text{VaR}$ , definiert als Quantil der Risiko-Verteilung:

$$\text{VaR}_\alpha(X) := Q_X(1-\alpha) \quad \text{für } X \in \mathfrak{X} \text{ und } 0 < \alpha < 1,$$

wobei  $Q_X$  die zum Risiko  $X$  gehörige Quantilfunktion bezeichnet:

$$Q_X(u) := \inf \{x \in \mathbb{R} \mid P(X \leq x) \geq u\} \quad \text{für } 0 < u < 1.$$

Der Parameter  $\alpha$  spielt hier die Rolle der (technischen) Ruinwahrscheinlichkeit.<sup>17</sup>  $\text{VaR}$  ist ein Risikomaß, aber im Allgemeinen *nicht kohärent*.

<sup>17</sup> Andere Autoren verwenden diesen Parameter oft abweichend als Sicherheitswahrscheinlichkeit, etwa McNeil et al. (2005).

Das kleinste kohärente Risikomaß oberhalb des VaR ist der Expected Shortfall (auch *average Value-at-Risk*) ES, der gegeben ist durch

$$ES_{\alpha}(X) := \frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} VaR_u(X) du \quad \text{für } 0 < \alpha < 1.$$

Falls  $P(X \geq VaR_{\alpha}(X)) = \alpha$  gilt, entspricht dies dem Ausdruck

$$ES_{\alpha}(X) = E(X | X \geq VaR_{\alpha}(X)).$$

Der Expected Shortfall ist das Risikomaß, dass z.B. im *Swiss Solvency Test* (SST) verwendet wird.

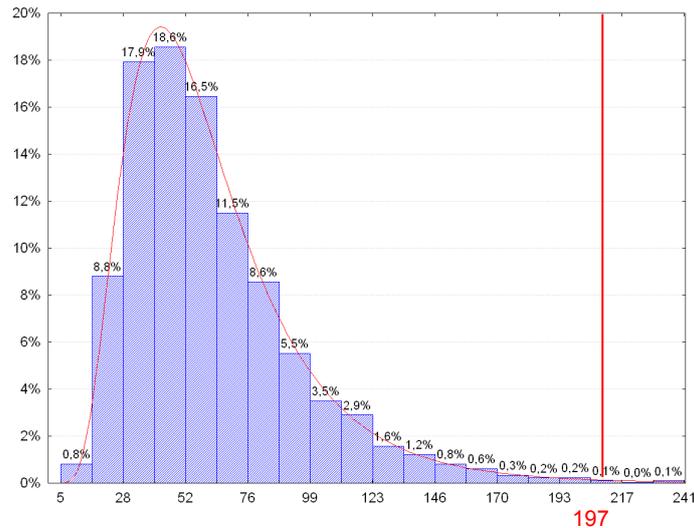


Abbildung 5: Veranschaulichung des VaR0,005 (X) (Lognormalverteilung)

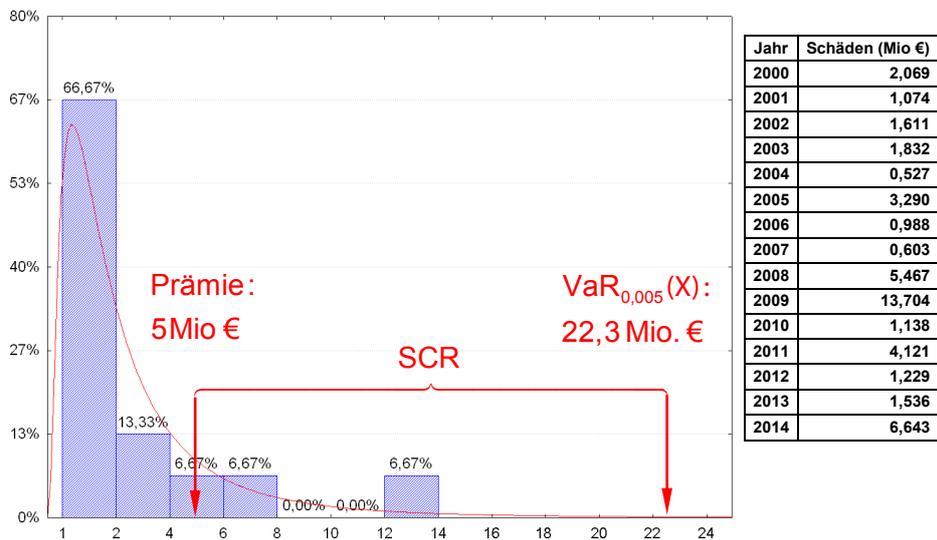


Abbildung 6: Beispiel: Anpassung von Daten an eine Lognormalverteilung

Wiederkehrperiode (Jahre)	Wahrscheinlichkeit	VaR	Prämie	SCR
5	0,800	4,379	5,000	-0,621
10	0,900	6,617	5,000	1,617
15	0,933	8,131	5,000	3,131
20	0,950	9,305	5,000	4,305
25	0,960	10,277	5,000	5,277
50	0,980	13,658	5,000	8,658
100	0,990	17,640	5,000	12,640
150	0,993	20,276	5,000	15,276
200	0,995	22,294	5,000	17,294

Abbildung 7: Technische Berechnung des SCR

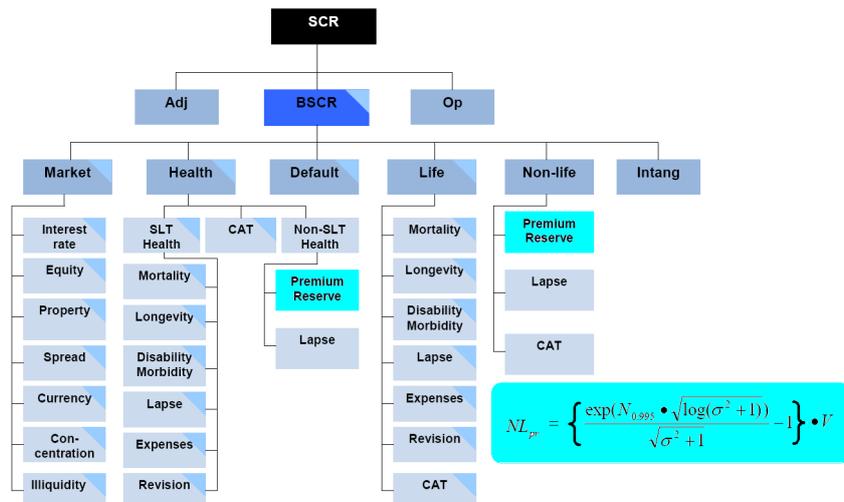


Abbildung 8: Risiko-Module nach Solvency II<sup>18</sup>

Volumenfaktor = 99,5%-Quantil der Lognormalverteilung (Mittelwert 1)

Volumen  $V$  = Best Estimate der Rückstellungen (Prämien plus Netto-Reserven)

<sup>18</sup> Vgl. Cottin und Döhler (2013), S. 276.

## 2.3 Korrelation und Diversifikation

Im Erläuterungsteil des Gesetzes zur Modernisierung der Finanzaufsicht über Versicherungen vom 1. April 2015, Bundesgesetzblatt (2015) findet sich in Teil I Nr. 14, S.441 folgender Text:

“Diversifikationseffekte: eine Reduzierung des Gefährdungspotenzials von Versicherungsunternehmen und -gruppen durch die Diversifizierung ihrer Geschäftstätigkeit, die sich aus der Tatsache ergibt, dass das negative Resultat eines Risikos durch das günstigere Resultat eines anderen Risikos ausgeglichen werden kann, wenn diese Risiken nicht voll korreliert sind.”

René Doff führt hierzu entsprechend aus:

“Diversification arises when different activities complement each other, in the field of both return and risk. [...] The diversification effect is calculated by using correlation factors. Correlations are statistical measures assessing the extend to which events could occur simultaneously. [...] A correlation factor of 1 implies that certain events will always occur simultaneously. Hence, there is no diversification effect and two risks identically add up. Risk managers tend to say that such risks are perfectly correlated (i.e., they have a high correlation factor), meaning that these two risks do not actually diversify at all. A correlation factor of 0 implies that diversification effects are present and a certain diversification benefit holds.”<sup>19</sup>

Hierzu ist kritisch anzumerken, dass der im Gesetz als **Tatsache** dargestellte Zusammenhang gerade *keine* Tatsache ist, weil es nachweislich **keinen** Zusammenhang zwischen Korrelation und Diversifikation gibt. Ebenso wenig ist eine Korrelation ein Maß dafür, dass gewisse „Ereignisse gleichzeitig eintreten“.

Eine mathematisch korrekte, vollständige Beschreibung von stochastischen Abhängigkeiten zwischen (endlich vielen) Risiken ist allein durch eine stochastische Struktur möglich, die *Copula* genannt wird.

**Definition:** Eine  $n$ -dimensionale **Copula**  $C$  ist (im Wesentlichen) eine multivariate Verteilungsfunktion mit (stetig) uniformen Randverteilungsfunktionen über dem Intervall  $[0,1]$ .<sup>20</sup> ◆

---

<sup>19</sup> Doff (2011), S. 249 f.

<sup>20</sup> Vgl. hierzu McNeil et al. (2005), Kapitel 5.

Jede Copula  $C$  ist durch die sogenannten Fréchet-Hoeffding-Schranken eingeschachtelt, d.h. es gilt

$$C_*(\mathbf{u}) := \max(u_1 + \dots + u_n - n + 1, 0) \leq C(u_1, \dots, u_n) \leq C^*(\mathbf{u}) := \min(u_1, \dots, u_n).$$

Die obere Fréchet-Hoeffding-Schranke  $C^*$  ist selbst eine Copula (in jeder Dimension); die untere Fréchet-Hoeffding-Schranke  $C_*$  ist nur in zwei Dimensionen eine Copula.

Die besondere Bedeutung von Copulas zur Beschreibung stochastischer Abhängigkeiten zeigt die nachfolgende Aussage.

**Sklar's Theorem:** Sei  $H$  eine  $n$ -dimensionale Verteilungsfunktion mit Randverteilungsfunktionen  $F_1, \dots, F_n$ . Dann existiert eine Copula  $C$  derart, dass für alle  $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  gilt:

$$H(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)).$$

Wenn alle Randverteilungsfunktionen stetig sind, ist die Copula eindeutig bestimmt. Umgekehrt gilt: bezeichnen  $F_1^{-1}, \dots, F_n^{-1}$  die generalisierten Inversen der Randverteilungsfunktionen (Quantilfunktionen), so gilt für alle  $(u_1, \dots, u_n) \in [0, 1]^n$ :

$$C(u_1, \dots, u_n) = H(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)). \quad \blacklozenge$$

Bezeichnet  $X$  eine beliebige Zufallsvariable, so gilt:

Der Zufallsvektor  $\mathbf{X} = (X, X, \dots, X)$  mit  $n$  Komponenten besitzt die obere Fréchet-Hoeffding-Schranke  $C^*$  als Copula.

Der Zufallsvektor  $\mathbf{X} = (X, -X)$  mit zwei Komponenten besitzt die untere Fréchet-Hoeffding-Schranke  $C_*$  als Copula.

Ist  $X$  positiv, so besitzt auch der Zufallsvektor  $\mathbf{X} = \left(X, \frac{1}{X}\right)$  die untere Fréchet-Hoeffding-Schranke  $C_*$  als Copula.

Zufallsvektoren, die  $C^*$  oder  $C_*$  als Copula besitzen, heißen *komonoton* bzw. *kontramomonoton*.

Allgemein gilt:

Ein Zufallsvektor  $\mathbf{X}=(X,Y)$  ist *komonoton* genau dann, wenn es eine Zufallsvariable  $Z$  und gleichsinnig wachsende Funktionen  $f,g$  gibt, so dass  $X=f(Z)$  und  $Y=g(Z)$  ist.

Ein Zufallsvektor  $\mathbf{X}=(X,Y)$  ist *kontramoton* genau dann, wenn es eine Zufallsvariable  $Z$  und Funktionen  $f,g$  gibt, die gegensinnig wachsen, so dass  $X=f(Z)$  und  $Y=g(Z)$  ist.

Die Korrelation  $\rho(X,Y)$  ist *maximal* genau dann, wenn  $\mathbf{X}=(X,Y)$  *komonoton* ist. Sie beträgt 1, wenn  $X$  und  $Y$  positiv linear abhängig sind.

Die Korrelation  $\rho(X,Y)$  ist *minimal* genau dann, wenn  $\mathbf{X}=(X,Y)$  *kontramoton* ist. Sie beträgt  $-1$ , wenn  $X$  und  $Y$  negativ linear abhängig sind.<sup>21</sup>

**Beispiel.**<sup>22</sup> Die gemeinsame Verteilung der Risiken  $X$  und  $Y$  sei durch die folgende Tabelle gegeben:

$P(X=x, Y=y)$		$X$			$P(Y=y)$	$P(Y \leq y)$
		0	50	100		
$y$	0	$\beta$	$0.440 - \beta$	0.000	0.440	0.440
	40	$0.554 - \beta$	$\beta$	0.001	0.555	<b>0.995</b>
	50	0.000	0.001	0.004	0.005	1.000
$P(X=x)$		0.554	0.441	0.005		
$P(X \leq x)$		0.554	<b>0.995</b>	1.000		

**Abbildung 9: gemeinsame Verteilung der Risiken, Fall 1**

mit  $0 \leq \beta \leq 0.440$ . Es gilt:  $\text{VaR}_\alpha(X) = 50$ ,  $\text{VaR}_\alpha(Y) = 40$  (für  $\alpha = 0.005$ ).

Für die Momente von  $X$  und  $Y$  erhält man ( $\sigma$  bezeichne die Standardabweichung):

$E(X)$	$E(Y)$	$\sigma(X)$	$\sigma(Y)$	$\rho(\beta) = \rho(X,Y)$
22.550	22.450	25.377	19.912	$-0.9494 + 3.9579\beta$

**Abbildung 10: Momente und Korrelationen, Fall 1**

Die insgesamt möglichen Risiko-Korrelationen liegen damit im Intervall  $[-0.9494; 0.7921]$ , wobei eine Korrelation von Null für  $\beta = 0.2399$  angenommen wird.

<sup>21</sup> Vgl. Theorem 5.25 in McNeil et al. (2005).

<sup>22</sup> Aus Pfeifer (2013).

Die folgende Tabelle zeigt die Verteilung des Summen-Risikos  $S = X + Y$ :

s	0	40	50	90	100	140	150
$P(S = s)$	$\beta$	$0.554 - \beta$	$0.440 - \beta$	$\beta$	0.001	0.001	0.004
$P(S \leq s)$	$\beta$	0.554	$0.994 - \beta$	0.994	<b>0.995</b>	0.996	1.000

**Abbildung 11: Verteilung des Summenrisikos, Fall 1**

Damit liegt ein *Risikokonzentrationseffekt* vor wegen

$$\text{VaR}_\alpha(S) = 100 > 90 = \text{VaR}_\alpha(X) + \text{VaR}_\alpha(Y),$$

unabhängig vom Parameter  $\beta$  und daher auch unabhängig von den möglichen (positiven wie negativen) Korrelationen zwischen  $X$  und  $Y$ ! Ändert man die obige Kontingenztafel geringfügig ab, erhält man folgende Situation:

$P(X = x, Y = y)$		x			$P(Y = y)$	$P(Y \leq y)$
		0	50	100		
y	0	$\beta$	$0.440 - \beta$	0.000	0.440	0.440
	40	$0.554 - \beta$	$0.001 + \beta$	0.000	0.555	<b>0.995</b>
	50	0.000	0.000	0.005	0.005	1.000
$P(X = x)$		0.554	0.441	0.005		
$P(X \leq x)$		0.554	<b>0.995</b>	1.000		

**Abbildung 12: gemeinsame Verteilung der Risiken, Fall 2**

mit  $0 \leq \beta \leq 0.440$ . Da sich die Randverteilungen nicht geändert haben, gilt nach wie vor:  $\text{VaR}_\alpha(X) = 50$ ,  $\text{VaR}_\alpha(Y) = 40$  (für  $\alpha = 0.005$ ) mit gleichen Momenten und fast gleichen Korrelationen

$E(X)$	$E(Y)$	$\sigma(X)$	$\sigma(Y)$	$\rho(\beta) = \rho(X, Y)$
22.550	22.450	25.377	19.912	$-0.9484 + 3.9579\beta$

**Abbildung 13: Momente und Korrelationen, Fall 2**

Die insgesamt möglichen Risiko-Korrelationen liegen damit im geringfügig nach rechts verschobenen Intervall  $[-0.9484; 0.7931]$ , wobei eine Korrelation von Null hier für  $\beta = 0.2396$  angenommen wird.

Die folgende Tabelle zeigt die Verteilung des Summen-Risikos  $S = X + Y$ :

$s$	0	40	50	90	150
$P(S = s)$	$\beta$	$0.554 - \beta$	$0.440 - \beta$	$0.001 + \beta$	0.005
$P(S \leq s)$	$\beta$	0.554	$0.994 - \beta$	<b>0.995</b>	1.000

**Abbildung 14: Verteilung des Summenrisikos, Fall 2**

Damit liegt jetzt ein (unechter) *Diversifikationseffekt* vor wegen

$$\text{VaR}_\alpha(S) = 90 = \text{VaR}_\alpha(X) + \text{VaR}_\alpha(Y),$$

unabhängig vom Parameter  $\beta$  und daher auch unabhängig von den möglichen (positiven wie negativen) Korrelationen zwischen  $X$  und  $Y$ !

Dieses Beispiel zeigt eindrucksvoll, dass das Vorliegen eines *Risikokonzentrationseffekts* oder eines *Diversifikationseffekts* bei gleichen Randverteilungen der Risiken vollständig unabhängig von deren Korrelationen ist, wobei hier sogar fast das gesamte mögliche Spektrum von Korrelationen zwischen  $-1$  und  $+1$  realisiert werden kann.

Im obigen Beispiel ist übrigens die Korrelation zwischen den Risiken  $X$  und  $Y$  maximal im Fall 2 mit Wert 0.7931, weil hier gerade die komonotone Situation vorliegt. Dies kann man folgendermaßen nachprüfen:

Es sei  $Z$  eine diskrete Zufallsvariable mit der Verteilung

$z$	0	40	50	100
$P(S = s)$	0.440	0.114	0.441	0.005
$P(S \leq s)$	0.440	0.554	0.995	1.000

**Abbildung 15: Verteilung der Hilfsvariablen  $Z$**

Mit den schwach monoton wachsenden Abbildungen  $f$  und  $g$ , definiert durch

$z$	0	40	50	100
$f(z)$	0	0	50	100
$g(z)$	0	40	40	50

**Abbildung 16: Definition der Transformationen  $f$  und  $g$**

erhält man über  $X := f(Z)$  und  $Y := g(Z)$  zwei Darstellungen der Risiken mit der in Tabelle 5 gegebenen gemeinsamen Verteilung, für  $\beta = 0.440$ .

Offensichtlich entspricht der komonotone Fall entgegen der Intuition aber nicht dem Worst Case in Bezug auf den Value at Risk für das Summenrisiko, wie der obige Fall 1 zeigt.

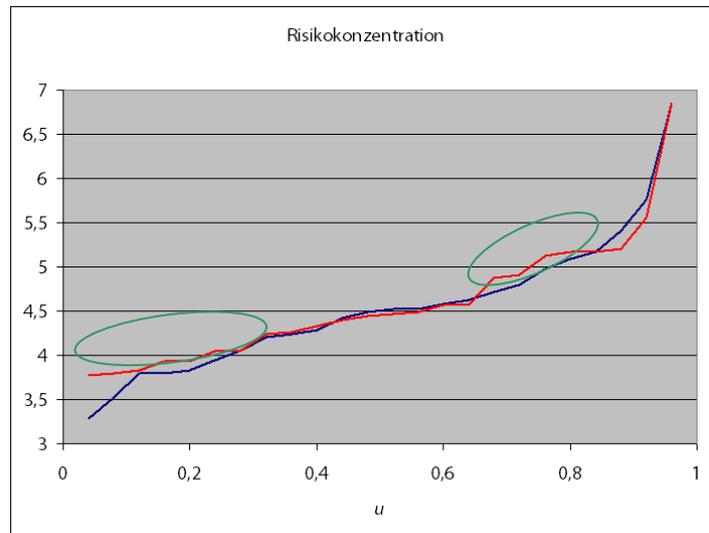
Gelegentlich wird an dieser Stelle von Praktikern angemerkt, dass solche Beispiele doch recht künstlich seien und in der Realität nicht vorkämen. Das folgende Beispiel zeigt das Gegenteil.

**Beispiel.** Die nachfolgende Tabelle enthält bezahlte, inflationsbereinigte Schäden über 24 Jahre aus einem realen Nat-Cat Portfolio:

Jahr	Risiko X	Risiko Y	Summe S	$u$	$VaR_{1-u}(X)$	$VaR_{1-u}(Y)$	$VaR_{1-u}(X) + VaR_{1-u}(Y)$	$VaR_{1-u}(S)$
1	40,513	44,650	85,163	0,04	13,954	12,673	26,627	43,582
2	16,968	28,874	45,842	0,08	14,987	19,016	34,003	44,594
3	45,337	51,018	96,355	0,12	16,960	27,470	44,430	45,842
4	57,120	19,016	76,136	0,16	16,968	27,634	44,602	50,810
5	41,480	27,470	68,950	0,20	17,489	28,595	46,084	50,823
6	14,987	28,595	43,582	0,24	22,750	28,874	51,624	57,342
7	74,524	101,544	176,068	0,28	24,574	33,260	57,834	57,834
8	64,578	111,933	176,511	0,32	30,014	36,856	66,870	68,950
9	42,072	92,727	134,799	0,36	30,745	38,252	68,997	71,211
10	24,574	33,260	57,834	0,40	33,055	39,853	72,908	76,136
11	177,842	81,139	258,981	0,44	38,150	44,650	82,800	81,720
12	17,489	39,853	57,342	0,48	40,513	48,461	88,974	85,163
13	70,719	60,297	131,016	0,52	40,667	50,975	91,642	86,999
14	30,014	56,985	86,999	0,56	41,480	51,018	92,498	89,443
15	40,667	140,794	181,461	0,60	42,072	55,663	97,735	96,355
16	112,692	55,663	168,355	0,64	45,337	56,985	102,322	96,417
17	13,954	36,856	50,810	0,68	51,191	60,297	111,488	131,016
18	30,745	50,975	81,720	0,72	57,120	63,362	120,482	134,799
19	38,150	12,673	50,823	0,76	64,578	81,139	145,717	168,355
20	668,552	276,521	945,073	0,80	70,719	92,727	163,446	176,068
21	22,750	48,461	71,211	0,84	74,524	101,544	176,068	176,511
22	16,960	27,634	44,594	0,88	112,692	111,933	224,625	181,461
23	33,055	63,362	96,417	0,92	177,842	140,794	318,636	258,981
24	51,191	38,252	89,443	0,96	668,552	276,521	945,073	945,073

Abbildung 17: bezahlte Schäden aus einem Nat-Cat Portfolio

Der gelb markierte Bereich in der Tabelle zeigt auch empirisch einen deutlichen Risikokonzentrationseffekt.



**Abbildung 18: graphische Darstellung des Risikokonzentrationseffekts**

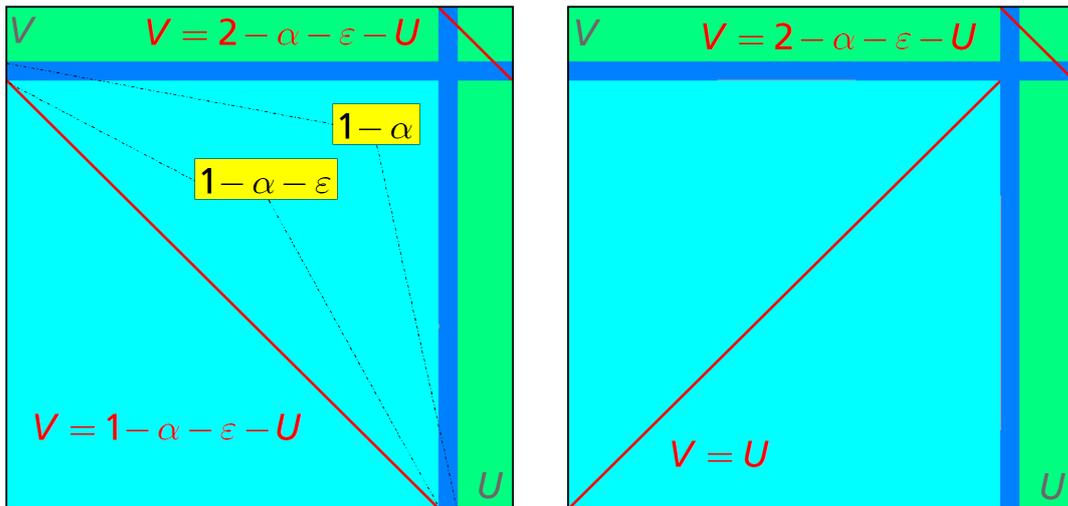
Obere Linie im markierten Bereich:  $\text{VaR}_{1-u}(S)$ , untere Linie:  $\text{VaR}_{1-u}(X) + \text{VaR}_{1-u}(Y)$

Das Problem, unter welchen Bedingungen an die gemeinsame Verteilung der Risiken bzw. an die zugehörige Copula der Worst Case in Bezug auf den Value at Risk für das Summenrisiko eintritt, wurde erst in jüngerer Zeit vollständig gelöst.<sup>23</sup>

Im Fall von zwei Risiken ist die diesem Fall zuzurechnende Copula – in Abhängigkeit vom Risikoniveau  $\alpha$  – charakterisiert durch eine lokale Kontramonaltonie „in der oberen rechten Ecke“<sup>24</sup>. Wir verwenden hier die folgenden Modifikationen für unsere Gegenbeispiele:

<sup>23</sup> Vgl. etwa Embrechts et al. (2013).

<sup>24</sup> Siehe Embrechts et al. (2013), Fig. 1, S. 2754.



**Abbildung 19: graphische Darstellung extremer Copulas**

untere extreme Copula  $\underline{C}$

obere extreme Copula  $\bar{C}$

**Beispiel.** Die Risiken  $X$  und  $Y$  mögen der gleichen Lognormalverteilung  $\mathcal{LN}\left(-\frac{\sigma^2}{2}, \sigma^2\right)$  mit  $\sigma > 0$  genügen, was insbesondere  $E(X) = E(Y) = 1$  bedeutet.<sup>25</sup>

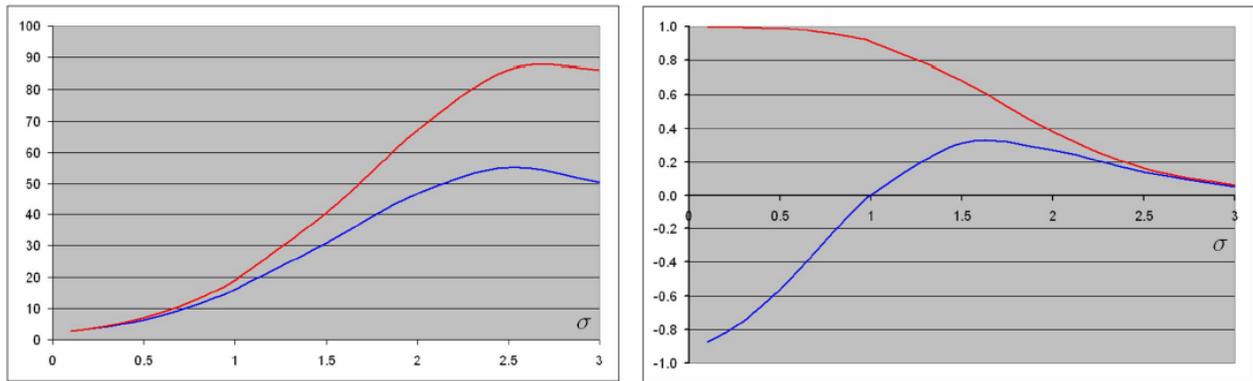
Die folgende Tabelle zeigt einige numerische Ergebnisse für die extremalen Copulas  $\underline{C}$  und  $\bar{C}$ , insbesondere die maximal mögliche Spanne der dadurch induzierten Korrelationen. Gemäß dem Solvency II-Standard sei  $\alpha = 0.005$  gewählt (und  $\epsilon = 0.001$ , was hier ausreicht).<sup>26</sup>

$\sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$\text{VaR}_\alpha(X) = \text{VaR}_\alpha(Y)$	1.2873	1.6408	2.0704	2.5866	3.1992	3.9177	4.7497
$\text{VaR}_\alpha(X) + \text{VaR}_\alpha(Y)$	2.5746	3.2816	4.1408	5.1732	6.3984	7.8354	9.4994
$\text{VaR}_\alpha(X + Y)$	2.6205	3.3994	4.3661	5.5520	6.9901	8.7134	10.7537
$\rho_{\min}(X, Y)$	-0.8719	-0.8212	-0.7503	-0.6620	-0.5598	-0.4480	-0.3310
$\rho_{\max}(X, Y)$	0.9976	0.9969	0.9951	0.9920	0.9873	0.9802	0.9700

**Abbildung 20: Risikomaße und Korrelationen für lognormalverteilte Risiken mit extremen Copulas**

<sup>25</sup> Solche Annahmen werden beispielsweise in dem Modul *Non-Life* der Säule I unter Solvency II für Schadenquoten getroffen, vgl. Abbildung 4 oben.

<sup>26</sup> Aus Pfeifer (2013).



**Abbildung 21: Risikokonzentrationseffekte und Korrelationen unter extremalen Copulas**

Links: Graph von  $\text{VaR}_\alpha(X+Y)$  [oben] und  $\text{VaR}_\alpha(X) + \text{VaR}_\alpha(Y)$  [unten] als Funktion von  $\sigma$

Rechts: Graph von  $\rho_{\max}(X,Y)$  [oben] und  $\rho_{\min}(X,Y)$  [unten] als Funktion von  $\sigma$

Die Tatsache, dass zwei (z.B. lognormal-verteilte) Risiken mit fast beliebiger Korrelationsstruktur funktional so konstruiert werden können, dass ihre Aggregation zu einer Risikokonzentration führt, kann - zumindest empirisch - auch in höheren Dimensionen leicht gezeigt werden, und zwar unter Benutzung eines im Folgenden genauer beschriebenen Konstruktionsprinzips mit einer „gleichmäßig schlechtesten“ Gauß-Copula<sup>27</sup> für die „obere rechte Ecke“ (mit den paarweise negativen Korrelationen  $-\frac{1}{n-1}$  für unterschiedliche Koordinaten in  $n$  Dimensionen).

**Satz:** Es seien  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{V}$   $n$ -dimensionale Zufallsvektoren mit stetigen uniformen Randverteilungen  $\mathcal{U}[0,1]$  und  $I$  eine  $B(1,p)$ -binomialverteilte Zufallsvariable mit  $0 < p < 1$ , unabhängig von

$(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ . Dann besitzt der Zufallsvektor  $\mathbf{W} = \begin{pmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_n \end{pmatrix}$  mit den Komponenten

$$W_j := I \cdot p \cdot U_j + (1-I) \cdot [p + (1-p) \cdot V_j] \quad \text{für } j = 1, \dots, n$$

ebenfalls die Randverteilung  $\mathcal{U}[0,1]$ . ♦

Mit anderen Worten: Der Satz gestattet eine stückweise Konstruktion „neuer“ Copulas aus gegebenen. (Man nennt solche Copulas deshalb auch *Patchwork-Copulas*.)

<sup>27</sup> Für eine detaillierte Diskussion von Gauß- und verwandten Copulas vgl. etwa McNeil et al. (2005), S. 190 ff. Man erhält sie aus einer multivariaten Normalverteilung mit standard-normalen Randverteilungen durch Transformation der Randrisiken mittels der Verteilungsfunktion  $\Phi$  der Standard-Normalverteilung auf stetig gleichverteilte Risiken.

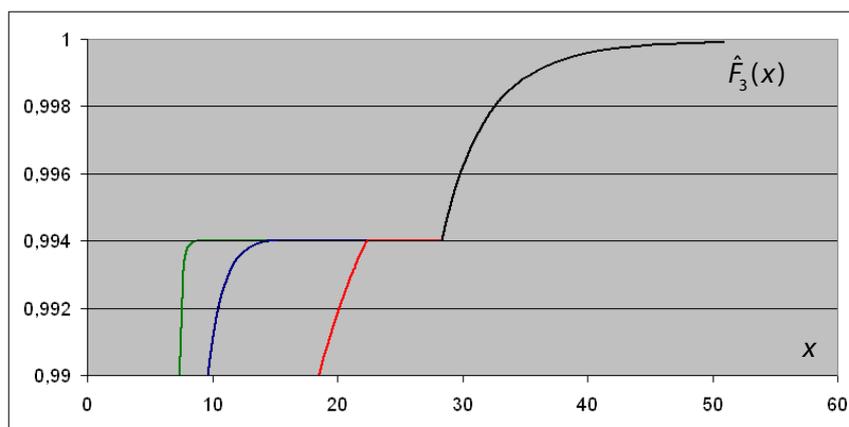
Die zweidimensionale Copula-Konstruktion des letzten Beispiels ist genau von diesem Typ, wobei  $\mathbf{V}$  die untere Fréchet-Hoeffding-Schranke als Copula besitzt, und  $\mathbf{U}$  im Prinzip einer beliebigen Copula folgen kann (zwischen der unteren und oberen Fréchet-Hoeffding-Schranke, inklusive der Unabhängigkeit der Komponenten).

Im folgenden Beispiel, das sich auf den obigen Satz stützt, besitzt  $\mathbf{V}$  eine "gleichmäßig schlechteste" Gauß-Copula mit den paarweisen Korrelationen  $\rho(U_i, U_j) = -\frac{1}{2}$  für  $i \neq j$ .

Die folgende Graphik zeigt die empirische Verteilungsfunktion  $\hat{F}_3$  der Summe von drei  $\mathcal{LN}\left(-\frac{\sigma^2}{2}, \sigma^2\right)$ -lognormalverteilten Risiken  $X_1, X_2, X_3$  für  $\sigma = 1$  für die drei Fälle

1.  $\mathbf{U}$  folgt einer "gleichmäßig schlechtesten" Gauß-Copula (grün)
2.  $\mathbf{U}$  besitzt unabhängige Komponenten (blau)
3.  $\mathbf{U}$  folgt der oberen Fréchet-Hoeffding-Schranke als Copula (rot).

Der Simulationsumfang beträgt jeweils 1.000.000. Die paarweisen empirischen Korrelationen zwischen jeweils zwei Risiken liegen im Intervall  $[0.14; 0.91]$ , mit dem Wert 0.32 in Fall 2.



**Abbildung 22: empirische Verteilungsfunktionen des Summenrisikos**

Hier gilt  $\sum_{i=1}^3 \text{VaR}_{0,005}(X_i) = 23,913$ , aber (empirisch)  $\widehat{\text{VaR}}_{0,005}\left(\sum_{i=1}^3 X_i\right) > 28,028$  in allen drei Fällen.

## 2.4 Zusammenfassung und Fazit

Das ursprüngliche Ziel von Solvency II, eine gegenüber Solvabilität I stärkere Risiko-Orientierung für die Bestimmung der erforderlichen Eigenmittel eines Versicherungsunternehmens zur Stärkung der Sicherheit seiner Kunden zu erreichen, ist unstrittig positiv zu bewerten. Die in der jetzigen Fassung von Solvency II formulierten Modellannahmen für die Säule I sind aber inhaltlich höchst fragwürdig und aus Sicht der Mathematik nicht zu rechtfertigen. Im Einzelnen:

- Das vorgegebene Risikomaß Value at Risk ist nicht kohärent und führt daher **nicht grundsätzlich** zu einem Diversifikationseffekt bei schwacher Korrelation der Risiken, auch nicht bei einer wie auch immer gearteten Anpassung der Korrelationskoeffizienten.
- Es gibt **prinzipiell keinen** aus Sicht der Mathematik zu rechtfertigenden Zusammenhang zwischen Diversifikation und Korrelation von Risiken unter dem Risikomaß Value at Risk.
- Die im Gesetz unterstellte funktionale „Monotonie“ eines Risikomaßes ist zumindest aus praktisch-ökonomischer Sicht fragwürdig.
- Die Alternative „Expected Shortfall“, wie sie in der Schweiz für den SST verwendet wird und die in jedem Fall zu Diversifikationseffekten führt, ist bei einem Risikoniveau von 0,05% nicht praktikabel. Es ist auch prinzipiell nicht möglich, durch Absenkung des Risikoniveaus eine Art globale Äquivalenz zum Value at Risk herzustellen.
- Die schon von der IAA früher vorgeschlagene Alternative „Standardabweichungsprinzip“ *SDP* zur Risikomessung erfüllt bis auf die funktionale Monotonie alle Eigenschaften eines kohärenten Risikomaßes, hält aber nicht grundsätzlich ein gegebenes Sicherheitsniveau ein.

**Fazit:** Will man Diversifikationseffekte bei der Bestimmung von Solvenzkapitalien in mathematisch sauberer Form – insbesondere über Korrelationen – berücksichtigen, muss das Risikomaß Value at Risk zwangsläufig zugunsten anderer Risikomaße aufgegeben werden. Die beiden naheliegenden Alternativen Expected Shortfall oder *SDP* halten dabei als potenzielles Manko ein vorgegebenes Risikoniveau nicht zwingend ein. Das *SDP* bietet aber dagegen noch den Vorteil, Diversifikationseffekte auf der Basis von Korrelationen korrekt zu berücksichtigen.

## 2.5 Literatur

BENNEMAN, C. OEHLENBERG, L., STAHL, G. (Hrsg.) (2011): Handbuch Solvency II. Von der Standardformel zum Internen Modell, vom Governance-System zu den MaRisk VA. Schäffer-Poeschel-Verlag, Stuttgart.

COTTIN, C., DÖHLER, S. (2011): Risikoanalyse. Modellierung, Beurteilung und Management von Risiken mit Praxisbeispielen. 2. Aufl., Springer Spektrum, Wiesbaden.

DIRECTIVE 2009/138/EC OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). Official Journal of the European Union (2009), Vol. 52, L 335.

DOFF, R. (2011): Risk Management for Insurers. Risk Control, Economic Capital and Solvency II. 2<sup>nd</sup> Ed., RISK Books, London.

EMBRECHTS, P., PUCETTI, G., RÜSCHENDORF, L. (2013): Model Uncertainty and VaR Aggregation. Journal of Banking & Finance 37, 2750–2764.

FMA (2012): Solvency II Handbuch. Eine Einführung in das neue europäische Versicherungsaufsichtsrecht. LexisNexis, Wien.

GESETZ ZUR MODERNISIERUNG DER FINANZAUF SICHT ÜBER VERSICHERUNGEN vom 1.4.2015, in: Bundesgesetzblatt Jahrgang 2015 Teil I Nr. 14, ausgegeben zu Bonn am 10. April 2015.

GRÜNDL, H., KRAFT, M. (HRSG.) (2015): Solvency II – Eine Einführung. Grundlagen der neuen Versicherungsaufsicht. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe.

MCNEIL, A.J., FREY, R., EMBRECHTS, P. (2005). Quantitative Risk Management - Concepts, Techniques, Tools. Princeton Univ. Press, Princeton.

PFEIFER, D. (2013): Correlation, tail dependence and diversification. In: C. Becker, R. Fried, S. Kuhnt (Hrsg.): Robustness and Complex Data Structures. Festschrift in Honour of Ursula Gather, 301 - 314, Springer, Berlin.

PFEIFER, D. (2014): Stellungnahme zum Regierungsentwurf eines Gesetzes zur Modernisierung der Finanzaufsicht über Versicherungen, Dokument zur öffentlichen Anhörung des „Entwurfs eines Gesetzes zur Modernisierung der Finanzaufsicht über Versicherungen“ im Finanzausschuss des Deutschen Bundestages, Dezember 2014.

## **3 Quantitatives Risikomanagement in der Praxis**

*Stephan Gessner, Stephan Klawunn*

### **3.1 Einführung**

Das Interne Modell steht in der Versicherungsbranche im Kontext von Solvency II mehr und mehr im Fokus. Im Rahmen der versicherungstechnischen Risiken ergeben sich auch Herausforderungen bei der Großschadenmodellierung und der Beurteilung des Prämienrisikos. Die folgende Darstellung soll einen Einblick vermitteln, wie die Risikobeurteilung in der Praxis erfolgen kann. Sie dient als Einstieg in die Problematik.

### **3.2 Großschadenmodellierung**

Bei der Modellierung der Versicherungstechnik in internen Modellen von Sachversicherern kommt es insbesondere auf eine gute Abbildung des Großschadenrisikos an. Großschäden werden in internen Modellen über kollektive Modelle abgebildet (Schadenhöhe und Schadenanzahl sind zufällig und werden getrennt modelliert). Die Parametrisierung eines solchen Großschadenmodells beinhaltet im Wesentlichen die folgenden fünf Schritte:

- Datenbeschaffung
- Abwicklung und Indexierung
- Verteilungsfitting Schadenhöhe
- Verteilungsfitting Schadenanzahl
- Finalisierung und Reporting.

#### **3.2.1 Schritt 1: Datenbeschaffung**

Die Daten, die Verwendung finden sollen, müssen repräsentativ für das aktuelle Portfolio sein. Marktdaten müssten gegebenenfalls angepasst werden, aber auch eigene Schadendaten können ungeeignet sein, weil Geschäftszweige, die einige der Großschäden verursacht haben, jetzt nicht mehr gezeichnet werden. Hierbei darf auch das Exposuremaß nicht außer Acht gelassen werden.

Beispiel: Feldafinger Brandkasse\* - Kraftfahrt Haftpflicht Portfolio



- Datenanalyse / Bereinigung
- Passen die historischen Daten zu meinem aktuellen Portfolio?
  - Welche Risiken werden immer noch gezeichnet aber zu anderen Konditionen?

Nr.	Anfalljahr	Meldejahr	Zahlung	Reserve	Aufwand
1	2013	2013	2,865,848 €	4,059,496 €	6,925,344 €
2	2010	2010	5,344,125 €	- €	5,344,125 €
3	2005	2005	2,258,427 €	2,570,637 €	4,829,064 €
4	2005	2005	745,926 €	3,720,178 €	4,466,103 €
5	1999	1999	3,829,623 €	- €	3,829,623 €
6	1996	1996	€ 3,623,191	- €	€ 3,623,191
7	2003	2003	1,577,456 €	1,641,629 €	3,219,084 €
8	2012	2012	3,200,820 €	- €	3,200,820 €
9	2013	2013	1,104,499 €	1,956,860 €	3,061,359 €
10	2001	2001	2,271,973 €	607,626 €	2,879,599 €
11	2011	2011	1,232,945 €	1,477,110 €	2,710,055 €
12	1999	1999	1,855,439 €	749,286 €	2,604,724 €
13	2006	2006	608,100 €	1,784,236 €	2,392,336 €
14	2012	2012	1,422,206 €	947,641 €	2,369,847 €
15	2006	2006	2,309,642 €	- €	2,309,642 €
16	1997	1997	2,297,747 €	- €	2,297,747 €
17	2003	2003	1,286,028 €	1,000,131 €	2,286,159 €
18	2007	2007	52,952 €	2,183,460 €	2,236,412 €
19	1999	1999	339,857 €	1,894,805 €	2,234,722 €
20	2012	2012	245,657 €	1,975,423 €	2,221,080 €
21	2011	2011	2,208,384 €	- €	2,208,384 €
22	2007	2007	2,163,415 €	- €	2,163,415 €
23	2005	2005	2,048,422 €	- €	2,048,422 €
24	1998	1998	266,719 €	1,651,083 €	1,917,802 €
25	2004	2004	1,826,349 €	84,808 €	1,911,157 €
26	2009	2009	1,619,404 €	241,927 €	1,861,331 €
27	2001	2001	1,525,883 €	305,891 €	1,831,773 €
28	2010	2010	1,797,215 €	- €	1,797,215 €
29	2008	2008	999,459 €	752,399 €	1,751,858 €
30	2011	2011	1,417,298 €	306,348 €	1,723,646 €
31	2003	2003	1,701,897 €	- €	1,701,897 €
32	2008	2008	1,331,679 €	346,793 €	1,678,473 €
33	2003	2003	1,631,787 €	31,646 €	1,663,433 €
34	2006	2006	1,641,959 €	- €	1,641,959 €
35	2014	2014	1,634,307 €	- €	1,634,307 €
36	2001	2001	1,619,060 €	- €	1,619,060 €
37	2012	2012	1,597,110 €	- €	1,597,110 €
38	2000	2000	1,587,561 €	- €	1,587,561 €
39	2002	2002	1,546,825 €	- €	1,546,825 €
40	2008	2008	1,527,004 €	- €	1,527,004 €

\* Beispielunternehmen der DVV Arbeitsgruppe „Interne Modelle der Schaden-/Unfallversicherung“

Abbildung 23: Schritt 1 - Datenabzug

### 3.2.2 Schritt 2: Abwicklung und Indexierung

Die historischen Schadendaten müssen mit einem geeigneten Index auf das zu simulierende Jahr inflationiert werden. Um einen Endschadenstand simulieren zu können, müssen noch offene Schäden mithilfe eines Abwicklungsmusters auf den ultimativen Schadenstand gebracht werden.

Historische Schadenaufwände sind so anzupassen, wie sie sich in der Simulationsperiode realisieren würden.

Abwicklung, um ultimative Aufwände abzubilden:

- Großschadenabwicklung
- Gesamtschadenabwicklung, wenn keine sinnvolle Großschadenabwicklung zu schätzen ist

Inflationierung, um die veränderte Ökonomie zu berücksichtigen:

- CPI
- Für die Sparte spezifischer Index

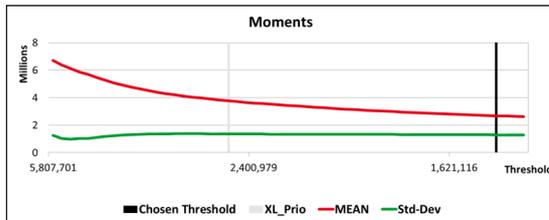
Year	Inflation Factors	Development Factors
1996	76%	135%
1997	77%	135%
1998	78%	97%
1999	79%	96%
2000	80%	95%
2001	81%	107%
2002	82%	107%
2003	83%	107%
2004	85%	107%
2005	86%	104%
2006	87%	103%
2007	89%	145%
2008	92%	146%
2009	92%	103%
2010	93%	103%
2011	95%	104%
2012	97%	106%
2013	98%	108%
2014	99%	106%
2015	100%	110%

Top 10 Claims:					Aufwand		
Nr.	Anfalljahr	Meldejahr	Zahlung	Reserve	IST	inkl. Abwicklung	inkl. Abwicklung inkl. Inflationierung
1	2013	2013	€ 2,865,848	€ 4,059,496	€ 6,925,344	€ 7,449,141	€ 7,571,417
3	2005	2005	€ 2,258,427	€ 2,570,637	€ 4,829,064	€ 5,000,345	€ 5,807,701
2	2010	2010	€ 5,344,125	€ 0	€ 5,344,125	€ 5,344,125	€ 5,741,464
4	2005	2005	€ 745,926	€ 3,720,178	€ 4,466,103	€ 4,624,510	€ 5,371,184
5	1999	1999	€ 3,829,623	€ 0	€ 3,829,623	€ 3,829,623	€ 4,869,062
6	1996	1996	€ 3,623,191	€ 0	€ 3,623,191	€ 3,623,191	€ 4,770,315
7	2003	2003	€ 1,577,456	€ 1,641,629	€ 3,219,084	€ 3,439,755	€ 4,124,444
10	2001	2001	€ 2,271,973	€ 607,626	€ 2,879,599	€ 3,070,535	€ 3,774,406
18	2007	2007	€ 52,952	€ 2,183,460	€ 2,236,412	€ 3,248,870	€ 3,632,077
9	2013	2013	€ 1,104,499	€ 1,956,860	€ 3,061,359	€ 3,292,904	€ 3,346,957

Abbildung 24: Schritt 2 – Indexierung

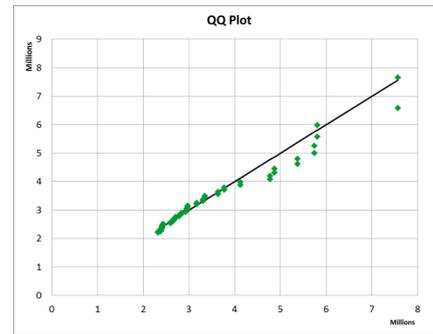
### 3.2.3 Schritt 3: Verteilungsfitting Schadenhöhe

Unter Verwendung von mathematisch-statistischen Methoden (Thresholdanalysen, PP-Plots, QQ-Plots, Mean-Excess-Funktionen und verschiedenen statistischen Testverfahren) werden eine Großschadengrenze (Threshold) und eine möglichst gut zu den Daten passende Schadenhöhenverteilung bestimmt.



- Gegenüberstellung der Verteilungen unterschiedlicher Verteilungsmodelle / Schätzmethoden
- Thresholdanalyse (Stabilitätstest der Momente, Parameter und Quantile gegenüber unterschiedlich hoher Thresholds)

- Q-Q-Plots, P-P-Plots, Mean-Excess-Funktionen
- Statistische Anpassungstests
- Gegenüberstellung der Quantile / Wiederkehrperioden der in Frage kommenden Verteilungen

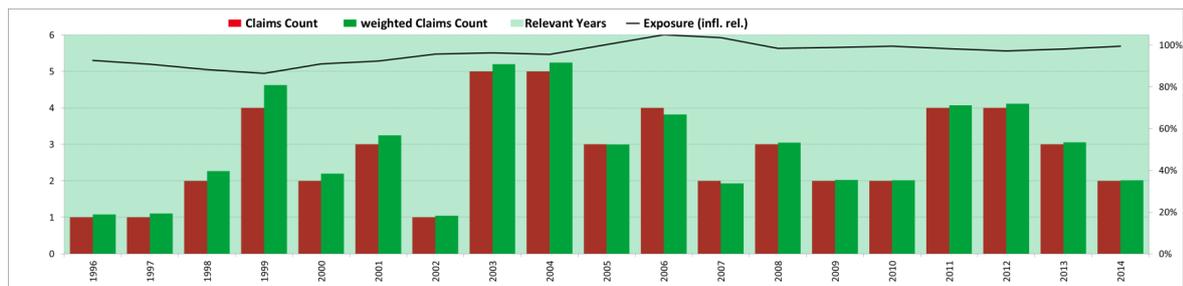


Distribution	Threshold	Parameter		Moments	
		Par 1	Par 2	Mean	SD
GPA (MS)	€ 1,500,000	1,076,200.04	0.08	€ 2,637,388	€ 1,233,738
LogNormal (ML)	€ 1,500,000	13.30	1.38	€ 3,000,871	€ 2,860,096
Weibull (ML)	€ 1,500,000	1,125,604.07	0.91	€ 2,691,103	€ 1,289,442
Beta (MS)	€ 1,500,000	0.75	17.54	€ 2,673,317	€ 1,287,599
Pareto (ML)	€ 1,500,000	2.03	1,500,000.00	€ 2,869,172	€ 2,541,775

Abbildung 25: Schritt 3 - Verteilungsfitting Höhenverteilung

### 3.2.4 Schritt 4: Verteilungsfitting Schadenanzahl

Die Schadenanzahlverteilung wird aus einer mit dem historischen Exposure gewichteten und auf das aktuelle Exposure indexierten Schadenanzahlhistorie parametrisiert, wobei in der Regel Verteilungen der Panjer-Klasse verwendet werden.



Gewichtung historischer Schadenanzahlen mit Exposure (z.B. Prämie, Anzahl Verträge, Jahreseinheiten)



Parametrisiert wird daraus eine Panjerverteilung (Binomial-, Poisson- oder Negativ-Binomialverteilung)

min. Claims Year	1996	Selected Distribution	Binomial			
max. Claims Year	2014					
Distribution	Mean	Parameter SD	dispersion index	Recurrence Period of Claims Count per Year		
Binomial	2.90	1.33	0.61	5 Years	10 Years	20 Years
Poisson	2.90	1.70	1.00	4	5	5
				4	5	6

Abbildung 26: Schritt 4 - Verteilungsfitting Anzahlverteilung

### 3.2.5 Schritt 5: Finalisierung und Reporting

Beim Reporting werden die Modellergebnisse zusammen mit dem Fachbereich plausibilisiert. Dies geschieht üblicherweise mithilfe der Wiederkehrperioden der parametrisierten kollektiven Modelle.

Top 10 Claims:							
Nr.	Anfalljahr	Meldejahr	Zahlung	Reserve	IST	Aufwand inkl. Abwicklung	inkl. Abwicklung inkl. Inflationierung
1	2013	2013	€ 2.865,848	€ 4.059,496	€ 6.925,344	€ 7.449,141	€ 7.571,417
3	2005	2005	€ 2.258,427	€ 2.570,637	€ 4.829,064	€ 5.000,345	€ 5.807,701
2	2010	2010	€ 5.344,125	€ 0	€ 5.344,125	€ 5.344,125	€ 5.741,464
4	2005	2005	€ 745,926	€ 3.720,178	€ 4.466,103	€ 4.624,510	€ 5.371,184
5	1999	1999	€ 3.829,623	€ 0	€ 3.829,623	€ 3.829,623	€ 4.869,062
6	1996	1996	€ 3.623,191	€ 0	€ 3.623,191	€ 3.623,191	€ 4.770,315
7	2003	2003	€ 1.577,456	€ 1.641,629	€ 3.219,084	€ 3.439,755	€ 4.124,444
10	2001	2001	€ 2.271,973	€ 607,626	€ 2.879,599	€ 3.070,535	€ 3.774,406
18	2007	2007	€ 52,952	€ 2.183,460	€ 2.236,412	€ 3.248,870	€ 3.632,077
9	2013	2013	€ 1.104,499	€ 1.956,860	€ 3.061,359	€ 3.292,904	€ 3.346,957

- Abgleich der Ergebnissen mit dem Fachbereich (Modell-Welt vs. Reale Welt)
- Internes / Externes Reporting

Distribution	Recurrence period of the maximal claim per Year					
	10 Years	20 Years	50 Years	100 Years	200 Years	1000 Years
GPA (MS)	€ 5.625,852	€ 6.700,675	€ 8.210,365	€ 9.369,694	€ 10.591,092	€ 13.780,175
LogNormal (ML)	€ 8.697,488	€ 12.614,286	€ 19.397,017	€ 26.347,584	€ 30.000,000	€ 30.000,000
Weibull (ML)	€ 5.686,256	€ 6.698,403	€ 8.020,457	€ 9.078,369	€ 10.125,807	€ 12.318,923
Beta (MS)	€ 5.725,216	€ 6.633,080	€ 7.780,823	€ 8.602,337	€ 9.340,346	€ 10.857,405
Pareto (ML)	€ 7.707,540	€ 10.982,399	€ 17.266,956	€ 24.060,551	€ 30.000,000	€ 30.000,000

Distribution	Recurrence period of the total claims amount					
	10 Years	20 Years	50 Years	100 Years	200 Jahre	1000 Years
GPA (MS)	€ 13.191,088	€ 15.101,360	€ 17.493,263	€ 19.286,310	€ 21.107,150	€ 24.931,744
LogNormal (ML)	€ 15.954,225	€ 20.509,784	€ 27.813,539	€ 33.451,977	€ 37.186,231	€ 44.552,181
Weibull (ML)	€ 13.235,058	€ 15.232,924	€ 17.548,709	€ 19.175,909	€ 20.717,060	€ 24.080,388
Beta (MS)	€ 13.282,265	€ 15.187,926	€ 17.420,711	€ 18.999,061	€ 20.499,282	€ 23.643,965
Pareto (ML)	€ 14.892,657	€ 18.771,293	€ 25.404,525	€ 31.733,812	€ 35.883,551	€ 42.638,746

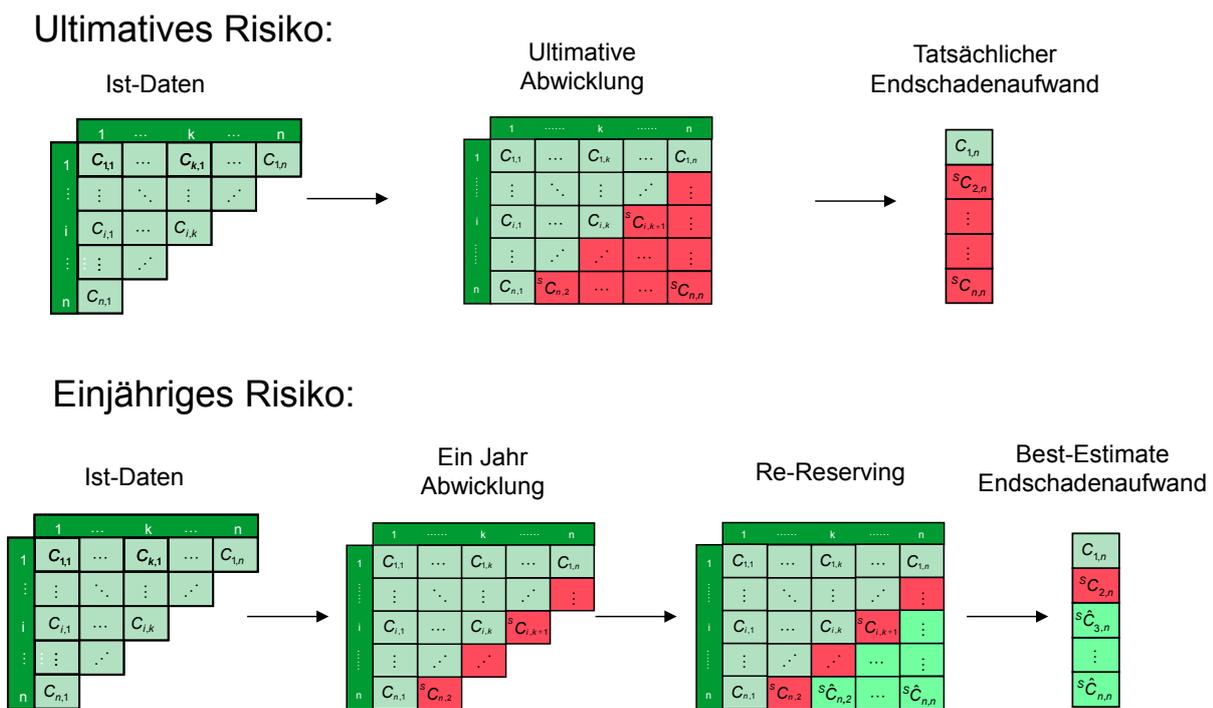
Abbildung 27: Schritt 5 - Finalisierung und Reporting

### 3.3 Einjähriges Prämienrisiko

Das oben beschriebene Vorgehen liefert den ultimativen Großschadenaufwand. Solvency II fordert jedoch einen einjährigen Risikohorizont. Dieser kann durchaus stark von dem ultimativen Risikohorizont abweichen, was sich insbesondere bei Spätschaden belasteten Sparten zeigt. Ein gutes Beispiel hierfür ist die industrielle Haftpflichtversicherung. Die beiden Risikohorizonte lassen sich wie folgt beschreiben:

**Ultimatives Risiko:** Mögliche Abweichung von der Erwartung bei stochastischer Betrachtung der Einflussfaktoren über den gesamten Zeithorizont.

**Einjähriges Risiko:** Mögliche Abweichung von der Erwartung, wenn die Einflussfaktoren für das Simulationsjahr stochastisch sind, und danach eine aktuarielle „best-estimate“-Einschätzung für den restlichen Zeithorizont verwendet wird.



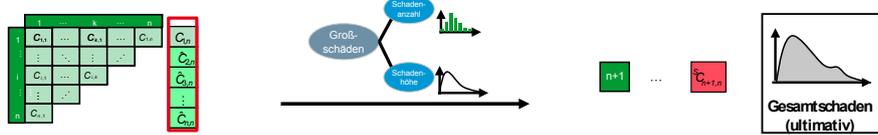
**Abbildung 28: Risikohorizonte (im Reserverisiko)**

Eine wichtige Grundlage für das **einjährige Risiko** ist die Modellierung von Spätschäden (IBNR=Incurred But Not Reported). Hierbei werden allgemeine Reservierungsmethoden für die Anzahlabwicklung angewandt, das heißt ausgehend von der Darstellung der bisher bekannten Schadenanzahlen je Anfalljahr und Buchungsperiode wird auf die endgültige Schadenanzahl je Anfalljahr geschlossen. Darauf aufbauend stellen wir **vier Ansätze** zur Modellierung des einjährigen **Prämienrisikos für Großschäden** dar.

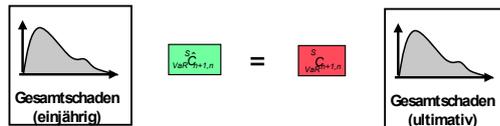
### 3.3.1 Ultimativ-Ansatz

Der ultimative Großschadenaufwand wird simuliert und das einjährige Risiko wird gleich dem ultimativen Risiko gesetzt.

1. Simuliere den ultimativen Großschadenaufwand.



2. Setze das einjährige Risiko gleich dem ultimativen Risiko.



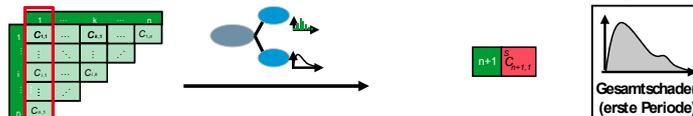
Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Einfachheit des Ansatzes</li> <li>+ Konservative Risikobeurteilung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- In der Regel wird das einjährige Prämienrisiko überschätzt</li> </ul>

Abbildung 29: Einjähriges Prämienrisiko - Ultimativ-Ansatz

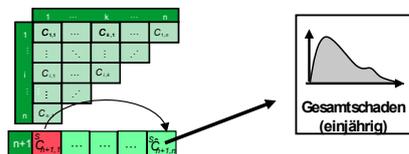
### 3.3.2 Erstperioden-Ansatz

Simulation von Großschäden und deren Aufwand im ersten Jahr, indem nur Informationen aus der ersten Buchungsperiode bei der Parametrisierung verwendet werden. Für den restlichen Zeithorizont werden „best-estimate“-Einschätzungen mittels des entsprechenden Reservedreiecks ergänzt, um das einjährige Risiko zu berechnen.

1. Simuliere direkt Großschäden und deren Aufwand der ersten Periode indem nur Informationen aus der ersten Periode bei der Parametrisierung verwendet werden.



2. Erzeuge die best estimate Einschätzung mittels des entsprechenden Reservedreiecks.



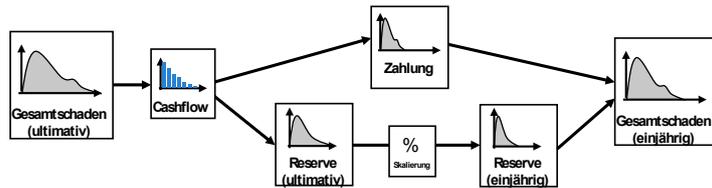
Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Direkte Simulation des einjährigen Aufwandes</li> <li>+ Besonderheiten von Sparten werden deutlich</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Vernachlässigung von Informationen im Großschadenmodell</li> </ul>

Abbildung 30: Einjähriges Prämienrisiko - Erstperioden-Modellierung

### 3.3.3 Reserverisiko-Faktoransatz

Der ultimative Großschadenaufwand wird wie im Ultimativ-Ansatz simuliert. Aus dem Reserverisiko wird der Faktor zwischen einjährigem und ultimativem Reserverisiko bestimmt (im Reserverisiko ist die Unterscheidung der beiden Risikohorizonte einfach). Dieser Faktor wird auf den noch nicht gezahlten Cashflow des ultimativen Großschadenmodells angewandt, um das einjährige Risiko zu bestimmen.

1. Simuliere den ultimativen Großschadenaufwand.
2. Berechne den Faktor aus einjährigem- zu ultimativem Reserverisiko
3. Wende den Faktor auf den noch nicht gezahlten Cashflow an



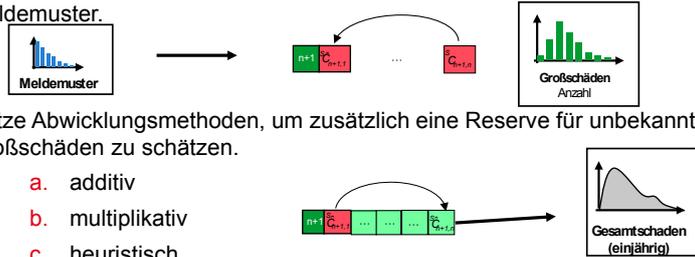
Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Einfachheit des Ansatzes</li> <li>+ Weit verbreitetes Vorgehen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faktor wird in der Brutto-Sicht angewandt, so dass es Probleme bei Anwendung nicht-proportionaler RV gibt</li> </ul>

**Abbildung 31: Einjähriges Prämienrisiko - Reserverisiko-Faktoransatz**

### 3.3.4 „Re-Reserving“-Ansatz

Der ultimative Großschadenaufwand wird wie im Ultimativ-Ansatz simuliert. Über ein Meldemuster aus der Anzahlabwicklung wird auf die Anzahl der im ersten Jahr bereits bekannten Großschäden geschlossen. Anschließend werden die Spätschäden über ein Reservierungsverfahren (additiv, multiplikativ oder heuristisch) bestimmt und mit der mittleren Schadenhöhe angesetzt, so dass insgesamt das einjährige Risiko berechnet werden kann.

1. Simuliere den ultimativen Großschadenaufwand (wie im Ultimativ-Ansatz)
2. Bestimme die in der ersten Periode bekannte Großschadenanzahl über ein Meldemuster.
3. Nutze Abwicklungsmethoden, um zusätzlich eine Reserve für unbekannte Großschäden zu schätzen.
  - a. additiv
  - b. multiplikativ
  - c. heuristisch



Vorteile	Nachteile
Spätschäden werden direkt abgebildet Besonderheiten von Sparten werden deutlich	Notwendigkeit zur Abbildung des „Aktuar in der Box“ zur Großschaden-Abwicklung

Abbildung 32: Einjähriges Prämienrisiko - „Re-Reserving“-Ansatz

### 3.4 Fazit

Grundsätzlich gilt es für Interne Modelle unter Solvency II angemessene Modelle für das betriebene Geschäft eines Unternehmens aufzubauen. Dabei müssen neben der verfügbaren Datengrundlage und der Komplexität der mathematischen Modelle auch die Wesentlichkeit für die Risikomessung des Unternehmens beachtet werden. Denn Ziel ist nicht nur eine adäquate Berechnung des Risikokapitals, sondern auch die Akzeptanz und Vernetzung des Internen Modells im Unternehmen.

Im obigen Beispiel des einjährigen Prämienrisikos empfiehlt sich folgende Abwägung abhängig vom Abwicklungsverhalten des zu modellierenden Geschäftssegments und des verfügbaren Datenvolumens. Der Ultimativ-Ansatz sowie der Reserverisiko-Faktoransatz ist für Sparten geeignet, welche kein großes Spätschadenpotential haben, wobei letzterer Ansatz vorzuziehen ist, sobald auch das Reserverisiko berechnet werden kann. Bei Sparten mit großem Spätschadenpotential bietet sich der Erstperioden- oder der „Re-Reserving“-Ansatz an, wobei im ersten Fall die Anzahl der bisher in der ersten Periode beobachteten Großschäden nicht zu gering sein sollte.

## 4 Asset-Liability-Management und Risikomanagement

Dr. Carsten Hoffmann, Dr. Holger Schalk

### 4.1 Einleitung

Asset-Liability Management<sup>28</sup> (ALM) kann definiert werden als der laufende Prozess für die Formulierung, Implementierung, Überwachung und Anpassung von Kapitalanlagestrategien in Abhängigkeit der Verbindlichkeiten zur Erreichung finanzieller Ziele bei gegebener Risikotoleranz und definierten Nebenbedingungen. Es handelt sich bei ALM somit um einen kontinuierlichen Prozess statt um einen einmaligen (statischen) Vorgang. Das Ziel von ALM ist nicht die Minimierung von Risiken, sondern die Erreichung von finanziellen Zielen unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen.

Auch wenn die ersten Ideen zu ALM bereits in den frühen 50er Jahren entstanden sind, so waren es im historischen Rückblick im Wesentlichen externe Impulse, wie zum Beispiel durch Finanzkrisen induzierte regulatorische oder Vorgaben zur Finanzberichterstattung, die die Entwicklung des ALM vorangetrieben haben (siehe dazu Abbildung 33).

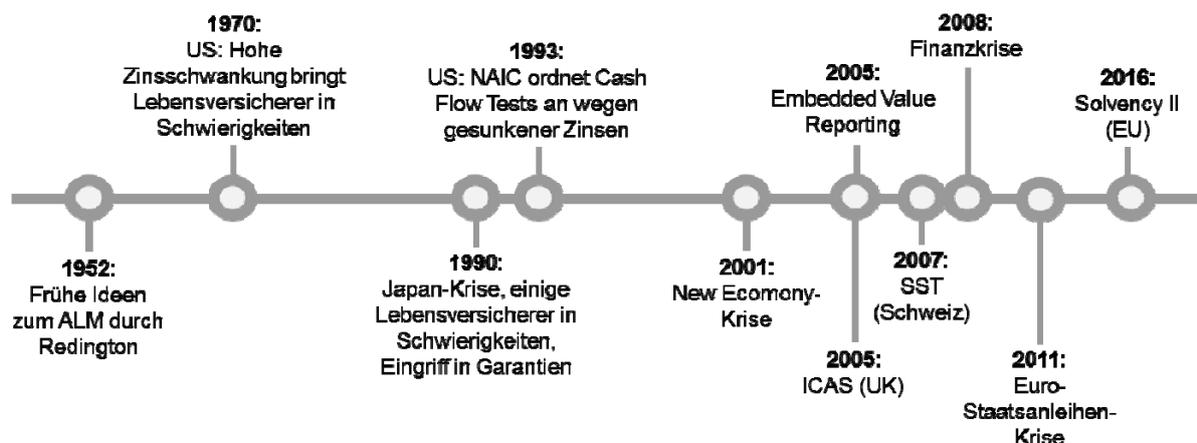
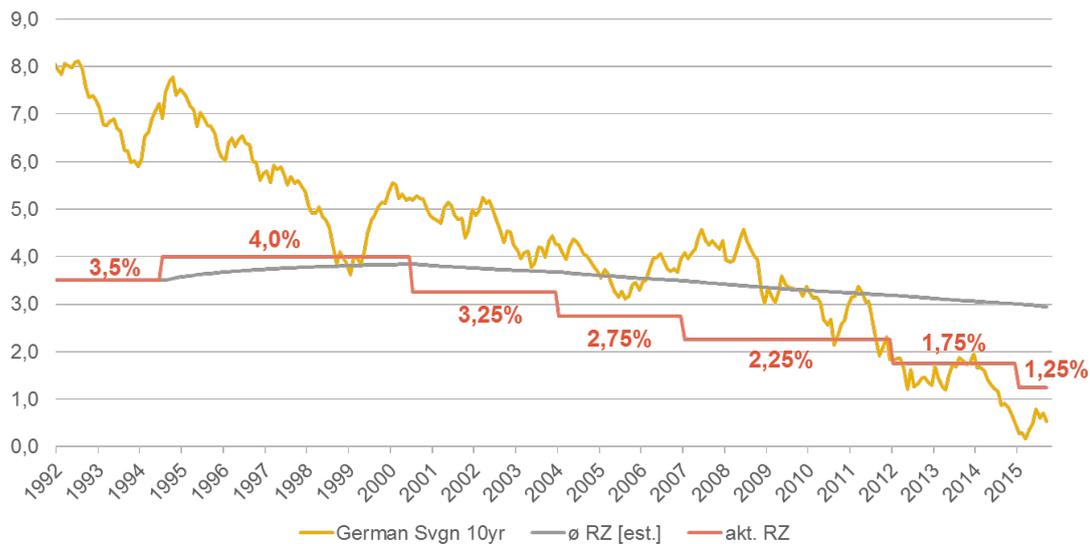


Abbildung 33: Historische Entwicklung des ALM

Asset-Liability-Management hat insbesondere für Lebensversicherer, die langfristige Spar- und Garantieprodukte vertreiben, eine enorm hohe ökonomische Bedeutung. ALM-Risiken haben vor allem in einem Niedrigzinsumfeld oftmals das höchste relative Gewicht im Risikoprofil. Sie wirken zusätzlich aber auch indirekt über den Zeitwert der Optionen und Garantien (TVOG) auch verstärkend auf versicherungstechnische Risiken.

<sup>28</sup> Definition von ALM in Anlehnung an The Sarbanes-Oxley Act Task Force on ALM Principles.



**Abbildung 34: Renditen 10-jähriger deutscher Staatsanleihen<sup>29</sup>**

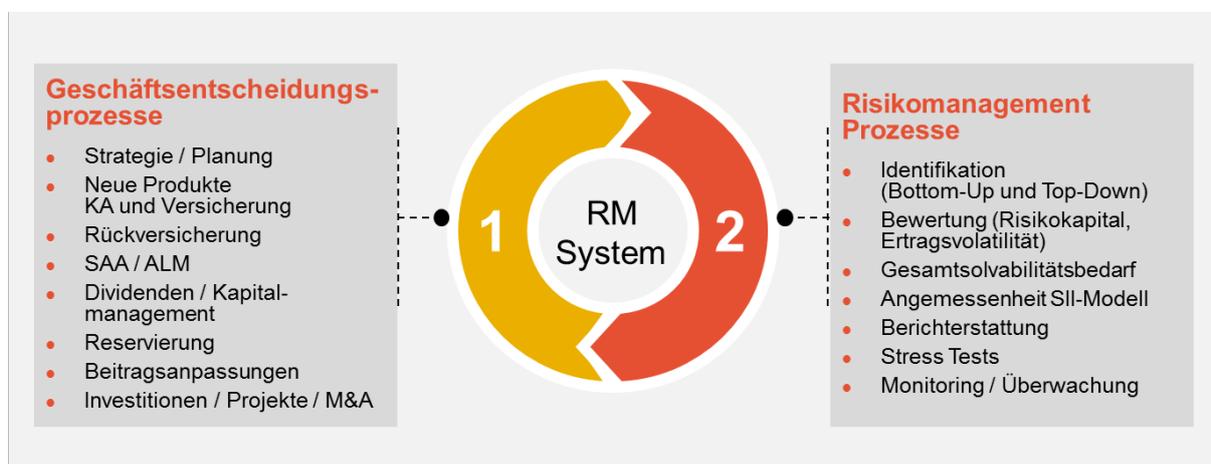
In Abbildung 34 kann man erkennen, dass die Renditen deutscher Staatsanleihen mit 10-jähriger Laufzeit in den letzten Jahren regelmäßig unter dem vorgegebenen Rechnungszins lagen. Ein gutes ALM kann in solchen Szenarien Überlebensgarant sein bzw. umgekehrt formuliert kann ein unausgewogenes ALM sogar Ruinauslöser sein. Trotz dieser hohen Bedeutung von ALM für den Unternehmenserfolg, sind der Einsatz und die Relevanz von ALM-Techniken in der deutschen Versicherungswirtschaft sehr unterschiedlich ausgeprägt. Die folgende Tabelle zeigt einen kleinen Überblick (sortiert nach verschiedenen Dimensionen) über unterschiedliche, in Unternehmen anzutreffende Ausprägungen von ALM.

<b>Anlass</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teil der SAA-Optimierung</li> <li>• Teil des Planungsprozesses</li> <li>• Ausschließlich in Form von ad hoc Analysen</li> </ul>
<b>Durchführung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aufwändige stochastische Kalkulationen</li> <li>• Deterministische Projektionsrechnungen</li> </ul>
<b>Zielsetzung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fokus Zinssteuerung</li> <li>• Berücksichtigung aller Kapitalanlagerisiken</li> <li>• Einbeziehung versicherungstechnischer Risiken</li> </ul>
<b>Aufbauorganisation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ALM im Risikomanagement</li> <li>• ALM in der Kapitalanlagefunktion</li> </ul>
<b>Zeithorizont</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einjahreshorizont</li> <li>• Planungshorizont</li> <li>• langfristigen Betrachtungszeiträume</li> </ul>

<sup>29</sup> Quelle: Bloomberg (German Sovereign 10yr), ø RZ (interne Schätzung).

## 4.2 ALM zwischen Kapitalanlage und Risikomanagement

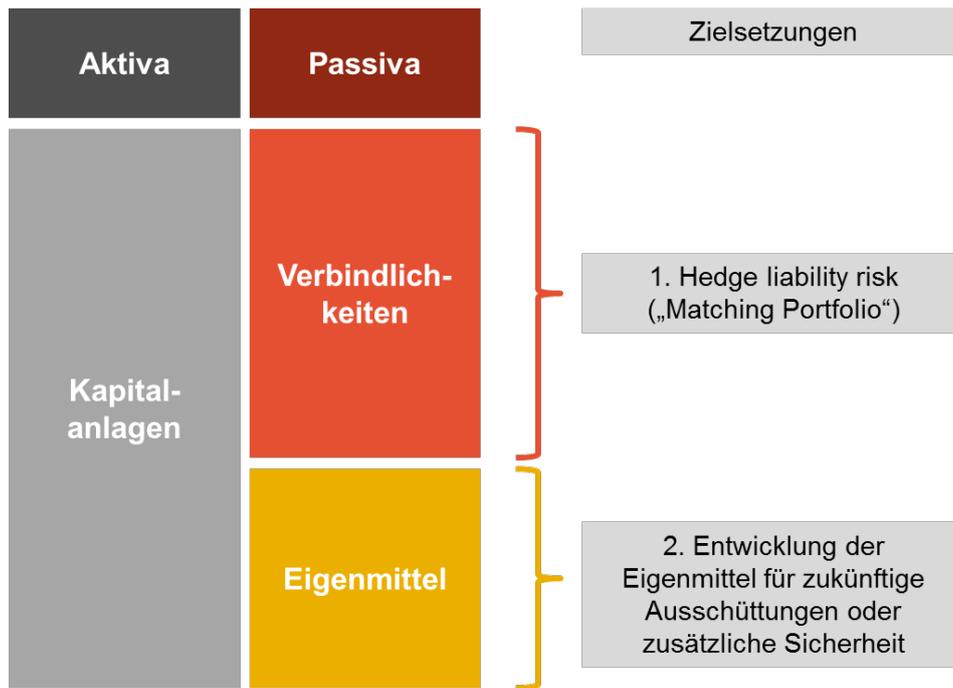
Die regulatorischen Vorgaben aus Solvency II sehen im ALM eines von sechs explizit genannten, wesentlichen Gebieten des Risikomanagementsystems. Im BaFin-Rundschreiben 04/2011 finden sich auf deutscher Ebene zudem recht detaillierte Vorgaben zum ALM. Dort wird auch das ALM explizit zwischen strategische Anlagepolitik und Risikomanagement positioniert. Zudem schreibt die BaFin-Verlautbarung vom 30. Mai 2014 zu Allgemeinen Anforderungen an das Governance-System vor, dass bei wesentlichen Geschäftsentscheidungen – und zu denen gehören zweifelsohne auch ALM-Entscheidungen – eine Stellungnahme der Risikomanagement Funktion zu dokumentieren ist. Die Abbildung 35 illustriert ALM als eine der Geschäftsentscheidungen, die das Risikoprofil der Gesellschaft wesentlich verändern können, sodass denen eine besondere Bedeutung im Risikomanagementsystem zuteilwerden muss.



**ALM einer der wesentlichen Kernprozesse zur Steuerung des Risikoprofils**

**Abbildung 35: Enge Verbindung von ALM und Risikomanagement**

Derzeit gibt es eine Vielzahl von Fragestellungen und Analysen, die aufgrund der unterschiedlichen Interessensgruppen im Rahmen von ALM betrachtet werden sollten. Dazu gehören zum Beispiel die Auswirkung auf die Solvenzquote und das Risiko-Ertrags-Verhältnis, im gewinnberechtigten Geschäft die Verteilung zukünftiger Überschussbeteiligungen, angemessene Puffer für Stressszenarien sowie die Sicherstellung der Erfüllung von Garantien und Liquiditätsanforderungen oder auch die nachhaltige Finanzierbarkeit der Zinszusatzreserve. Im strategischen Kapitalanlageprozess ist Ausgangspunkt der ökonomischen Analyse zum Zwecke der Steuerung des Risikoprofils bzw. der Solvenzquote die ökonomische Bilanz.



**Abbildung 36: Ökonomische Bilanzsicht**

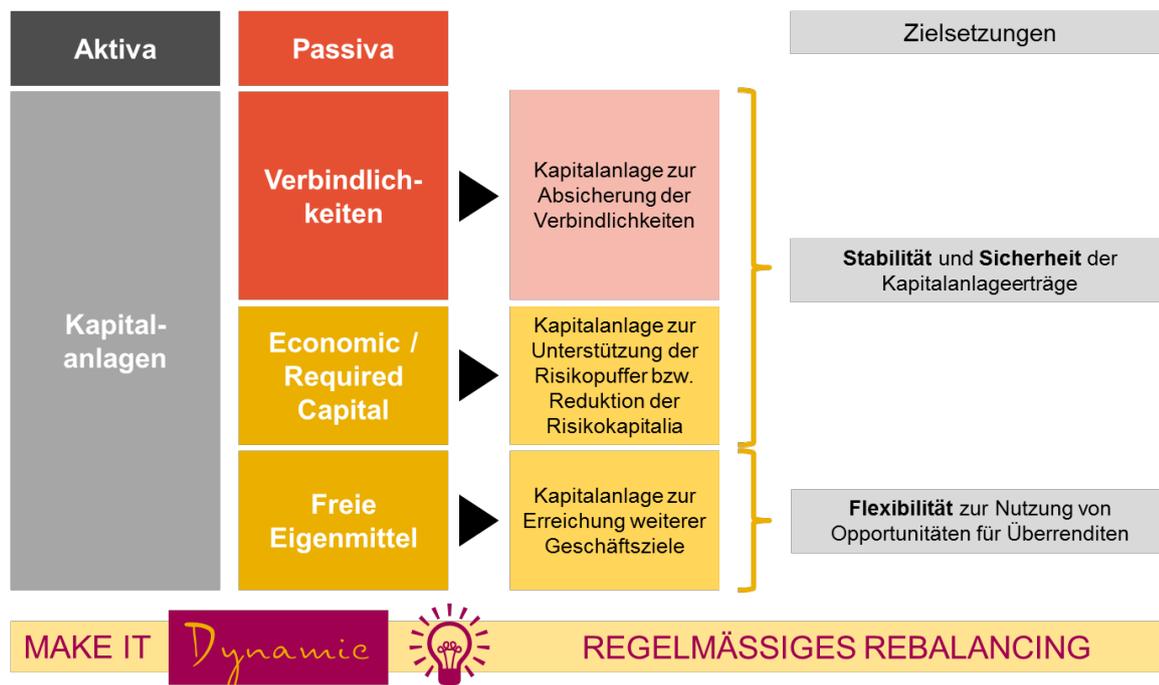
Abbildung 36 illustriert verschiedene Zielsetzungen für die Kapitalanlage in Abhängigkeit der Passivseite. Während das ALM einerseits beabsichtigt, das Unternehmen insbesondere gegen Garantie- und Zinsrisiken der versicherungstechnischen Verbindlichkeiten durch Bildung eines so genannten „Matching Portfolios“ zu immunisieren, können die die Eigenmittel bedeckenden Kapitalanlagen entweder zur Erzielung von Erträgen für zukünftige Ausschüttungen oder zur Bildung zusätzlicher Sicherheiten verwendet werden.

Um den aus Risikosicht möglichen Kapitalanlagerahmen zu definieren, wird zunächst bestimmt, welcher Anteil der Eigenmittel zur Risikoabdeckung benötigt wird bzw. maximal zur Risikoabdeckung verwendet werden darf (z.B. abgeleitet aus der Risikostrategie). Abbildung 37 zeigt illustrativ eine Form der Risikobudgetierung zwischen Kapitalanlagerisiken und versicherungstechnischen sowie operationalen Risiken. Die Budgets für die Kapitalanlage können noch je nach Organisation der Verantwortlichkeiten im Versicherungsunternehmen für die Kapitalanlage nach strategischer (in der Verantwortung des Gesamtvorstands des Versicherungsunternehmens) und taktischer Asset Allocation (in der Verantwortung der Kapitalanlagefunktion des Versicherungsunternehmens) sowie aktivem Management (oft in der Verantwortung einer Kapitalanlagegesellschaft) differenziert werden.



**Abbildung 37: Risikobudgetierung**

In der ökonomischen Bilanz lassen sich somit die Eigenmittel gedanklich noch einmal unterteilen in einen Teil, dessen bedeckende Kapitalanlagen neben dem „Matching Portfolio“ der Stabilität und Sicherheit des Unternehmens dienen und demnach risikoarm angelegt werden, und einen Teil, der flexibel zur Erzielung potentieller Überrenditen genutzt werden kann (siehe Abbildung 38). Die Allokationen sind u.a. aufgrund sich ändernder Kapitalmarktparameter nicht zeitstabil und bedürfen somit einer regelmäßigen Anpassung.



**Abbildung 38: Verbindung zur Ökonomischen Bilanz**

Wie kann so eine dynamische Kapitalanlagestrategie aussehen? Zur Definition der Kapitalanlage stehen im strategischen ALM Kontext verschieden Assetklassen bereit. Neben Fremdkapitalinstrumenten, wie beispielsweise notierten Anleihen oder Darlehen sowie und Eigenkapitalin-

strumenten (z.B. Aktie, Private Equity) finden häufig Alternative Anlagen, unter denen Assetklassen wie Immobilien, Infrastruktur, HedgeFonds zusammengefasst werden, Verwendung.

Im ALM Kontext findet heute zumeist eine Analyse der strategischen Kapitalanlagestrategie im Raum der Assetklassen statt, die je nach Analysefokus dann sukzessiver feiner unterteilt (z.B. Bonds nach Laufzeiten und Rating, CashFlow Segmentierung der Reallokation) werden um Handlungsentscheidungen vorzubereiten. In frühen Tagen von ALM lag dabei der Fokus in der Definition von strategischen Zielquoten für einzelne Assetklassen, die im Gesamtkontext des Versicherungsunternehmens eine in der gewählten Metrik effiziente Anlagestrategie darstellen sollte. In den vergangenen Jahren haben sich die verfolgten Zielmetriken und Nebenbedingungen deutlich ausgeweitet und sind häufig konfliktär zueinander. Die ALM Strategie hat sich daher gewandelt weg von immer feiner werdenden Quotenanalysen der Assetklassen zur Analyse der Konsequenzen von dynamischen Handlungsstrategien. Im einfachen Fall kann dies z.B. ein CashFlow Matching auf bestimmten Durationsbändern ab Erreichen von definierten Triggerpunkten auf der Zinskurve sein. Oder dynamische Umschichtungsstrategien, je nach pfadweisem Marktumfeld und dort vorhandener Risikokapitalausstattung.

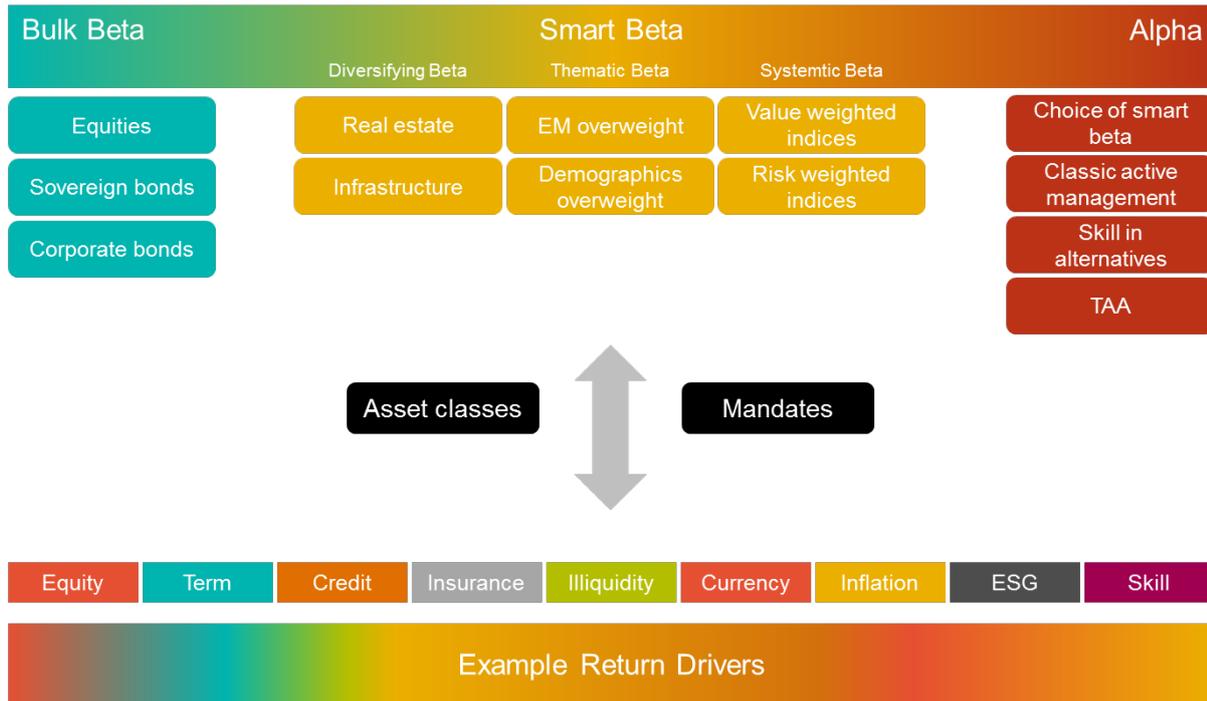
Damit einher geht eine andere Sichtweise in der Portfoliokonstruktion, die sich der Frage nach den Treibern der Risikoprämien in einzelnen Assetklassen stellt und eine verbreiterte Aufstellung der Renditetreiber im Portfolio zum Ziel hat: Die Portfoliostruktur soll „bunter“ in Renditetreibern werden, die Portfolio-Diversität steigt<sup>30</sup>. Solche Treiber sind neben den Klassikern Equity und Credit auch Inflation, Laufzeitdifferenz (=„ALMismatch“<sup>31</sup>), Währung und nicht zuletzt die Fähigkeiten („Skill“) des Investment- und Asset Managers. Ob diese Fähigkeiten inhouse vorhanden oder extern mandatiert werden, ist für die Frage nach der prinzipiellen Aussicht eine über dem Marktniveau bzw. der neutralen ALM-Strategie liegende Leistung abzuliefern, nicht entscheidend. Insbesondere wird damit auch die Fähigkeit in der strategischen Kapitalanlage durch bewusste und risikokontrollierte Abweichung von einer neutralen ALM Strategie die eigene Managementleistung transparent und messbar gemacht. Hinsichtlich der nachfolgenden Implementierungsfrage: „wie soll in der Porfoliokonstruktion Exposure zu den Renditetreibern aufgebaut werden“, muss entschieden werden, ob bei der Umsetzung in Assetklassen jeweils eine passive Strategie („Bulk Beta“), in sog. Smart Beta Strategie, wie z.B. eine intelligente Indexkonstruktion, oder eine auf Alpha-Fähigkeiten ausgerichtete Anlagen in der jeweiligen As-

---

<sup>30</sup> Im Unterschied zu dem auf Assetklassen und quantitativ geprägten Begriff der Diversifikation spricht man hier von einer eher qualitativ ausgerichteten Diversität des Portfolios in Bezug auf die Renditetreiber hinter den Assetklassen.

<sup>31</sup> Mit ALMismatch ist die Differenz der Sensitivitäten von Aktiv- und Passivseite gegenüber Kapitalmarktveränderungen gemeint.

setklasse umgesetzt werden soll. Bei den Smart Beta Strategien, deren Wahl zumeist inhouse getroffen wird, ist dabei zu beachten dass die Auswahl zwischen den Strategien für sich selbst wieder eine Alpha Entscheidung darstellt. Vorteil einer solchen strukturierten und transparenten Vorgehensweise ist neben einem robusterem, da stärker in den dahinter liegenden Renditetreibern diversem Portfolio insbesondere auch die höhere Transparenz einer bewusst zu treffenden Entscheidungen für oder gegen eine bestimmte Investitionsvariante. Ebenso kann damit auch der Wert- und Risikobeitrag einer derartigen Entscheidung gemessen und zugeordnet werden.

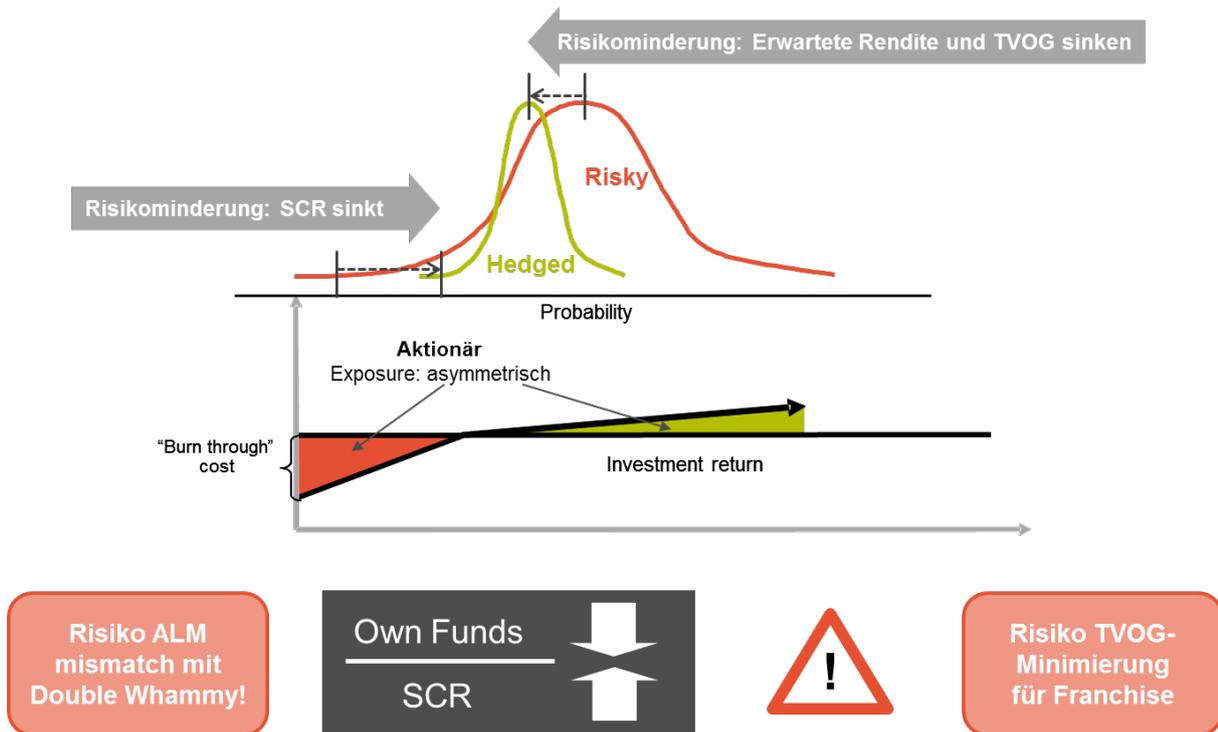


**Abbildung 39: Viele Möglichkeiten zur Portfoliokonstruktion**

### 4.3 Herausforderungen

Die Herausforderungen im ALM sind zahlreich. Für Lebensversicherungsunternehmen sind die in den Versicherungsprodukten eingebetteten Garantien sowie die Mindestzuführungsverordnung jedoch weitere wesentliche Risiko- und Komplexitätstreiber.

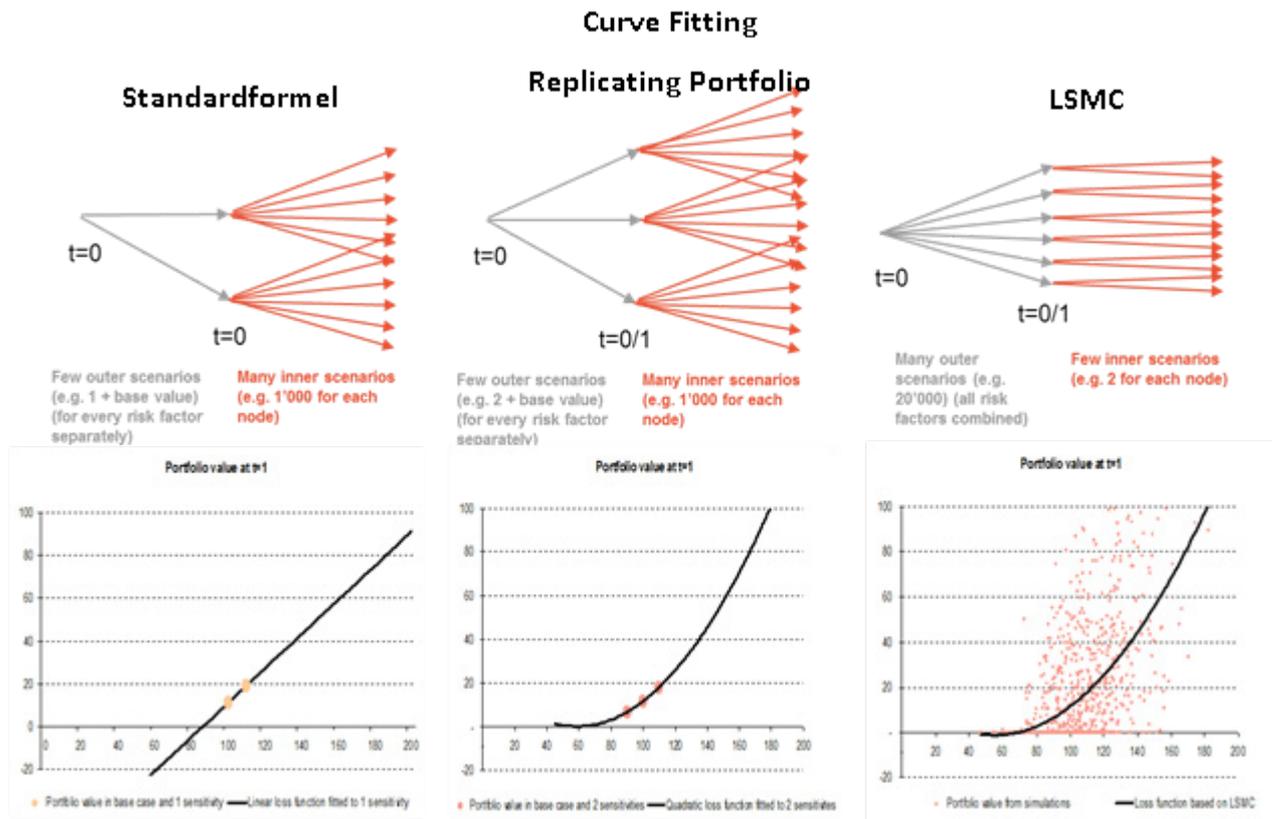
Die Garantien in der klassischen Lebensversicherung führen mit steigendem ALMismatch zu einer doppletten Belastung der Solvenzquote („double whammy“) durch die Reduktion der Eigenmittel aufgrund eines steigenden Zeitwerts der Optionen und Garantien (TVOG) sowie durch den Anstieg der Risikokapitalanforderung (SCR). Die Mindestzuführungsverordnung führt dazu, dass Kapitalanlageerträge und damit auch die entsprechenden Risiken asymmetrisch zwischen Aktionär (bzw. dem Versicherungsunternehmen) und Versicherungsnehmer verteilt werden (siehe Abbildung 40).



**Abbildung 40: Garantie und MindZV in Leben als wesentlicher Treiber des Risikos**

Die Mindestzuführungsverordnung ist darüber hinaus auch dadurch ein Komplexitätstreiber, dass für die ökonomische Bewertung der versicherungstechnischen Verbindlichkeiten stochastische Projektionsmodelle notwendig sind. Diese Berechnung ist zeit- und rechnerintensiv. Bei der Kalkulation der Risikokapitalanforderung müssen die versicherungstechnischen Verbindlichkeiten für verschiedene Stressszenarien erneut durchgeführt werden. In der Standardformel ist das in der Regel aufgrund der überschaubaren Anzahl an Berechnungen noch im stochastischen Bewertungsmodell möglich.

Wird das SCR jedoch – wie bei internen Modellen erforderlich – stochastisch berechnet, kommen in der Regel so genannte Proxymodelle zum Einsatz. Hierbei bestehen zurzeit im Wesentlichen zwei Marktansätze: Replicating Portfolio und so genannte Least Square Monte Carlo Ansätze (siehe Abbildung 41).



**Abbildung 41: Einsatz von Proxy-Modellen zur Vermeidung von „nested stochastics“**

ALM Analysen können sowohl deterministisch als auch stochastisch angelegt sein. Deterministische Analysen sind dabei insbesondere für die Beantwortung von ökonomischen ad hoc Fragestellungen des Managements („was wäre, wenn der Zins morgen...“) als auch im Kontext der Controlling-Planungsrechnungen von hoher Wichtigkeit. Auch von der Kapitalanlagefunktion im Unternehmen sind zumeist alternative ökonomische Marktumfeldprognosen erhältlich, die ev. sogar bereits mit subjektiven Schätzungen für Eintrittswahrscheinlichkeiten hinterlegt sind. Für Strategiezwecke sind die darauf aufbauenden ALM Berechnungen von hoher Entscheidungsrelevanz, da sie aufgrund der Konsistenz mit den an anderer Stelle im Unternehmen (z.B. auch strategische Unternehmensplanung, Unternehmenscontrolling) definierten und bereits genutzten Annahmen hohe Akzeptanz genießen und gleichzeitig die bereits vorhandenen Analysesichtweisen anderer Bereiche auf eine gesamtunternehmerische ALM Ebene heben und so die bestehenden Analysen ergänzen.<sup>32</sup>

<sup>32</sup> Entscheidungsträgern aus der Praxis ist die konsistente ALM Sicht auf z.B. ein ihnen aus der Unternehmensplanung bereits bekanntes „worst case“ Szenario in der Regel wichtiger als eine erneute Definition von stochastischen Annahmen

Eine stochastische Analyse liefert dagegen bei den realistischen ALM Berechnungen eine wesentliche Verfeinerung der Risikosicht und erlaubt die Identifikation bisher nicht erkannter Risikokonstellationen, denen danach durch gezielte Maßnahmen ggf. gegengesteuert werden kann. Die Kenntnis der Verlustverteilung ermöglicht zudem auch die Berechnung von shortfall- aber auch upside-Wahrscheinlichkeiten, die eine weitere Sicht auf mögliche ALM-Fragestellungen eröffnet.

Ökonomischen Szenariengeneratoren („ESG“) finden daher sowohl in Real World ALM Analysen als auch für marktkonsistentes Pricing und Bewertung von Optionen und Garantien Verwendung. Auch wenn in beiden Anwendung stochastisch gerechnet wird, so unterscheiden sich doch die Anforderungen

- Real World: Realistische Sicht auf die mögliche Verteilung ökonomischer Größen, wie z.B. Zins, Inflation oder Aktienentwicklung in der Zukunft
- Risikoneutral: Mit beobachteten Marktpreisen für ähnliche Finanzinstrumente konsistente Bewertung von zukünftigen Cash Flows

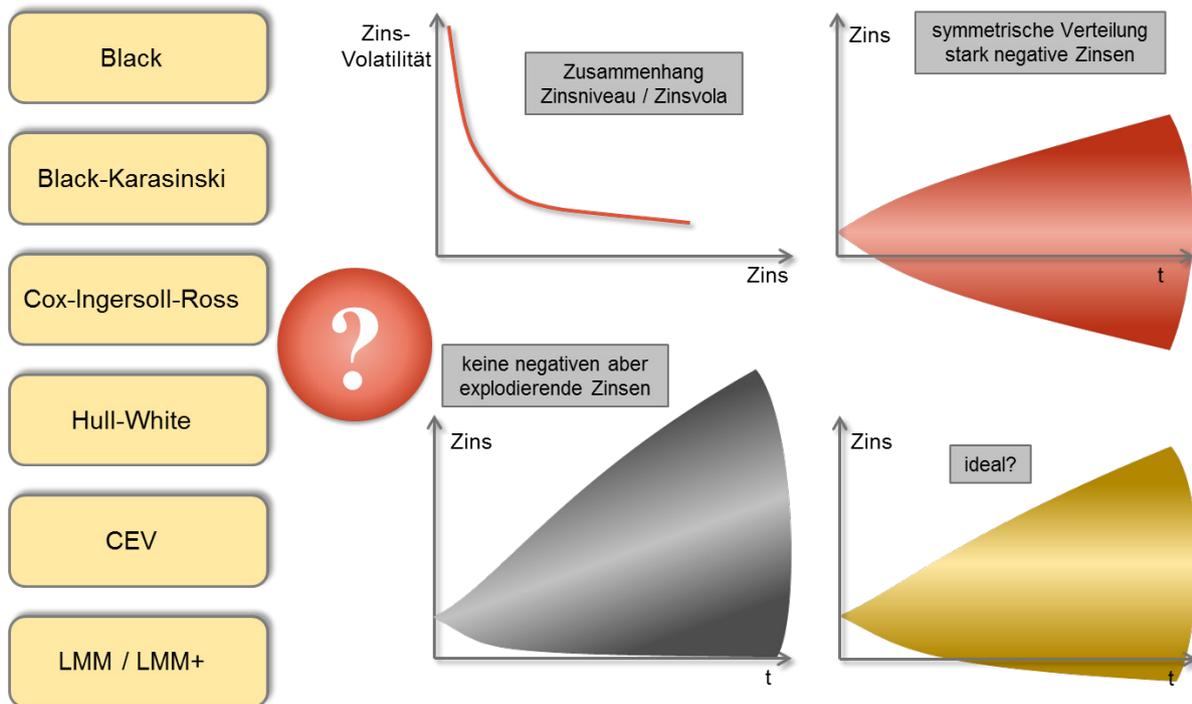
fundamental. Aufgrund der unterschiedlichen Einsatzgebiete weichen die verwendeten Modelle nicht nur in ihren technischen Kalibrierungsparametern voneinander ab. Auch die Modellwahl selbst hat Implikationen auf die Ergebnisse und kann daher dem Einsatzzweck entsprechend durchaus unterschiedlich sein.

Ein Problem ergibt sich in der marktkonsistenten Bewertungswelt für Solvency II aus der Abweichung der Bewertungskurve (inkl. UFR) von der echten Marktkurve, wie sie zur Kalibrierung der Modellparameter dient. Dies führt nicht nur zu Schwierigkeiten bei der Auswahl, welche Preise von am Markt gehandelten Finanzderivaten – und damit darauf aufbauend für die zu bewertenden Versicherungsprodukte – als marktkonsistent angesehen werden können und wie die Kalibrierungsziele zu setzen sind. Sondern dies führt auch dazu, dass ein – ökonomisch risikominderndes – Hedging der langlaufenden, optionalen Produktkomponenten im Versicherungsportfolio unter Solvency II genau den gegenteiligen Effekt haben kann und formal unter Solvency II anstatt risikomindernd zu wirken, im Gegenteil kapitalanforderungserhöhend wirkt. Oder umgekehrt: ein Solvency II-effizientes Hedging lässt jedoch aus ökonomischer Sicht eine offene Risikoposition, die formal gesehen jedoch nicht mit Kapital zu unterlegen ist.



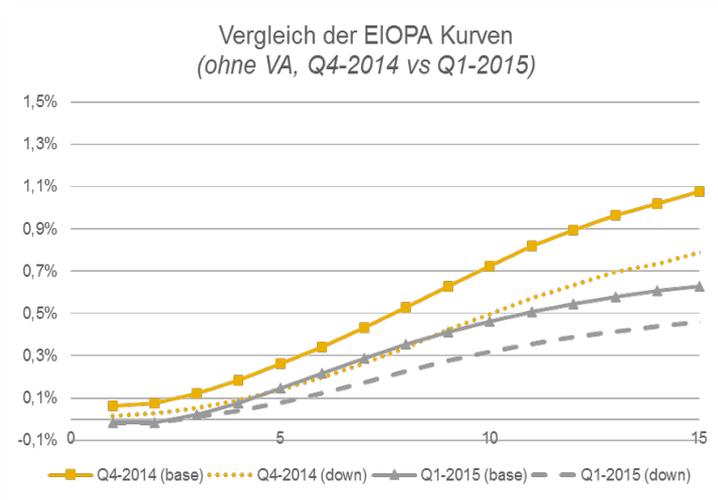
**Abbildung 42: Hohe Anforderungen an den ökonomischen Szenario-Generator (ESG)**

Taucht man tiefer in die Eigenschaften der zur Auswahl stehenden Bewertungsmodelle für Zinsoptionen ein, ergeben sich verschiedene Modellcharakteristika. Beispielsweise hinsichtlich der Verteilung der durch das Modell projizierten Zinsverteilungen. Auch wenn aus Sicht der für die Kalibrierung verwendeten Marktinstrumente (i.d.R. Swaptions) die aus den unterschiedlichen Modellen resultierenden Preise nicht stark abweichen oder sogar identisch sind, haben die unterschiedlichen Eigenschaften der Modelle signifikanten Einfluss auf den Wert der Optionen und Garantien von Cash Flows, die nicht mit den Kalibrierungsinstrumenten identisch sind, z.B. dem Wert des zu bewertenden Versicherungsportfolios. Unterschiedliche Modellwahl kann so durchaus zu deutlich unterschiedlichen Werten und damit resultierend zu unterschiedlichen Kapitalanforderungen führen. Daher ist auch in einem risikoneutralen, marktkonsistenten Bewertungsmodell der Fokus auf eine mit den Managementregeln konforme Verteilung der ökonomischen Größen aus dem Szenariengenerator von hoher Bedeutung für die Praxis und sollte bei der Entscheidung für oder gegen ein spezifisches Zinsmodell stets beachtet werden.



**Abbildung 43: Aktuelles Zinsniveau als wesentliche Herausforderung für das Zinsmodell**

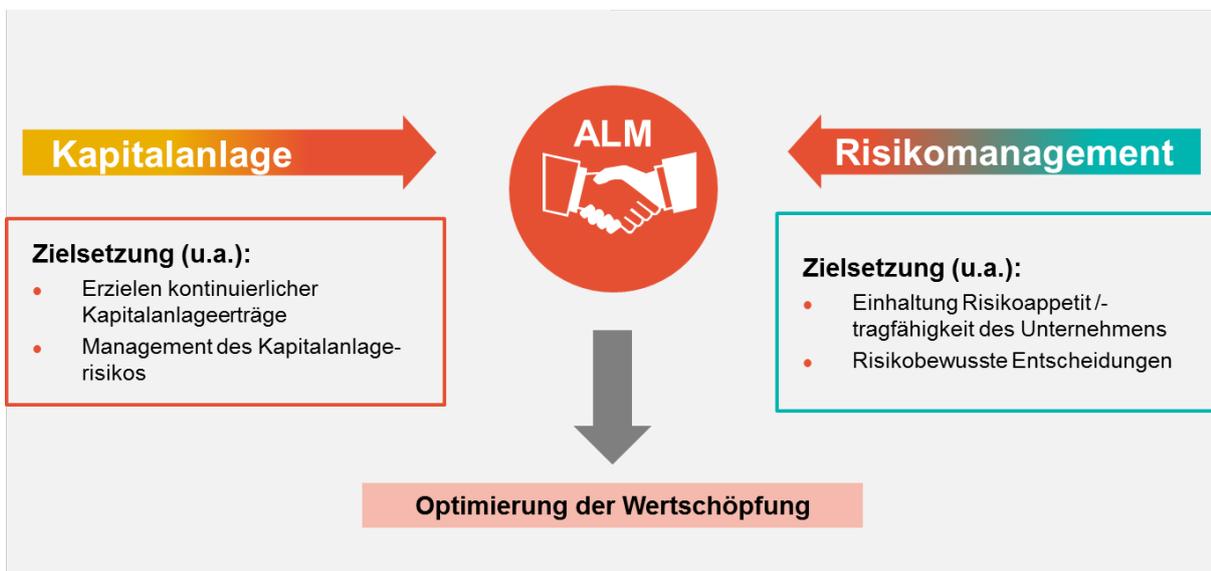
Im Solvency II-Standardmodell (Stand Dezember 2015) wird der Zinsschock relativ zur Basis-  
 kurve definiert, und lediglich im Zins-Up-Szenario mit einer absoluten Mindestveränderung  
 (mind. +100 bps) versehen. Im Zins-Down-Szenario wird die Zinskurve nach Schock bei null  
 „gefloored“, d.h. ein positiver Zins für eine bestimmte Laufzeit in der Basiskurve kann im  
 Schockszenario nicht negativ werden. Ist die Basiskurve bereits negativ, so wird im Zins-Down-  
 Szenario keine weitere negative Veränderung unterstellt, d.h. für diese Laufzeiten ist die ge-  
 schockte Kurve gleich der Basiskurve. Abbildung 44 zeigt, dass als Resultat dieser Methodik die  
 Zinsbewegung zwischen Q4/2014 und Q1/2015 bereits extremer ausfiel als das Zins-Down-  
 Szenario per Q4/2014. Vor diesem Hintergrund wäre zu empfehlen, die Frage, inwiefern im  
 Standardmodell das Zinsrisiko angemessen erfasst wird, im Rahmen des ORSA (own risk and  
 solvency assessment) entsprechend aufzugreifen und zu beantworten.



**Abbildung 44: Herausforderung Zinsschock-Kalibrierung**

#### 4.4 Fazit

Mit Hilfe des Asset-Liability-Managements kann die strategische Kapitalanlage aus Risiko- und Ertragsicht gezielt gesteuert werden. ALM ist die Basis für einen strukturierten Prozess zur Festlegung der strategischen Kapitalanlage, die vermehrt dynamisch, das heißt in Form von Handlungsstrategien erfolgt als anhand fester Zielquoten für einzelne Assetklassen. Durch die Verzahnung von Kapitalanlage und Risikomanagement im ALM kann eine signifikante Steigerung der Wertschöpfung erreicht werden.



**Abbildung 45: ALM als Werttreiber zwischen Kapitalanlage und Risikomanagement**

## Impressum

Diese Veröffentlichung erscheint im Rahmen der Online-Publikationsreihe „Forschung am **ivwKöln**“.  
Eine vollständige Übersicht aller bisher erschienenen Publikationen findet sich am Ende dieser  
Publikation und kann [hier](#) abgerufen werden.

**Forschung am ivwKöln, 8/2016**  
**ISSN (online) 2192-8479**

**Torsten Rohlfs: Quantitatives Risikomanagement. Proceedings zum 9. FaRis & DAV  
Symposium am 4. Dezember 2015 in Köln.**

**Köln, Mai 2016**

### **Schriftleitung / editor's office:**

**Prof. Dr. Jürgen Strobel**

Institut für Versicherungswesen /  
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /  
Faculty of Business, Economics and Law

Technische Hochschule Köln /  
University of Applied Sciences

Gustav Heinemann-Ufer 54  
50968 Köln

Tel. +49 221 8275-3270

Fax +49 221 8275-3277

Mail [juergen.strobel@th-koeln.de](mailto:juergen.strobel@th-koeln.de)

Web [www.th-koeln.de](http://www.th-koeln.de)

### **Herausgeber der Schriftenreihe / Series Editorship:**

Prof. Dr. Lutz Reimers-Rawcliffe

Prof. Dr. Peter Schimikowski

Prof. Dr. Jürgen Strobel

### **Kontakt Autor / Contact author:**

#### **Prof. Dr. Torsten Rohlfs**

Institut für Versicherungswesen /  
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /  
Faculty of Business, Economics and Law

Technische Hochschule Köln /  
University of Applied Sciences

Gustav Heinemann-Ufer 54  
50968 Köln

Tel. +49 221 8275-3803

Fax +49 221 8275-3277

Mail [torsten.rohlfs@th-koeln.de](mailto:torsten.rohlfs@th-koeln.de)

Web [www.ivw-koeln.de](http://www.ivw-koeln.de)

## Publikationsreihe „Forschung am ivwKöln“

Kostenlos abrufbar unter [www.ivw-koeln.de](http://www.ivw-koeln.de). Mehrheitlich sind diese Online-Publikationen auch über den Schriftenserver [Cologne Open Science](#) verfügbar.

### 2016

- 7/2016 Eremuk, Heep-Altiner: Internes Modell am Beispiel des durchgängigen Datenmodells der „IVW Privat AG“
- 6/2016 Heep-Altiner, Rohlf, Dağoğlu, Pulido, Venter: Berichtspflichten und Prozessanforderungen nach Solvency II
- 5/2016 Goecke: Collective Defined Contribution Plans - Backtesting based on German capital market data 1955 - 2015
- 4/2016 Knobloch: Bewertete inhomogene Markov-Ketten - Spezielle unterjährliche und zeitstetige Modelle
- 3/2016 Völler (Hrsg.): Sozialisiert durch Google, Apple, Amazon, Facebook und Co. – Kundenerwartungen und –erfahrungen in der Assekuranz. Proceedings zum 20. Kölner Versicherungssymposium am 5. November 2015 in Köln
- 2/2016 Materne (Hrsg.): Jahresbericht 2015 des Forschungsschwerpunkts Rückversicherung
- 1/2016 Institut für Versicherungswesen: Forschungsbericht für das Jahr 2015

### 2015

- 11/2015 Goecke (Hrsg.): Kapitalanlagerisiken: Economic Scenario Generator und Liquiditätsmanagement. Proceedings zum 8. FaRis & DAV Symposium am 12. Juni 2015 in Köln
- 10/2015 Heep-Altiner, Rohlf: Standardformel und weitere Anwendungen am Beispiel des durchgängigen Datenmodells der „IVW Privat AG“ – Teil 2
- 9/2015 Goecke: Asset Liability Management in einem selbstfinanzierenden Pensionsfonds
- 8/2015 Strobel (Hrsg.): Management des Langlebkeitsrisikos. Proceedings zum 7. FaRis & DAV Symposium am 5.12.2014 in Köln
- 7/2015 Völler, Wunder: Enterprise 2.0: Konzeption eines Wikis im Sinne des prozessorientierten Wissensmanagements
- 6/2015 Heep-Altiner, Rohlf: Standardformel und weitere Anwendungen am Beispiel des durchgängigen Datenmodells der „IVW Privat AG“
- 5/2015 Knobloch: Momente und charakteristische Funktion des Barwerts einer bewerteten inhomogenen Markov-Kette. Anwendung bei risikobehafteten Zahlungsströmen
- 4/2015 Heep-Altiner, Rohlf, Beier: Erneuerbare Energien und ALM eines Versicherungsunternehmens
- 3/2015 Dolgov: Calibration of Heston's stochastic volatility model to an empirical density using a genetic algorithm
- 2/2015 Heep-Altiner, Berg: Mikroökonomisches Produktionsmodell für Versicherungen
- 1/2015 Institut für Versicherungswesen: Forschungsbericht für das Jahr 2014

## **2014**

- 10/2014 Müller-Peters, Völler (beide Hrsg.): Innovation in der Versicherungswirtschaft
- 9/2014 Knobloch: Zahlungsströme mit zinsunabhängigem Barwert
- 8/2014 Heep-Altiner, Münchow, Scuzzarello: Ausgleichsrechnungen mit Gauß Markow Modellen am Beispiel eines fiktiven Stornobestandes
- 7/2014 Grundhöfer, Röttger, Scherer: Wozu noch Papier? Einstellungen von Studierenden zu E-Books
- 6/2014 Heep-Altiner, Berg (beide Hrsg.): Katastrophenmodellierung - Naturkatastrophen, Man Made Risiken, Epidemien und mehr. Proceedings zum 6. FaRis & DAV Symposium am 13.06.2014 in Köln
- 5/2014 Goecke (Hrsg.): Modell und Wirklichkeit. Proceedings zum 5. FaRis & DAV Symposium am 6. Dezember 2013 in Köln
- 4/2014 Heep-Altiner, Hoos, Krahforst: Fair Value Bewertung von zedierten Reserven
- 3/2014 Heep-Altiner, Hoos: Vereinfachter Nat Cat Modellierungsansatz zur Rückversicherungsoptimierung
- 2/2014 Zimmermann: Frauen im Versicherungsvertrieb. Was sagen die Privatkunden dazu?
- 1/2014 Institut für Versicherungswesen: Forschungsbericht für das Jahr 2013

## **2013**

- 11/2013 Heep-Altiner: Verlustabsorbierung durch latente Steuern nach Solvency II in der Schadenversicherung, Nr. 11/2013
- 10/2013 Müller-Peters: Kundenverhalten im Umbruch? Neue Informations- und Abschlusswege in der Kfz-Versicherung, Nr. 10/2013
- 9/2013 Knobloch: Risikomanagement in der betrieblichen Altersversorgung. Proceedings zum 4. FaRis & DAV-Symposium am 14. Juni 2013
- 8/2013 Strobel (Hrsg.): Rechnungsgrundlagen und Prämien in der Personen- und Schadenversicherung - Aktuelle Ansätze, Möglichkeiten und Grenzen. Proceedings zum 3. FaRis & DAV Symposium am 7. Dezember 2012
- 7/2013 Goecke: Sparprozesse mit kollektivem Risikoausgleich - Backtesting
- 6/2013 Knobloch: Konstruktion einer unterjährlichen Markov-Kette aus einer jährlichen Markov-Kette
- 5/2013 Heep-Altiner et al. (Hrsg.): Value-Based-Management in Non-Life Insurance
- 4/2013 Heep-Altiner: Vereinfachtes Formelwerk für den MCEV ohne Renewals in der Schadenversicherung
- 3/2013 Müller-Peters: Der vernetzte Autofahrer – Akzeptanz und Akzeptanzgrenzen von eCall, Werkstattvernetzung und Mehrwertdiensten im Automobilbereich
- 2/2013 Maier, Schimikowski (beide Hrsg.): Proceedings zum 6. Diskussionsforum Versicherungsrecht am 25. September 2012 an der FH Köln
- 1/2013 Institut für Versicherungswesen (Hrsg.): Forschungsbericht für das Jahr 2012

## **2012**

- 11/2012 Goecke (Hrsg.): Alternative Zinsgarantien in der Lebensversicherung. Proceedings zum 2. FaRis & DAV-Symposiums am 1. Juni 2012
- 10/2012 Klatt, Schiegl: Quantitative Risikoanalyse und -bewertung technischer Systeme am Beispiel eines medizinischen Gerätes
- 9/2012 Müller-Peters: Vergleichsportale und Verbraucherwünsche
- 8/2012 Füllgraf, Völler: Social Media Reifegradmodell für die deutsche Versicherungswirtschaft
- 7/2012 Völler: Die Social Media Matrix - Orientierung für die Versicherungsbranche
- 6/2012 Knobloch: Bewertung von risikobehafteten Zahlungsströmen mithilfe von Markov-Ketten bei unterjährlicher Zahlweise
- 5/2012 Goecke: Sparprozesse mit kollektivem Risikoausgleich - Simulationsrechnungen
- 4/2012 Günther (Hrsg.): Privat versus Staat - Schussfahrt zur Zwangsversicherung? Tagungsband zum 16. Kölner Versicherungssymposium am 16. Oktober 2011
- 3/2012 Heep-Altiner/Krause: Der Embedded Value im Vergleich zum ökonomischen Kapital in der Schadenversicherung
- 2/2012 Heep-Altiner (Hrsg.): Der MCEV in der Lebens- und Schadenversicherung - geeignet für die Unternehmenssteuerung oder nicht? Proceedings zum 1. FaRis & DAV-Symposium am 02.12.2011 in Köln
- 1/2012 Institut für Versicherungswesen (Hrsg.): Forschungsbericht für das Jahr 2011

## **2011**

- 5/2011 Reimers-Rawcliffe: Eine Darstellung von Rückversicherungsprogrammen mit Anwendung auf den Kompressionseffekt
- 4/2011 Knobloch: Ein Konzept zur Berechnung von einfachen Barwerten in der betrieblichen Altersversorgung mithilfe einer Markov-Kette
- 3/2011 Knobloch: Bewertung von risikobehafteten Zahlungsströmen mithilfe von Markov-Ketten
- 2/2011 Heep-Altiner: Performanceoptimierung des (Brutto) Neugeschäfts in der Schadenversicherung
- 1/2011 Goecke: Sparprozesse mit kollektivem Risikoausgleich