

BBSR-  
Online-Publikation  
24/2021

# Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Mauerwerkswände im Bestand

Autoren

Dominik Müller  
Dr.-Ing. Tilo Proske  
Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

# Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Mauerwerkswände im Bestand

Gefördert durch:



Bundesministerium  
des Innern, für Bau  
und Heimat

aufgrund eines Beschlusses  
des Deutschen Bundestages

**ZUKUNFT BAU**  
FORSCHUNGSFÖRDERUNG

Dieses Projekt wurde gefördert vom Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung im Auftrag des Bundesministeriums des Innern, für Bau und Heimat aus Mitteln des Innovationsprogramms Zukunft Bau.

Aktenzeichen: 10.08.18.7-18.39

Projektlaufzeit: 01.2019–04.2021

## Impressum

### Herausgeber

Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung (BBSR)  
im Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung (BBR)  
Deichmanns Aue 31–37  
53179 Bonn

### Fachbetreuer

Brüggemann Kisseler Ingenieure  
Dr.-Ing. Michael Brüggemann  
zb@bbr.bund.de

### Autoren

Technische Universität Darmstadt  
Institut für Massivbau  
Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner (Projektleitung)  
graubner@massivbau.tu-darmstadt.de

Dr.-Ing. Tilo Proske (Projektleitung)  
proske@massivbau.tu-darmstadt.de

Dominik Müller (Projektbearbeitung)  
mueller@massivbau.tu-darmstadt.de

### Stand

April 2021

### Bildnachweis

Titelbild und alle weiteren Bilder: Institut für Massivbau

### Vervielfältigung

Alle Rechte vorbehalten

Der Herausgeber übernimmt keine Gewähr für die Richtigkeit, die Genauigkeit und Vollständigkeit der Angaben sowie für die Beachtung privater Rechte Dritter. Die geäußerten Ansichten und Meinungen müssen nicht mit denen des Herausgebers übereinstimmen.

### Zitierweise

Müller, Dominik; Proske, Tilo; Graubner, Carl-Alexander: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Mauerwerkswände im Bestand.  
BBSR-Online-Publikation 24/2021, Bonn, Oktober 2021.

## Abschlussbericht F01-19-2021

Institut für  
Massivbau



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

### Kurzfassung

Das für die Bemessung von Neubauten aus Mauerwerk definierte Sicherheitskonzept berücksichtigt die Besonderheiten bei der Nachrechnung von Bestandsmauerwerk, wie die Möglichkeit der Materialprüfung, hohe Streuungen der Materialeigenschaften sowie ein reduziertes Ziel-Zuverlässigkeitsniveau, nicht in angemessener Weise. Ziel des Forschungsvorhabens war daher die Entwicklung einer Methode, mit welcher der widerstandsseitige Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  für Bestandsmauerwerk in Abhängigkeit des Ziel-Zuverlässigkeitsniveaus sowie der Anzahl und Ergebnisse durchgeführter Materialprüfungen bestimmt werden kann. Bei der Entwicklung der Methode wurden sowohl die räumliche Streuung der Materialeigenschaften, d. h. die Streuung der Materialeigenschaften innerhalb einer Mauerwerkswand, als auch die aus geringen Stichprobenumfängen bei der Materialprüfung resultierende statistische Unsicherheit berücksichtigt. Der Schwerpunkt lag auf Vollziegelmauerwerk unter überwiegender Druckbeanspruchung. Die entwickelte Methode ist praxisgerecht hinsichtlich ihrer Anwendung und zugleich wissenschaftlich abgesichert. In Abhängigkeit des erforderlichen Ziel-Zuverlässigkeitsniveaus, der Anzahl durchgeführter Festigkeitsprüfungen sowie der am Bauwerk vorgefundenen Materialstreuung kann sich bei Anwendung der entwickelten Methode sowohl ein niedrigerer als auch ein höherer Teilsicherheitsbeiwert als der in DIN EN 1996-1-1/NA definierte Wert von  $\gamma_M = 1,5$  ergeben.

### Abstract

The safety concept defined for the design of new masonry structures does not adequately consider the particularities in the assessment of existing masonry structures, such as the possibility of material testing, high variability of material properties, and a reduced target reliability level. Hence, the objective of the research project was the development of a method for determining the partial factor  $\gamma_M$  for the resistance of existing masonry depending on a specified target reliability level as well as the number and results of conducted material tests. In the development of the method, both the spatial variability of the material properties, i.e. the variability of the material properties within a masonry wall, and the statistical uncertainty resulting from small sample sizes in material testing were taken into account. The focus was on solid clay brick masonry predominantly subjected to compression loading. The developed method is suited for engineering practice and, at the same time, scientifically validated. Depending on the specified target reliability level, the number of performed tests, and the material variability observed for the specific structure, the application of the proposed method can result in a partial factor that is higher or lower than the partial factor  $\gamma_M = 1.5$  defined in DIN EN 1996-1-1/NA.

## Inhaltsverzeichnis

<b>Verzeichnis verwendeter Formelzeichen .....</b>	<b>8</b>
<b>1 Einführung.....</b>	<b>13</b>
1.1 Motivation.....	13
1.2 Ziel des Forschungsprojektes.....	16
1.3 Aufbau des Forschungsberichts .....	16
1.4 Weitere Veröffentlichungen der Forschungsergebnisse .....	18
<b>2 Allgemeine Grundlagen .....</b>	<b>20</b>
2.1 Besonderheiten der Mauerwerksbauweise.....	20
2.1.1 Allgemeines .....	20
2.1.2 Prüfverfahren zur Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit.....	20
2.1.3 Rechnerischer Zusammenhang zwischen der Mauerwerksdruckfestigkeit und den Komponentenfestigkeiten .....	22
2.2 Ziel-Zuverlässigkeitsniveau für die Nachrechnung von Bestandstragwerken .....	24
<b>3 Experimentelle Untersuchungen an Ziegelmauerwerk .....</b>	<b>28</b>
3.1 Einführung .....	28
3.2 Prüfung der Komponenten.....	28
3.2.1 Mauerziegel.....	28
3.2.2 Mörtel.....	30
3.3 Prüfung von Mauerwerkskörpern .....	34
3.4 Prüfung der Mauerwerkswände mit und ohne Schwachstellen .....	38
3.4.1 Versuchsprogramm und Vorgehen .....	38
3.4.2 Versuchsergebnisse.....	40
3.5 Zusammenfassung .....	43
<b>4 FE-Modellierung druckbeanspruchter Ziegelmauerwerkswände .....</b>	<b>45</b>
4.1 Einführung .....	45
4.2 Beschreibung des Finite-Elemente-Modells .....	45
4.2.1 Allgemeines und Modellierungsstrategie .....	45
4.2.2 Wahl der Geometrie und Netzfeinheit .....	46
4.2.3 Modellierung des Materialverhaltens .....	47
4.3 Validierung des Finite-Elemente-Modells anhand der Versuchsergebnisse .....	51
4.4 Zusammenfassung .....	54

---

<b>5</b>	<b>Monte-Carlo-Simulation von Ziegelmauerwerkswänden mit räumlich streuenden Materialeigenschaften.....</b>	<b>56</b>
5.1	Einführung .....	56
5.2	Vorgehensweise bei der Untersuchung des Einflusses räumlich streuender Materialeigenschaften.....	57
5.2.1	Stochastisches Modell der räumlichen Streuung .....	57
5.2.2	Wahl stochastischer Parameter .....	59
5.2.3	Erzeugung zufälliger Materialeigenschaften .....	60
5.2.4	Auswertung der Ergebnisse .....	62
5.3	Durchführung und Ergebnisse von Parameterstudien .....	63
5.3.1	Übersicht.....	63
5.3.2	Ergebnisse für die Referenzwand .....	65
5.3.3	Einfluss der Materialstreuung.....	66
5.3.4	Einfluss der räumlichen Korrelation.....	67
5.3.5	Einfluss der Wandlänge .....	69
5.3.6	Einfluss der Schlankheit .....	70
5.4	Zusammenfassung .....	72
<b>6</b>	<b>Bayesscher Ansatz zur Berücksichtigung statistischer Unsicherheiten und Modellierung von A-priori-Verteilungen.....</b>	<b>74</b>
6.1	Einführung .....	74
6.2	Bayesscher Ansatz zur Berücksichtigung statistischer Unsicherheiten.....	74
6.3	Prüfdatenbank für Materialfestigkeiten bestehenden Mauerwerks.....	79
6.4	Stochastische Modellierung der A-priori-Verteilungen .....	84
6.4.1	Allgemeines .....	84
6.4.2	Gebäudebezogene A-priori-Verteilungen.....	85
6.4.3	Probenahmestellenbezogene A-priori-Verteilungen.....	85
6.4.4	Korrelation der Festigkeit an einer Probenahmestelle .....	86
6.4.5	A-priori-Hyperparameter für die Mauerwerksdruckfestigkeit.....	87
6.5	Zusammenfassung .....	88
<b>7</b>	<b>Entwicklung einer Methode zur Bestimmung von Nachrechnungswerten für Bestandsmauerwerk.....</b>	<b>89</b>
7.1	Einführung .....	89
7.2	Prinzipieller Ansatz und Annahmen .....	90
7.2.1	Allgemeines .....	90
7.2.2	Auswahl von Grundgesamtheiten und Probenahmestellen.....	90

---

7.2.3	Definition der Sicherheitselemente.....	91
7.2.4	Berücksichtigung weiterer Einflüsse auf die Mauerwerksdruckfestigkeit .....	94
7.2.5	Teilsicherheitsbeiwerte auf der Einwirkungsseite .....	95
7.3	Modellunsicherheiten.....	95
7.3.1	Modellunsicherheit des Widerstandsmodells .....	95
7.3.2	Modellunsicherheit bei der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit auf Basis der Komponentenfestigkeiten .....	96
7.4	Kombination der verschiedenen Arten von Unsicherheiten und Näherungslösung für geeignete Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit .....	97
7.4.1	Allgemeines .....	97
7.4.2	Ablauf stochastischer Simulationen zur Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit.....	98
7.4.3	Simulationsergebnisse und Näherungslösung.....	101
7.4.4	Überlegungen zum Vorgehen bei direkter Bestimmung der Mauerwerksdruckfestigkeit durch Verbundkörperprüfung .....	105
7.5	Zusammenfassung .....	106
<b>8</b>	<b>Vorgeschlagene Methode zur Ermittlung von charakteristischen Werten, Teilsicherheitsbeiwerten und Nachrechnungswerten für die Mauerwerksdruckfestigkeit im Bestand .....</b>	<b>108</b>
8.1	Zusammenfassung der Methode .....	108
8.2	Anwendung der Methode über Diagramme.....	111
8.3	Typische Ergebnisse der Methode bei Anwendung auf Vollziegelmauerwerk.....	118
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>119</b>
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>123</b>
	<b>Anhang: Prüfdatenbank für die Komponentendruckfestigkeiten bestehenden Mauerwerks .....</b>	<b>129</b>

## Verzeichnis verwendeter Formelzeichen

Die wichtigsten Formelzeichen werden nachfolgend definiert. Nicht gelistete Formelzeichen werden im Text erläutert.

### Indizes

1a	Bezugszeitraum von einem Jahr
50a	Bezugszeitraum von 50 Jahren
a	Nachrechnungswert ( <u>assessment value</u> )
b	Stein ( <u>brick</u> )
d	Bemessungswert ( <u>design value</u> )
j	Mörtel ( <u>joint</u> )
k	Charakteristischer Wert
ln	Parameter bezieht sich auf die natürlichen Logarithmen der Einzelwerte einer Stichprobe bzw. den natürlichen Logarithmus der Zufallsvariable
m	Mittelwert
ma	Mauerwerk
spat	Parameter bezieht sich auf die räumliche Streuung innerhalb einer Wand ( <u>spatial variability</u> )
wall	Parameter bezieht sich auf die Streuung von Wand zu Wand ( <u>wall-to-wall variability</u> )

### Lateinische Buchstaben

$A$	Querschnittsfläche
$a, b, c$	Parameter in Näherungsgleichungen für den Einfluss räumlich streuender Materialeigenschaften auf die Tragfähigkeit einer Mauerwerkswand
$E_{ma}$	Elastizitätsmodul von Mauerwerk
$F(x)$	Kumulierte Verteilungsfunktion der Zufallsvariable $X$
$F^{-1}(p)$	Inverse der kumulierten Verteilungsfunktion
$f(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zufallsvariablen $X$
$f_b$	Steindruckfestigkeit

---

$f_{bt}$	Steinzugfestigkeit
$f_j$	Mörteldruckfestigkeit
$f_{ma}$	Mauerwerksdruckfestigkeit
$f_t$	Zugfestigkeit der Mörtelfuge
$h$	Höhe
$\text{Inv-}\chi^2(v, s^2)$	Skalierte inverse $\chi^2$ -Verteilung mit $v$ Freiheitsgraden und Skalierung $s^2$
$K$	Parameter der Potenzformel für die Mauerwerksdruckfestigkeit
$k$	Spannungs-Dehnungs-Parameter (Verhältnis von gesamter zu elastischer Dehnung bei Erreichen der Druckfestigkeit)
$L(\mu, \sigma^2   \mathbf{x})$	Likelihood der Parameter $\mu$ und $\sigma^2$ bei gegebenen Messdaten $\mathbf{x}$
$\text{LN}(\mu_{\ln X}, \sigma_{\ln X}^2)$	Log-Normalverteilung mit den Parametern $\mu_{\ln X}$ and $\sigma_{\ln X}^2$
$l$	Länge
$m$	Arithmetisches Mittel
$m'$	A-priori-Hyperparameter (einer von zwei Parametern für die Verteilung des Erwartungswertes einer normalverteilten Zufallsvariable bei gegebener Varianz, äquivalent zum arithmetischen Mittel einer hypothetischen vorangegangenen Testreihe)
$m''$	A-posteriori-Hyperparameter resultierend aus einem Update von $m'$
$N(\mu, \sigma^2)$	Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu$ und Varianz $\sigma^2$
$n$	Stichprobenumfang, Anzahl
$n'$	A-priori-Hyperparameter (einer von zwei Parametern für die Verteilung des Erwartungswertes einer normalverteilten Zufallsvariable bei gegebener Varianz, äquivalent zum Stichprobenumfang einer hypothetischen vorangegangenen Testreihe)
$n''$	A-posteriori-Hyperparameter resultierend aus einem Update von $n'$
$P(A)$	Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $A$
$P_f$	Versagenswahrscheinlichkeit
$R$	Widerstand
$R_{a,\text{hom}}$	Nachrechnungswert des Widerstands bei Annahme von Homogenität
$R_{\text{det}}$	Widerstand basierend auf einer deterministischen Berechnung mit Mittelwerten der Materialeigenschaften

---

---

$r$	Empirischer Korrelationskoeffizient
$s'^2$	A-priori-Hyperparameter (einer von zwei Parametern für die Verteilung der Varianz einer normalverteilten Zufallsvariable, äquivalent zur empirischen Varianz einer hypothetischen vorangegangenen Testreihe)
$s''^2$	A-posteriori-Hyperparameter resultierend aus einem Update von $s'^2$
$s$	Empirische Standardabweichung einer Stichprobe
$s^2$	Empirische Varianz einer Stichprobe
$s_{\ln,b}^2$	Empirische Varianz logarithmierter Werte der Steindruckfestigkeit
$s_{\ln,j}^2$	Empirische Varianz logarithmierter Werte der Mörteldruckfestigkeit
$s_{\ln,ma}^2$	Empirische Varianz logarithm. Werte der Mauerwerksdruckfestigkeit
$t$	Dicke
$V$	Empirischer Variationskoeffizient einer Stichprobe
$V_b$	Empirischer Variationskoeffizient der Steindruckfestigkeit
$V_j$	Empirischer Variationskoeffizient der Mörteldruckfestigkeit
$V_{ma}$	Empirischer Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit
$X$	Zufallsvariable
$x$	Realisierung der Zufallsvariable $X$
$\mathbf{x}$	Vektor bestehend aus Realisierungen der Zufallsvariable $X$

### Griechische Buchstaben

$\alpha$	Parameter der Potenzformel für die Mauerwerksdruckfestigkeit
$\alpha_X$	Wichtungsfaktor der Zufallsvariable $X$
$\beta$	Parameter der Potenzformel für die Mauerwerksdruckfestigkeit
$\beta$	Zuverlässigkeitsindex
$\beta_t$	Ziel-Zuverlässigkeitsindex
$\gamma_M$	Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand von Mauerwerk
$\gamma_m$	Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand von Mauerwerk ohne Berücksichtigung der Unsicherheit des Widerstandsmodells
$\gamma_{Rd}, \gamma_{Ra}$	Teilsicherheitsbeiwert für die Unsicherheit des Widerstandsmodells
$\varepsilon$	Dehnung

---

$\varepsilon_f$	Stauchung bei Erreichen der Druckfestigkeit
$\zeta$	Dauerstandsfaktor
$\theta_f$	Unsicherheitsfaktor für das Modell zur Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit
$\theta_R$	Unsicherheitsfaktor für das Widerstandsmodell
$\lambda$	Materialbezogene Schlankheit
$\mu_b$	Erwartungswert der Steindruckfestigkeit
$\mu_j$	Erwartungswert der Mörteldruckfestigkeit
$\mu_{\ln,b}$	Erwartungswert des Logarithmus der Steindruckfestigkeit
$\mu_{\ln,j}$	Erwartungswert des Logarithmus der Mörteldruckfestigkeit
$\mu_{\ln,ma}$	Erwartungswert des Logarithmus der Mauerwerksdruckfestigkeit
$\mu_{ma}$	Erwartungswert der Mauerwerksdruckfestigkeit
$\mu_X$	Erwartungswert der Zufallsvariable $X$
$\nu$	Freiheitsgrade
$\nu'$	A-priori-Hyperparameter (einer von zwei Parametern für die Verteilung der Varianz einer normalverteilten Zufallsvariable, äquivalent zu den Freiheitsgraden bei Berechnung der Stichprobenvarianz einer hypothetischen vorangegangenen Testreihe)
$\nu''$	A-posteriori-Hyperparameter resultierend aus einem Update von $\nu'$
$\rho_{\text{spat}}$	Räumlicher Korrelationskoeffizient
$\rho_{X,Y}$	Korrelationskoeffizient der Variablen $X$ and $Y$
$\sigma$	Spannung
$\sigma_{\ln,b}^2$	Varianz des natürlichen Logarithmus der Steindruckfestigkeit
$\sigma_{\ln,j}^2$	Varianz des natürlichen Logarithmus der Mörteldruckfestigkeit
$\sigma_{\ln,ma}^2$	Varianz des natürlichen Logarithmus der Mauerwerksdruckfestigkeit
$\sigma_X$	Standardabweichung der Zufallsvariable $X$
$\sigma_X^2$	Varianz der Zufallsvariable $X$
$\nu_b$	Variationskoeffizient der Steindruckfestigkeit
$\nu_E$	Variationskoeffizient des Elastizitätsmoduls von Mauerwerk
$\nu_j$	Variationskoeffizient der Mörteldruckfestigkeit

---

---

$\nu_{ma}$	Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit
$\nu_t$	Variationskoeffizient der Zugfestigkeit der Mörtelfuge
$\nu_X$	Variationskoeffizient der Zufallsvariable $X$
$\Phi(z)$	Kumulierte Verteilungsfunktion einer standard-normalverteilten Zufallsvariable $Z$
$\Phi^{-1}(p)$	Inverse kumulierte Verteilungsfunktion einer standard-normalverteilten Zufallsvariable
$\Phi_{red}$	Abminderungsfaktor für die Traglast einer Mauerwerkswand zur Berücksichtigung von Schlankheit und Lastausmitte

# 1 Einführung

## 1.1 Motivation

Das Bauen im Bestand gewinnt stetig an Bedeutung. So gehen derzeit knapp 70 % des Wohnungsbauvolumens in Deutschland auf Leistungen an bestehenden Gebäuden zurück (BBSR 2020). Im Sinne der Schonung von Ressourcen sowie der Vermeidung von CO<sub>2</sub>-Emissionen bei der Baustoffproduktion ist die Nutzung bestehender Bauwerke über einen möglichst langen Zeitraum von großer Bedeutung. Die wesentlich nachhaltigere Alternative zu einem Rück- und Neubau eines Bestandsgebäudes kann daher dessen Umnutzung, Umbau oder Erweiterung sein. Ergibt sich daraus eine Erhöhung der auf die bestehenden Bauteile wirkenden Beanspruchungen, so ist in der Regel ein erneuter Nachweis der Standsicherheit erforderlich.

Eine Herausforderung bei der Nachrechnung bestehender Bauwerke besteht aktuell darin, dass die gültigen Bemessungsnormen, allen voran die Eurocodes, in erster Linie für die Bemessung von Neubauten ausgelegt sind. Hinsichtlich der Nachrechnung von Bestandsbauten bestehen daher Regelungslücken. Daraus resultierende Verunsicherungen können in Einzelfällen dazu führen, dass von Maßnahmen zur Umnutzung des Gebäudebestands abgesehen und ein Abriss und Neubau präferiert wird. Das Schließen dieser Regelungslücken durch Richtlinien und Regelwerke, welche explizit für die Nachrechnung von Bestandsbauwerken ausgelegt sind, ist daher von großer Dringlichkeit.

Ein wichtiger Aspekt hierbei ist das der Nachrechnung von Bestandsbauwerken zugrunde gelegte Zuverlässigkeitskonzept. So können die für die Bemessung von Neubauten kalibrierten Teilsicherheitsbeiwerte für die Nachrechnung von Bestandsgebäuden ungeeignet sein. Hierfür gibt es vor allem zwei Gründe: Zum einen können bei Bestandsgebäuden die tatsächlich vorhandenen Materialeigenschaften einschließlich der vorhandenen Streuung gemessen werden. Diese zusätzlichen Informationen können somit in die Ermittlung bauwerkspezifischer Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite einfließen. Zum anderen ist bei der Nachrechnung von Bestandsgebäuden ein niedrigeres Ziel-Zuverlässigkeitsniveau als bei der Bemessung von Neubauten angemessen, was tendenziell zu einer Reduzierung der geeigneten Teilsicherheitsbeiwerte führt (DBV-Heft 24 2013; Steenbergen et al. 2015). Der Ansatz der für die Bemessung von Neubauten kalibrierten Teilsicherheitsbeiwerte kann beim Bauen im Bestand zu inadäquaten Entscheidungen führen: Ist die Streuung der Materialeigenschaften bei einem bestimmten Bestandsgebäude beispielsweise deutlich größer als bei Neubauten üblich, so sind die für Neubauten kalibrierten Teilsicherheitsbeiwerte möglicherweise zu niedrig. Dies kann zu einem Sicherheitsdefizit führen, wenn unter Anwendung zu niedriger Teilsicherheitsbeiwerte bestimmte Verstärkungsmaßnahmen, z. B. in Zusammenhang mit einer geplanten Aufstockung, fälschlicherweise nicht notwendig erscheinen. Sind dagegen die für den Neubau kalibrierten Teilsicherheitsbeiwerte

cherheitsbeiwerte zu hoch, so kann sich auf Grundlage der Nachrechnung die scheinbare Erforderlichkeit teurer Verstärkungsmaßnahmen ergeben. Im schlechtesten Fall kann dies zu einem eigentlich unnötigen Rück- und Neubau des Gebäudes führen.

Für bestehende Stahlbetontragwerke wurden diese Sachverhalte bereits in praxistaugliche Konzepte zur Ermittlung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte umgesetzt, siehe z. B. DBV-Merkblatt „Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauteile“ (2013) und fib bulletin 80 (2016). Ein großer Teil der Gebäude, insbesondere im Bereich der Wohngebäude, besteht jedoch überwiegend aus Mauerwerk. So war Mauerwerk z. B. im Jahr 2019 bei über 70 % der fertiggestellten Wohngebäude der überwiegend verwendete Baustoff (Destatis 2020). Mit Blick auf den gesamten Gebäudebestand in Deutschland lässt sich festhalten, dass die Außenwände von 90 % der Wohngebäude aus Mauerwerk bestehen (Cischinsky & Diefenbach 2018, Stand der Daten: 2016). Eine Methodik zur Modifizierung von Teilsicherheitsbeiwerten, welche die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise in geeigneter Weise berücksichtigt, ist daher unbedingt erforderlich.

Im Vergleich zur Betonbauweise liegt eine Besonderheit in der Zusammensetzung des Mauerwerks aus den beiden Komponenten Stein und Mörtel und den damit verbundenen Besonderheiten bei der Materialprüfung von Bestandsmauerwerk. Darüber hinaus ist mit Blick auf die Mauerwerksbauweise auch das teils hohe Alter des Gebäudebestands zu beachten. 12 % der bestehenden Wohngebäude wurden vor 1919, weitere 12 % zwischen 1919 und 1948 errichtet (Cischinsky & Diefenbach 2018, Stand der Daten: 2016). Viele der bestehenden Mauerwerksgebäude wurden somit bereits vor Einführung der ersten deutschen Mauerziegelnorm DIN 105 im Jahr 1922 und der ersten deutschen Bemessungsnorm DIN 1053 für Mauerwerk im Jahr 1937 errichtet. Bis etwa 1950 wurde dabei überwiegend mit Vollziegeln gebaut, erst danach gewannen auch andere künstliche Steinarten an Bedeutung (Loga et al. 2015). Das zielgenaue Erreichen einer bestimmten Festigkeit war mit den bis zum Anfang des 20. Jahrhunderts üblichen Herstellverfahren für Mauerziegel nicht möglich. Somit ergaben sich zumeist große Streuungen der Steindruckfestigkeit (Franke & Goretzky 2004; Neumann 2017). Die aus den damaligen Herstellverfahren resultierende Streuung der Festigkeit innerhalb einer Steincharge lässt sich bei der heutigen Materialprüfung in Form einer hohen Streuung der Druckfestigkeit von Stein zu Stein vorfinden.

Diese Streuung von Stein zu Stein führt zu einer stark ausgeprägten Inhomogenität bestehender Mauerwerkswände. Es stellt sich somit die Frage nach dem Einfluss dieser räumlichen Festigkeitsstreuung innerhalb einer Mauerwerkswand auf die resultierende Tragfähigkeit. Untersuchungen von Goretzky (2000) zeigen, dass die räumliche Streuung der Materialeigenschaften zu einer Reduktion der mittleren Tragfähigkeit führt, also zu einer geringeren Tragfähigkeit als jene, die sich bei einer deterministischen Berechnung unter Annahme von Homogenität und Ansatz mittlerer Materialeigenschaften ergibt. Hinsichtlich der Zuverlässigkeit bestehender

Mauerwerkswände und mit Blick auf geeignete Teilsicherheitsbeiwerte sind jedoch nicht primär mittlere Tragfähigkeiten entscheidend, sondern untere Quantilwerte der Tragfähigkeit. Zur Bestimmung geeigneter widerstandsseitiger Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  für Bestandsmauerwerk müssen daher die Zusammenhänge zwischen der Wahrscheinlichkeitsverteilung der innerhalb der Wand streuenden Festigkeiten und der resultierenden Wahrscheinlichkeitsverteilung der Tragfähigkeit bekannt sein. Es ist davon auszugehen, dass die resultierende Tragfähigkeit der Mauerwerkswand deutlich weniger streut als die Mauerwerksdruckfestigkeit innerhalb der Wand. Trotz der Reduktion des Mittelwertes der Tragfähigkeit könnten sich bei Betrachtung der räumlichen Streuung der Materialeigenschaften somit niedrigere Teilsicherheitsbeiwerte bzw. eine höhere rechnerische Zuverlässigkeit ergeben, als dies bei dem sonst üblichen direkten Ansatz der Verteilungsfunktion der Mauerwerksdruckfestigkeit für die materialbedingte Verteilungsfunktion der Wandtragfähigkeit der Fall wäre.

Eine weitere Herausforderung hinsichtlich des geeigneten widerstandsseitigen Teilsicherheitsbeiwerts  $\gamma_M$  stellt der oftmals stark begrenzte Stichprobenumfang bei der Materialprüfung dar. Die Anzahl der aus dem Bestandsmauerwerk entnommenen Probekörper ist aus wirtschaftlichen, statischen und ggf. denkmalpflegerischen Gesichtspunkten gering zu halten, was jedoch zu einer höheren statistischen Unsicherheit führt. Damit ist u. a. gemeint, dass das arithmetische Mittel  $m$  sowie die empirische Standardabweichung  $s$  einer Prüfserie nur zufällige Schätzungen des tatsächlichen Erwartungswertes  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma$  der Grundgesamtheit darstellen. Je nach Stichprobenumfang können diese Schätzungen deutlich von den tatsächlichen Werten abweichen. Dies muss beachtet werden, wenn bauwerksspezifische Teilsicherheitsbeiwerte auf Basis von Prüfergebnissen ermittelt werden. Statistische Unsicherheiten bei der Bewertung einzelner Bauwerke können durch das Einbeziehen von Erfahrungswerten, z. B. hinsichtlich der typischen Streuungen der Materialeigenschaften von Bestandsmauerwerk, reduziert werden. Das Einbeziehen solcher Erfahrungswerte ist mathematisch durch die Modellierung dieser Vorinformationen in Form von A-priori-Verteilungen der stochastischen Parameter möglich. Bei Anwendung bayesscher Verfahren können diese A-priori-Verteilungen dann Eingang in die statistische Auswertung finden, siehe z. B. Caspeele & Taerwe (2012), Diamantidis (2001) und ISO 2394 (2015).

Hinsichtlich der Bewertung von Bestandsmauerwerk unter Druckbeanspruchung ist zu beachten, dass die Berücksichtigung einer erhöhten Materialstreuung sowie der statistischen Unsicherheit nicht nur bei der Ermittlung geeigneter Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$ , sondern auch bei der Ermittlung des charakteristischen Wertes  $f_k$  der Mauerwerksdruckfestigkeit zu beachten ist. Letztlich gesucht ist somit der Wert  $f_k / \gamma_M$ , welcher (ggf. nach zusätzlicher Anwendung eines Dauerstandsfaktors) bei der Bemessung von Neubauten als Bemessungswert (engl.: „design value“),  $f_d$  der Festigkeit bezeichnet wird. Im aktuellen Normungsentwurf prEN 1990-2 (2020) wird  $f_k / \gamma_M$  als „assessment value“  $f_a$  bezeichnet, um die Unterschiede zwischen der Nachrech-

nung von Bestandsbauwerken und der Bemessung von Neubauten auch begrifflich zu unterstreichen. In Anlehnung daran wird auch im Folgenden der Begriff „Nachrechnungswert“ und der Index „a“ für  $f_k / \gamma_M$  verwendet, vgl. auch Weber et al. (2019). Zur Verdeutlichung, dass sich diese charakteristischen Werte und Nachrechnungswerte auf die Druckfestigkeit des Mauerwerks und nicht die Druckfestigkeit der Steine oder des Mörtels beziehen, wird zusätzlich der Index „ma“ eingeführt.

## 1.2 Ziel des Forschungsprojektes

Das Ziel des Forschungsprojektes ist die Entwicklung einer Methode zur Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit. Dies schließt sowohl eine Methode zur Ermittlung charakteristischer Werte  $f_{ma,k}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit als auch eine Methode zur Ermittlung bauwerkspezifischer, modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  für den Widerstand bestehender Mauerwerkswände unter überwiegender Druckbeanspruchung ein. Geeignete Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit sollen mit Hilfe der zu entwickelnden Methode für ein definiertes Ziel-Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_t$  sowie in Abhängigkeit der Art, des Umfangs und der Ergebnisse von Materialprüfungen ermittelt werden können.

Da die Methode sowohl den Einfluss der räumlichen Streuung von Materialeigenschaften als auch die statistische Unsicherheit aus begrenzten Stichprobenumfängen berücksichtigen soll, sind zunächst zwei Teilfragen zu beantworten:

1. Welchen Einfluss besitzt die *räumliche Streuung* der Materialeigenschaften auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wandtragfähigkeit?
2. Wie lässt sich die aus dem begrenzten Stichprobenumfang resultierende *statistische Unsicherheit* bei der Ermittlung von Nachrechnungswerten berücksichtigen und in welcher Form können dabei Vorinformationen zur typischen Streuung von Bestandsmauerwerk einfließen?

Bei der Beantwortung dieser zwei Teilfragen liegt das Hauptaugenmerk auf Vollziegelmauerwerk. Die abschließend zu entwickelnde Methodik soll so aufbereitet werden, dass diese auch ohne vertiefte zuverlässigkeitstheoretische Kenntnisse in der Praxis angewendet werden kann.

## 1.3 Aufbau des Forschungsberichts

In Tabelle 1-1 sind die Arbeitspakete des abgeschlossenen Forschungsprojektes dargestellt. Zudem ist angegeben, in welchen Kapiteln des Forschungsberichtes sich die entsprechenden Ergebnisse wiederfinden. Der Aufbau des Forschungsberichtes, welcher im Folgenden umrissen wird, weicht zur besseren Lesbarkeit leicht von der Struktur der Arbeitspakete ab.

In Kapitel 2 des vorliegenden Berichts werden allgemeine Grundlagen präsentiert, welche für den weiteren Verlauf der Untersuchungen von Bedeutung sind. Dies beinhaltet zunächst Besonderheiten bei der Bewertung von Bestandsmauerwerk mit Blick auf typische Prüfverfahren sowie die gegebenenfalls erforderliche Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit basierend auf den Festigkeiten der Komponenten Stein und Mörtel. Darüber hinaus werden basierend auf der Literatur Hinweise und Empfehlungen zum geeigneten Ziel-Zuverlässigkeitsniveau für Bestandstragwerke gegeben.

Im anschließenden Kapitel 3 werden die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen zum Lastumlagerungsvermögen von Mauerwerkswänden aus Vollziegeln mit lokalen Schwachstellen in Form von Lochziegeln sowie fehlender Steine im Mauerwerksverband vorgestellt. Die Versuchsergebnisse dienen in erster Linie der Validierung eines Finite-Elemente-Modells für überwiegend druckbeanspruchte Mauerwerkswände, welches in Kapitel 4 präsentiert wird.

Das Finite-Elemente-Modell wird in Kapitel 5 zur Durchführung von Monte-Carlo-Simulationen verwendet. Hierbei werden die Materialeigenschaften innerhalb der Wand basierend auf geeigneten Wahrscheinlichkeitsverteilungen zufällig erzeugt und anschließend die Tragfähigkeit der Wand per FE-Simulation ermittelt. Durch häufige Wiederholung der Simulation wird so die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wandtragfähigkeit bestimmt. Der Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Materialeigenschaften und der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wandtragfähigkeit wird mittels umfangreicher Parameterstudien untersucht.

In Kapitel 6 wird zunächst das zur statistischen Auswertung verwendete bayessche Verfahren vorgestellt. Bei Verwendung dieses Verfahrens können zur Reduktion der statistischen Unsicherheit Vorinformationen hinsichtlich typischer Streuungen der Stein-, Mörtel- und Mauerwerksdruckfestigkeit einfließen. Zur stochastischen Modellierung dieser Vorinformationen über A-priori-Verteilungen wurde eine Datenbank mit Ergebnissen aus der Materialprüfung bestehenden Vollziegelmauerwerks aufgebaut. Der Aufbau der Datenbank wird beschrieben sowie allgemeinere Erkenntnisse aus den in der Datenbank enthaltenen Werten präsentiert. Anschließend werden die sogenannten A-priori-Hyperparameter der A-priori-Verteilungen für die Stein-, Mörtel- und Mauerwerksdruckfestigkeit bestimmt.

Die Methode zur Ermittlung geeigneter charakteristischer Werte, Teilsicherheitsbeiwerte und Nachrechnungswerte für die Mauerwerksdruckfestigkeit wird in Kapitel 7 abschließend entwickelt. Zunächst werden hierzu der prinzipielle Ansatz der Methode sowie zugrundeliegende Annahmen und Voraussetzungen dargestellt. Im Anschluss wird auf die zu berücksichtigenden Modellunsicherheiten eingegangen. Mittels stochastischer Simulationen werden dann die verschiedenen Arten der vorhandenen Unsicherheiten, die räumliche Materialstreuung, die statistische Unsicherheit und die Modellunsicherheit, miteinander kombiniert. Aufbauend auf den

Simulationsergebnissen werden Vereinfachungen im Sinne einer praxisingerechten Anwendbarkeit der Methode getroffen.

Die entwickelte Methode wird in Kapitel 8 final präsentiert. Zunächst werden zusammenfassend die einzelnen Schritte beim Vorgehen gemäß der entwickelten Methode einschließlich der zu verwendenden Gleichungen dargestellt. Anschließend werden Diagramme präsentiert, mit Hilfe derer die Bestimmung geeigneter charakteristischer Werte, Teilsicherheitsbeiwerte und Nachrechnungswerte alternativ zur Anwendung der Gleichungen möglich ist. Zuletzt wird gezeigt, welche Verhältnisse  $f_{m,k} / f_{m,m}$  zwischen charakteristischem Wert und Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit und welche Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  sich bei Anwendung der Methode typischerweise ergeben.

*Tabelle 1-1 Arbeitspakete des Forschungsprojektes und zugehörige Kapitel des Berichts*

Arbeitspaket		Kapitel
AP 1	Identifikation und Zusammenstellung mauerwerksspezifischer Charakteristika	2.1
AP 2	Versuche zum Lastumlagerungsvermögen druckbeanspruchter Mauerwerkswände mit lokalen Schwachstellen	3
AP 3	FE-Modellierung überwiegend druckbeanspruchter Mauerwerkswände	4
AP 4	Durchführung und statistische Auswertung von Materialprüfungen im Bestand	6.3, 6.4
AP 5	Stochastische Modellierung (inkl. Modellunsicherheiten, räumliche Streuung, Prüfstreuung)	5.2, 6.2, 6.4, 7.3, 7.4
AP 6	Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Tragfähigkeit	5
AP 7	Zuverlässigkeitstheoretische Bestimmung erforderlicher Teilsicherheitsbeiwerte	7, 8.1, 8.3
AP 8	Grafische Aufbereitung der Ergebnisse	8.2

#### 1.4 Weitere Veröffentlichungen der Forschungsergebnisse

Die im Folgenden präsentierten Ergebnisse basieren vollständig auf der englischsprachigen Dissertation des Projektbearbeiters Dominik Müller, welche zum Zeitpunkt des Projektabschlusses noch in Bearbeitung ist. Der vorliegende Forschungsbericht stellt somit eine teilweise Vorveröffentlichung dieser Dissertation dar. Besonders interessierte Leserinnen und Leser werden daher auf Müller (in Vorbereitung) verwiesen, um über den Forschungsbericht hinausgehende Informationen zu den vorgestellten Themenbereichen zu erhalten.

In der Praxis tätige Ingenieurinnen und Ingenieure werden zudem auf das zum Zeitpunkt des Projektabschlusses als Gelbdruck veröffentlichte Merkblatt WTA E-7-4 (2020) „Ermittlung der

Druckfestigkeit von Bestandsmauerwerk aus künstlichen kleinformatischen Steinen“ verwiesen. Durch das Mitwirken von Herrn Müller in der entsprechenden Arbeitsgruppe konnten einzelne Erkenntnisse aus dem Forschungsprojekt punktuell in das Merkblatt einfließen.

Darüber hinaus sind Ergebnisse des Forschungsprojektes bereits wie folgt veröffentlicht worden:

- D. Müller & C.-A. Graubner (2019): *Modification of the partial safety factor for compressive strength of existing masonry using a Bayesian method*. In Yurchenko, Proske (Hrsg.): Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop. Edinburgh, United Kingdom, 11.-13. September, S. 133–138.
- D. Müller & C.-A. Graubner (2021): *Assessment of Masonry Compressive Strength in Existing Structures Using a Bayesian Method*. ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering 7 (1), 4020057.
- D. Müller, T. Proske & C.-A. Graubner (2021): *Stochastic Simulation of Clay Brick Masonry Walls with Spatially Variable Material Properties*. In Matos, Lourenço, Oliveira, Branco, Proske, Silva, Sousa (Hrsg.): 18<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop. Heidelberg: Springer, S. 779-791.

Weitere Veröffentlichungen in Fachzeitschriften sind zum Zeitpunkt des Projektabschlusses in Planung.

## 2 Allgemeine Grundlagen

### 2.1 Besonderheiten der Mauerwerksbauweise

#### 2.1.1 Allgemeines

Die Mauerwerksbauweise zeichnet sich gegenüber anderen Baustoffen neben der mehrere tausend Jahre alten Geschichte vor allem durch die große Vielfalt verschiedener Arten von Mauerwerk aus. So können Natursteine oder künstliche Steine wie z. B. Ziegel, Kalksandsteine, Porenbetonsteine oder Leichtbetonsteine in unterschiedlichsten Formaten zum Einsatz kommen, welche in Kombination mit verschiedenen Mörtelarten oder ganz ohne Mörtel sowie mit oder ohne Bewehrung und in unterschiedlichen Verbandsanordnungen zu Mauerwerk zusammengefügt werden können. In den hier präsentierten Untersuchungen wird ausschließlich unbewehrtes Mauerwerk aus künstlichen Steinen in Kombination mit Normalmauermörtel betrachtet. Der Fokus liegt dabei auf Mauerwerk aus Vollziegeln, da dies vor 1950 die von allen künstlichen Steinarten mit Abstand am häufigsten verwendete Steinart war, vgl. Loga et al. (2015).

Aufgrund der Zusammensetzung des Mauerwerks aus Steinen und Mörteln ergibt sich die Mauerwerksdruckfestigkeit aus einem Zusammenspiel der Stein- und Mörtel Eigenschaften. In der Regel liegt die einaxiale Steindruckfestigkeit deutlich oberhalb der einaxialen Mörteldruckfestigkeit. Bei Belastung einer Mauerwerkswand in vertikaler Richtung entstehen aufgrund des zumeist niedrigeren Querdehnungsmoduls des Mörtels horizontale Druckspannungen im Mörtel und horizontale Zugspannungen im Stein, vgl. Hilsdorf (1969). Aufgrund dieses dreiaxialen Spannungszustandes in den beiden Komponenten liegt die vertikale Mauerwerksdruckfestigkeit in aller Regel unterhalb der einaxialen Stein-, aber häufig oberhalb der einaxialen Mörteldruckfestigkeit.

#### 2.1.2 Prüfverfahren zur Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit

Bei der Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit im Bestand sind grundsätzlich zwei verschiedene Arten von Prüfverfahren möglich, siehe z. B. Henkel (2016): Die Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit kann entweder direkt, d. h. an Mauerwerksverbundkörpern, oder indirekt über eine separate Prüfung der Stein- und Mörteldruckfestigkeit erfolgen. Bei der indirekten Prüfung ist die Mauerwerksdruckfestigkeit im Anschluss an die Komponentenprüfung rechnerisch zu ermitteln, siehe Abschnitt 2.1.3.

Aufgrund der einfacheren Probenahme stellt die *indirekte Prüfung* derzeit den Regelfall dar. Die Steindruckfestigkeit kann entweder an ganzen Steinen oder Teilstücken von Steinen gemäß DIN EN 772-1 (2016) geprüft werden. Im Anschluss an die Prüfung sind die Prüfergebnisse mittels geeigneter Formfaktoren in eine normierte Steindruckfestigkeit  $f_b$  umzurechnen. Entsprechende Formfaktoren sind in DIN EN 772-1 (2016) in Abhängigkeit der Höhe und Breite

der Prüfkörper definiert. Die normierte Steindruckfestigkeit entspricht dabei der Steindruckfestigkeit an einem Probekörper mit 100 mm Höhe und 100 mm Breite. Gemäß DIN EN 1996-1-1/NA (2019) ist anstelle der normierten Steindruckfestigkeit  $f_b$  die umgerechnete mittlere Steindruckfestigkeit  $f_{st}$  anzusetzen, welche sich je nach Steinart nach DIN 20000-401 bis DIN 20000-404 ergibt. Für Mauerziegel ist dabei DIN 20000-401 (2017) relevant. Die umgerechnete mittlere Steindruckfestigkeit  $f_{st}$  unterscheidet sich von der normierten Steindruckfestigkeit  $f_b$  im Wesentlichen nur dadurch, dass in DIN 20000-401 (2017) leicht abweichende Formfaktoren definiert sind. Im Folgenden wird – unabhängig vom verwendeten Formfaktor – durchgängig das Symbol  $f_b$  für die normierte bzw. umgerechnete Steindruckfestigkeit verwendet.

Die Prüfung der Mörteldruckfestigkeit im Bestand erfolgt in der Regel nach DIN 18555-9 (2019). Die Probekörper werden aus der Fuge des Bestandsmauerwerks entnommen. Die ermittelten Festigkeiten spiegeln somit auch die spezifischen Erhärtingsbedingungen des Mörtels zwischen den Steinen des untersuchten Mauerwerks wider. In Abgrenzung zur Prüfung der Mörteldruckfestigkeit an Normprismen nach DIN EN 1015-11 (2020), deren Erhärtung losgelöst von Mauersteinen erfolgt, wird die Prüfung nach DIN 18555-9 (2019) als Prüfung der Fugendruckfestigkeit bezeichnet. In DIN 18555-9 (2019) werden drei verschiedene Verfahren zur Prüfung der Fugendruckfestigkeit beschrieben, die sich im Wesentlichen durch die jeweils verwendete Prüfkörpergeometrie unterscheiden. Am gängigsten ist die Prüfung nach dem Verfahren III, wobei Prüfkörper mit einer Länge und Breite von etwa 50 mm herzustellen sind. Die Höhe ergibt sich aus der Lagerfugendicke. Die Lastaufbringung erfolgt dann über Druckstempel mit einem Durchmesser von 20 mm. Hinsichtlich der Umrechnung der ermittelten Fugendruckfestigkeiten in normierte, d. h. zur Prüfung an Normprismen äquivalente, Festigkeiten liegen noch keine ausreichend abgesicherten Forschungsergebnisse vor (WTA E-7-4 2020). Bei Anwendung des Verfahrens III kann gemäß Riechers et al. (1998) von einem reinen Formfaktor von 1,0 für die Umrechnung in Prismenfestigkeiten ausgegangen werden. Der zusätzliche Einfluss der Erhärtingsbedingungen hängt jedoch von der jeweils verwendeten Stein- und Mörtelart ab. Laut Schubert (1995) führt der Einfluss der Erhärtingsbedingungen zu einem Umrechnungsfaktor von etwa 0,5 bis 1,5. Dies bedeutet, dass sich aufgrund der Erhärtingsbedingungen in der Fuge eine etwa 0,7- bis 2-mal so große Festigkeit wie am Standardprisma entwickelt. Für eine auf der sicheren Seite liegende Umrechnung wird in Schubert (1995) der Faktor 0,5 empfohlen. Untersuchungen in Henzel & Karl (1987) deuten zur Berücksichtigung der Erhärtingsbedingungen ebenfalls auf einen geeigneten Umrechnungsfaktor von etwa 0,5 hin.

Zur *direkten Prüfung* der Mauerwerksdruckfestigkeit ist normativ derzeit ausschließlich die Prüfung an sogenannten „RILEM-Körpern“ nach DIN EN 1052-1 (1998) vorgesehen. Die entsprechenden Prüfkörper sind bei kleinformatigen Steinen mindestens fünf Lagen hoch, zwei Steine lang und eine Steinbreite dick. Die Entnahme solch großer Probekörper sowie der anschließende Transport sind bei der Bewertung von Bestandsmauerwerk in aller Regel praktisch nicht durchführbar. Aus diesem Grund wurden alternative direkte Prüfverfahren an kleineren

Verbundkörpern entwickelt. Hierzu gehört unter anderem die Prüfung an zylinderförmigen Fugenbohrkernen nach Helmerich / Heidel (Heidel 1989) und die Prüfung an quaderförmigen Prüfkörpern nach Gunkler (1993), siehe auch WTA E-7-4 (2020). Die an den alternativen Verbundkörpern ermittelten Mauerwerksdruckfestigkeiten lassen sich anschließend mittels geeigneter Formfaktoren umrechnen, um auf den RILEM-Körper bezogene Druckfestigkeiten zu erhalten. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass entsprechende Formfaktoren noch nicht für alle praxisüblichen Randbedingungen vorliegen und daher weiterhin Gegenstand laufender Forschung sind, siehe z. B. Sassoni et al. (2014), Pelà et al. (2019), Gigla (2020) und Henkel & Neuwald-Burg (2021).

### 2.1.3 Rechnerischer Zusammenhang zwischen der Mauerwerksdruckfestigkeit und den Komponentenfestigkeiten

Zur rechnerischen Bestimmung der Mauerwerksdruckfestigkeit auf Basis der Stein- und Mörteldruckfestigkeit wird in DIN EN 1996-1-1 (2013) die folgende Potenzformel definiert:

$$f_{\text{ma,k}} = K f_{\text{b,m}}^{\alpha} f_{\text{j,m}}^{\beta} \quad \text{Gl. 2-1}$$

Zur besseren Unterscheidbarkeit sind die Indizes hier abweichend von DIN EN 1996-1-1 (2013) definiert:  $f_{\text{ma,k}}$  steht für die charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit (original:  $f_k$ ), während  $f_{\text{b,m}}$  und  $f_{\text{j,m}}$  die mittlere Stein- bzw. Mörteldruckfestigkeit bezeichnen (anstelle von  $f_b$  und  $f_m$ ). Die Potenzformel besitzt keinen mechanischen Hintergrund. Die zugehörigen Parameter  $K$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  wurden rein empirisch für verschiedene Stein- und Mörtelarten basierend auf entsprechenden Versuchsergebnissen kalibriert. Nach DIN EN 1996-1-1 (2013) sind die Exponenten mit  $\alpha = 0,7$  und  $\beta = 0,3$  anzusetzen. Der Parameter  $K$  hängt von der Stein- und Mörtelart ab. Für Vollziegelmauerwerk mit Normalmörtel ist  $K = 0,55$  definiert. Die nach deutschem Nationalen Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2019) anzusetzenden Parameter sind weiter ausdifferenziert, auch die Exponenten  $\alpha$  und  $\beta$  hängen hier von der Stein-Mörtel-Kombination ab. Für Vollziegelmauerwerk sind die Parameter  $K = 0,95$ ,  $\alpha = 0,585$  und  $\beta = 0,162$  anzusetzen. Im Falle von  $\alpha + \beta \neq 1$  ist zu beachten, dass Gl. 2-1 keine Größen- sondern nur eine Zahlenwertgleichung darstellt und somit die Festigkeiten immer in der Einheit N/mm<sup>2</sup> anzusetzen sind. Unabhängig davon, ob die Parameter des europäischen Dokumentes oder des deutschen Nationalen Anhangs angesetzt werden, sind die gemeinsam mit den Parametern definierten Anwendungsgrenzen der empirischen Gleichung zu beachten.

Damit mittlere Stein- und Mörteldruckfestigkeiten in die Potenzformel eingehen können, das Ergebnis jedoch eine charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit darstellt, enthält der Parameter  $K$  eine Umrechnung von einem Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit in einen entsprechenden charakteristischen Wert. Der charakteristische Werte entspricht nach DIN EN 1996-1-1 (2013) dem 5 %-Quantil der Mauerwerksdruckfestigkeit. Gemäß Brameshuber et al.

(2012) beträgt der in  $K$  enthaltene Umrechnungsfaktor 0,8. Es sei angemerkt, dass dieser Umrechnungsfaktor bei bestehendem Mauerwerk mit erhöhter Materialstreuung nicht ausreichend ist, um den 5 %-Quantilwert der Mauerwerksdruckfestigkeit zu erhalten. Basierend auf dem implizit enthaltenen Umrechnungsfaktor von 0,8 lässt sich die Potenzformel für den Zusammenhang zwischen Mittelwerten der Komponentenfestigkeiten und dem Mittelwert  $f_{ma,m}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit wie folgt darstellen:

$$f_{ma,m} = \frac{K}{0,8} f_{b,m}^\alpha f_{j,m}^\beta = K_m f_{b,m}^\alpha f_{j,m}^\beta \quad \text{Gl. 2-2}$$

Der Parameter  $K_m = K / 0,8$  kann somit zur Berechnung der mittleren Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$  angesetzt werden.

Die Potenzformel kann auch für probabilistische Zwecke verwendet werden, d. h. bei einer Betrachtung von  $f_b, f_j$  und  $f_{ma}$  als Zufallsvariablen, vgl. Müller & Graubner (2021). Zusätzlich zur Materialstreuung der Komponenten  $f_b$  und  $f_j$  ist dabei auch die Modellunsicherheit der Potenzformel zu beachten. Diese kann über einen Modellunsicherheitsfaktor  $\theta_f$  berücksichtigt werden, wodurch sich folgende Form der Potenzformel ergibt:

$$f_{ma} = \theta_f K_{\text{prob}} f_b^\alpha f_j^\beta \quad \text{Gl. 2-3}$$

Der deterministische Parameter  $K_{\text{prob}}$  in Gl. 2-3 ist dabei so zu wählen, dass sich für den Erwartungswert der Potenzformel auch der Erwartungswert der Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt. Bei üblichen Streuungen kann näherungsweise  $K_{\text{prob}} = K_m$  angesetzt werden. Durch das Logarithmieren beider Seiten erhält man einen linearen Zusammenhang zwischen den logarithmierten Festigkeiten:

$$\ln f_{ma} = \ln \theta_f + \ln K_m + \alpha \ln f_b + \beta \ln f_j \quad \text{Gl. 2-4}$$

Werden die Stein- und Mörteldruckfestigkeit und auch der Modellunsicherheitsfaktor  $\theta_f$  über eine Log-Normalverteilung beschrieben, so sind die logarithmierten Größen in Gl. 2-4 definitionsgemäß normalverteilt. Aufgrund der linearen Kombination der Zufallsvariablen ergibt sich damit auch eine Normalverteilung für  $\ln f_{ma}$ . Die zugehörige Standardabweichung  $\sigma_{\ln,ma}$  ergibt sich aus den Standardabweichungen  $\sigma_{\ln,b}$  und  $\sigma_{\ln,j}$  der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeit sowie der Standardabweichung  $\sigma_{\ln\theta_f}$  des logarithmierten Modellunsicherheitsfaktors gemäß den wahrscheinlichkeitstheoretischen Gesetzmäßigkeiten für die Linearkombination von Zufallsvariablen, siehe z. B. Spaethe (1992) oder Melchers & Beck (2018):

$$\sigma_{\ln,ma}^2 = \sigma_{\ln\theta_f}^2 + \alpha^2 \sigma_{\ln,b}^2 + \beta^2 \sigma_{\ln,j}^2 \quad \text{Gl. 2-5}$$

Die Standardabweichung  $\sigma_{\ln,ma}$  der logarithmierten und damit normalverteilten Mauerwerksdruckfestigkeit hängt wie folgt mit dem Variationskoeffizienten  $v_{ma}$  der nicht transformierten, log-normalverteilten Mauerwerksdruckfestigkeit zusammen:

$$\sigma_{\ln,ma} = \sqrt{\ln(1+v_{ma}^2)} \approx v_{ma} \quad \text{für } v_{ma} < 0,2 \quad \text{Gl. 2-6}$$

Für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit gilt der Zusammenhang in analoger Form.

Wird die Potenzformel gemäß Gl. 2-5 verwendet, um die resultierende Standardabweichung der logarithmierten Mauerwerksdruckfestigkeit zu berechnen, so wird empfohlen, dass die gewählten Parameter die Bedingung  $\alpha + \beta = 1$  erfüllen. Bei  $\alpha + \beta < 1$  besteht die Gefahr, dass die resultierende Standardabweichung der Mauerwerksdruckfestigkeit unterschätzt wird. Eine ausführlichere Begründung für diese Empfehlung ist in Müller & Graubner (2021) gegeben. Im folgenden Verlauf werden zur Berechnung der resultierenden Streuung daher stets die in DIN EN 1996-1-1 (2013) definierten Parameter  $\alpha = 0,7$  und  $\beta = 0,3$  verwendet. Die Anwendung der Potenzformel mit Parametern nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019) zur Berechnung von Mittelwerten der Mauerwerksdruckfestigkeit nach Gl. 2-2 wird dadurch nicht ausgeschlossen.

## 2.2 Ziel-Zuverlässigkeitsniveau für die Nachrechnung von Bestandstragwerken

Tragwerke besitzen immer eine gewisse Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$ . Eine Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f = 0$  ist aufgrund der Vielzahl vorhandener Unsicherheiten wie streuender Materialeigenschaften, unbekannter zukünftiger Einwirkungen sowie mit Rechenmodellen verbundener Unsicherheiten niemals möglich. Es stellt sich somit automatisch die Frage nach einer optimalen Versagenswahrscheinlichkeit. Diese sogenannte Ziel-Versagenswahrscheinlichkeit  $P_{f,t}$  stellt den optimalen Kompromiss zwischen den möglichen Folgen im Versagensfall und den zur Erreichung einer niedrigen Versagenswahrscheinlichkeit aufzubringenden Kosten dar. Aus Gründen der besseren Handhabbarkeit werden Versagenswahrscheinlichkeiten im Bauwesen in der Regel über den Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  ausgedrückt, der wie folgt mit der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  zusammenhängt:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f) \quad \text{Gl. 2-7}$$

Hierin ist  $\Phi^{-1}$  die inverse kumulierte Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Durch die Definition nach Gl. 2-7 entspricht ein höherer Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  auch einer höheren Zuverlässigkeit, d. h. einer niedrigeren Versagenswahrscheinlichkeit.

Obwohl der Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_t$  einen Kompromiss zwischen Schadensfolgen und zur Erreichung der Zuverlässigkeit aufzubringender Kosten darstellt, wird das Ziel-Zuverlässigkeitsniveau in DIN EN 1990 (2010) nur nach verschiedenen Schadensfolgeklassen CC 1 bis

CC 3 differenziert. In Tabelle 2-1 sind die entsprechenden Ziel-Zuverlässigkeitsindizes für einen 50-jährigen Bezugszeitraum gegeben. Bei den in JCSS (2001) definierten Ziel-Zuverlässigkeitsindizes, welche auch in ISO 2394 (2015) enthalten sind, wird hingegen zusätzlich nach relativen Kosten von Maßnahmen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit differenziert. Die entsprechenden Ziel-Zuverlässigkeitsindizes beziehen sich auf einen Bezugszeitraum von einem Jahr und sind in Tabelle 2-2 dargestellt.

Beim Bauen im Bestand sind die Kosten zur Erreichung eines höheren Zuverlässigkeitsniveaus in aller Regel höher als bei der Bemessung von Neubauten, vgl. Diamantidis (2001) und fib (2016). Während bei Neubauten eine höhere Zuverlässigkeit relativ kostengünstig über die Wahl höherer Festigkeiten oder größerer Querschnitte erreicht werden kann, sind beim Bauen im Bestand aufwendige Verstärkungsmaßnahmen notwendig, um die Zuverlässigkeit zu erhöhen. Diese Tatsache wird im aktuellen Entwurf des fib Model Code 2020 (2020) dadurch berücksichtigt, dass für die Nachrechnung bestehender Tragwerke die Verwendung der Ziel-Zuverlässigkeitsindizes für hohe relative Kosten der Maßnahmen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit gemäß ISO 2394 (2015) empfohlen wird. Für die mittlere Schadensfolgeklasse ergibt sich somit ein Ziel-Zuverlässigkeitsindex von  $\beta_{t,1a} = 3,3$  zur Nachrechnung von Bestandstragwerken.

Tabelle 2-1: Ziel-Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{t,50a}$  (50-jähriger Bezugszeitraum) nach DIN EN 1990 (2010)

Ziel-Zuverlässigkeitsindex	Schadensfolgeklasse		
	CC 1 (niedrige Folgen)	CC 2 (Mittlere Folgen)	CC 3 (hohe Folgen)
$\beta_{t,50a}$	3,3	3,8	4,3

Tabelle 2-2: Ziel-Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{t,1a}$  (einjähriger Bezugszeitraum) nach ISO 2394 (2015) und JCSS (2001) basierend auf wirtschaftliche Optimierung

Relative Kosten von Maßnahmen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit	Schadensfolgen		
	Niedrig	Mittel	Hoch
Hoch	3,1	<b>3,3</b>	3,7
Mittel	3,7	4,2	4,4
Niedrig	4,2	4,4	4,7

Die Werte nach Tabelle 2-1 und Tabelle 2-2 lassen sich aufgrund der verschiedenen Bezugszeiträume nicht direkt miteinander vergleichen. In DIN EN 1990 (2010) ist zwar eine recht einfache Gleichung zur Umrechnung des Zuverlässigkeitsindex in verschiedene Bezugszeiträume gegeben. Die Gleichung beruht jedoch auf der Annahme, dass Einwirkungen mit statistisch unabhängigen Jahresmaxima die dominierende Unsicherheit sind. Basierend auf dieser Annahme wird in DIN EN 1990 (2010) für die Schadensfolgeklasse CC 2 ein zu  $\beta_{t,50a} = 3,8$  gehörender Wert  $\beta_{t,1a} = 4,7$  definiert. Aufgrund der zugrundeliegenden Umrechnung stellt

$\beta_{t,1a} = 4,7$  jedoch nur eine obere Schranke dar. Ist der Anteil der ständigen Einwirkungen hoch oder liegen die Unsicherheiten hauptsächlich auf der Widerstandsseite, so ist die entsprechende Formel zur Umrechnung nicht geeignet. Die untere Schranke für den Fall, dass die Unsicherheiten allein von zeitinvarianten Einwirkungen herrühren, liegt bei  $\beta_{t,1a} = \beta_{t,50a} = 3,8$ , vgl. Diamantidis (2001). Eine realistische Umrechnung hängt von den konkreten Randbedingungen des jeweiligen Einzelfalles ab. Im Entwurf des fib Model Code 2020 (2020) wird davon ausgegangen, dass der Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 4,2$ , welcher für mittlere Schadensfolgen und mittlere Kosten von Maßnahmen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit definiert ist, bei Betontragwerken im Durchschnitt zu  $\beta_{50a} = 3,8$  führt. Diese Annahme wird durch Untersuchungen von Meinen & Steenbergen (2018) bestätigt. Die Anwendung der mittleren Zeile der Tabelle 2-2 führt demnach zu einem ähnlichen Zuverlässigkeitsniveau wie die in DIN EN 1990 (2010) definierten Ziel-Zuverlässigkeitsindizes für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren.

Der Vorschlag gemäß fib Model Code (2020) führt bei der mittleren Schadensfolgeklasse CC 2 also zu einer Absenkung des Ziel-Zuverlässigkeitsindizes für die Nachrechnung von Bestandtragwerken von  $\Delta\beta = 0,9$  gegenüber dem Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{1a} = 4,2$ , welcher bei der Bemessung von Neubauten üblicherweise erreicht wird. Wird bei einer auf diesem Ziel-Zuverlässigkeitsniveau von  $\beta_{t,1a} = 3,3$  basierenden Nachrechnung, welche beispielsweise mit entsprechend dieses Ziel-Zuverlässigkeitsniveaus modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten erfolgt, der Nachweis nicht erfüllt, so sind Verstärkungsmaßnahmen erforderlich. Diese Verstärkungsmaßnahmen werden dann üblicherweise so ausgeführt, dass das gleiche Zuverlässigkeitsniveau wie bei der Bemessung von Neubauten erreicht wird, siehe fib Model Code 2020 (2020).

Bei der Anwendung der reduzierten Ziel-Zuverlässigkeitsindizes nach Tabelle 2-2 ist zu beachten, dass die dargestellten Zielwerte über eine wirtschaftliche Optimierung gefunden wurden. Die Grundsätze einer solchen Optimierung sind in Rackwitz (2000) dargestellt. Auf Grundlage von Kriterien zum maximal akzeptierbaren Risiko für Einzelpersonen sowie aufgrund gesellschaftlicher Aversion gegenüber Einzelereignissen mit großen Schadensfolgen können insbesondere für Bauteile, deren Versagen den Einsturz größerer Flächen zur Folge haben kann, auch größere Ziel-Zuverlässigkeitsindizes angemessen sein, vgl. Steenbergen et al. (2015) und Tanner & Hingorani (2015).

Die im nachfolgenden entwickelte Methode zur Modifizierung des widerstandsseitigen Teilsicherheitsbeiwerts  $\gamma_M$  basiert – wie auch die Methoden in fib bulletin 80 (2016) – auf dem Ansatz fester Wichtungsfaktoren  $\alpha$ , wie sie bereits in NABau (1981) eingeführt wurden und aktuell in DIN EN 1990 (2010) definiert sind. Basierend auf dem Wichtungsfaktor  $\alpha_R$  für die Widerstandsseite und dem Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_t$  ist die Unterschreitungswahrscheinlichkeit des Bemessungswertes des Bauteilwiderstands wie folgt definiert:

$$P(R \leq R_d) = \Phi(-\alpha_R \beta_t) \quad \text{Gl. 2-8}$$

Gemäß DIN EN 1990 (2010) kann für den Wichtungsfaktor bei üblichen Verhältnissen zwischen den Unsicherheiten auf der Einwirkungs- und Widerstandsseite ein fester Wert von  $\alpha_R = 0,8$  angesetzt werden. Dieser feste Sensitivitätsfaktor wird in DIN EN 1990 (2010) mit dem auf 50 Jahre bezogenen Ziel-Zuverlässigkeitsindex, z. B. mit  $\beta_{t,50a} = 3,8$  für CC 2, kombiniert. Wird anstelle des auf 50 Jahre bezogenen Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,50a}$  der äquivalente Wert  $\beta_{t,1a}$  für einen Bezugszeitraum von einem Jahr angesetzt, so muss auch der verwendete Sensitivitätsfaktor  $\alpha_R$  angepasst werden, wenn sich der gleiche Bemessungswert  $R_d$  ergeben soll. Wird davon ausgegangen, dass  $\beta_{1a} = 4,2$  im Durchschnitt  $\beta_{50a} = 3,8$  entspricht, so ergibt sich unter der Bedingung gleicher Bemessungswerte  $R_d$  und der daraus folgenden Bedingung  $\alpha_{R,1a} \beta_{t,1a} = \alpha_{R,50a} \beta_{t,50a}$  der folgende Sensitivitätsfaktor  $\alpha_{R,1a}$  für den Bezugszeitraum von einem Jahr, siehe Meinen & Steenbergen (2018):

$$\alpha_{R,1a} = \alpha_{R,50a} \frac{\beta_{t,50a}}{\beta_{t,1a}} = 0,8 \frac{3,8}{4,2} \approx 0,7 \quad \text{Gl. 2-9}$$

Dass bei einem einjährigen Bezugszeitraum niedrigere Sensitivitätsfaktoren  $\alpha_R$  sinnvoll sind, wird auch durch Ergebnisse von Zuverlässigkeitsanalysen mittels der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung (FORM) bestätigt (Meinen & Steenbergen 2018).

Die im folgenden entwickelte Methode ist prinzipiell unabhängig vom verwendeten Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_t$ , da dieser lediglich einen Eingangsparameter für die verwendete Methode darstellt. Entsprechend den an das Bestandsbauwerk gestellten Anforderungen kann der Ziel-Zuverlässigkeitsindex frei gewählt werden. Für den geeigneten Sensitivitätsfaktor  $\alpha_R$  gilt das gleiche. Wenn im Folgenden Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit oder modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  für die Nachrechnung von Bestandsmauerwerk ermittelt werden, wird beispielhaft der Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$  in Verbindung mit dem Sensitivitätsfaktor  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  angesetzt.

## 3 Experimentelle Untersuchungen an Ziegelmauerwerk

### 3.1 Einführung

Das Ziel der im folgenden Kapitel vorgestellten Versuche ist die Untersuchung des Verhaltens von Ziegelmauerwerkswänden mit lokalen Schwachstellen. Hierdurch wird die Grundlage für die Validierung des Finite-Elemente-Modells in Kapitel 4 geschaffen. Die zentralen Versuche umfassten die Prüfung von 24 Ziegelmauerwerkswänden unter Druckbeanspruchung, welche entweder als Einsteinmauerwerk oder im Kreuzverband ausgeführt wurden. Neben Versuchen an Referenzwänden ohne Schwachstellen wurden auch Wände mit lokaler Schwächung hergestellt und geprüft. Die erste Art der Schwächung bestand in einer Fehlstelle, welche durch das Weglassen eines Steines im Mauerverband realisiert wurde. Die zweite Art der Schwächung bestand darin, dass ein bestimmter Prozentsatz von Lochziegeln in der Wand vermauert wurde. Die Lochziegel wiesen dabei eine deutlich geringere Druckfestigkeit auf als die Referenz-Vollziegel, aus dem der Rest der Wand bestand. Zusätzlich zu den Versuchen an Mauerwerkswänden wurden begleitende Untersuchungen an Steinen, Mörtelproben und Mauerwerkprüfkörpern durchgeführt. In Bezug auf die Mörteldruckfestigkeit umfasste das Versuchsprogramm die Prüfung des Mörtels an Normprismen nach DIN EN 772-1 (2016) sowie die Prüfung der Lagerfugendruckfestigkeit nach DIN 18555-9 (2019).

In Abschnitt 3.2 werden zunächst die verwendeten Mauerziegel und Mörtelarten für die experimentellen Untersuchungen sowie die Ergebnisse der entsprechenden Druckfestigkeitsprüfungen beschrieben. Daraufhin werden in Abschnitt 3.3 die Materialprüfungen an Mauerwerkprüfkörpern dargestellt. Abschließend werden in Abschnitt 3.4 die zentralen Versuche an Mauerwerkswänden mit lokaler Schwächung und deren Ergebnisse präsentiert.

### 3.2 Prüfung der Komponenten

#### 3.2.1 Mauerziegel

Mauerwerk aus kleinformatischen Vollziegeln war vor 1950 die häufigste Mauerwerksart in Deutschland (Loga et al. 2015). Es stellt somit einen großen Anteil des bei der Bewertung von Bestandsgebäuden zu behandelnden Mauerwerks dar, weswegen auch für die experimentellen Untersuchungen kleinformatische Vollziegel gewählt wurden. Die verwendeten Vollziegel hatten Nennmaße von  $240 \times 115 \times 71 \text{ mm}^3$ , was dem Normalformat NF nach DIN 20000-401 (2017) entspricht. Die Ziegel wurden mit derzeit üblichen Verfahren, d. h. durch Strangpressen und anschließendes Brennen im Tunnelofen, gefertigt. Hierdurch ist die Materialstreuung deutlich geringer als bei Ziegeln aus historischem Mauerwerk, was hinsichtlich der Genauigkeit der Versuchsergebnisse vorteilhaft ist. In einem Teil der Mauerwerkswände wurden Hochlochziegel als Schwachstellen verbaut. Lochsteine wurden hierbei gegenüber Vollsteinen mit geringe-

rer Festigkeit bevorzugt, da durch diese Wahl sichergestellt wurde, dass der Unterschied zwischen den Druckfestigkeiten der beiden Ziegeltypen deutlich größer ist als die Materialstreuung innerhalb der einzelnen Ziegeltypen. Die in den Versuchen verwendeten Lochsteine lassen sich der Steinart HLzA nach DIN 20000-401 (2017) zuordnen. Der relative Lochanteil betrug etwa 40 %, die nominellen Außenabmessungen entsprachen denen der Vollziegel. In Abb. 3-1 sind die Voll- und Lochziegel für die experimentellen Untersuchungen dargestellt.



Abb. 3-1 Normalformatige Voll- und Hochlochziegel für die Versuchsdurchführung

Von jeder angelieferten Palette wurden mindestens sechs Steine für die Bestimmung von Abmessungen und Gewicht sowie die Prüfung der Steindruckfestigkeit nach DIN EN 772-1 (2016) entnommen. Die Oberfläche der Ziegel wurde zunächst geschliffen, um parallele und ebene Flächen an der Ober- und Unterseite der Ziegel zu erhalten. Nach dem Schleifen wurden die Ziegel unter Laborbedingungen (Temperatur  $\geq 15$  °C, relative Luftfeuchte  $\leq 65$  %) mindestens 14 Tage gelagert, um den lufttrockenen Zustand nach DIN EN 772-1 (2016) zu erreichen. Im Druckversuch wurde die Last mit einer Geschwindigkeit von 0,3 bzw. 0,15 (N/mm<sup>2</sup>)/s für die Voll- und Lochziegel aufgebracht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3-1 aufgeführt. Die angegebene Höhe beinhaltet bereits eine Reduktion aufgrund des Schleifens. Die Druckfestigkeit ist durch Anwendung des Formfaktors nach DIN EN 772-1 (2016) in die normierte Druckfestigkeit umgerechnet.

Tabelle 3-1 Eigenschaften der verwendeten Ziegel

Steinart	Abmessungen			Rohdichte	Druckfestigkeit	Formfaktor	Normierte Steindruckfestigkeit $f_b$
	Länge	Breite	Höhe				
	mm	mm	mm				g/cm <sup>3</sup>
Vollziegel	243,3 (0,003)	117,7 (0,004)	70,8 (0,01)	2,03 (0,01)	29,7 (0,08)	0,84	24,9 (0,08)
Lochziegel	236,4 (0,009)	111,3 (0,005)	67,8 (0,02)	0,89 (0,02)	13,8 (0,11)	0,84	11,6 (0,11)

Mittelwerte für  $n = 37$  Voll- und  $n = 18$  Lochziegel (Variationskoeffizient in Klammern)

### 3.2.2 Mörtel

Für die experimentellen Untersuchungen wurde ein Werk trockenmörtel („Histocal“ des Herstellers „Otterbein“) bestehend aus natürlichem hydraulischem Kalk NHL 5 nach EN 459-1 (2015), Puzzolanen und Sand mit einer maximalen Korngröße von 1,2 mm verwendet. Die spezifizierte Festigkeitsklasse von M 2,5 entspricht einer Mörteldruckfestigkeit  $f_j = 2,5 \text{ N/mm}^2$ . Diese Mörtelart wurde gewählt, um eine für bestehende Mauerwerksbauten aus der Zeit um 1850 bis 1950 typische Mörteldruckfestigkeit zu erreichen, siehe auch Abschnitt 6.3.

Die Mauerwerkswände wurden in vier Versuchsreihen errichtet und geprüft. Für die Herstellung jeder Wand wurden mehrere Mörtelmischungen von 15 Litern (= 1 Sack Trockenmörtel) benötigt. Von jeweils mindestens einer dieser Mörtelmischungen in einer Wand wurde eine Probe entnommen, um daraus drei Mörtelprismen gemäß DIN EN 1015-11 (2020) herzustellen. Darüber hinaus wurden in jeder Versuchsreihe aus einer der Mörtelmischungen mindestens zwölf Prismen hergestellt, um die Entwicklung der Mörteldruckfestigkeit über die Zeit zu bestimmen. Die den Mörtelmischungen zugesetzte Wassermenge wurde entsprechend der Vorgabe des Herstellers gewählt, d. h. 4,5 l Wasser pro 25 kg Trockenmörtel.

Die Vorbereitung der Probekörper und die Druckfestigkeitsprüfungen selbst wurden entsprechend DIN EN 1015-11 (2020) durchgeführt. Nach dem Mischen wurde die Mörtelprobe in zwei Lagen in die Schalung eingebracht. Jede der Schichten wurde mit 25 Schlägen mit einem Stampfer verdichtet. Anschließend wurde die Schalung in Folie eingewickelt. Im Alter von zwei Tagen wurden die Prismen ausgeschalt und anschließend fünf Tage lang bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von  $95 \pm 5 \%$  und einer Temperatur von  $20 \pm 2 \text{ °C}$  gelagert, bevor sie bis zur Prüfung in einer Klimakammer mit einer relativen Luftfeuchte von  $65 \pm 5 \%$  und  $20 \pm 2 \text{ °C}$  aufbewahrt wurden. Vor den Druckversuchen wurden die Mörtelprismen mit den Abmessungen  $40 \times 40 \times 160 \text{ mm}^3$  durch einen Biegezugversuch in zwei Hälften geteilt, siehe Abb. 3-2. Die anschließenden Druckversuche an den beiden Hälften wurden mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 100 N/s durchgeführt.

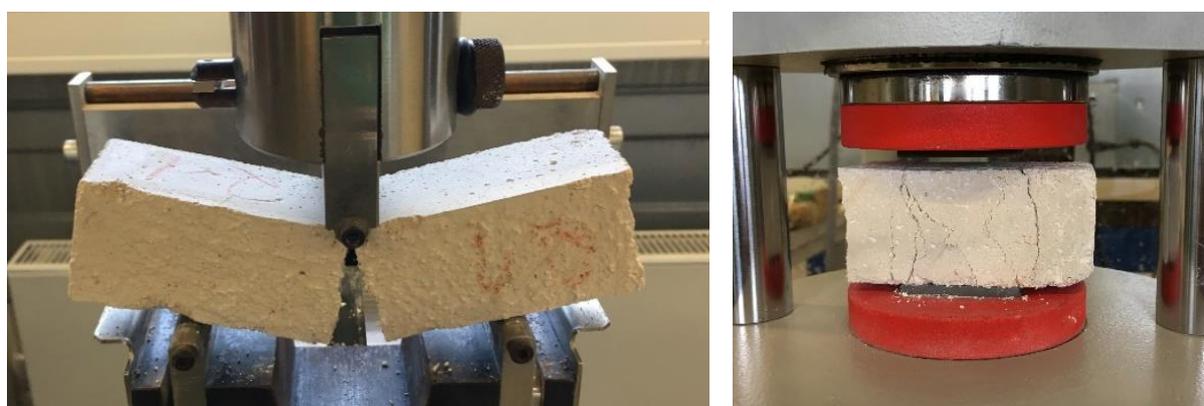


Abb. 3-2 Prüfung von Mörtelprismen nach DIN EN 1015-11 (2020)

In Abb. 3-3 sind die Ergebnisse der Mörteldruckfestigkeitsprüfungen dargestellt. Jeder Punkt entspricht einer Prüfung an einer Prismenhälfte. Die meisten Druckprüfungen stellen Begleitversuche zu den Prüfungen an den Mauerwerkswänden dar. Die Proben wurden daher am gleichen Tag wie die entsprechende Wand geprüft, was einem Alter zwischen 32 und 43 Tagen entspricht. Weitere Prüfungen wurden nach einer Erhärtungszeit von 14, 21, 28 und 56 Tagen durchgeführt. Zusätzlich zu den einzelnen Prüfergebnissen ist die durchschnittliche Festigkeit für jedes Prüfalter angegeben. Um die in den Ergebnissen vorhandene Streuung zwischen den Mörtelmischungen zu reduzieren und somit den tatsächlichen Einfluss des Prüfzeitpunktes aufzuzeigen, sind die Mittelwerte als gleitender Durchschnitt (plus/minus ein Tag, falls möglich) dargestellt. Wie aus Abb. 3-3 ersichtlich, hatte sich der Anstieg der Mörteldruckfestigkeit nach 32 Tagen bereits deutlich verlangsamt. Der Einfluss der unterschiedlichen Aushärtezeiten auf die Festigkeit der geprüften Mauerwerkswände kann daher als sehr gering angesehen werden. Die mittlere Mörteldruckfestigkeit für eine Aushärtezeit zwischen 32 und 43 Tagen ergibt sich zu  $f_j = 2,71 \text{ N/mm}^2$  für  $n = 226$  Prüfergebnisse bei einem Variationskoeffizienten von 17 %.

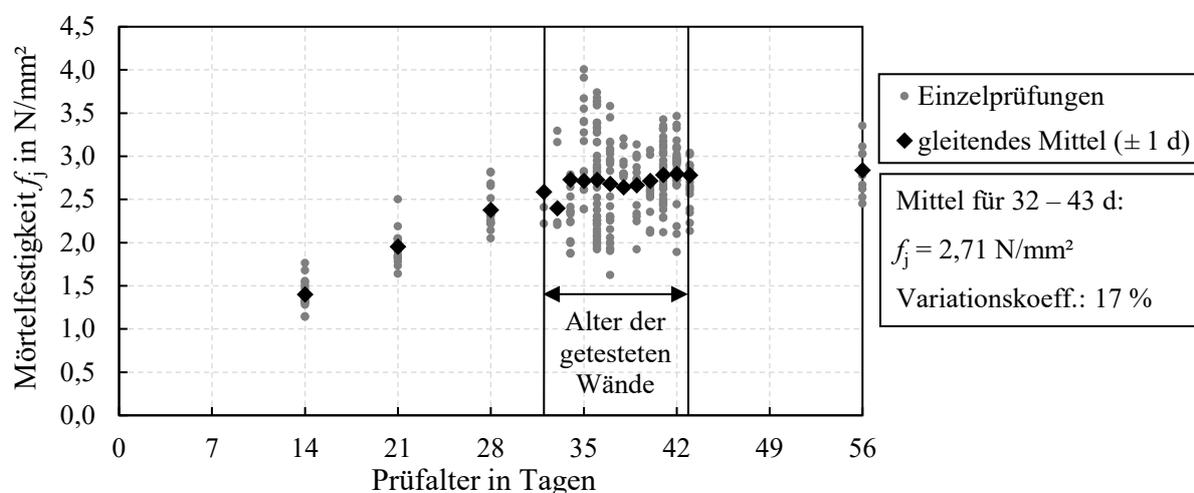


Abb. 3-3 Entwicklung der Mörteldruckfestigkeit mit dem Prüfalter

Zusätzlich zu den Versuchen an Mörtelprismen wurde eine Prüfung der Fugendruckfestigkeit nach Verfahren III in DIN 18555-9 (2019) durchgeführt. Damit sollte untersucht werden, inwiefern die Fugendruckfestigkeit mit der an Normprismen ermittelten Festigkeit vergleichbar ist. Diese ergänzenden Mörtelprüfungen wurden an zwei Arten von Probekörpern durchgeführt: Die erste Art von Probekörpern wurde aus Mauerwerkproben entnommen, die bis zur Prüfung im Labor gelagert wurden. Die mit diesem Verfahren erhaltene Festigkeit spiegelt die realistischen Erhärtungsbedingungen im Mauerwerk wider, d. h. sie beinhaltet den Einfluss der angrenzenden Steine und insbesondere der bei der Erhärtung vorhandenen Feuchtigkeitsbedingungen auf die Mörtelfestigkeit. Die zweite Art von Probekörpern wurde aus normativen Mörtelprismen herausgesägt, siehe Abb. 3-4. Somit waren die Erhärtungsbedingungen identisch mit

denen der Prismen und es konnte der isolierte Einfluss der Probenform und der Art der Lasteinleitung auf die erzielte Festigkeit untersucht werden.



Abb. 3-4 Aus normativen Mörtelprismen herausgesägte Probekörper für eine Prüfung in Anlehnung an DIN 18555-9 (2019)

Um die Streuung der Ergebnisse gering zu halten, wurden die Mörtelprismen und die Mauerwerksprobekörper, die für die Entnahme der Mörtelproben verwendet wurden, aus der gleichen Mörtelmischung hergestellt. Die Proben für eine Prüfung nach DIN 18555-9 wurden durch trockenes Sägen gewonnen. Die Probekörper aus Mörtelprismen wurden auf eine Dicke von 12 mm zugeschnitten, was der in DIN EN 1996-1-1/NA (2019) angegebenen standardmäßigen Lagerfugendicke entspricht. Die Länge und Breite ergaben sich aus den Prismenabmessungen von 40 x 40 mm<sup>2</sup> und sind damit etwas kleiner als die in DIN 18555-9 (2019) definierten Abmessungen von 50 x 50 mm<sup>2</sup>. Da die Last über eine kreisförmige Fläche mit einem Durchmesser von nur 20 mm aufgebracht wird, wird der Einfluss der unterschiedlichen Prüfkörperabmessungen als vernachlässigbar angesehen.

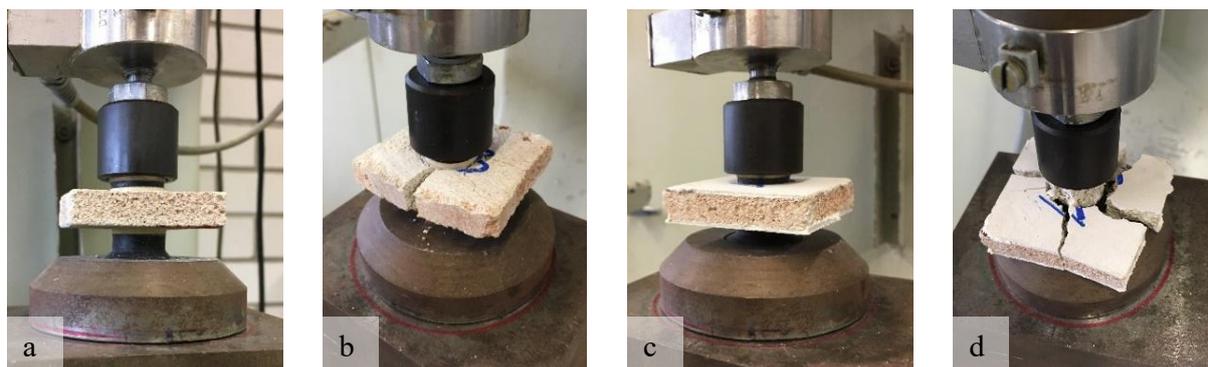


Abb. 3-5 Prüfung der Mörtelfestigkeit nach DIN 18555-9 (2019) (a + b: Lasteinleitung über Filzscheibe, c + d: Abgleich über Gipschicht)

Sowohl die aus Mauerwerk entnommenen Probekörper als auch die Probekörper, welche durch das Zuschneiden von Mörtelprismen gewonnen wurden, wurden weiter unterteilt: Ein Teil der Probekörper wurde direkt nach dem Zurechtschneiden geprüft. Bei deren Prüfung wurde die Last über eine Filzscheibe aufgebracht, um so die Unebenheit der Oberfläche der Probekörper auszugleichen. Der ausgewählte Filz hatte eine Rohdichte von 0,48 g/cm<sup>3</sup> gemäß den Anforder-

rungen in DIN 18555-9 (2019). Der andere Teil der Probekörper wurde mit einer dünnen Gips-schicht mit einer Dicke von ca. 1 mm abgeglichen, siehe Abb. 3-5. Anschließend wurden die Probekörper bei 50 °C bis zur Massekonstanz getrocknet. Die Belastungsgeschwindigkeit bei der anschließenden Prüfung wurde so gewählt, dass die maximale Last zwischen 30 und 90 s erreicht wurde.

Die Ergebnisse der Versuche nach bzw. in Anlehnung an DIN 18555-9 (2019) sind in Tabelle 3-2 aufgeführt. Da alle Festigkeiten in Tabelle 3-2 an Probekörpern aus derselben Mörtelmischung ermittelt wurden, sind die Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse deutlich niedriger als der in Abb. 3-3 angegebene Variationskoeffizient von 17 %. Die Ergebnisse der Versuche an Probekörpern, die aus Prismen herausgeschnitten wurden, stimmen sehr gut mit den Prismenfestigkeiten nach DIN EN 1015-11 (2020) überein, sofern Filzscheiben zur Lasteinleitung verwendet werden. Dies bestätigt die Erkenntnisse aus Riechers et al. (1998), wo festgehalten wurde, dass für die Umrechnung von Festigkeiten an Prüfkörpern gemäß DIN 18555-9 (2019) in Prismenfestigkeiten nach DIN EN 1015-11 (2020) kein Formfaktor erforderlich ist. Die an Prüfkörpern mit Abgleichsschicht aus Gips ermittelten Festigkeiten liegen bei allen Prüfkörpertypen etwa um den Faktor 1,5 höher, siehe Tabelle 3-2, und müssten somit etwa mit dem Faktor 0,7 multipliziert werden, um die Festigkeit am Normprisma zu erhalten. Dieser Faktor kann jedoch nicht als für alle Mörteltypen gültig angesehen werden. Daher wird im Allgemeinen die Verwendung von Filzscheiben anstelle des Abgleichs mit Gips empfohlen.

Tabelle 3-2 Ergebnisse der Mörtelprüfung nach bzw. in Anlehnung an DIN 18555-9 (2019)

Mörtelprüfkörper entnommen aus...	Anzahl $n$	Abmessungen			Festigkeit $f_{j,III}$	
		Länge	Breite	Höhe	Filzscheibe	Gipsschicht
		mm	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
Normprisma (zugeschnitten)	10	40	40	12	3,19 (0,08)	5,18 (0,03)
Vollziegel-mauerwerk	12	50	50	11	6,50 (0,03)	10,76 (0,04)
Lochziegel-mauerwerk	12	50	50	12	7,44 (0,03)	10,11 (0,03)
Mittelwerte (Variationskoeffizienten in Klammern), Prüfalter: 36 d Zugehörige Festigkeit am Normprisma ( $n = 12$ ): 3,48 N/mm <sup>2</sup> (0,05)						

In Abb. 3-6 ist das Verhältnis der nach DIN 18555-9 (2019), Verfahren III ermittelten Festigkeiten  $f_{j,III}$  zu der am Normprisma ermittelten Festigkeit  $f_j$  dargestellt. Es wird deutlich, dass die Erhärtungsbedingungen im Mauerwerk einen wesentlichen Einfluss auf die resultierende Mörtelfestigkeit haben. Für beide Steinarten ist die Fugendruckfestigkeit, also die Festigkeit des im Mauerwerk ausgehärteten Mörtels, etwa doppelt so hoch wie die Festigkeit des Mörtels, welcher in Form eines Prismas gemäß den in DIN EN 1015-11 (2020) definierten Bedingungen erhärtete. Dies deckt sich in etwa mit den Erkenntnissen in Henzel & Karl (1987).

Da die meisten empirischen Formeln zur Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit, wie z. B. die Potenzformel nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019), auf Grundlage von Prismenfestigkeiten des Mörtels aufgestellt wurden, kann es zu einer Überschätzung der Mauerwerksdruckfestigkeit führen, wenn die nach DIN 18555-9 (2019) ermittelte Mörteldruckfestigkeit ohne Umrechnung als Eingangsgröße für die Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit verwendet wird. Daher sollte der Einfluss der steinabhängigen Erhärtingsbedingungen auf die Mörtelfestigkeit berücksichtigt werden, wenn die Druckfestigkeit von Mauerwerk auf der Grundlage empirischer Formeln geschätzt wird. Weitere Untersuchungen sind notwendig, um zuverlässige Umrechnungsfaktoren für alle gängigen Stein-Mörtel-Kombinationen zu erhalten.

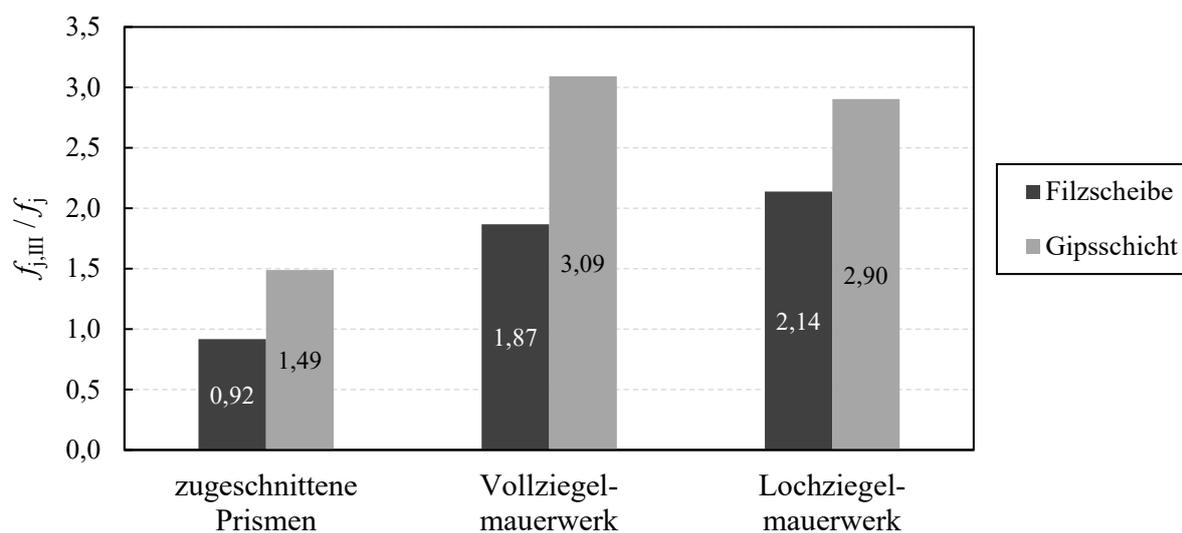


Abb. 3-6 Verhältnis der in Anlehnung an bzw. nach Verfahren III von DIN 18555-9 (2019) ermittelten Mörteldruckfestigkeit  $f_{j,III}$  zur Prismendruckfestigkeit  $f_j$  für aus Standardprismen geschnittene und aus Mauerwerk entnommene Prüfkörper

### 3.3 Prüfung von Mauerwerkskörpern

Neben den Prüfungen an den Komponenten Stein und Mörtel wurden Prüfungen am Verbundwerkstoff Mauerwerk durchgeführt, um so die Referenz-Druckfestigkeit und den Elastizitätsmodul von Mauerwerk nach DIN EN 1052-1 (1998) zu erhalten. Die Prüfungen wurden sowohl für Voll- als auch für Lochziegelmauerwerk durchgeführt. Darüber hinaus wurden für beide Ziegelarten Drei-Stein-Körper geprüft. Die Mauerwerksprüfkörper nach DIN EN 1052-1 (1998) und die Drei-Stein-Körper sind in Abb. 3-7 und Abb. 3-8 dargestellt. Die Lager- und Stoßfugendicken wurde zu 12 bzw. 10 mm gewählt, was den Normfugendicken nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019) entspricht.

Die gemäß DIN EN 1052-1 (1998) zu prüfenden RILEM-Prüfkörper wurden auf Stahlplatten hergestellt. Vor der Prüfung wurde die Oberseite der Probekörper mit einer dünnen Gipsschicht

abgeglichen. Bei den Drei-Stein-Körpern wurden die unteren Steine in eine Gipsschicht gebettet. Die Oberseite der jeweils obersten Steine wurde vorab geschliffen, um eine ebene Oberfläche zu erhalten. Alle Probekörper wurden für die ersten drei Tage der Erhärtung mit Polyethylenfolien abgedeckt und bis zur Prüfung im Labor gelagert.



Abb. 3-7 RILEM-Prüfkörper zur Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit (a: Vollziegelmauerwerk, b: Lochziegelmauerwerk)



Abb. 3-8 Drei-Stein-Körper zur Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit

Die Belastung in den Versuchen nach DIN EN 1052-1 (1998) wurde weggesteuert aufgebracht. Die Belastungsgeschwindigkeit wurde dabei so gewählt, dass die Mauerwerksfestigkeit in 15 bis 30 Minuten erreicht wurde. Die vertikale Stauchung des Mauerwerks wurde mit je zwei Wegaufnehmern auf jeder Seite der Prüfkörper aufgezeichnet, welche je zwei Steine und Mörtelfugen umfassten. Die Spannungs-Dehnungs-Linie, die dem Mittel der von den vier Wegaufnehmern gemessenen Stauchung entspricht, ist in Abb. 3-9 dargestellt.

Um einen Elastizitätsmodul zu erhalten, der dem anfänglich näherungsweise linearen Abschnitt der Spannungs-Dehnungs-Linie entspricht, schreibt DIN EN 1052-1 (1998) vor, den Elastizitätsmodul als Sekantenmodul zwischen 0 % und 33 % der maximalen Spannung zu bestimmen.

Wie in Abb. 3-9 gezeigt, kommt es bei einigen Spannungs-Dehnungs-Linien zunächst zu einer Verfestigung, bevor der lineare Teil der Spannungs-Dehnungs-Linie erreicht wird. Daher wird der Elastizitätsmodul im Folgenden als Sekantenmodul zwischen 5 % und 33 % der Maximalspannung ermittelt, was auch in der ASTM-Norm ASTM C1314 (2018) empfohlen wird. Der tatsächliche lineare Teil der Spannungs-Dehnungs-Linie kann durch diese Vorgehensweise genauer erfasst werden.

Da die Wegaufnehmer nur die Verschiebung an der Oberfläche messen, ist die in Abb. 3-9 dargestellte Dehnung möglicherweise nicht repräsentativ für den gesamten Mauerwerksquerschnitt, sobald Risse parallel zur Oberfläche auftreten, d. h. wenn die Druckspannung nahe der Mauerwerksfestigkeit liegt. Bei einigen der untersuchten Probekörper nahmen die gemessenen Verschiebungen nach Erreichen der maximalen Spannung ab, obwohl die Verschiebung der Prüfmaschine weiter zunahm. Die Spannungs-Dehnungs-Linien in Abb. 3-9 sind daher nur bis zu dem Moment dargestellt, an dem eine der gemessenen Stauchungen wieder zu sinken begann. Bei einem Prüfkörper trat dieser Effekt bereits vor Erreichen der Maximalspannung auf, wie in Abb. 3-9 zu sehen ist. Da dieser Effekt jedoch nur für Dehnungen in der Nähe der Mauerwerksfestigkeit relevant ist, hat er nahezu keinen Einfluss auf den ermittelten Elastizitätsmodul.

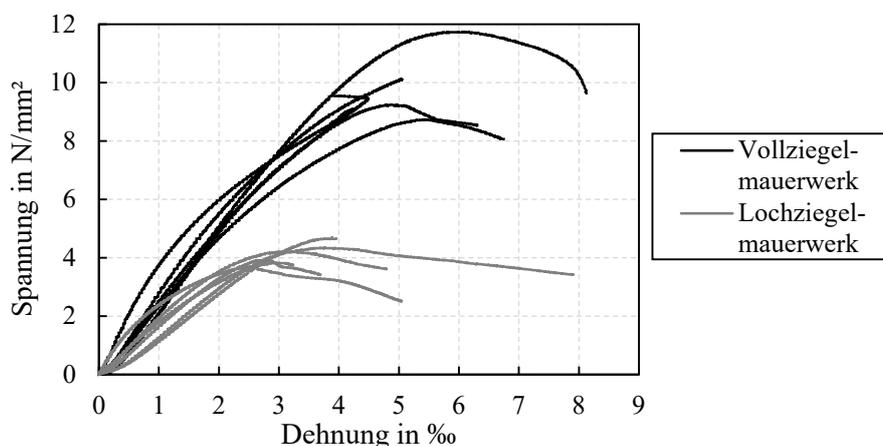


Abb. 3-9 Spannungs-Dehnungs-Linien der Druckfestigkeitsversuche an RILEM-Prüfkörpern nach DIN EN 1052-1 (1998)

Die Ergebnisse der Druckfestigkeitsprüfungen nach DIN EN 1052-1 (1998) sind in Tabelle 3-3 aufgeführt. Zusätzlich zu Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul sind die Abmessungen und das Prüfmuster der Prüfkörper angegeben. Außerdem sind die zugehörigen Druckfestigkeiten für Stein und Mörtel gegeben, wobei es sich jeweils um den Mittelwert von mindestens sechs Prüfergebnissen der zugehörigen Palette bzw. Mischung handelt. Die Bezeichnung „Mz“ kennzeichnet dabei die RILEM-Prüfkörper aus Vollziegeln, während „HLz“ die aus Hochlochziegeln hergestellten Prüfkörper bezeichnet. Die Einzelwerte der Prüfergebnisse für die Drei-Stein-Körper sind ebenfalls in Tabelle 3-3 gegeben. Die Belastungsgeschwindigkeit bei der

Prüfung der Drei-Stein-Körper wurde äquivalent zu den Prüfungen an den RILEM-Prüfkörpern gewählt. Auf eine Ermittlung des Elastizitätsmoduls wurde verzichtet, da hier die Ermittlung der Festigkeit im Vordergrund stand.

*Tabelle 3-3 Ergebnisse der Druckfestigkeitsprüfung nach DIN EN 1052-1 (1998) sowie der Prüfung an Drei-Stein-Prüfkörpern*

Probekörper	Alter	Abmessungen			Steinfestigkeit $f_b$	Mörtelfestigkeit $f_j$	Mauerw.-festigkeit $f_{ma}$	E-Modul $E_{ma}$	$E_{ma} / f_{ma}$
		Länge	Dicke	Höhe					
	d	mm	mm	mm	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	-
RIL-Mz-1	41	496	115	514	24,6	2,5	10,1	3129	309
RIL-Mz-2	40	498	115	514	24,6	2,5	9,2	2644	287
RIL-Mz-3	40	497	115	514	24,6	2,5	11,7	2860	244
RIL-Mz-4	35	491	114	509	24,0	3,2	9,1	4128	453
RIL-Mz-5	36	491	114	513	24,0	3,2	8,7	2540	291
RIL-Mz-6	36	490	114	514	24,0	3,2	9,5	2697	283
RIL-HLz-1	42	488	111	503	12,0	2,7	4,3	1607	371
RIL-HLz-2	41	490	111	505	12,0	2,7	4,2	2028	482
RIL-HLz-3	41	489	111	503	12,0	2,7	4,7	1449	311
RIL-HLz-4	35	486	110	500	12,0	3,2	3,8	1939	507
RIL-HLz-5	35	489	110	504	12,0	3,2	3,9	1754	448
RIL-HLz-6	34	487	110	501	12,0	3,2	3,7	2974	803
Drei-Mz-1	41	243	116	244	24,6	2,4	11,0	-	-
Drei-Mz-2	41	244	116	244	24,6	2,4	10,1	-	-
Drei-Mz-3	41	244	115	244	24,6	2,4	8,6	-	-
Drei-Mz-4	35	241	115	241	24,0	3,5	11,0	-	-
Drei-Mz-5	35	240	115	242	24,0	3,5	12,1	-	-
Drei-Mz-6	36	241	115	239	24,0	3,5	11,2	-	-
Drei-HLz-1	42	235	110	235	12,0	3,1	4,8	-	-
Drei-HLz-2	42	237	110	237	12,0	3,1	4,3	-	-
Drei-HLz-3	42	238	110	235	12,0	3,1	5,0	-	-
Drei-HLz-4	35	235	112	231	12,0	3,5	5,0	-	-
Drei-HLz-5	35	235	112	232	12,0	3,5	5,5	-	-
Drei-HLz-6	35	236	112	233	12,0	3,5	5,0	-	-

In Tabelle 3-4 sind die Mittelwerte der an den RILEM-Prüfkörpern sowie den Drei-Stein-Körpern bestimmten Druckfestigkeiten gemeinsam mit dem zugehörigen Variationskoeffizienten angegeben. Die Ergebnisse sind zudem einer rechnerischen Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit gemäß der Potenzformel mit Parametern nach DIN EN 1996-1-1 (2013) und DIN EN 1996-1-1/NA (2019) gegenübergestellt. Die Berechnungen basieren auf der mittleren Stein- und mittleren Prismendruckfestigkeit des Mörtels für alle Versuchsreihen, vgl. Abschnitt 3.2. Die Parameter der Potenzgleichung für Vollziegelmauerwerk sind  $K = 0,55$ ,  $\alpha = 0,7$  und  $\beta = 0,3$  nach DIN EN 1996-1-1 (2013) und  $K = 0,95$ ,  $\alpha = 0,585$  und  $\beta = 0,162$  nach

DIN EN 1996-1-1/NA (2019). Für Lochziegel beträgt  $K$  nach DIN EN 1996-1-1 (Steine der Gruppe 2) 0,45 und nach DIN EN 1996-1-1/NA 0,69, während  $\alpha$  und  $\beta$  die gleichen Werte wie für Vollziegel besitzen. Da die Potenzgleichungen beider Normen eine Umrechnung vom Mittelwert auf den charakteristischen Wert der Mauerwerksdruckfestigkeit beinhalten, werden die erhaltenen Werte mittels Division durch 0,8 in Mittelwerte zurückgerechnet, vgl. Gl. 2-2.

*Tabelle 3-4 Vergleich zwischen experimentell ermittelten Mauerwerksdruckfestigkeiten und Berechnung mittels normativer Gleichungen*

Mauerwerksart	Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{ma}$			
	Versuche an RILEM-Körpern	Versuche an Drei-Stein-Körpern	EN 1996-1-1 ( $f_{ma,k} / 0,8$ )	DIN EN 1996-1-1/NA ( $f_{ma,k} / 0,8$ )
	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
Vollziegel-mauerwerk	9,74 (0,11)	10,66 (0,11)	8,81	9,16
Lochziegel-mauerwerk	4,11 (0,09)	4,94 (0,08)	4,21	4,25

*Mittelwerte für jeweils  $n = 6$  Prüfkörper (Variationskoeffizienten in Klammern). Rechnerische Ermittlung basierend auf  $f_b = 24,9$  N/mm<sup>2</sup> (Vollziegel),  $f_b = 11,6$  (Lochziegel) und  $f_j = 2,71$  N/mm<sup>2</sup>, siehe Abschnitt 3.2.*

Die in Tabelle 3-4 dargestellten experimentell ermittelten Mauerwerksdruckfestigkeiten stimmen sehr gut mit den Berechnungen mittels der normativen Gleichungen überein. Darüber hinaus liegen die Ergebnisse der Versuche an RILEM-Prüfkörpern und der Versuche an Drei-Stein-Körpern recht nahe beieinander. Werden alle Versuchsergebnisse über den Faktor  $0,966 + 0,00136 (h / t)^2$  in eine Schlankheit von  $h / t = 5$  umgerechnet, siehe Mann (1983), so ergibt sich ein Verhältnis von mittlerer Festigkeit an RILEM-Prüfkörpern zur mittleren Festigkeit an Drei-Stein-Körpern von 0,91. Der hauptsächliche Grund für diesen Unterschied liegt im Einfluss der Stoßfugen, welche bei den Drei-Stein-Körpern nicht vorhanden sind.

### 3.4 Prüfung der Mauerwerkswände mit und ohne Schwachstellen

#### 3.4.1 Versuchsprogramm und Vorgehen

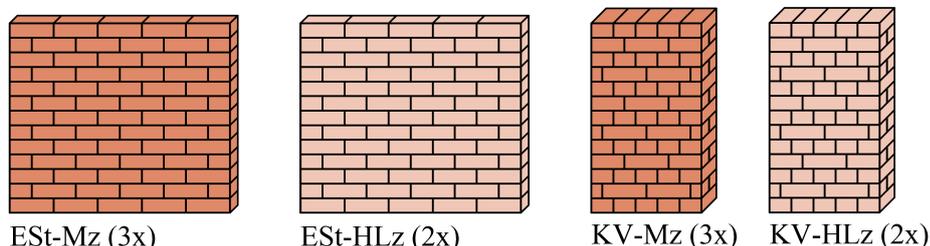
Abb. 3-10 gibt einen Überblick über die geprüften Mauerwerkswände. Das Prüfprogramm umfasste Referenzwände, die ausschließlich aus Voll- oder Lochziegeln bestanden, Wände mit Schwachstellen in Form eines fehlenden Ziegels im Mauerwerksverband sowie Wände, die sowohl Voll- als auch Lochziegel in bestimmten Verhältnissen enthielten. Alle diese Prüfkörpertypen wurden sowohl als Einsteinmauerwerk, d. h. als Wände mit einer Dicke von nur einer Steinbreite, als auch als im Kreuzverband gemauerte Wände mit einer Wanddicke von einer Steinlänge (= zwei Steinbreiten plus eine vertikale Mörtelfuge) geprüft.

Die Wände beider Verbandstypen hatten eine Höhe von 13 Lagen mit je fünf Steinen. Die Nenndicke der Stoßfugen wurde zu 10 mm und die Nenndicke der Lagerfugen zu  $12 \frac{1}{3}$  mm gewählt. Die Nenndicke von  $12 \frac{1}{3}$  mm ergibt sich aus der Bedingung, dass die Summe der

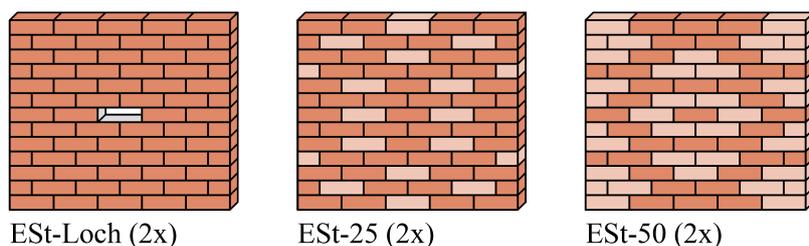
Höhen von zwölf Lagen aus Ziegeln und Mörtel 1 m betragen soll, siehe DIN 4172 (2015). Ausgehend von den Ziegelnennmaßen von 240 x 115 x 71 mm<sup>3</sup> ergaben sich für die Einsteinerwerkswände die Nennmaße 1240 x 1083 x 115 mm<sup>3</sup> (Länge x Höhe x Breite) und für die Wände im Kreuzverband 615 x 1083 x 240 mm<sup>3</sup>. Bei den Wänden mit fehlenden Ziegeln wurden die mittleren Ziegel der mittleren Lage weggelassen. Bei den Wänden im Kreuzverband wurde sowohl die Option eines fehlenden Läufers (= Stein mit der langen Seite parallel zur Wandlänge) als auch eines fehlenden Binders (= Stein mit der langen Seite senkrecht zur Wand) geprüft. Die Wände, die sowohl Vollziegel als auch Lochziegel enthielten, wurden sowohl mit einem Anteil an Lochziegeln von 25 % als auch mit einem Anteil von 50 % errichtet. Die Positionen der Lochziegel innerhalb der Wand sind in Abb. 3-10 zu sehen. Die Lochziegel sind symmetrisch auf der linken und rechten Seite der Wand angeordnet und außerdem so, dass ausschließlich durch Vollziegel verlaufende Lastpfade von oben nach unten möglich sind.

■ Vollziegel (Mz)    ■ Hochlochziegel (HLz)

**Referenzwände**



**Einsteinerwerk mit Schwachstellen**



**Kreuzverband mit Schwachstellen (Vorder- und Rückseite)**

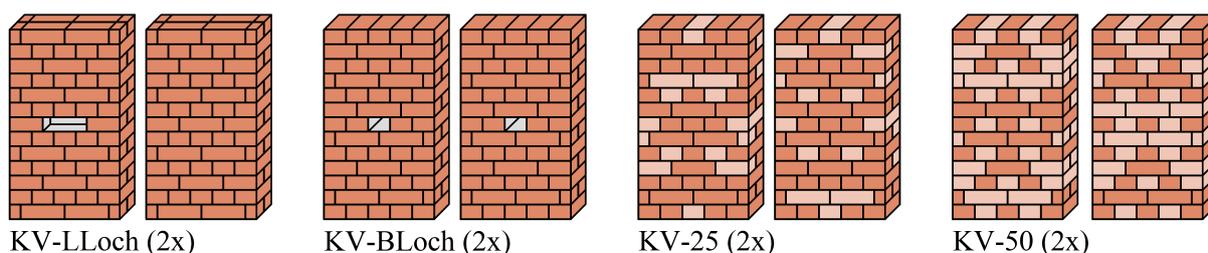


Abb. 3-10 Überblick über die geprüften Mauerwerkswände

Alle Wände wurden von ausgebildeten Maurern errichtet. Die Wände wurden auf Betonbalken errichtet, um einen einfachen Transport zur Prüfmaschine zu ermöglichen. Nach dem Aufbau

wurden die Wände für drei Tage mit Polyethylenfolien abgedeckt und dann bis zum Tag der Prüfung unter Laborbedingungen gelagert. Am Tag vor der Prüfung wurde der Betonbalken mitsamt der Wand in der Prüfmaschine auf einer Mörtelschicht platziert, welche das Nivellieren der Wand ermöglicht. Die Oberseite der Wand wurde vor der Prüfung mit einer dünnen Gipschicht abgeglichen. Die Last wurde über einen gelenkig gelagerten Stahlträger aufgebracht. In Abb. 3-11 ist der Versuchsaufbau beispielhaft für die Wand KV-50-1 dargestellt.

Die Verschiebungen wurden mit vier Seilzugwegaufnehmern (zwei auf jeder Seite) gemessen, welche jeweils über zehn Ziegel- und Mörtelfugenhöhen reichten, siehe Abb. 3-11. Zusätzlich wurde eine Seite der Wand für die Messung der Verschiebungen mittels digitaler Bildkorrelation (DIC) präpariert. Hierzu wurden die Wände weiß gestrichen und mit einem schwarzen Sprengelmuster versehen. Während der Versuche nahmen zwei Kameras Bilder der präparierten Wandseite mit einer Frequenz von einem Bild pro Sekunde auf. Die Belastung wurde weggesteuert mit einer konstanten Geschwindigkeit aufgebracht, sodass die maximale Belastung nach 15 bis 30 min erreicht wurde. Nach Erreichen der Maximallast wurde der Maschinenweg weiter erhöht, bis die Last auf weniger als 90 % des Maximums abfiel.



Abb. 3-11 Versuchsaufbau für Wand KV-50-1 (beispielhaft)

### 3.4.2 Versuchsergebnisse

Eine Übersicht der Prüfergebnisse ist in Tabelle 3-5 gegeben. Neben der Tragfähigkeit und der zugehörigen Druckfestigkeit (maximale Last pro Bruttoquerschnittsfläche) sind das Prüfalter, die tatsächlichen Abmessungen der Wand und die Stein- und Mörtelfestigkeit der entsprechenden Steinpalette bzw. der getesteten Mörtelmischung angegeben.

Basierend auf den entsprechenden Stein- und Mörtelfestigkeiten wäre eine Korrektur der Tragfähigkeit möglich, z. B. nach DIN EN 1052-1 (1998), sodass alle korrigierten Tragfähigkeiten

den gleichen Stein- und Mörtelfestigkeiten entsprechen. Wie man sieht, variieren die zugehörigen Steinfestigkeiten nur leicht. Die Streuung der Mörtelfestigkeit ist größer, hat aber einen wesentlich geringeren Einfluss auf die resultierende Festigkeit. Eine Erhöhung der Mörtelfestigkeit um 50 % würde zu einer theoretischen Erhöhung der Mauerwerksfestigkeit von nur 13 % bei  $\beta = 0,3$  (DIN EN 1996-1-1 2013) bzw. 7 % bei  $\beta = 0,162$  (DIN EN 1996-1-1/NA 2019) führen. Außerdem wurden nicht alle Mörtelmischungen in einer Wand geprüft. Daher sind die geprüften Mörtelmischungen möglicherweise nicht repräsentativ für die gesamte Wand, und eine Korrektur führt gegebenenfalls zu keiner Verbesserung der Ergebnisse. Daher werden die unkorrigierten Tragfähigkeiten für die weitere Auswertung verwendet.

Tabelle 3-5 Ergebnisse der Traglastversuche an Mauerwerkswänden

Wand- typ	Nr.	Alter	Abmessungen			Steinfestig- keit $f_b$ Mz / HLz N/mm <sup>2</sup>	Mörtel- festig- keit $f_j$ N/mm <sup>2</sup>	Max. Last kN	Festig- keit N/mm <sup>2</sup>	Mittlere Festig- keit N/mm <sup>2</sup>
			Länge	Dicke	Höhe					
			d	mm	mm					
ESt-Mz	1	35	1266	115	1122	25,7 / -	2,77	1004	6,90	7,42
	2	36	1265	115	1112	25,7 / -	2,77	1089	7,49	
	3	40	1255	115	1115	25,7 / -	2,77	1136	7,87	
ESt-HLz	1	34	1234	110	1077	- / 12,0	2,80	437	3,22	3,14
	2	37	1245	111	1086	- / 11,4	2,24	423	3,06	
ESt-Loch	1	40	1245	115	1110	23,6 / -	2,40	814	5,68	5,62
	2	41	1250	115	1112	23,6 / -	2,40	799	5,56	
ESt-25	1	36	1247	113	1108	24,6 / 12,0	2,30	681	4,83	5,02
	2	35	1248	113	1119	24,6 / 12,0	2,03	736	5,22	
ESt-50	1	36	1246	113	1112	24,6 / 12,0	2,16	565	4,01	4,02
	2	35	1248	113	1105	24,6 / 12,0	2,03	568	4,03	
KV-Mz	1	32	620	241	1121	25,2 / -	2,76	943	6,31	6,35
	2	40	629	241	1091	23,1 / -	2,89	826	5,45	
	3	37	625	240	1110	24,0 / -	2,85	1093	7,29	
KV-HLz	1	38	622	239	1084	- / 11,4	2,90	391	2,63	2,64
	2	41	621	239	1083	- / 11,4	3,11	394	2,66	
KV-LLoch	1	33	623	242	1114	25,2 / -	2,76	694	4,61	4,47
	2	34	624	241	1116	25,2 / -	2,76	651	4,33	
KV-BLoch	1	35	617	242	1115	25,2 / -	2,76	748	5,01	4,94
	2	36	622	242	1117	25,2 / -	2,76	732	4,86	
KV-25	1	41	624	239	1098	24,0 / 11,4	3,13	721	4,83	4,77
	2	42	622	240	1101	24,0 / 11,4	2,73	703	4,71	
KV-50	1	42	620	239	1093	24,0 / 11,4	3,14	501	3,38	3,32
	2	43	622	240	1095	24,0 / 11,4	2,90	485	3,25	

Werden die Festigkeiten der Referenzwände aus Vollziegel- und Lochziegelmauerwerk über den Faktor  $0,966 + 0,00136 (h / t)^2$  auf eine Schlankheit von  $h / t = 5$  umgerechnet, so ergibt sich, dass die Festigkeit des Mauerwerks im Kreuzverband bei 78 % (Vollziegel) bzw. 76 %

(Lochziegel) der Festigkeit des Einsteinmauerwerks liegt. Dies stimmt gut mit dem in DIN EN 1996-1-1 (2013) gegebenen Umrechnungsfaktor von 0,8 für die Festigkeit von Verbandsmauerwerk, d. h. Mauerwerk mit Fugen parallel zur Wandebene, im Verhältnis zu Einsteinmauerwerk überein.

Anhand der Ergebnisse ist zu erkennen, dass die Tragfähigkeit der aus Voll- und Lochziegeln bestehenden Wänden unterhalb dessen liegt, was eine lineare Interpolation zwischen den Referenzwänden gemäß den Anteilen der beiden Steinarten erwarten lassen würde. Es ist demnach nur eine begrenzte Möglichkeit der Lastumlagerung gegeben. Die Tragfähigkeit der Wände mit einer Schwachstelle in Form eines im Verband fehlenden Steines liegt je nach Wandart bei 70 % bis 78 % der Tragfähigkeit der jeweiligen Referenzwand. Ein perfektes Lastumlagerungsvermögen müsste zu einer relativen Tragfähigkeit von 80 % (4 statt 5 Steine im kritischen Querschnitt) führen.

Abb. 3-12 zeigt die Spannungs-Dehnungs-Linien der Versuche an Mauerwerkswänden, d. h. die auf die Querschnittsfläche und die Messlängen der Wegaufnehmer bezogenen Last-Verschiebungs-Linien. Bei den Spannungen und Dehnungen handelt es sich somit um Mittelwerte, da die tatsächlichen Spannungen und Dehnungen aufgrund der lokalen Schwachstellen innerhalb der Wand variieren. Der Einfluss von Rissen parallel zur Wandoberfläche auf die von den Wegaufnehmern gemessenen Verschiebungen, welcher in Abschnitt 3.3 für die Versuche an RILEM-Prüfkörpern beschrieben ist, ist bei den Versuchen an den Mauerwerkswänden weniger problematisch. Da die Risse, welche zum Versagen führen, zufällig an verschiedenen Stellen in der Wand auftreten, ist die Wahrscheinlichkeit von großen Rissen in der Nähe der Befestigungspunkte der Wegaufnehmer wesentlich geringer.

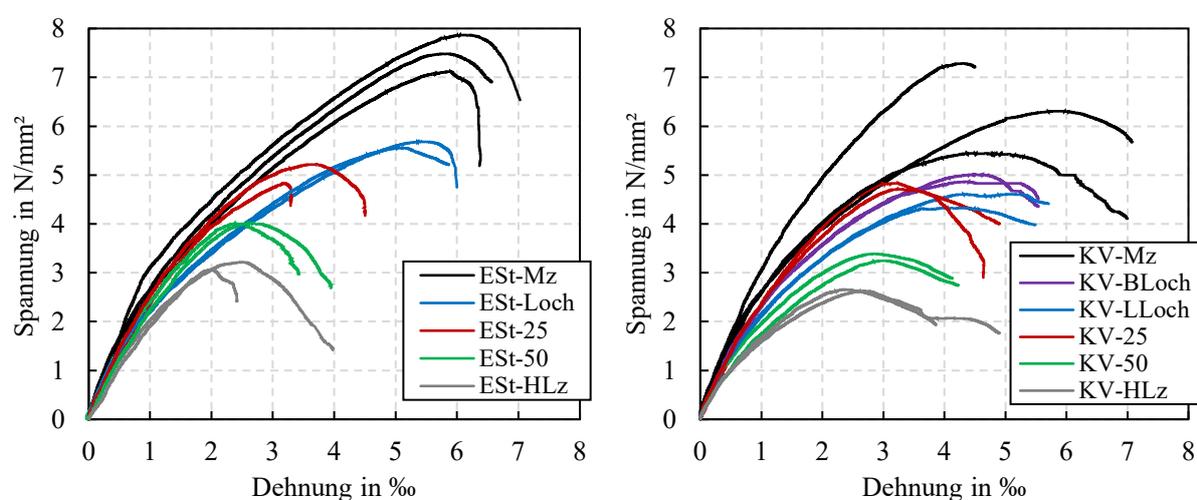


Abb. 3-12 Spannungs-Dehnungs-Linien aus den Versuchen an Mauerwerkswänden

Basierend auf den in Abb. 3-12 dargestellten Spannungs-Dehnungs-Linien kann der Materialparameter  $k$ , der die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Beziehung quantifiziert, wie folgt berechnet werden:

$$k = \frac{\varepsilon_f E_{\text{ma}}}{f_{\text{ma}}} \quad \text{Gl. 3-1}$$

Hierbei ist  $f_{\text{ma}}$  die Mauerwerksdruckfestigkeit,  $E_{\text{ma}}$  der Elastizitätsmodul und  $\varepsilon_f$  die Dehnung bei maximaler Spannung. Für  $k = 1$  ist das Materialverhalten linear, bei  $k = 2$  entspricht die Spannungs-Dehnungs-Linie im ansteigenden Bereich in etwa einer quadratischen Parabel. Der Effekt der Anfangsverfestigung, der bei den Versuchen an den RILEM-Prüfkörpern auftrat, war bei den Versuchen an Mauerwerkswänden nicht vorhanden. Der Elastizitätsmodul in Gl. 3-1 wird daher als Sekantenmodul zwischen 0 % und 33 % der maximalen Last bestimmt. Der mittlere Parameter  $k$  kann für Einsteinmauerwerk aus Vollziegeln zu 2,31 und für die Vollziegelwände im Kreuzverband zu 2,38 ermittelt werden. Beim Mauerwerk aus Lochziegeln ergibt sich  $k = 1,69$  für die Einsteinmauerwerkswände und  $k = 2,04$  für die Wände im Kreuzverband.

### 3.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Vorgehensweise und die Ergebnisse von experimentellen Untersuchungen an Ziegelmauerwerkswänden beschrieben. Zunächst wurden begleitende Prüfungen an den Komponenten Ziegel und Mörtel dargestellt. Neben der Standardprüfung des Mörtels an Prismen nach DIN EN 1015-11 (2020) wurde auch die Fugendruckfestigkeit des Mörtels nach Verfahren III aus DIN 18555-9 (2019) ermittelt. Zudem wurde die Mörtelfestigkeit an aus Mörtelprismen herausgeschnittenen Prüfkörpern mit einer Geometrie in Anlehnung an das Verfahren III nach DIN 18555-9 (2019) geprüft. Hierbei zeigte sich, dass die geometrischen Randbedingungen des Verfahrens III zu annähernd gleichen Mörteldruckfestigkeiten führen wie bei einer Mörtelprüfung an Standardprismen. Aufgrund der unterschiedlichen Aushärtungsbedingungen des Mörtels im Mauerwerk im Vergleich zur Aushärtung der Standardprismen kann die Festigkeit der aus dem Mauerwerk entnommenen Proben jedoch deutlich von der Festigkeit der Standardprismen abweichen. Für den untersuchten hydraulischen Kalkmörtel war die Festigkeit innerhalb des Ziegelmauerwerks um einen Faktor von etwa zwei höher.

In Abschnitt 3.3 wurden Ergebnisse von Druckfestigkeitsprüfungen an Norm-Mauerwerksprüfkörpern (RILEM-Prüfkörper) nach DIN EN 1052-1 (1998) und an Drei-Stein-Körpern dargestellt. Die an RILEM-Prüfkörpern ermittelten Festigkeiten stimmen sehr gut mit den auf Basis der Stein- und Mörteldruckfestigkeit berechneten Festigkeiten gemäß den Potenzformeln nach DIN EN 1996-1-1 (2013) und DIN EN 1996-1-1/NA (2019) überein.

Schließlich wurden in Abschnitt 3.4 die Ergebnisse von 24 Versuchen an Mauerwerkswänden vorgestellt. Neben Referenzversuchen an Voll- und Lochziegelmauerwerk wurden auch Wände mit Schwachstellen geprüft. Diese Schwachstellen bestanden entweder aus einem fehlenden Ziegel im Mauerwerksverband oder aus einem bestimmten Prozentsatz an Lochziegeln inner-

---

halb einer Mauerwerkswand. Die Prüfungen wurden an Einsteinmauerwerk und an im Kreuzverband errichteten Mauerwerkswänden durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen ein recht gutes, aber keineswegs vollständiges Lastumlagerungsvermögen des Ziegelmauerwerks. Die Versuche bilden eine gute Grundlage für die Validierung des Finite-Elemente-Modells im folgenden Kapitel.

## 4 FE-Modellierung druckbeanspruchter Ziegelmauerwerkswände

### 4.1 Einführung

Zur Durchführung der Monte-Carlo-Simulationen, welche in Kapitel 5 vorgestellt werden, werden Ziegelmauerwerkswände unter Druckbeanspruchung mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) modelliert. In diesem Kapitel wird das Finite-Elemente-Modell dargestellt. In Abschnitt 4.2 erfolgt zunächst eine Beschreibung des Modells, einschließlich der Wahl der Elemente, der Netzfeinheit und Randbedingungen sowie der Modellierung der Materialeigenschaften. In 4.3 erfolgt dann die Validierung des Modells. Hierzu werden die in Kapitel 4 beschriebenen Versuche an Mauerwerkswänden nachgerechnet und die Ergebnisse dieser Nachrechnung mit den Versuchsergebnissen verglichen.

### 4.2 Beschreibung des Finite-Elemente-Modells

#### 4.2.1 Allgemeines und Modellierungsstrategie

Für die Finite-Elemente-Simulationen wurde die Software DIANA (Version 10.3) verwendet (DIANA FEA 2019). Als Modellierungsstrategie wurde der Ansatz einer vereinfachten Mikromodellierung gewählt. Eine allgemeine Beschreibung der verschiedenen Strategien zur Finite-Elemente-Modellierung von Mauerwerk ist z. B. in Lourenço (1996) und Schlegel (2004) gegeben. Für die nachfolgenden Monte-Carlo-Simulationen ist der Ansatz der vereinfachten Mikromodellierung am besten geeignet, da er einen guten Kompromiss zwischen der detaillierten Mikromodellierung und dem Ansatz einer Makromodellierung darstellt. Der detaillierte Mikromodellierungsansatz wäre deutlich rechenintensiver und würde zusätzliche mechanische Eingangsparameter erfordern, die ebenfalls stochastisch modelliert werden müssten. Für die Monte-Carlo-Simulationen muss das Finite-Elemente-Modell dazu geeignet sein, eine Streuung der Materialeigenschaften von Stein zu Stein abzubilden. Innerhalb des Makromodellierungsansatzes ist keine Diskretisierung einer Mauerwerkswand in einzelne Steine und Mörtelfugen vorgesehen, wodurch diese Modellierungsstrategie bei Wänden mit einer Materialstreuung von Stein zu Stein ungeeignet ist.

Bei der vereinfachten Mikromodellierung wird das Mauerwerk durch um die halbe Mörtelfugendicke in jede Richtung vergrößerte „Steine“ sowie durch dazwischenliegende Kontaktelemente (engl. „Interfaces“) ohne Dicke abgebildet. Die im Mauerwerk vorhandene Interaktion zwischen Steinen und Mörtelfugen, welche in der Realität die Mauerwerksdruckfestigkeit determiniert, wird bei der vereinfachten Mikromodellierung nicht explizit abgebildet. Stattdessen werden direkt die Eigenschaften des Verbundwerkstoffs Mauerwerk angesetzt. Im vereinfachten Mikromodellierungsansatz, wie er von Lourenço (1996) beschrieben wird, verhalten sich die erweiterten „Steine“ elastisch, während das inelastische Verhalten des Mauerwerks, d. h.

mögliche plastische Verformungen sowie das Versagen des Mauerwerks, über die Kontaktelemente abgebildet wird. Im Gegensatz dazu wird in den folgenden Untersuchungen das inelastische Verhalten des Mauerwerks auf Druck durch das für die erweiterten „Steine“ gewählte Materialmodell berücksichtigt. Die Kontaktelemente dienen allein der Modellierung der Rissbildung in den Mörtelfugen infolge von Zugspannungen. Diese Wahl wurde getroffen, da die Materialeigenschaften der Steine einen größeren Einfluss auf die Mauerwerksdruckfestigkeit besitzen als jene des Mörtels. Innerhalb des vereinfachten Mikromodellierungsansatzes ist daher die Streuung der Mauerwerksdruckfestigkeit von Stein zu Stein besser zur Abbildung der Materialstreuung innerhalb des Mauerwerks geeignet als eine Streuung von Kontaktelement zu Kontaktelement.

Der besseren Lesbarkeit halber werden die erweiterten Steine im Folgenden schlicht als „Steine“ bezeichnet. Die Anführungszeichen erinnern daran, dass die Geometrie und insbesondere die zugeordneten Materialeigenschaften von denen der tatsächlichen Steine abweichen.

#### 4.2.2 Wahl der Geometrie und Netzfeinheit

Die „Steine“ werden über Volumenelemente mit acht Knoten abgebildet (Elementtyp HX24L in DIANA). Die Abmessungen der „Steine“, die Ziegel mit Normalformat NF innerhalb von Einsteinmauerwerk darstellen, betragen  $250 \times 115 \times 83,3 \text{ mm}^3$  (Länge  $\times$  Breite  $\times$  Höhe). Diese Maße ergeben sich aus den Ziegelnennmaßen zuzüglich zweimal der halben Stoßfugendicke in der Länge sowie zweimal der halben Lagerfugendicke in der Höhe. Bei den Wänden im Kreuzverband ist die Breite der „Steine“ zusätzlich um die halbe Dicke der Fuge parallel zur Wandfläche vergrößert, wodurch sich die Gesamtabmessungen von  $250 \times 120 \times 83,3 \text{ mm}^3$  ergeben. Jeder „Stein“ wird in  $8 \times 4 \times 3$  Elemente unterteilt, was zu annähernd kubischen Elementen mit einer Kantenlänge von ca. 30 mm führt. Zwischen den „Steinen“, d. h. an der Position der Stoß- und Lagerfugen, befinden sich Kontaktelemente. Die entsprechenden Elemente sind ebene viereckige Interface-Elemente mit vier plus vier Knoten (Typ Q24IF in DIANA).

In der Finite-Elemente-Simulation der Versuche wird die Last weggesteuert am Mittelpunkt der Oberseite der Wand aufgebracht. Die vertikale Verschiebung dieses Punktes ist mit allen Punkten der Mittellinie in Wandlängsrichtung starr gekoppelt, was zu einer über die Wandlänge konstanten Vertikalverschiebung führt. Dies entspricht der Lasteinleitung über einen Stahlträger mit hoher Steifigkeit in den Versuchen. Anstelle einer vorgegebenen Verformung wird in den Monte-Carlo-Simulationen (MCS) eine gleichmäßige Linienlast mit definierter Exzentrizität an der Oberseite der Wand aufgebracht. In beiden Simulationsarten wird die Last dann von der (ex-)zentrischen Lasteinleitungslinie über eine dünne, starre Platte auf den gesamten Querschnitt verteilt. Außerdem wird die Wand oben und unten gegen Verschiebung aus der Ebene heraus gelagert. Bei der MCS wird unten ebenfalls eine starre Platte vorgesehen, die entlang einer Linie mit definierter Exzentrizität vertikal gelagert ist. Die Auflagerbedingungen erlauben oben und unten eine freie Verdrehung um die schwache Längsachse ( $x$ -Achse). Im Gegensatz

dazu wird die Platte an der Unterseite für die Simulation der Experimente vollflächig vertikal gelagert, was zu einer Einspannung um die Längsachse führt und dadurch die experimentellen Randbedingungen besser abbildet. Die Geometrie mit der Definition der Achsen, das Elementnetz und eine Darstellung der Spannungs- und Dehnungsverteilung sind in Abb. 4-1 beispielhaft für die Referenzwand der MCS im folgenden Kapitel dargestellt.

Da bei den stochastischen Simulationen keine gleichmäßige Verformung, sondern eine Gleichstreckenlast aufgebracht wird, kann sich die Wand im oberen Bereich auch frei um die starke Achse (y-Achse) verdrehen. Dies ist erforderlich, da die zufällige Zuordnung der Materialeigenschaften zu einer asymmetrischen Verteilung der Festigkeiten und Steifigkeiten des Materials führt und somit in der Regel eine Seite der Wand schwächer ist als die andere. In einem Gebäude kann diese Asymmetrie zu einer Rotation um die y-Achse führen, die durch die angrenzende Decke nur geringfügig behindert wird.

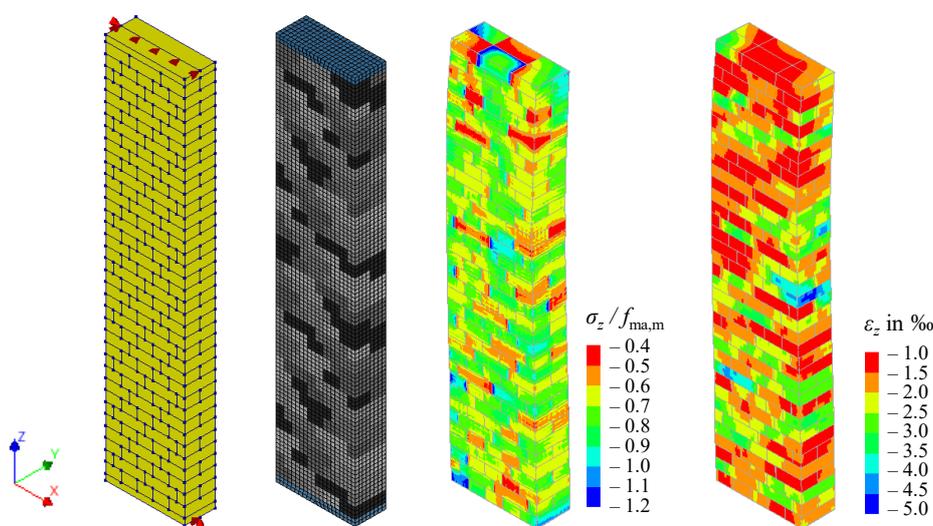


Abb. 4-1 Geometrie und Elementnetz des FE-Modells sowie beispielhafte Spannungs- und Dehnungsverteilung (Referenzwand für die Monte-Carlo-Simulationen)

### 4.2.3 Modellierung des Materialverhaltens

Auch wenn das Materialverhalten von Mauerwerk im Allgemeinen orthotrop ist, wird ein isotropes Materialmodell für die „Steine“ gewählt. Aufgrund der Tatsache, dass die überwiegenden Druckspannungen in vertikaler Richtung wirken, liefert ein isotropes Materialmodell in den folgenden Untersuchungen ausreichend genaue Ergebnisse. Das Materialmodell muss das Ver- und Entfestigungsverhalten von Mauerwerk unter Druckbeanspruchung abbilden, sobald das Ende des elastischen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens erreicht ist. Darüber hinaus muss das Modell das Verhalten von Mauerwerk unter vertikalem Druck in Kombination mit Druck- oder Zugspannungen in den horizontalen Richtungen adäquat darstellen.

Zu diesem Zweck wird für die „Steine“ das in DIANA als „crack and plasticity“ bezeichnete Materialmodell gewählt, welches eine Kombination aus zwei Materialmodellen darstellt, eines

für das Verhalten auf Druck und eines für das Verhalten unter Zug. Das plastische Verhalten unter Druck wird mittels Drucker-Prager-Fließkriterium und Ver- und Entfestigung der zugehörigen Kohäsion abgebildet. Unter Zugbeanspruchung entstehen bei Überschreiten einer definierten Zugfestigkeit Risse.

Für das Drucker-Prager-Plastizitätsmodell ist die Definition des Reibungswinkels  $\varphi$  und des Dilatanzwinkels  $\psi$  erforderlich. Der Dilatanzwinkel  $\psi$  wird mit dem Reibungswinkel  $\varphi$  gleichgesetzt, sodass sich eine assoziierte Fließregel ergibt, vgl. Lourenço (1996). Da der Dilatanzwinkel größer als Null ist, sind plastische Verformungen mit einer Volumenzunahme verbunden. Der Reibungswinkel  $\varphi$  definiert gemeinsam mit der Kohäsion die Fließfläche. Die Wahl des Reibungswinkels bestimmt, wie stark sich die vertikale Druckfestigkeit des Mauerwerks erhöht, wenn die vertikale Druckspannung mit Druckspannungen in den horizontalen Richtungen einhergeht. Der Reibungswinkel  $\varphi$  ist somit ein wesentlicher Kalibrierungsparameter. Wenn ein schwacher „Stein“ innerhalb der Wand seine maximale einachsige Festigkeit erreicht, geht dies mit großen Verformungen in horizontaler Richtung einher, die teilweise durch stärkere „Steine“ oben und unten behindert werden. Dies führt zu einer dreiachsigen Druckbeanspruchung des schwachen „Steines“ und damit zu einer Erhöhung seiner vertikalen Druckfestigkeit. Gleichzeitig wird die vertikale Druckfestigkeit der stärkeren „Steine“ aufgrund der horizontalen Zugspannung reduziert. Dieser Effekt wurde auch bei den Versuchen beobachtet. Bei der Kalibrierung des Finite-Elemente-Modells zeigte sich, dass ein Reibungswinkel von  $\varphi = 12^\circ$  zu Ergebnissen führt, die mit denen der durchgeführten Experimente gut übereinstimmen.

Das Ver- und Entfestigungsgesetz für die Beziehung zwischen plastischer Dehnung und Spannung wird entsprechend der von Lourenço (1996) vorgeschlagenen Form angesetzt. Wenn die Beziehung zwischen der Druckspannung  $\sigma$  und der plastischen Druckdehnung  $\varepsilon_{pl}$  in einaxialer Form ausgedrückt wird, lässt sich das Verfestigungs-/Erweichungsgesetz wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned} \sigma(\varepsilon_{pl}) &= \sigma_i + (\sigma_p - \sigma_i) \sqrt{\frac{2 \varepsilon_{pl} - \varepsilon_{pl}^2}{\varepsilon_p - \varepsilon_p^2}} \quad \text{für } \varepsilon_{pl} \leq \varepsilon_p \\ \sigma(\varepsilon_{pl}) &= \sigma_p + (\sigma_m - \sigma_p) \left( \frac{\varepsilon_{pl} - \varepsilon_p}{\varepsilon_m - \varepsilon_p} \right)^2 \quad \text{für } \varepsilon_p < \varepsilon_{pl} \leq \varepsilon_m \\ \sigma(\varepsilon_{pl}) &= \sigma_r + (\sigma_m - \sigma_r) \exp\left( 2 \frac{\sigma_m - \sigma_p}{\varepsilon_m - \varepsilon_p} \frac{\varepsilon_{pl} - \varepsilon_m}{\sigma_m - \sigma_r} \right) \quad \text{für } \varepsilon_m < \varepsilon_{pl} \end{aligned} \quad \text{Gl. 4-1}$$

Die Parameter  $\sigma_p$  und  $\varepsilon_p$  entsprechen der einaxialen Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma}$  sowie der plastischen Dehnung bei Erreichen dieser Festigkeit. Bei  $\sigma \leq \sigma_i$  treten nur elastische Dehnungen auf. Mit den Parametern  $\sigma_m$  und  $\varepsilon_m$  kann das Nachbruchverhalten gesteuert werden. Die Spannung  $\sigma_r$  ist eine aus numerischen Gründen erforderliche Residualspannung. In Lourenço (1996)

werden die Werte  $\sigma_i = 0,33 f_{ma}$ ,  $\sigma_m = 0,5 f_{ma}$  und  $\sigma_r = 0,1 f_{ma}$  empfohlen, welche im Folgenden ebenfalls verwendet werden.

Sind der Elastizitätsmodul und die Mauerwerksdruckfestigkeit gegeben, kann die plastische Dehnung  $\varepsilon_p$  bei maximaler Spannung durch die Wahl eines Parameters  $k$  für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bestimmt werden. Der Parameter  $k$  ist hier als das Verhältnis zwischen Gesamtdehnung und elastischer Dehnung bei maximaler Spannung definiert. Daher ergibt sich die plastische Dehnung bei maximaler Spannung wie folgt:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_f \frac{k-1}{k} = \frac{f_{ma}}{E_{ma}} (k-1) \quad \text{Gl. 4-2}$$

Hierbei bezeichnet  $\varepsilon_f$  die Gesamtdehnung bei maximaler Spannung und  $E_{ma}$  den Elastizitätsmodul des Mauerwerks. Der Parameter  $k$  definiert die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Bei  $k = 1$  ist der ansteigende Ast der Spannungs-Dehnungs-Beziehung vollkommen linear, während er bei  $k = 2$  in etwa einer quadratischen Parabel entspricht. Für die Nachrechnung der Versuche werden die in Kapitel 3 anhand der Versuchsergebnisse für Mauerwerkswände ermittelten Werte  $k$  verwendet, d. h.  $k = 2,31$  (Einsteinmauerwerk) und  $2,38$  (Kreuzverband) für Vollziegelmauerwerk sowie  $k = 1,69$  (Einsteinmauerwerk) und  $2,04$  (Kreuzverband) für Lochziegelmauerwerk. Der Elastizitätsmodul ist entsprechend den Versuchsergebnissen an RILEM-Prüfkörpern gewählt, siehe Abschnitt 3.3. Für die stochastische Simulation von Vollziegelmauerwerk wird der Parameter  $k$  für beide Verbandstypen zu 2 gesetzt, was etwas niedriger ist als der experimentell ermittelte Wert, aber für Vollziegelmauerwerk im Allgemeinen einen repräsentativeren Wert darstellt, siehe z. B. Kaushik et al. (2007) und Lumantarna et al. (2014). Für das Verhältnis von Elastizitätsmodul zur Druckfestigkeit von Mauerwerk wird in den stochastischen Simulationen  $E_{ma} / f_{ma} = 550$  als Referenzwert gewählt. Dieser Wert wird in Kaushik et al. (2007) als im Mittel gültiger Wert für Vollziegelmauerwerk festgestellt. In Schubert (2010) wird  $E_{ma} = 5.000 \text{ N/mm}^2$  für eine Stein-Mörtel-Kombination mit Druckfestigkeiten  $f_b = 25 \text{ N/mm}^2$  und  $f_j = 2,5 \text{ N/mm}^2$  angegeben. Die entsprechende Festigkeit nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019) beträgt  $f_{ma,k} = 7,2 \text{ N/mm}^2$ . Mit  $f_{ma} = f_{ma,k} / 0,8$  ergibt sich  $E_{ma} / f_{ma} = 552$  und somit eine hervorragende Übereinstimmung.

Da der Parameter  $\varepsilon_m$  das Nachbruchverhalten nach Erreichen der Druckfestigkeit definiert, ist er einer der Parameter, die die Tragfähigkeit einer Wand mit lokalen Spannungskonzentrationen beeinflussen. Bei der Kalibrierung führte die Wahl eines Wertes in Höhe der sechsfachen plastischen Dehnung bei Spannungsspitze, d. h.  $\varepsilon_m = 6 \varepsilon_p$ , zu guten Ergebnissen. In Abb. 4-2 ist die resultierende einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung dargestellt.

Als Zugfestigkeit der „Steine“ wird die horizontale Steinzugfestigkeit  $f_{bt}$  der Ziegel angesetzt. In Schubert (2010) ist die horizontale Steinzugfestigkeit parallel zu den Lagerfugen im Verhältnis zur Steindruckfestigkeit  $f_b$  angegeben. Für Vollziegel wird eine Steinzugfestigkeit von

0,04  $f_b$  spezifiziert, während für Lochziegel 0,03  $f_b$  aufgeführt ist. Für die Simulation der Versuche werden die experimentellen Steindruckfestigkeiten  $f_b$ , siehe Abschnitt 3.2.1, verwendet, um basierend darauf entsprechende Zugfestigkeiten zu berechnen. Für die stochastischen Simulationen werden alle Werte in auf die Mauerwerksdruckfestigkeit bezogener Weise definiert. Bei Ansatz von typischen Werten von  $f_b = 25 \text{ N/mm}^2$  und  $f_j = 2,5 \text{ N/mm}^2$  für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit im Bestand ergibt sich nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019) eine mittlere Mauerwerksfestigkeit von  $f_{ma,m} = f_{ma,k} / 0,8 = 9,1 \text{ N/mm}^2$ . Ausgehend von  $f_{bt} / f_b = 0,04$  ergibt sich daraus  $f_{bt} / f_{ma} = 0,11$ . Die Entfestigung nach Überschreiten der Zugfestigkeit wird als linear mit einer residualen Zugfestigkeit von  $0,1 f_{bt}$  modelliert, was aus Gründen der numerischen Robustheit gewählt wird.

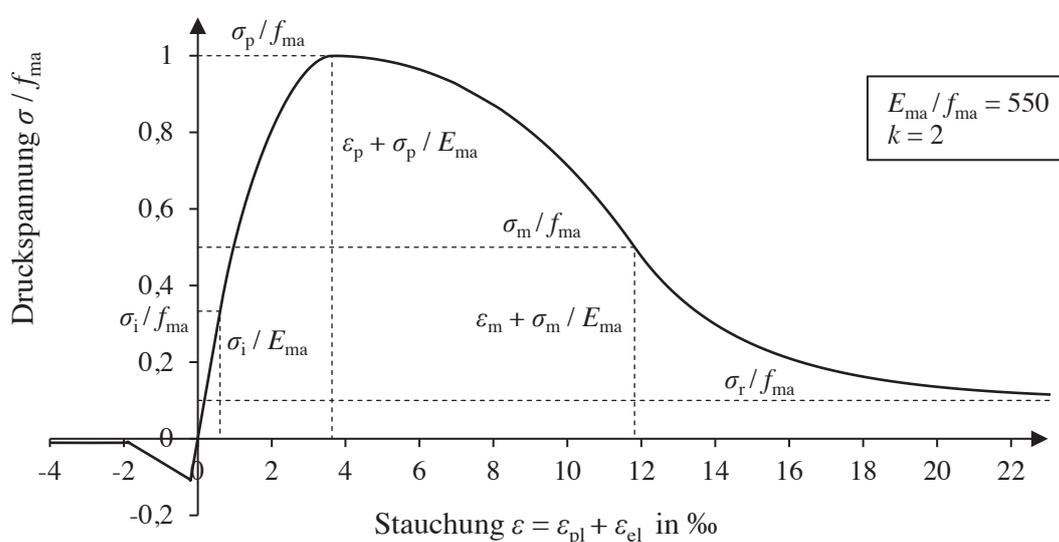


Abb. 4-2 Einaxiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung der erweiterten Steine in Anlehnung an Lourenço (1996)

Für die Kontaktelemente wird ein Materialmodell mit diskreter Rissbildung gewählt. Da den „Steinen“ der Elastizitätsmodul des Mauerwerks zugewiesen wird, ist die Steifigkeit der Kontaktelemente sehr hoch angesetzt, sodass hieraus nahezu keine Relativverschiebungen unter Druckbeanspruchung auftreten. Die Kontaktelemente dienen dazu, die Rissbildung in den Mörtelfugen zu modellieren, wenn die Zugspannung senkrecht zu den Lagerfugen die entsprechende Biegezugfestigkeit  $f_{x1}$  erreicht. Folglich wird für die Zugfestigkeit der Kontaktelemente die Biegezugfestigkeit  $f_{x1}$  angesetzt. In Schmidt & Schubert (2004) ist für die Biegezugfestigkeit  $f_{x1}$  von Vollziegelmauerwerk ein Bereich von 0,23 bis 1,10  $\text{N/mm}^2$  mit einem Mittelwert von 0,57  $\text{N/mm}^2$  angegeben. Für die hier durchgeführten Untersuchungen wird für die Biegezugfestigkeit  $f_{x1}$  ein Wert von 0,4  $\text{N/mm}^2$  angesetzt, da der Wert für Mörtel mit geringeren Festigkeiten repräsentativ sein soll. Das Entfestigungsverhalten auf Zug wird durch eine bilineare Kurve gemäß JSCE (2010) mit definierte Bruchenergie modelliert. Die Bruchenergie wird gemäß Untersuchungsergebnissen von Schueremans (2001) gewählt, wo das Verhältnis

von Bruchenergie  $G_{ft}$  zur Zugfestigkeit  $f_t$  mit 0,0148 mm angegeben wird. Eine Zusammenfassung der bei der FE-Modellierung gewählten Materialparameter findet sich in Tabelle 4-1.

Tabelle 4-1 Gewählte Materialparameter für das Finite-Elemente-Modell

Elementart		Parameter	Wert	Referenz
Erweiterte Steine	Allgemein	Reibungswinkel $\varphi$	12°	Kalibrierung
		Dilatanzwinkel $\psi$	$\varphi$	Lourenço (1996)
		Querdehnzahl	0,19	Schueremans (2001)
	Vollziegel-mauerwerk (Versuche)	Druckfestigkeit $f_{ma}$	7,42 N/mm <sup>2</sup> (Einsteinmauerwerk) 6,35 N/mm <sup>2</sup> (Kreuzverband)	Versuche
		Elastizitätsmodul $E_{ma}$	3000 N/mm <sup>2</sup>	Versuche
		Parameter $k$	2,31 (Einsteinmauerwerk) 2,38 (Kreuzverband)	Versuche
		Zugfestigkeit $f_{bt}$	0,04 $f_b = 1,0$ N/mm <sup>2</sup>	Schubert (2010)
	Lochziegel-mauerwerk (Versuche)	Druckfestigkeit $f_{ma}$	3,14 N/mm <sup>2</sup> (Einsteinmauerwerk) 2,64 N/mm <sup>2</sup> (Kreuzverband)	Versuche
		Elastizitätsmodul $E_{ma}$	1959 N/mm <sup>2</sup>	Versuche
		Parameter $k$	1,69 (Einsteinmauerwerk) 2,04 (Kreuzverband)	Versuche
		Zugfestigkeit $f_{bt}$	0,03 $f_b = 0,35$ N/mm <sup>2</sup>	Schubert (2010)
	Vollziegel-mauerwerk (Monte-Carlo-Simulation)	Parameter $k$	2,0	Kaushik et al. (2007) & Lumantarna et al. (2014)
		Mittelwert des E-Moduls $E_{ma}$	$550 f_{ma}^1$	Kaushik et al. (2007) & Schubert (2010)
		Zugfestigkeit $f_{bt}$	$0,04 f_b = 0,11 f_{ma}^1$	Schubert (2010)
Kontaktelemente	Zugfestigkeit $f_t$	$0,044 f_{ma}^1$	Schmidt & Schubert (2004)	
	Bruchenergie $G_{ft}$	$0,0148 f_t$	Schueremans (2001)	

<sup>1</sup>Die bezogenen Materialeigenschaften basieren auf  $f_b = 25$  N/mm<sup>2</sup>,  $f_j = 2,5$  N/mm<sup>2</sup> und  $f_{ma} = 9,1$  N/mm<sup>2</sup>.

### 4.3 Validierung des Finite-Elemente-Modells anhand der Versuchsergebnisse

Das erstellte Finite-Elemente-Modell wird im Folgenden über eine Nachrechnung der durchgeführten Versuche validiert. Damit wird gezeigt, dass das Finite-Elemente-Modell dazu geeignet ist, Mauerwerkswände mit lokalen Schwachstellen hinsichtlich des Lastumlagerungsverhaltens abzubilden. Die Validierung besteht in einem Vergleich der experimentellen und simulierten

Ergebnisse bezüglich der durch Schwachstellen hervorgerufenen Reduktion der Referenz-Tragfähigkeit. Da jeweils die relative Abminderung der Referenztragfähigkeit von Interesse ist, werden die in den Experimenten ermittelten Mauerwerksdruckfestigkeiten  $f_{ma}$  und Spannungs-Dehnungs-Parameter  $k$  der Referenzwände auch in den Simulationen angesetzt. Die aus den Finite-Elemente-Simulationen erhaltenen Last-Verformungs-Kurven sind den experimentellen Last-Verformungs-Kurven in Abb. 4-3 gegenübergestellt. Die Last ist dabei auf die ungeschwächte Querschnittsfläche der Wand bezogen, also in Form einer über den Bruttoquerschnitt gemittelten Spannung dargestellt. Die von den Wegaufnehmern bei der Versuchsdurchführung gemessenen Verformungen sind auf die entsprechenden Messlängen bezogen. Bei den Finite-Elemente-Simulationen wurde die Verschiebung am Wandkopf auf die Wandhöhe bezogen. Beide Verschiebungen sind also in Form einer über die jeweilige Messstrecke gemittelte Dehnung dargestellt. Abb. 4-3 zeigt, dass das Finite-Elemente-Modell das Verhalten der Versuchswände sehr gut widerspiegelt.

In Tabelle 4-2 ist daher ein Vergleich der Simulationsergebnisse und der gemittelten experimentellen Ergebnisse der Tragfähigkeit aufgeführt. Bei den Referenzwänden stimmen die Simulationsergebnisse mit den experimentellen Ergebnissen überein, da die Referenzfestigkeiten als Eingangsparameter für die Finite-Elemente-Simulationen verwendet wurden und die relative Tragfähigkeit ohne Schwachstellen der eingehenden Druckfestigkeit entspricht. Im Mittel liegt das Verhältnis von experimenteller zu simulierter Tragfähigkeit bei 1,03 und der Variationskoeffizient des Verhältnisses liegt bei 9,5 %. Unter Beachtung der Tatsache, dass auch die experimentellen Ergebnisse selbst eine gewisse Streuung aufweisen, kann der Variationskoeffizient von 9,5 % als sehr zufriedenstellend angesehen werden.

In Abb. 4-4 ist ein beispielhafter Vergleich der mittels digitaler Bildkorrelation (DIC) gemessenen Dehnungen mit den aus der Finite-Elemente-Simulation resultierenden Dehnungen und Spannungen für die im Kreuzverband ausgeführte Versuchswand mit fehlendem Binder (KW-BLoch-2) dargestellt. Die Dehnungen und Spannungen entsprechen dem Zustand bei Erreichen der maximalen Last. Die Spannungen sind auf die Mauerwerksdruckfestigkeit normiert, d. h. eine Spannung von 1 auf der angegebenen Skala entspricht dem Erreichen der einaxialen Festigkeit. Die Abbildung verdeutlicht den wesentlichen Unterschied zwischen der vereinfachten Mikro-Modellierung und der Realität. In den Experimenten sind die Dehnungen in den Mörtelfugen deutlich größer als in den Steinen, was auf die geringere Steifigkeit des Mörtels zurückzuführen ist. Im Gegensatz dazu wird im Finite-Elemente-Modell bei Druckbeanspruchung nicht zwischen Steinen und Mörtel unterschieden. Das grundsätzliche Verhalten ist jedoch gleich: Die höchsten Dehnungen treten direkt neben dem Loch auf, und von dort aus erstreckt sich der Bereich mit den größten Dehnungen bis zu den vier Ecken. Bei Erreichen der Maximallast befinden sich die Spannungen direkt neben dem Loch bereits im Bereich des abfallenden Astes der Spannungs-Dehnungs-Beziehung.

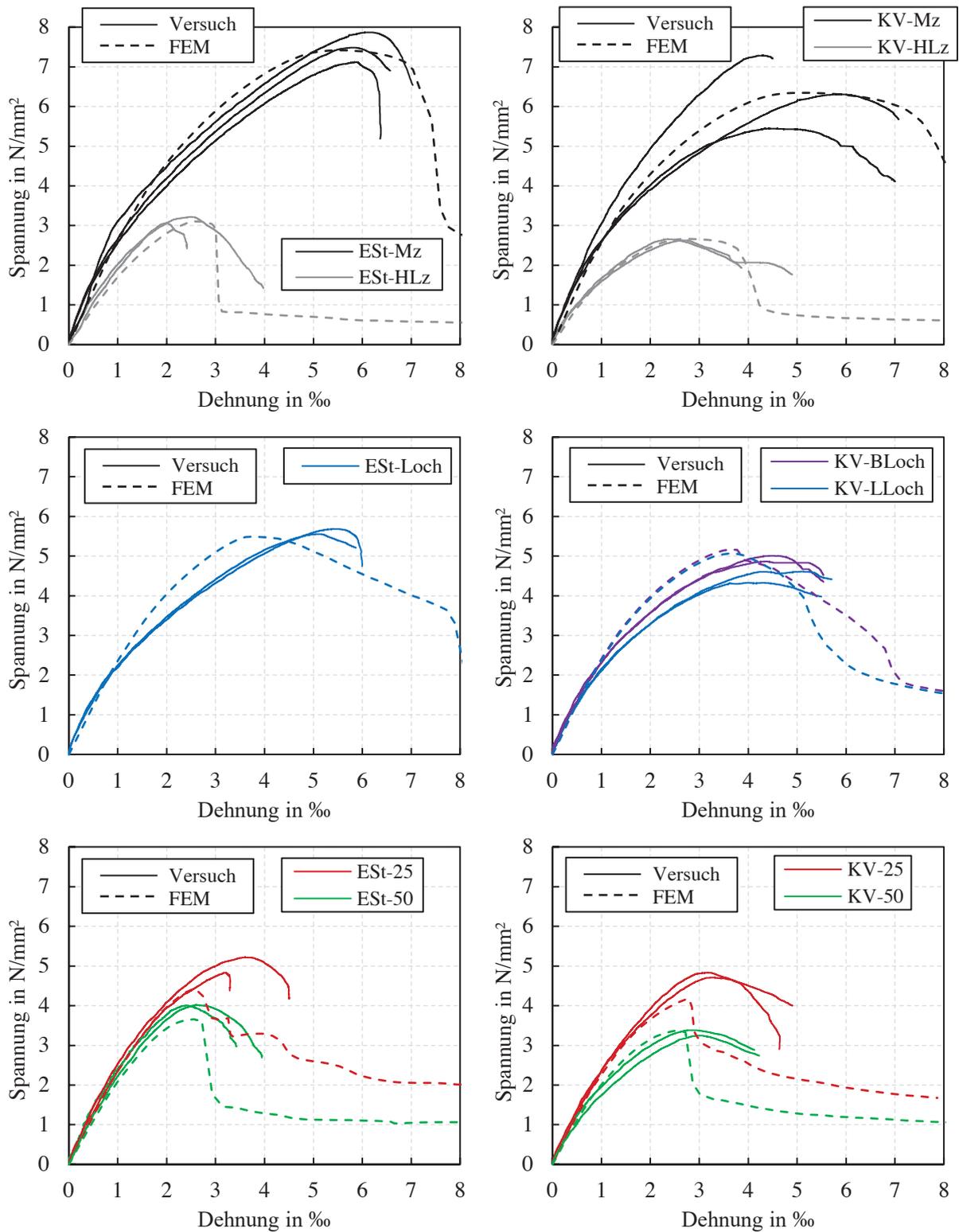


Abb. 4-3 Spannungs-Dehnungs-Linien aus den Versuchen an Mauerwerkswänden und zugehörige Ergebnisse der Finite-Elemente-Simulationen

Tabelle 4-2 Vergleich der Versuchsergebnisse mit denen der Finite-Elemente-Simulationen

Wandbezeichnung	Tragfähigkeit $R$ bezogen auf den Bruttoquerschnitt		Verhältnis $R_{\text{exp}} / R_{\text{cal}}$
	Versuch $R_{\text{exp}}$	Simulation $R_{\text{cal}}$	
	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	
ESt-Mz	7,42		-
ESt-HLz	3,14		-
ESt-Loch	5,62	5,49	1,02
ESt-25	5,02	4,44	1,13
ESt-50	4,02	3,66	1,10
KV-Mz	6,35		-
KV-HLz	2,64		-
KV-BLoch	4,94	5,17	0,95
KV-LLoch	4,47	5,07	0,88
KV-25	4,77	4,18	1,14
KV-50	3,32	3,38	0,98
	Mittelwert		1,03
	Variationskoeffizient		9,5 %

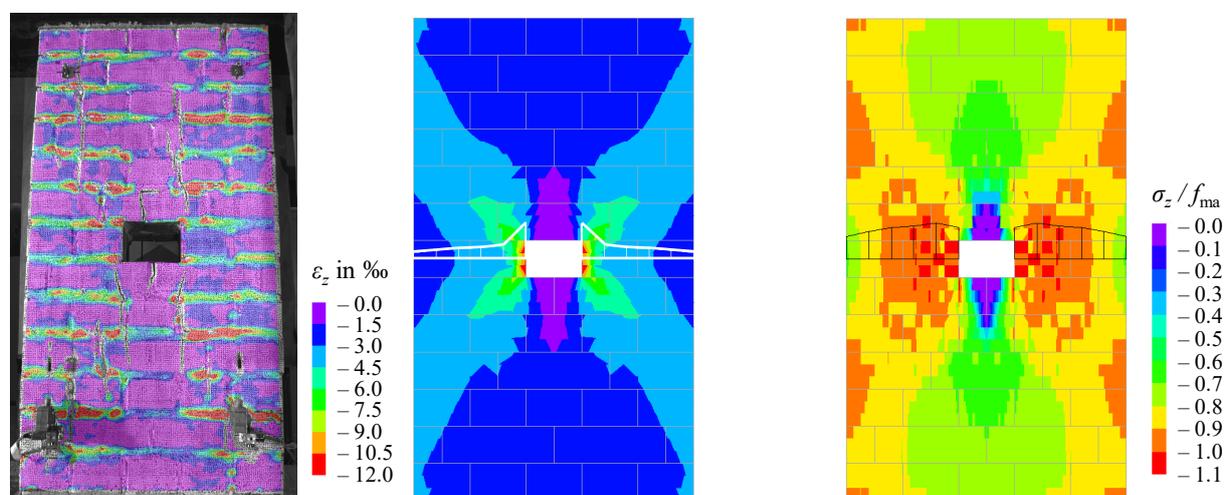


Abb. 4-4 Versuchswand KV-BLoch-2 und zugehöriges Finite-Elemente-Modell bei Maximallast (links: vertikale Dehnungen aus der Messung mittels digitaler Bildkorrelation, Mitte: vertikale Dehnungen aus FE-Simulation, rechts: vertikale Spannungen aus FE-Simulation)

#### 4.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das für die folgenden Monte-Carlo-Simulationen erstellte Finite-Elemente-Modell vorgestellt. Das Finite-Elemente-Modell folgt dem Ansatz der vereinfachten Mikromodellierung. Die geometrischen Randbedingungen, das Finite-Elemente-Netz und die implementierten Materialmodelle wurden beschrieben. Die Validierung des Finite-Elemente-

Modells erfolgte durch die Simulation der durchgeführten Versuche und einen anschließenden Vergleich der simulierten und experimentellen Tragfähigkeiten der Ziegelmauerwerkswände mit lokalen Schwachstellen. Hierbei konnte eine sehr gute Eignung des Finite-Elemente-Modells für die nachfolgenden Untersuchungen festgestellt werden.

## 5 Monte-Carlo-Simulation von Ziegelmauerwerkswänden mit räumlich streuenden Materialeigenschaften

### 5.1 Einführung

Da Bestandsmauerwerk häufig eine ausgeprägte räumliche Streuung der Materialeigenschaften aufweist, wird in diesem Kapitel der Einfluss räumlich streuender Materialeigenschaften auf die Tragfähigkeit von Vollziegelmauerwerk unter Druckbeanspruchung untersucht. Ziel der Untersuchungen ist es, einen Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Materialeigenschaften innerhalb einer Mauerwerkswand und der Wahrscheinlichkeitsverteilung der resultierenden Tragfähigkeit zu finden.

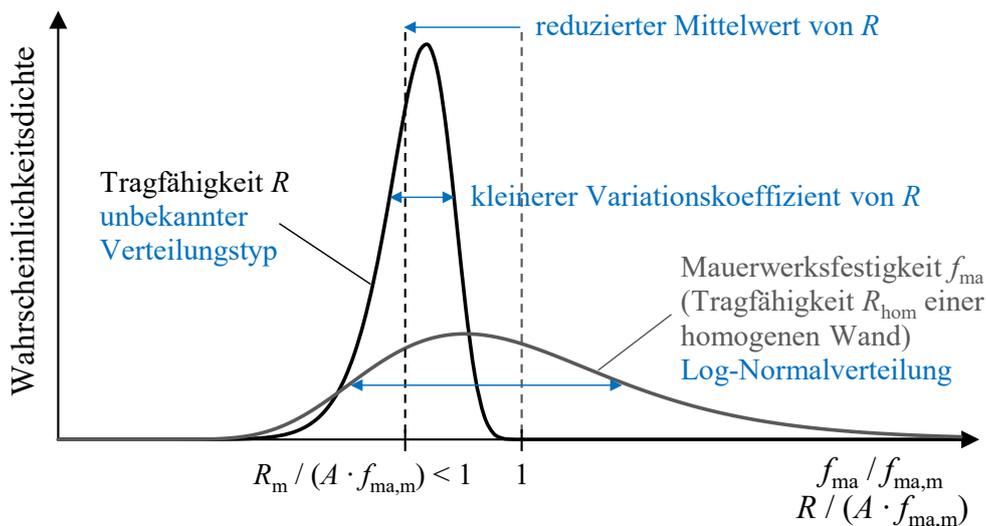


Abb. 5-1 Qualitative Darstellung der Effekte der räumlichen Streuung auf die Wahrscheinlichkeitsdichte der Tragfähigkeit einer Mauerwerkswand unter Druckbeanspruchung

In Abb. 5-1 ist die erwartete Auswirkung der räumlichen Streuung auf die Tragfähigkeit  $R$  in allgemeiner Form veranschaulicht. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von  $R$  wird mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma}$  verglichen, da diese die einflussreichste Materialeigenschaft für gedrungene Mauerwerkswände unter Druckbeanspruchung darstellt. Da die Mauerwerksdruckfestigkeit räumlich streut, gehört die Wahrscheinlichkeitsfunktion für  $f_{ma}$  zur Mauerwerksfestigkeit an einer bestimmten Stelle in der Wand. In der Abbildung ist die Mauerwerksdruckfestigkeit auf ihren Mittelwert  $f_{ma,m}$  und die Tragfähigkeit auf die Querschnittsfläche  $A$  und den Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$  normiert. Die Druckbelastung wird ohne Exzentrizität aufgebracht, Effekte nach Theorie zweiter Ordnung sollen in diesem Beispiel vernachlässigbar sein. Das bedeutet, dass eine deterministische

Berechnung mit dem Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit zu einer relativen Tragfähigkeit von Eins führen würde. Aufgrund der Normierung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $f_{ma}$  gleich der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Tragfähigkeit  $R_{hom}$  einer homogenen Wand. In einer homogenen Wand besteht eine perfekte räumliche Korrelation zwischen den Materialeigenschaften. Folglich streut die Mauerwerksfestigkeit zwar von Wand zu Wand, aber innerhalb einer einzelnen Wand gibt es keine räumliche Streuung.

Bei einer Wand mit räumlich streuenden Materialeigenschaften sind drei Effekte zu erwarten, siehe Abb. 5-1. Erstens ist der Mittelwert der relativen Tragfähigkeit kleiner als Eins, was bedeutet, dass die räumliche Streuung zu einer Verringerung der mittleren Tragfähigkeit verglichen mit einer homogenen Wand führt. Dies lässt sich u. a. dadurch erklären, dass die schwächste Lage des Mauerwerks die Tragfähigkeit der gesamten Wand determiniert. Zweitens ist der Variationskoeffizient der Tragfähigkeit kleiner als der Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit, was sich v. a. durch mögliche Spannungumlagerungen zwischen den Steinen innerhalb einer Lage erklären lässt. Drittens unterscheidet sich der resultierende Verteilungstyp der Tragfähigkeit vom Verteilungstyp der eingehenden Materialeigenschaften.

In den folgenden Untersuchungen werden der Mittelwert und der Variationskoeffizient der Tragfähigkeit von Ziegelmauerwerk mit räumlich streuenden Materialeigenschaften durch Monte-Carlo-Simulationen ermittelt. Dadurch können Zusammenhänge gefunden werden, die für die Entwicklung einer Methode zur Bestimmung geeigneter Teilsicherheitsbeiwerte für den Mauerwerkswiderstand genutzt werden können. In Abschnitt 5.2 wird die Vorgehensweise der Untersuchungen beschrieben. Dazu gehört die Erläuterung des gewählten stochastischen Modells für die räumliche Streuung, die entsprechende Auswahl der stochastischen Parameter und das Vorgehen bei der Auswertung der Ergebnisse. Im darauffolgenden Abschnitt 5.3 werden verschiedene Parameterstudien durchgeführt, um die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Tragfähigkeit von Wänden mit räumlich streuenden Materialeigenschaften zu quantifizieren. Zunächst wird eine Referenzwand definiert und untersucht. Im Rahmen der Parameterstudien werden der Variationskoeffizient der räumlich streuenden Materialeigenschaften, die räumliche Korrelation der Materialeigenschaften sowie die Wandlänge und -schlankheit variiert und die jeweiligen Simulationsergebnisse ausgewertet.

## **5.2 Vorgehensweise bei der Untersuchung des Einflusses räumlich streuender Materialeigenschaften**

### **5.2.1 Stochastisches Modell der räumlichen Streuung**

Die räumliche Streuung wird im Folgenden als Streuung von Stein zu Stein modelliert. Die Druckfestigkeit des Mauerwerks, der Elastizitätsmodul des Mauerwerks und die Zugfestigkeit der Fugen werden als Zufallsvariablen modelliert, siehe Abb. 5-2.

Anstatt die räumliche Streuung der Stein- und Mörtel Eigenschaften separat zu berücksichtigen, wird jedem der erweiterten „Steine“ ein Zufallswert für die Druckfestigkeit und den Elastizitätsmodul des Verbundwerkstoffs Mauerwerk zugewiesen. Dies entspricht dem Grundgedanken des vereinfachten Mikromodellierungsansatzes, der für das Finite-Elemente-Modell verwendet wird. Die Mauerwerksdruckfestigkeit und der Mauerwerks-Elastizitätsmodul innerhalb eines „Steines“ werden als mit einem Korrelationskoeffizienten  $\rho_{f,E}$  korreliert angenommen. Für die Zuordnung räumlich streuender Zugfestigkeiten werden die Kontaktelemente, welche die Mörtelfugen darstellen, entsprechend den darüber liegenden Steinen diskretisiert. Diese Wahl wurde getroffen, da im Bauprozess üblicherweise der Mörtel abschnittsweise für den nächsten zu verlegenden Stein aufgebracht wird.

Die räumliche Korrelation der Materialeigenschaften innerhalb einer Wand wird als unabhängig von der jeweiligen Lage zueinander angenommen. Für die Mauerwerksdruckfestigkeit und den Mauerwerks-Elastizitätsmodul ist die räumliche Korrelation zwischen zwei beliebigen „Steinen“ in der Wand durch den räumlichen Korrelationskoeffizienten  $\rho_{spat}$  gegeben, siehe Abb. 5-2.

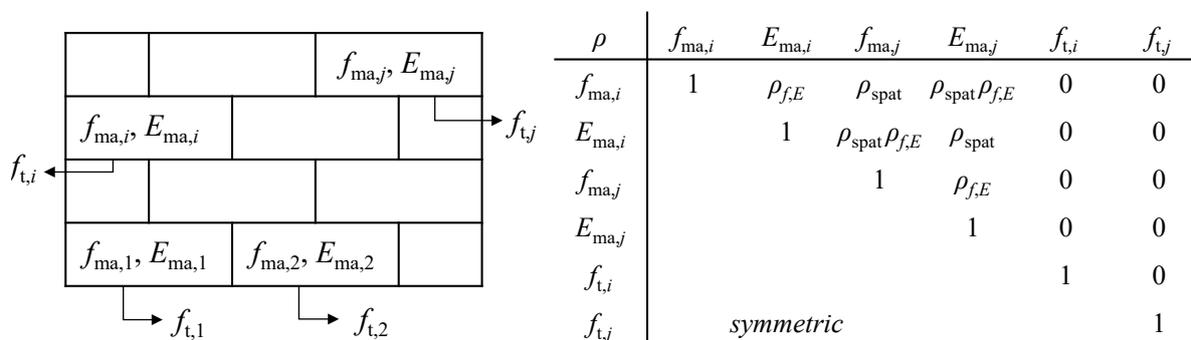


Abb. 5-2 Korrelation der Materialeigenschaften (links: Materialeigenschaften innerhalb der Wand, rechts: Korrelationsmatrix)

Für den Fall  $\rho_{spat} = 1$  sind die Materialeigenschaften jedes „Steins“ in der Wand gleich, d. h. allen „Steinen“ ist die gleiche zufällig erzeugte Materialeigenschaft zugeordnet. In diesem Fall beschreibt der Variationskoeffizient für z. B. die Mauerwerksdruckfestigkeit eine gemeinsame Streuung der Mauerwerksfestigkeit aller „Steine“ in der Wand. Im Gegensatz dazu entspricht  $\rho_{spat} = 0$  einer vollen räumlichen Streuung, d. h. der Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit beschreibt die Streuung von Stein zu Stein, und jeder „Stein“ erhält eine Mauerwerksfestigkeit, die unabhängig von der Mauerwerksfestigkeit der anderen „Steine“ ist.

Die beschriebene Struktur der räumlichen Korrelation wird deshalb als geeignet angesehen, weil die Druckfestigkeit von Mauerwerk durch die Materialeigenschaften der Steine dominiert wird. Die Steine werden in Chargen auf die Baustelle geliefert, innerhalb derer ihre Materialeigenschaften aufgrund von Einflüssen aus dem Produktionsprozess korreliert sind. Da eine

Wand in der Regel aus Steinen einer Charge errichtet wird, sind die Steineigenschaften innerhalb dieser Wand korreliert, während andere Wände möglicherweise aus Steinen einer anderen Charge errichtet wurden. Die Steine einer Charge werden in beliebiger Reihenfolge in die Wand eingebracht, sodass die Annahme einer abstandsbezogenen Korrelation, wie z. B. einer bestimmten Korrelationslänge, für den hier betrachteten Fall ungeeignet ist.

Während abstandsabhängige Korrelationskoeffizienten für die Materialeigenschaften der Steine als nicht geeignet angesehen werden, können die Materialeigenschaften der Mörtelfugen in der Realität eine abstandsabhängige Korrelation aufweisen. In Heffler et al. (2008) wird die Korrelation der Biegezugfestigkeiten von Mörtelfugen innerhalb einer Mauerwerkswand experimentell untersucht. Es wurde festgestellt, dass die Korrelation der Biegezugfestigkeiten der an benachbarte Steine angrenzenden Fugen gering ist. In Heffler et al. (2008) wird daher empfohlen, die Biegezugfestigkeiten als stochastisch unabhängig zu betrachten. In der hier durchgeführten Untersuchung besitzt die Zugfestigkeit der Mörtelfuge keinen großen Einfluss, da Mauerwerkswände unter Druckbeanspruchung untersucht werden. Die Biegezugfestigkeit der Mörtelfugen ist daher nur bei sehr schlanken Wänden mit hoher Lastexzentrizität einflussreich, siehe Glock (2004). Aus diesen Gründen wird der Empfehlung in Heffler et al. (2008) gefolgt und in den Parameterstudien keine räumliche Korrelation für die Zugfestigkeit der Kontaktelemente berücksichtigt.

Ein weiterer, geringer Einfluss der Korrelationsstruktur der Mörtel­eigenschaften ist dadurch gegeben, dass die Mörtel­eigenschaften gemeinsam mit der Steindruckfestigkeit die Mauerwerksdruckfestigkeit determinieren. Nach Abschnitt 2.1.3 kann die Standardabweichung des Logarithmus der Mauerwerksfestigkeit  $\sigma_{\ln,ma}$  mit Hilfe der Potenzgleichung aus DIN EN 1996-1-1 (2013) wie folgt bestimmt werden:

$$\sigma_{\ln,ma}^2 = \alpha^2 \sigma_{\ln,b}^2 + \beta^2 \sigma_{\ln,j}^2 = 0,49 \sigma_{\ln,b}^2 + 0,09 \sigma_{\ln,j}^2 \quad \text{Gl. 5-1}$$

Hierbei sind  $\sigma_{\ln,b}$  und  $\sigma_{\ln,j}$  die Standardabweichungen der Logarithmen von Stein- bzw. Mörteldruckfestigkeit. Gl. 5-1 zeigt, dass der Einfluss der Streuung der Mörteldruckfestigkeit im Vergleich zum dominierenden Einfluss der Steindruckfestigkeit sehr gering ist. Daher wird die potenziell abweichende Korrelationsstruktur der Mörtel­eigenschaften in den folgenden Untersuchungen vernachlässigt. Die Korrelationsstruktur der Mauerwerkseigenschaften, die den erweiterten „Steinen“ zugeordnet sind, basiert vollständig auf der Korrelationsstruktur der eigentlichen Steine.

### 5.2.2 Wahl stochastischer Parameter

Innerhalb der Parameterstudien werden die Variationskoeffizienten der Materialeigenschaften variiert. Daher werden anstelle von festen Werten typische Verhältnisse zwischen den Variationskoeffizienten der verschiedenen Materialeigenschaften definiert. In Schueremans (2001) werden Variationskoeffizienten der Mauerwerksdruckfestigkeit, des Elastizitätsmoduls von

Mauerwerk und der Zugfestigkeit der Mörtelfugen mit 17 %, 22 % und 35 % angegeben. Die Variationskoeffizienten der Druckfestigkeit und des Elastizitätsmoduls wurden an Bohrkernen mit 150 mm Durchmesser und 300 mm Höhe ermittelt, der Variationskoeffizient der Fugenzugfestigkeit in direkten Zugversuchen. Basierend auf diesen Ergebnissen können typische relative Variationskoeffizienten, d. h. Verhältnisse der Variationskoeffizienten zum Variationskoeffizienten der Mauerwerksdruckfestigkeit, definiert werden, siehe Tabelle 5-1. Diese relativen Variationskoeffizienten werden in allen nachfolgenden Parameterstudien verwendet. Wenn der Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit variiert wird, werden die Variationskoeffizienten des Elastizitätsmoduls von Mauerwerk und der Fugenzugfestigkeit um den gleichen Faktor variiert. Die Korrelation zwischen Mauerwerksdruckfestigkeit und Elastizitätsmodul wird nach Schueremans (2001) mit  $\rho_{f,E} = 0,72$  angesetzt.

Tabelle 5-1 Stochastische Parameter der Materialeigenschaften

Materialeigenschaft	Verteilungstyp	Korrelation	Variationskoeffizient in Schueremans (2001)	Relativer Variationskoeffizient $v / v_{ma}$
Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{ma}$	log-normal	$\rho_{f,E} = 0,72$	$v_{ma} = 17 \%$	1
Elastizitätsmodul des Mauerwerks $E_{ma}$	log-normal		$v_E = 22 \%$	$\approx 1,3$
Fugenzugfestigkeit $f_t$	log-normal	-	$v_t = 35 \%$	$\approx 2,0$

### 5.2.3 Erzeugung zufälliger Materialeigenschaften

Zur Erzeugung zufälliger Materialeigenschaften gemäß der Korrelationsmatrix in Abb. 5-2 wurde der nachstehend beschriebene Ansatz entwickelt. Da das Produkt von log-normalverteilten Zufallsvariablen ebenfalls log-normalverteilt ist, können die Materialeigenschaften als Produkt log-normalverteilter Hilfsvariablen modelliert werden. Zufallswerte für die Druckfestigkeit  $f_{ma}$  und den Elastizitätsmodul  $E_{ma}$  eines bestimmten „Steines“  $i$  werden durch die Multiplikation von vier unabhängigen Zufallsvariablen gemäß den folgenden Gleichungen erzeugt:

$$f_{ma,i} = W f_w U_i f_{u,i} \quad \text{Gl. 5-2}$$

$$E_{ma,i} = W E_w U_i E_{u,i} \quad \text{Gl. 5-3}$$

Die Zufallsvariablen  $W$  und  $U_i$  bewirken eine Korrelation zwischen Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul eines bestimmten „Steines“, da dieselben zugehörigen Zufallswerte in die Berechnung von  $f_{ma,i}$  und  $E_{ma,i}$  eingehen. In gleicher Weise bewirken  $W$  und  $f_w$  eine Korrelation zwischen den Druckfestigkeiten  $f_{ma}$  zweier verschiedener „Steine“  $i$  und  $j$ . Schließlich erzeugen  $W$  und  $E_w$  eine Korrelation zwischen den Elastizitätsmoduln  $E_{ma}$  verschiedener „Steine“.

Alle Zufallsvariablen in Gl. 5-2 und Gl. 5-3 sind log-normalverteilt mit einem Mittelwert von Eins, mit Ausnahme von  $f_{u,i}$  und  $E_{u,i}$ , denen die tatsächlichen Mittelwerte der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma}$  und des Elastizitätsmoduls  $E_{ma}$  zugewiesen werden. Um die gewünschten Korrelationskoeffizienten  $\rho_{spat}$  und  $\rho_{f,E}$  sowie den gewünschten Variationskoeffizienten für die Materialeigenschaften zu erhalten, können die Variationskoeffizienten der Hilfsvariablen mit Gl. 5-4 bis Gl. 5-9 bestimmt werden. Die Gleichungen wurden mit Hilfe der gängigen Beziehungen für den Korrelationskoeffizienten zweier Zufallsvariablen und die Varianz des Produktes von Zufallsvariablen hergeleitet.

$$v_W = \sqrt{\rho_{spat} \rho_{f,E} v_E v_{ma}} \quad \text{Gl. 5-4}$$

$$v_{f_w} = \sqrt{\frac{\rho_{spat} (v_{ma}^2 - \rho_{f,E} v_E v_{ma})}{1 + \rho_{spat} \rho_{f,E} v_E v_{ma}}} \quad \text{Gl. 5-5}$$

$$v_{E_w} = \sqrt{\frac{\rho_{spat} (v_E^2 - \rho_{f,E} v_E v_{ma})}{1 + \rho_{spat} \rho_{f,E} v_E v_{ma}}} \quad \text{Gl. 5-6}$$

$$v_{U_i} = \sqrt{\frac{\rho_{f,E} v_E v_{ma} (1 - \rho_{spat})}{1 + \rho_{spat} \rho_{f,E} v_E v_{ma}}} \quad \text{Gl. 5-7}$$

$$v_{f_{u,i}} = \sqrt{\frac{(v_{ma}^2 - \rho_{f,E} v_E v_{ma}) (1 - \rho_{spat})}{(1 + \rho_{spat} v_{ma}^2) (1 + \rho_{f,E} v_E v_{ma})}} \quad \text{Gl. 5-8}$$

$$v_{E_{u,i}} = \sqrt{\frac{(v_E^2 - \rho_{f,E} v_E v_{ma}) (1 - \rho_{spat})}{(1 + \rho_{spat} v_E^2) (1 + \rho_{f,E} v_E v_{ma})}} \quad \text{Gl. 5-9}$$

Die Streuung von Stein zu Stein ist allein durch die Streuung von  $U_i$ ,  $f_{u,i}$  und  $E_{u,i}$  gegeben. Im Gegensatz dazu bildet die Streuung von  $W$ ,  $E_w$  und  $f_w$  die Streuung der mittleren Materialeigenschaften einer Wand gegenüber denen anderer Wände ab. Im Falle von  $\rho_{spat} = 1$  sind die Variationskoeffizienten von  $U_i$ ,  $f_{u,i}$  und  $E_{u,i}$  Null, was bedeutet, dass keine räumliche Streuung von Stein zu Stein besteht. In den meisten der folgenden Parameterstudien wird der räumliche Korrelationskoeffizient auf  $\rho_{spat} = 0$  gesetzt. In diesen Fällen sind die Variationskoeffizienten der Zufallsvariablen  $W$ ,  $f_w$  und  $E_w$  gleich Null.

Für die Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird der Spannungs-Dehnungs-Parameter  $k$  als deterministische Variable mit  $k = 2$  angesetzt. Der ansteigende Ast der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Gl. 4-1 ist damit vollständig definiert, wenn zufällige Werte für  $f_{ma}$

und  $E_{ma}$  gegeben sind. Aufgrund der Beziehung  $\varepsilon_m = 6 \varepsilon_p$ , die bei der Kalibrierung gefunden wurde, siehe Abschnitt 4.2.3, ist auch das Nachbruchverhalten definiert. Die Zugfestigkeit  $f_{bt,i}$  der erweiterten „Steine“, die die Zugfestigkeit der Ziegel repräsentiert, wird als abhängige Variable modelliert. Sie wird für jeden der „Steine“ als  $0,11 f_{ma,i}$  angesetzt, siehe Tabelle 4-1.

Da die zufälligen Materialeigenschaften für die Zugfestigkeit  $f_t$  der Mörtelfugen nicht als miteinander korreliert betrachtet werden, können diese direkt entsprechend dem gewünschten Mittelwert und Variationskoeffizienten erzeugt werden.

#### 5.2.4 Auswertung der Ergebnisse

In den Parameterstudien werden alle Materialeigenschaften sowie die Ergebnisse für die Tragfähigkeit auf die mittlere Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$  normiert. Dieses Vorgehen ist gleichbedeutend mit der Durchführung aller Simulationen auf der Basis eines Mittelwertes  $f_{ma,m} = 1$ . Dadurch sind die Ergebnisse der Parameterstudien unabhängig von den absoluten Werten der Mauerwerksdruckfestigkeit. In der Regel werden für jede Parameterkombination 200 Simulationsläufe durchgeführt. Für jede Parameterkombination werden der Mittelwert  $R_m$  und der Variationskoeffizient  $v_R$  der Zufallsvariante  $R$  durch das arithmetische Mittel und den Stichprobenvariationskoeffizienten der Simulationsergebnisse geschätzt. Weiterhin wird für jede Parameterkombination die deterministische Tragfähigkeit  $R_{det}$  über eine Simulation mit mittleren Materialeigenschaften als Eingangsparameter ermittelt:

$$R_{det} = R(f_{ma,m}, E_{ma,m}, f_{t,m}) \quad \text{Gl. 5-10}$$

In allen untersuchten Fällen mit  $\rho_{spat} < 1$  ist das Verhältnis  $R_m / R_{det}$  kleiner als Eins, was auf den bereits erwähnten negativen Einfluss der räumlichen Streuung auf die mittlere Tragfähigkeit hindeutet. Allerdings ist auch das Verhältnis  $v_R / v_{ma}$  in der Regel kleiner als Eins, d. h. der Variationskoeffizient der Tragfähigkeit ist kleiner als der eingehende Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit, was einem positiven Effekt entspricht. Im Hinblick auf die Tragwerkszuverlässigkeit sind niedrige Quantilwerte der Tragfähigkeit von Bedeutung. Um den generellen Einfluss der Berücksichtigung der räumlichen Streuung beurteilen zu können, werden daher theoretisch ansetzbare Nachrechnungswerte  $R_a$  der Tragfähigkeit ermittelt. Diese Nachrechnungswerte werden exemplarisch für einen Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$  und mit einem festen Sensitivitätsfaktor  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  berechnet, vgl. Abschnitt 2.2. Die resultierende Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der Tragfähigkeit ist nicht von vornherein bekannt und entspricht in den meisten Fällen keinem gängigen Verteilungstyp. Je nach Parameterkombination ergeben sich verschiedene Verteilungstypen, die für die Modellierung der Tragfähigkeit am geeignetsten wären, siehe Müller (in Vorbereitung). Aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit werden die theoretischen Nachrechnungswerte daher alle unter Ansatz einer Log-Normalverteilung ermittelt. Um jedoch zu berücksichtigen, dass die Schiefe der resultierenden Ver-

teilungsfunktion gegebenenfalls von jener einer Log-Normalverteilung abweicht und mehr Gewicht im linken Ast der Verteilung liegen kann, werden die Verteilungsparameter  $\mu_{\ln R}$  und  $\sigma_{\ln R}$  der entsprechenden Log-Normalverteilung nicht direkt über den Mittelwert und die Standardabweichung der Versuchsergebnisse geschätzt. Stattdessen werden die Verteilungsparameter  $\mu_{\ln R}$  und  $\sigma_{\ln R}$  so gewählt, dass der Mittelwert und der 5 %-Quantilwert der Verteilung mit dem arithmetischen Mittel und dem 5 %-Quantilwert der Stichprobe übereinstimmen. Dadurch wird die potenziell von einer Log-Normalverteilung abweichende Schiefe der Wahrscheinlichkeitsverteilung der resultierenden Tragfähigkeit berücksichtigt. Der Nachrechnungswert  $R_a$  ergibt sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned} R_a &= R_m \exp\left(-0,5 \sigma_{\ln R,5\%}^2 - \alpha_R \beta_t \sigma_{\ln R,5\%}\right) \\ &= R_m \exp\left(-0,5 \sigma_{\ln R,5\%}^2 - 0,7 \cdot 3,3 \cdot \sigma_{\ln R,5\%}\right) \end{aligned} \quad \text{Gl. 5-11}$$

Die Nachrechnungswerte dienen in diesem Schritt zunächst nur zu Vergleichszwecken. Sie sind für die weitere Anwendung nicht geeignet, da sie noch keine Modell- und statistischen Unsicherheiten enthalten.

Zusätzlich zum theoretisch ansetzbaren Nachrechnungswert  $R_a$  unter Berücksichtigung der räumlichen Streuung werden Nachrechnungswerte  $R_{a,\text{hom}}$  berechnet, die auf der Annahme von Homogenität basieren. Das bedeutet, dass die durch räumliche Streuung verursachte Verringerung des Mittelwertes, d. h.  $R_m / R_{\text{det}} < 1$ , nicht berücksichtigt wird und die Streuung der Mauerwerksdruckfestigkeit zur Bestimmung des Nachrechnungswertes herangezogen wird:

$$R_{a,\text{hom}} = R_{\text{det}} \exp\left(-0,5 \sigma_{\ln,ma}^2 - 0,7 \cdot 3,3 \cdot \sigma_{\ln,ma}\right) \quad \text{Gl. 5-12}$$

Der Parameter  $\sigma_{\ln,ma}$  der Log-Normalverteilung kann basierend auf dem Variationskoeffizienten der Mauerwerksdruckfestigkeit  $v_{ma}$  nach Gl. 2-6 bestimmt werden.

### 5.3 Durchführung und Ergebnisse von Parameterstudien

#### 5.3.1 Übersicht

In diesem Unterkapitel sind die Durchführung und die Ergebnisse verschiedener Parameterstudien dargestellt, mithilfe derer die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Tragfähigkeit von Mauerwerkswänden mit räumlich streuenden Materialeigenschaften unter Druckbeanspruchung untersucht wurde. Die Parameterstudien basieren auf der im Folgenden dargestellten Referenzwand. In jeder Studie wird einer der Parameter der Referenzwand variiert.

Die Steine der Referenzwand sind im Kreuzverband mit einer Dicke von zwei Steinbreiten angeordnet, siehe Abb. 5-3. Sie besteht aus 36 Lagen mit jeweils fünf Steinen pro Lage. Die Steinabmessungen entsprechen dem Normalformat NF, woraus sich die Abmessungen  $250 \times 120 \times 83,3 \text{ mm}^3$  (Länge  $\times$  Breite  $\times$  Höhe) für die erweiterten Läufer und  $240 \times 125 \times 83,3 \text{ mm}^3$  für die erweiterten Binder ergeben. Die Gesamtabmessungen der Referenzwand betragen somit

0,625 x 0,24 x 3,0 m<sup>3</sup>. Wandhöhe und Steinabmessungen sind so gewählt, dass sie typisch für bestehende Mauerwerksbauten sind. Die Anordnung im Kreuzverband wird festgelegt, da Einsteinmauerwerk bei bestehenden tragenden Mauerwerkswänden aus kleinformatischen Vollziegeln sehr unüblich ist. Eine Dicke von zwei Steinbreiten wird gewählt, da dies im Hinblick auf die Lastumlagerungsfähigkeit kritischer ist als Wände mit einer Dicke von mehr als zwei Steinen. Die Exzentrizität der Druckbelastung wird für die Referenzwand zu  $e/t = 0$  gesetzt. Das Verhältnis von mittlerem Elastizitätsmodul zu mittlerer Druckfestigkeit wird als  $E_{ma,m}/f_{ma,m} = 550$  festgelegt, siehe Abschnitt 4.2.3. Effekte aus Theorie II. Ordnung werden in der Referenzuntersuchung nicht berücksichtigt, was zu einer theoretischen Schlankheit von Null und damit zu reinem Druckversagen ohne den Einfluss von Effekten nach Theorie II. Ordnung führt. Die Wahl einer Lastausmitte und Schlankheit von Null führt zum kritischsten Einfluss der räumlichen Streuung. Dies wird in den folgend dargestellten Parameterstudien sowie weitergehenden Parameterstudien in Müller (in Vorbereitung) gezeigt.

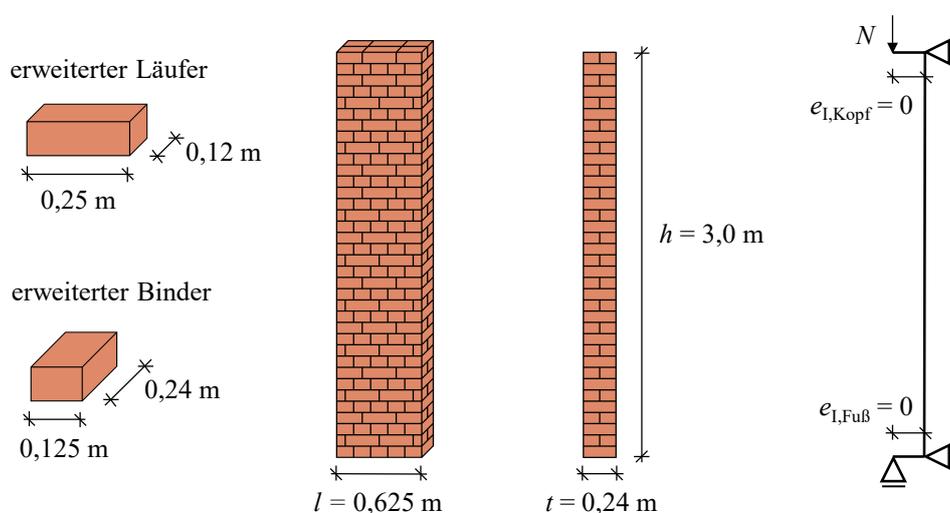


Abb. 5-3 Referenzwand für die Monte-Carlo-Simulationen

Der Referenz-Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit wird mit  $v_{ma} = 30\%$  angesetzt, woraus sich Variationskoeffizienten für den Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit der Fugen von  $v_E = 39\%$  bzw.  $v_t = 60\%$  ergeben. Die räumliche Korrelation der Materialeigenschaften wird auf Null gesetzt, d. h. die angegebenen Variationskoeffizienten entsprechen der Streuung der Materialeigenschaften von Stein zu Stein.

Tabelle 5-2 fasst die gewählten Werte für die Parameter der Referenzwand zusammen und gibt einen Überblick über die durchgeführten Parameterstudien. Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation der Referenzwand werden in Abschnitt 5.3.2 dargestellt, bevor in den folgenden Abschnitten die Ergebnisse der Parameterstudien präsentiert werden. Zusätzlich zu den in Tabelle 5-2 dargestellten Parameterstudien wurden weitere Parameterstudien durchgeführt, die in Müller (in Vorbereitung) beschrieben werden.

Tabelle 5-2 Referenzwerte der Parameter und Überblick über die Parameterstudien

Parameter	Referenzwert	Variiert in Abschnitt
Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{ma}$	$v_{ma} = 30 \%$	5.3.3
Räumlicher Korrelationskoeffizient	$\rho_{spat} = 0$	5.3.4
Wandlänge (Anzahl der Steine pro Lage)	5 Steine	5.3.5
Materialbezogene Wandschlankheit $\lambda = h / t \cdot \varepsilon_t^{0,5}$	$\lambda = 0$	5.3.6
Relative Lastausmitte	$e / t = 0$	Müller (in Vorbereitung)
Art des Mauerwerksverbandes	Kreuzverband	Müller (in Vorbereitung)
Steinabmessungen	Normalformat NF	Müller (in Vorbereitung)

### 5.3.2 Ergebnisse für die Referenzwand

Bevor die Ergebnisse der Parameterstudien vorgestellt werden, werden die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für die Referenzwand genauer ausgewertet, was unter anderem der Veranschaulichung des Auswerteverfahrens dient. Die normierte Tragfähigkeit der Referenzwand basierend auf einer deterministischen Finite-Elemente-Simulation mit Mittelwerten der Materialeigenschaften beträgt

$$\frac{R_{det}}{l t f_{ma,m}} = \frac{R_{det}}{A f_{ma,m}} = 1 \quad \text{Gl. 5-13}$$

Hierbei sind  $l$  und  $t$  die Länge und Dicke der Wand,  $A$  ist die Querschnittsfläche und  $f_{ma,m}$  die mittlere Mauerwerksdruckfestigkeit. Die normierte Tragfähigkeit ergibt sich zu Eins, da für die Referenzwand keine Exzentrizität der Last vorliegt und Effekte nach Theorie II. Ordnung hier nicht berücksichtigt werden. Der normierte Mittelwert  $R_m$  der Ergebnisse der Finite-Elemente-Simulation mit räumlich streuenden Materialeigenschaften ist jedoch kleiner als Eins:

$$\frac{R_m}{A f_{ma,m}} = 0,745 \quad \text{Gl. 5-14}$$

Das Verhältnis  $R_m / R_{det} = 0,745$  zeigt, dass die räumliche Streuung der Materialeigenschaften zu einer Verringerung des Mittelwertes führt. Der Grund hierfür ist, dass das Lastumlagerungsvermögen innerhalb der Mauerwerkswand begrenzt ist. Der Variationskoeffizient der Tragfähigkeit ergibt sich zu  $v_R = 5,3 \%$  und ist damit deutlich kleiner als der eingehende Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit von  $v_{ma} = 30 \%$ .

Um zu untersuchen, ob der Effekt der Berücksichtigung der räumlichen Streuung insgesamt negativ (aufgrund der Abnahme des Mittelwertes) oder positiv (aufgrund der Abnahme des Variationskoeffizienten) ausfällt, wird der theoretische Nachrechnungswert  $R_a$  berechnet, siehe

Abschnitt 5.2.4. Der Nachrechnungswert  $R_a$  wird auf der Basis der Log-Normalverteilung bestimmt, welche an das arithmetische Mittel und 5 %-Quantil der Simulationsergebnisse angepasst ist, wofür sich  $\sigma_{\ln R, 5\%} = 0,065 \approx \nu_{R, 5\%}$  ergibt. Der Variationskoeffizient  $\nu_{R, 5\%}$  dieser Log-Normalverteilung ist somit etwas größer als der Variationskoeffizient der Simulationsergebnisse. Der Nachrechnungswert  $R_a$  ergibt sich damit folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \frac{R_a}{R_{\det}} &= \frac{R_m}{R_{\det}} \exp\left(-0,5 \sigma_{\ln R, 5\%}^2 - \alpha_R \beta_t \sigma_{\ln R, 5\%}\right) \\ &= 0,745 \cdot \exp\left(-0,5 \cdot 0,065^2 - 0,7 \cdot 3,3 \cdot 0,065\right) = 0,640 \end{aligned} \quad \text{Gl. 5-15}$$

Der theoretische Bemessungswert unter Annahme von Homogenität berechnet sich zu

$$\begin{aligned} \frac{R_{a, \text{hom}}}{R_{\det}} &= \exp\left(-0,5 \sigma_{\ln, \text{ma}}^2 - \alpha_R \beta_t \sigma_{\ln, \text{ma}}\right) \\ &= \exp\left(-0,5 \cdot 0,294^2 - 0,7 \cdot 3,3 \cdot 0,294\right) = 0,486 \end{aligned} \quad \text{Gl. 5-16}$$

Die Ergebnisse für die Referenzwand zeigen, dass die Berücksichtigung der räumlichen Streuung im Vergleich zur homogenen Betrachtung hier zu einem deutlich höheren Nachrechnungswert  $R_a$  führt.

### 5.3.3 Einfluss der Materialstreuung

Innerhalb dieser ersten Parameterstudie wird der Einfluss einer Veränderung des Variationskoeffizienten der Materialeigenschaften auf den resultierenden Mittelwert, Variationskoeffizienten und theoretischen Nachrechnungswert der Tragfähigkeit aufgezeigt. Da der räumliche Korrelationskoeffizient  $\rho_{\text{spat}} = 0$  beträgt, entspricht der Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit in vollem Umfang der räumlichen Streuung von Stein zu Stein, d. h.  $\nu_{\text{ma}} = \nu_{\text{ma, spat}}$ . Der räumliche Variationskoeffizient für die Mauerwerksdruckfestigkeit wird zwischen  $\nu_{\text{ma, spat}} = 0$  und  $\nu_{\text{ma, spat}} = 0,5$  variiert. Die Variationskoeffizienten für den Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit der Fugen werden parallel dazu gemäß den Verhältnissen in Tabelle 5-1 variiert. Alle anderen Parameter entsprechen denen der Referenzwand. Die Ergebnisse sind in Abb. 5-4 dargestellt, wobei die Ergebnisse für die Referenzwand den Werten bei  $\nu_{\text{ma, spat}} = 0,3$  entsprechen.

Aus den Ergebnissen ist ersichtlich, dass der Mittelwert der Tragfähigkeit mit zunehmender räumlicher Streuung der Mauerwerksdruckfestigkeit abnimmt. Der Grund für diesen Effekt ist eine zunehmende Anzahl von „Steinen“ mit geringer Druckfestigkeit in den Wänden in Verbindung mit einem begrenzten Vermögen zur Lastumlagerung. In Hinblick auf den theoretischen Nachrechnungswert  $R_a$  wird die Reduktion des Mittelwertes durch den kleineren Variationskoeffizienten  $\nu_R$  der Tragfähigkeit im Vergleich zum eingehenden Variationskoeffizienten  $\nu_{\text{ma}}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit mehr als kompensiert. Daher sind die resultierenden theoretischen Nachrechnungswerte  $R_a$  deutlich höher als die Nachrechnungswerte  $R_{a, \text{hom}}$ , welche ohne Berücksichtigung der räumlichen Streuung berechnet wurden.

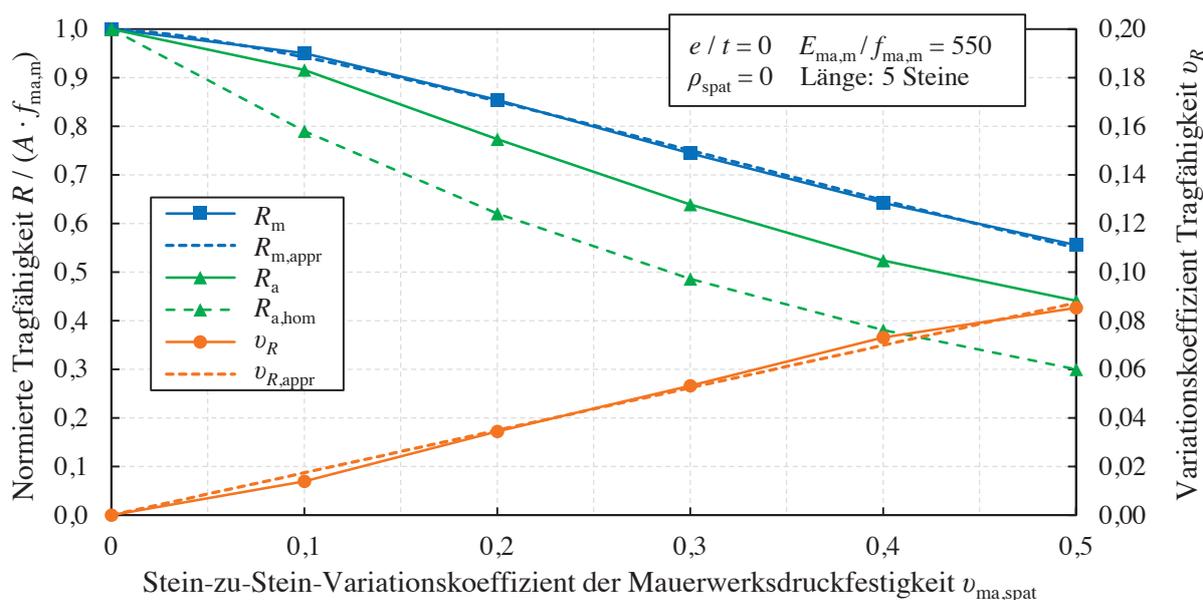


Abb. 5-4 Simulationsergebnisse bei Variation des Variationskoeffizienten der Materialeigenschaften

Die Reduktion des Mittelwertes kann durch folgende Gleichung approximiert werden:

$$R_m \approx R_{m,appr} = R_{det} \exp(-a v_{ma,spat}^b) \quad Gl. 5-17$$

Die Variationskoeffizienten  $v_{R,5\%}$  und  $v_R$  lassen sich durch folgende lineare Ansätze gut beschreiben:

$$v_{R,5\%} \approx v_{R,5\%,appr} = c v_{ma,spat} \quad Gl. 5-18$$

$$v_R \approx v_{R,appr} = d v_{ma,spat} \quad Gl. 5-19$$

Unter Verwendung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate können geeignete Werte für die Parameter der vorangehenden Gleichungen zu  $a = 1,62$ ,  $b = 1,44$ ,  $c = 0,21$  und  $d = 0,17$  bestimmt werden. Die Approximationen für  $R_m$  und  $v_R$  sind in Abb. 5-4 dargestellt, was die hervorragende Eignung der Näherungsgleichungen zeigt.

### 5.3.4 Einfluss der räumlichen Korrelation

In der folgenden Parameterstudie wird der räumliche Korrelationskoeffizient  $\rho_{spat}$  zwischen 0 und 1 variiert. Der insgesamt vorhandene Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit wird dabei konstant bei  $v_{ma} = 0,3$  gehalten. Aufgrund der unterschiedlichen räumlichen Korrelationskoeffizienten variiert jedoch der innerhalb der Wand räumlich wirkende Variationskoeffizient. Im Fall von  $\rho_{spat} = 0$  entspricht die Untersuchung dem Referenzfall, was bedeutet, dass der Variationskoeffizient  $v_{ma,spat}$  innerhalb der Wand dem insgesamt vorhandenen Variationskoeffizienten  $v_{ma}$  entspricht. Im entgegengesetzten Fall von  $\rho_{spat} = 1$  gibt es keine räumliche Streuung innerhalb der Wand, da die Materialeigenschaften der „Steine“ vollständig korreliert

sind und damit Homogenität vorliegt. Die durch den Variationskoeffizienten  $v_{ma}$  beschriebene Streuung besteht also ausschließlich in einer Streuung von Wand zu Wand. Der Variationskoeffizient entspricht also dem Variationskoeffizienten  $v_{ma,wall}$ , der die Streuung zwischen den Wänden beschreibt. Die Ergebnisse für unterschiedliche Korrelationskoeffizienten  $\rho_{spat}$  sind in Abb. 5-5 dargestellt. Im Gegensatz zu den anderen Parameterstudien mit  $n = 200$  Simulationsläufen basieren die Ergebnisse für  $\rho_{spat} > 0$  auf nur  $n = 100$  Simulationsläufen, da die Zufallsvariablen  $W, f_w$  und  $E_w$ , welche wesentlich einflussreicher sind als die Zufallsvariablen für die einzelnen „Steine“, mittels Latin Hypercube Sampling erzeugt wurden. Für eine Beschreibung des Latin Hypercube Samplings wird auf Olsson & Sandberg (2002) verwiesen.

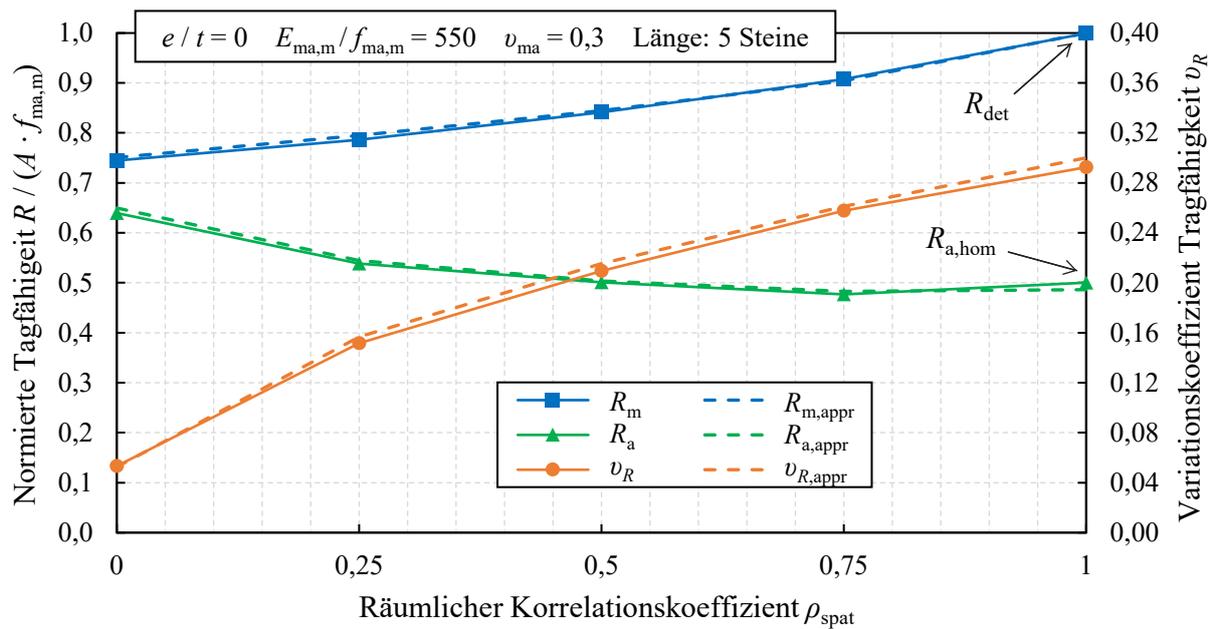


Abb. 5-5 Simulationsergebnisse bei Variation des räumlichen Korrelationskoeffizienten

Bei  $\rho_{spat} = 1$  entspricht die mittlere Tragfähigkeit  $R_m$  der deterministisch ermittelten Tragfähigkeit  $R_{det}$ . Zudem stimmt der Variationskoeffizient der Tragfähigkeit  $v_R$  mit dem Variationskoeffizienten der Mauerwerksdruckfestigkeit  $v_{ma}$  überein, da die Tragfähigkeit aufgrund der Betrachtung nach Theorie 1. Ordnung proportional zur Mauerwerksdruckfestigkeit ist. Bei  $\rho_{spat} < 1$  sind die Eigenschaften der „Steine“ nicht mehr vollständig korreliert, wodurch es zu einer räumlichen Streuung innerhalb der Wand kommt. Der Mittelwert der Tragfähigkeit nimmt aufgrund der nun vorhandenen Schwachstellen innerhalb der Wand ab. Der Variationskoeffizient der Tragfähigkeit nimmt jedoch ebenfalls ab, da ein größerer Anteil des Variationskoeffizienten auf die Streuung von Stein zu Stein entfällt, die sich durch Umlagerungen innerhalb der Wand zu einem gewissen Maße ausgleicht. Da der Effekt der Abnahme der Streuung überwiegt, wird der theoretische Nachrechnungswert  $R_a$  größer, wenn der räumliche Korrelationskoeffizient abnimmt. Der Bemessungswert bei  $\rho_{spat} = 1$ , d. h. bei einer homogenen Betrachtung, entspricht dem theoretischen Bemessungswert  $R_{a,hom}$  nach Gl. 5-12.

Der Mittelwert  $R_m$  und der Variationskoeffizient  $v_R$  der Tragfähigkeit können auch analytisch auf der Grundlage der in Abschnitt 5.3.3 abgeleiteten approximativen Beziehungen bestimmt werden, siehe Gl. 5-17 und Gl. 5-19. Hierzu muss der Variationskoeffizient  $v_{ma}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit zunächst in einen räumlichen Variationskoeffizienten innerhalb der Wand  $v_{ma,spat}$  und einen Variationskoeffizienten zwischen den Wänden  $v_{ma,wall}$  zerlegt werden. Dies geschieht durch die folgenden beiden Gleichungen, die auf Gl. 5-4 bis Gl. 5-9 in Abschnitt 5.2.3 basieren:

$$v_{ma,wall} = v_{W \cdot f_w} = \sqrt{v_W^2 + v_{f_w}^2 + v_W^2 v_{f_w}^2} = v_{ma} \sqrt{\rho_{spat}} \quad \text{Gl. 5-20}$$

$$v_{ma,spat} = v_{U_i \cdot f_{u,i}} = \sqrt{v_{U_i}^2 + v_{f_{u,i}}^2 + v_{U_i}^2 v_{f_{u,i}}^2} = v_{ma} \sqrt{\frac{1 - \rho_{spat}}{1 + \rho_{spat} v_{ma}^2}} \quad \text{Gl. 5-21}$$

Die Reduktion der mittleren Tragfähigkeit, welche durch Gl. 5-17 beschrieben wird, wird allein durch die räumliche Komponente  $v_{ma,spat}$  der Streuung verursacht. In normierter Form kann die Tragfähigkeit  $R$  als ein Produkt zweier Zufallsvariablen betrachtet werden, wobei jede der Zufallsvariablen einer Komponente der Streuung entspricht, vgl. Abschnitt 5.2.3. Die eine Zufallsvariable entspricht einer Wand mit  $\rho_{spat} = 0$  und  $v_{ma} = v_{ma,spat}$  und die andere einer Wand mit  $\rho_{spat} = 1$  und  $v_{ma} = v_{ma,wall}$ . Der Variationskoeffizient der Tragfähigkeit berechnet sich demnach wie folgt:

$$v_R^2 \approx v_{R,appr}^2 = d^2 v_{ma,spat}^2 + v_{ma,wall}^2 + d^2 v_{ma,spat}^2 v_{ma,wall}^2 \quad \text{Gl. 5-22}$$

Der Variationskoeffizient  $v_{R,5\%}$  kann in analoger Weise basierend auf Gl. 5-18 berechnet werden:

$$v_{R,5\%}^2 \approx v_{R,5\%,appr}^2 = c^2 v_{ma,spat}^2 + v_{ma,wall}^2 + c^2 v_{ma,spat}^2 v_{ma,wall}^2 \quad \text{Gl. 5-23}$$

Auf Grundlage von Gl. 5-17 und Gl. 5-23 kann der theoretische Nachrechnungswert  $R_a$  mittels Gl. 5-11 ermittelt werden. Die auf diesem Wege analytisch ermittelten Ergebnisse sind ebenfalls in Abb. 5-5 dargestellt und stimmen hervorragend mit den Simulationsergebnissen überein. Da somit gezeigt ist, dass die Ergebnisse für  $\rho_{spat} > 0$  auch analytisch durch Zerlegung der Streuung in zwei Komponenten gewonnen werden können, werden die folgenden Parameterstudien ausschließlich für  $\rho_{spat} = 0$  durchgeführt.

### 5.3.5 Einfluss der Wandlänge

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Wandlänge untersucht. Hierzu wird die Wandlänge in Hinblick auf die Anzahl der Steine pro Lage variiert. Die Untersuchung beginnt mit einem Mauerwerkspfeiler mit einem einzelnen ungeteilten Stein pro Lage, dann folgt ein Pfeiler mit zwei ungeteilten Steinen pro Lage, bei dem die jeweils nächste Lage immer um  $90^\circ$  gedreht ist, bevor Wände im Kreuzverband mit drei, fünf, sieben, neun und elf Steinen pro Lage untersucht

werden. Die Wand mit fünf Steinen pro Lage entspricht der Referenzwand. Die Ergebnisse sind in Abb. 5-6 dargestellt.

Es ist zu beobachten, dass die resultierende mittlere Tragfähigkeit  $R_m$  bei dem Pfeiler mit nur einem Stein pro Lage am kleinsten ist und dann mit der Wandlänge zunimmt. Dieser Effekt kann darauf zurückgeführt werden, dass in jeder Lage eine höhere Anzahl von Steinen an der Lastumlagerung beteiligt ist, was relevant wird, sobald der schwächste Stein innerhalb der Lage zu versagen beginnt. Bei sehr großen Wandlängen scheint  $R_m$  zu konvergieren. Wie zu erwarten nimmt der Variationskoeffizient  $v_R$  der Tragfähigkeit mit zunehmender Wandlänge ab, da die Streuung der Druckfestigkeiten der „Steine“ durch die Möglichkeit von Spannungsumlagerungen bis zu einem gewissen Grad „herausgemittelt“ wird.

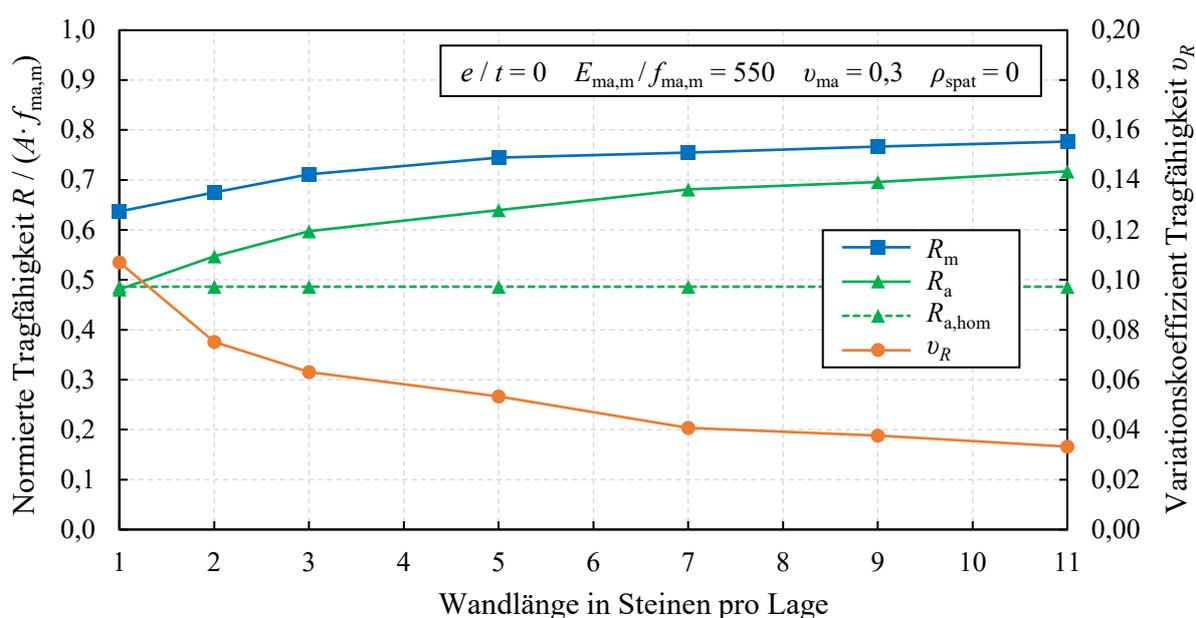


Abb. 5-6 Simulationsergebnisse bei Variation der Wandlänge

Der ansetzbare Nachrechnungswert  $R_a$  steigt bei größeren Wandlängen deutlich an. Dieser Effekt wird durch den Nachrechnungswert  $R_{a,hom}$ , welcher unter Annahme der Homogenität ermittelt wird, nicht erfasst. Die Ergebnisse der Parameterstudie bestätigen somit die prinzipielle Notwendigkeit eines Abminderungsfaktors für Wände mit kleiner Querschnittsfläche. In DIN EN 1996-1-1 (2013) wird ein solcher Abminderungsfaktor für Wände mit einer Querschnittsfläche  $A < 0,1 \text{ m}^2$  mit  $0,7 + 3 A$  angegeben, wobei  $A$  in  $\text{m}^2$  anzusetzen ist.

### 5.3.6 Einfluss der Schlankheit

In der folgenden Parameterstudie wird die Schlankheit der untersuchten Wand variiert. Dabei wird der Übergang zwischen Querschnitts- und Stabilitätsversagen untersucht. Die materialbezogene Schlankheit  $\lambda$  wird im Folgenden gemäß Glock (2004) wie folgt definiert:

$$\lambda = \frac{h_{\text{ef}}}{t} \sqrt{k \frac{f_{\text{ma,m}}}{E_{\text{ma,m}}}} = \frac{h_{\text{ef}}}{t} \sqrt{\varepsilon_{\text{f,m}}} \quad \text{Gl. 5-24}$$

Hierbei ist  $\varepsilon_{\text{f,m}}$  die Gesamtdehnung bei maximaler Spannung,  $k$  ist der Spannungs-Dehnungs-Parameter, welcher als Verhältnis zwischen Gesamtdehnung und elastischer Dehnung bei maximaler Spannung definiert ist, und  $h_{\text{ef}}$  ist die effektive Höhe der Wand, d. h. deren Knicklänge. Um den Einfluss veränderter Steinabmessungen oder einer vergrößerten Steinanzahl zu vermeiden, welche mit einer Änderung der Höhe  $h$  oder der Dicke  $t$  der Wand einhergeht, wird die Schlankheit durch Änderung des Verhältnisses  $E_{\text{ma,m}} / f_{\text{ma,m}}$  von Elastizitätsmodul zu Druckfestigkeit des Mauerwerks variiert. Im ersten Schritt werden die Finite-Elemente-Simulationen geometrisch linear, d. h. nach Theorie I. Ordnung, durchgeführt, was  $\lambda = 0$  entspricht. Anschließend wird  $E_{\text{ma,m}} / f_{\text{ma,m}}$  zwischen 10.000 und 75 variiert. Es sei angemerkt, dass nur die Verhältnisse im mittleren Bereich realistische Werte darstellen. In der Realität würde eine sehr hohe bzw. niedrige Schlankheit aus einer großen Wanddicke bzw. großen Wandhöhe resultieren. Um den reinen Effekt des Übergangs zwischen Querschnitts- und Stabilitätsversagen zu untersuchen, wird hier jedoch der Ansatz gewählt, nur das Verhältnis  $E_{\text{ma,m}} / f_{\text{ma,m}}$  zu variieren. Die effektive Wandhöhe  $h_{\text{ef}}$  ist gleich der Wandhöhe  $h$ , da die Lagerung oben und unten gelenkig ist. Die Exzentrizität wird oben und unten zu  $0,1 t$  gesetzt, sodass eine Anfangsexzentrizität besteht, die dann durch Effekte nach Theorie II. Ordnung erhöht wird.

In Abb. 5-7 sind die Ergebnisse der stochastischen Simulationen für unterschiedliche Wand-schlankheiten dargestellt. Neben der mittleren Tragfähigkeit  $R_m$ , den Nachrechnungswerten  $R_a$  und  $R_{a,\text{hom}}$  sowie dem Variationskoeffizienten der Tragfähigkeit  $v_R$  ist die deterministische Tragfähigkeit  $R_{\text{det}}$  auf der Basis einer Simulation mit mittleren Materialeigenschaften angegeben. Bei der hier durchgeführten stochastischen Simulation mit räumlich streuenden Materialeigenschaften kann der Übergang zwischen Querschnitts- und Stabilitätsversagen nicht eindeutig über eine gewisse Schlankheit  $\lambda$  definiert werden, da im Übergangsbereich zwischen Querschnitts- und Stabilitätsversagen in Abhängigkeit der realisierten zufälligen Materialeigenschaften beide Versagensarten auftreten können.

Mit zunehmender Schlankheit nimmt der Einfluss der Mauerwerksdruckfestigkeit auf die Wandtragfähigkeit ab. Stattdessen gewinnen die Steifigkeit der Wand und damit die Elastizitätsmoduln der „Steine“ an Bedeutung. Bei sehr schlanken Wänden, welche aufgrund eines Stabilitätsverlustes versagen, wird an keiner Stelle der Wand die Mauerwerksdruckfestigkeit erreicht. Einzelne Schwachstellen innerhalb der Wand fallen dadurch nicht mehr so stark ins Gewicht. Dies liegt daran, dass die Steifigkeit der Wand innerhalb einer Lage näherungsweise als arithmetisches Mittel und in vertikaler Richtung als gewichtetes harmonisches Mittel der innerhalb der Wand variierenden Elastizitätsmoduln beschrieben werden kann. Aus diesem Grund nähert sich die mittlere Tragfähigkeit  $R_m$  mit zunehmender Schlankheit dem deterministischen Mittelwert  $R_{\text{det}}$  unter Annahme von Homogenität an, siehe Abb. 5-7. Zudem nimmt der

Variationskoeffizient  $v_R$  der Tragfähigkeit ab, obwohl der Variationskoeffizient des Elastizitätsmoduls höher ist als jener der Mauerwerksdruckfestigkeit. Es lässt sich somit festhalten, dass die Berücksichtigung der räumlichen Streuung bei schlanken Wänden einen nochmals größeren positiven Einfluss als bei gedrunenen Wänden besitzt.

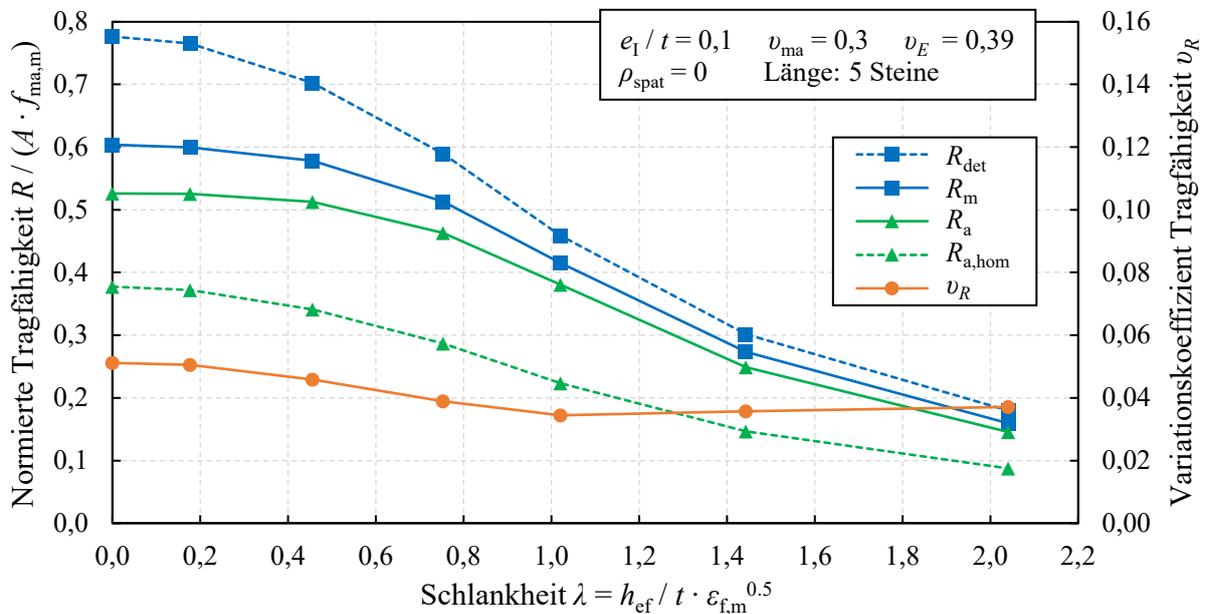


Abb. 5-7 Simulationsergebnisse bei Variation der Wandschlankheit

### 5.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden Untersuchungen zum Einfluss räumlich streuender Materialeigenschaften auf die Tragfähigkeit von Vollziegelmauerwerk unter Druckbeanspruchung vorgestellt. In den Untersuchungen wurde die räumliche Streuung der Druckfestigkeit, des Elastizitätsmoduls und der Biegezugfestigkeit von Mauerwerk über eine Streuung von Stein zu Stein modelliert.

Monte-Carlo-Simulationen wurden unter Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen durchgeführt, um den Einfluss einzelner Parameter auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Tragverhaltens aufzuzeigen. Aus den Parameterstudien können folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

- Mit zunehmender räumlicher Streuung der Materialeigenschaften innerhalb der Wand nimmt die mittlere Tragfähigkeit ab. Es wurde eine Näherungsgleichung gefunden, die diesen Zusammenhang beschreibt, siehe Gl. 5-17. Wenn die Materialeigenschaften räumlich streuen, ist der resultierende Variationskoeffizient der Tragfähigkeit  $v_R$  deutlich kleiner als der eingehende Variationskoeffizient der Materialeigenschaften. Der Zusammenhang zwischen dem Variationskoeffizienten der Tragfähigkeit  $v_R$  und dem Variationskoeffizienten

der räumlich streuenden Mauerwerksdruckfestigkeit  $\nu_{ma,spat}$  kann über Gl. 5-19 bestimmt werden.

- Lange Wände zeigen bei räumlich streuenden Materialeigenschaften ein günstigeres Verhalten als kurze Wände (Mauerwerkspfeiler), was sich in einem etwas höheren Mittelwert der Tragfähigkeit  $R_m$  und vor allem in einem geringeren Variationskoeffizienten  $\nu_R$  der Tragfähigkeit ausdrückt. Dieser Einfluss bestätigt die prinzipielle Notwendigkeit eines Abminderungsfaktors für Wände mit kleiner Querschnittsfläche, wie er in DIN EN 1996-1-1 (2013) definiert ist.
- Bei Wänden mit hoher Schlankheit fällt die durch räumlich streuende Materialeigenschaften verursachte relative Verringerung des Mittelwertes  $R_m$  geringer aus als bei Wänden mit geringer Schlankheit. Dieser Effekt kann durch den Einfluss der unterschiedlichen Versagensarten erklärt werden. Ist Querschnittsversagen maßgebend, so ähnelt das Verhalten einem Versagen aufgrund des schwächsten Gliedes, da einzelne Schwachstellen in der Wand die Tragfähigkeit stark beeinflussen. Liegt dagegen Stabilitätsversagen vor, sind eher die mittleren Materialeigenschaften in der Wand relevant.

## 6 Bayesscher Ansatz zur Berücksichtigung statistischer Unsicherheiten und Modellierung von A-priori-Verteilungen

### 6.1 Einführung

Wenn Materialeigenschaften von Bestandsmauerwerk geprüft und die Prüfergebnisse zur Ermittlung charakteristischer Werte der Mauerwerksdruckfestigkeit oder zugehöriger Teilsicherheitsbeiwerte herangezogen werden, muss die statistische Unsicherheit berücksichtigt werden, welcher sich aus der begrenzten Probenanzahl ergibt. Weder der tatsächliche Mittelwert (= Erwartungswert) noch die tatsächliche Varianz der geprüften Materialeigenschaften sind aus den Prüfungen mit Sicherheit bekannt. Eine Überschätzung des Mittelwerts der Mauerwerksdruckfestigkeit oder eine Unterschätzung der zugehörigen Varianz kann zu einer auf der unsicheren Seite liegenden Fehlbewertung der untersuchten Mauerwerkswände führen. Im Rahmen der in dieser Arbeit entwickelten Methode wird die statistische Unsicherheit mit Hilfe eines bayesschen Ansatzes berücksichtigt. Durch die Verwendung der bayesschen Statistik können Vorinformationen aus vorangegangenen Untersuchungen von Mauerwerksgebäuden in die Bewertung integriert und damit die statistische Unsicherheit reduziert werden.

In Abschnitt 6.2 wird der grundlegende bayessche Ansatz vorgestellt, der für die in Kapitel 7 entwickelte und in Kapitel 8 final vorgestellte Methode verwendet wird. Innerhalb dieses Ansatzes können Vorinformationen über die Varianz der Stein- und Mörteldruckfestigkeit berücksichtigt werden. Um die Vorinformationen mittels A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen modellieren zu können, wurden Prüfdaten zu den Materialeigenschaften bestehenden Mauerwerks gesammelt und in einer Datenbank zusammengestellt. In Abschnitt 6.3 wird der Aufbau der Datenbank näher beschrieben und es werden Erkenntnisse hinsichtlich typischer Materialeigenschaften bestehenden Vollziegelmauerwerks vorgestellt. Basierend auf der erstellten Datenbank werden in Abschnitt 6.4 Vorinformationen hinsichtlich der Varianz der Stein- und Mörteldruckfestigkeit in bestehendem Vollziegelmauerwerk über A-priori-Verteilungen modelliert. Des Weiteren wird aus den Prüfdaten die Korrelation der Steindruckfestigkeit sowie der Mörteldruckfestigkeit an einer bestimmten Probenahmestelle innerhalb eines Gebäudes ermittelt. Darüber hinaus wird eine A-priori-Verteilung für die Varianz der Mauerwerksdruckfestigkeit auf Grundlage der A-priori-Verteilungen der Stein- und Mörteldruckfestigkeit bestimmt.

### 6.2 Bayesscher Ansatz zur Berücksichtigung statistischer Unsicherheiten

In der bayesschen Statistik werden die Parameter von Zufallsvariablen ebenfalls als Zufallsvariablen betrachtet. Der Erwartungswert  $\mu$  und die Varianz  $\sigma^2$  einer beispielsweise normalverteilten Zufallsvariable  $X$  können durch eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung  $f(\mu, \sigma^2)$

modelliert werden, die upgedatet werden kann, sobald weitere Werte  $x_i$  von  $X$  beobachtet werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f(\mu, \sigma^2)$  der Parameter  $\mu$  und  $\sigma^2$  besitzt i. d. R. ebenfalls Parameter, welche die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion definieren. In Abgrenzung zu den eigentlichen Parametern  $\mu$  und  $\sigma^2$  der Zufallsvariable, werden diese oftmals auch als „Hyperparameter“ bezeichnet. Leider kann im Rahmen dieses Forschungsberichtes nicht in Gänze auf die zugehörigen Grundlagen der bayesschen Statistik eingegangen werden. Interessierte Leserinnen und Leser werden hierzu auf Gelman et al. (2013) und Wasserman (2011) sowie die Ausführungen in Müller (in Vorbereitung) verwiesen.

Im vorgestellten Ansatz werden die Stein- und Mörteldruckfestigkeit durch Log-Normalverteilungen modelliert. Definitionsgemäß sind damit die logarithmierten Werte der Stein- und Mörteldruckfestigkeit, d. h.  $\ln f_b$  und  $\ln f_j$ , normalverteilt und die für normalverteilte Zufallsvariablen entwickelten bayesschen Verfahren können angewendet werden. In der folgenden Erläuterung der generellen Vorgehensweise stellt die Zufallsvariable  $X$  daher den Logarithmus der Stein- oder Mörteldruckfestigkeit dar. Eine Realisierung  $x_i$  der Zufallsvariable  $X$  entspricht somit dem Logarithmus eines einzelnen Prüfergebnisses für die Stein- oder Mörteldruckfestigkeit.

Vor der Beobachtung der ersten Prüfergebnisse  $x_i$  für ein bestimmtes Bestandsgebäude können die Parameter  $\mu$  und  $\sigma^2$  durch eine sogenannte A-priori-Verteilung  $f'(\mu, \sigma^2)$  repräsentiert werden, welche die vor der Beobachtung des ersten Prüfergebnisses verfügbaren Informationen enthält. Solche Informationen können zum Beispiel aus zuvor durchgeführten Prüfungen an vergleichbaren Mauerwerksgebäuden stammen. In Abschnitt 6.4 werden diese A-priori-Verteilungen stochastisch modelliert.

Die allgemeine Vorgehensweise für das sogenannte bayessche Update der Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Erwartungswert  $\mu$  and die Varianz  $\sigma^2$  von  $X$  ergibt sich aus dem allgemein bekannten Satz von Bayes. Dieser Satz kann nicht nur für die bedingte Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Ereignisses formuliert werden, sondern auch für Wahrscheinlichkeitsdichten der Verteilungsparameter:

$$f''(\mu, \sigma^2 | \mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x} | \mu, \sigma^2) f'(\mu, \sigma^2)}{f'(\mathbf{x})} \propto L(\mu, \sigma^2 | \mathbf{x}) f'(\mu, \sigma^2) \quad \text{Gl. 6-1}$$

Hierbei ist  $f'(\mu, \sigma^2)$  die A-Priori-Verteilung und  $f''(\mu, \sigma^2 | \mathbf{x})$  ist die A-Posteriori-Verteilung, welche man durch das bayessche Update auf Basis der Messwerte  $x_i$  erhält, die im Vektor  $\mathbf{x}$  enthalten sind. Das Symbol  $\propto$  bedeutet, dass die Terme auf beiden Seiten gleich sind, wenn eine Seite mit einer Konstanten multipliziert wird. Der Nenner  $f'(\mathbf{x})$ , welcher nicht von  $\mu$  and  $\sigma^2$  abhängt, ist eine solche Konstante, die der Übersicht halber durch die Verwendung des Symbols  $\propto$  entfallen kann. Die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(\mathbf{x} | \mu, \sigma^2)$  wird auch als Likelihood-Funktion  $L$  bezeichnet. In dieser Schreibweise ist  $L$  eine Funktion der unsicheren Parameter  $\mu$  und  $\sigma^2$ . Die Likelihood-Funktion enthält die für das Update nutzbaren Informationen

aus den gewonnenen Messdaten und ist definiert als die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten der beobachteten Werte  $x_i$ :

$$L(\mu, \sigma^2 | \mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\propto \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{(n-1)s^2 + n(\mu - m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

*Gl. 6-2*

Hierbei sind  $m$  und  $s^2$  das arithmetische Mittel  $m$  und die Stichprobenvarianz  $s^2$  der aufgetretenen Prüfergebnisse, welche wie folgt definiert sind:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

*Gl. 6-3*

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2$$

*Gl. 6-4*

A-priori-Verteilungen können prinzipiell entweder informativ oder nichtinformativ hinsichtlich eines bestimmten Parameters gewählt werden. Eine informative A-Priori-Verteilung lässt Vorinformationen, z. B. aus der Erfahrung mit vergleichbaren Bauwerken, in die Auswertung mit einfließen. Wird die A-priori-Verteilung hingegen nichtinformativ gewählt, so fließen keine vorab vorhandenen Informationen in die statistische Auswertung ein, wodurch allein die Informationen aus den für das betrachtete Bauwerk gewonnenen Daten berücksichtigt werden. Im vorgestellten Ansatz wird die A-Priori-Verteilung so gewählt, dass sie nichtinformativ bezüglich des Erwartungswertes der Stein- und Mörteldruckfestigkeit, aber informativ bezüglich der zugehörigen Streuung ist. Ein ähnlicher Ansatz findet sich in Caspele & Taerwe (2012) zur Bestimmung charakteristischer Betondruckfestigkeiten im Bestand. Dieser Ansatz wird gewählt, da zu erwarten ist, dass der Bereich typischer Mittelwerte der Stein- und Mörteldruckfestigkeit groß ist, während die entsprechenden Variationskoeffizienten typischerweise in einem deutlich engeren Bereich liegen. Aufgrund des großen Bereichs möglicher Werte für die mittlere Druckfestigkeit von Stein und Mörtel würde die Modellierung der verfügbaren Vorinformationen zu keiner starken Reduktion der statistischen Unsicherheit führen und die Methode somit unnötig verkomplizieren. Im Gegensatz dazu führt die Berücksichtigung verfügbarer Vorinformationen über typische Materialstreuungen zu einer sehr viel stärkeren Reduzierung der entsprechenden statistischen Unsicherheit.

Die A-priori-Verteilungen werden im Folgenden über Wahrscheinlichkeitsdichten für die Varianzen  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  der logarithmierten Festigkeiten  $\ln f_b$  und  $\ln f_j$  formuliert. Die Varianzen  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  hängen bei gegebenen Variationskoeffizienten  $v_b$  und  $v_j$  nicht von den absoluten Mittelwerten der Festigkeiten ab, sondern können direkt aus den Variationskoeffizienten  $v_b$  und  $v_j$  der Festigkeiten  $f_b$  und  $f_j$  ermittelt werden:

$$\sigma_{\ln,b}^2 = \ln(1 + v_b^2) \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\ln,j}^2 = \ln(1 + v_j^2) \quad \text{Gl. 6-5}$$

Die A-priori-Verteilungen für  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  entsprechen demnach im Grunde anders parametrisierten A-priori-Verteilungen für die Variationskoeffizienten  $v_b$  und  $v_j$ .

Als Verteilungstyp der A-priori-Verteilungen werden sogenannte „konjugierte A-priori-Verteilungen“ gewählt. Eine konjugierte A-priori-Verteilung ist darüber definiert, dass sich der Verteilungstyp durch das bayessche Update nicht ändert. Der Verteilungstyp der A-priori-Verteilung entspricht damit dem Verteilungstyp der A-posteriori-Verteilung. Da der Verteilungstyp gleichbleibt, müssen beim bayesschen Update nur die Hyperparameter aktualisiert werden.

Im vorliegenden Fall wird die konjugierte A-priori-Verteilung für die Varianz der Normalverteilung benötigt. Diese ist durch die skalierte inverse  $\chi^2$ -Verteilung gegeben:

$$f'(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^{v'+2}} \exp\left(-\frac{v' s'^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{Gl. 6-6}$$

Hierin sind  $v'$  und  $s'$  die A-priori-Hyperparameter. Diese können wie die Ergebnisse einer hypothetischen Vorab-Testreihe verstanden werden. Der Stichprobenumfang dieser hypothetischen Vorab-Testreihe beträgt  $v' + 1$  und  $s'$  ist die Standardabweichung dieser Vorab-Stichprobe. Je größer  $v'$ , desto informativer ist somit die A-priori-Verteilung.

Setzt man Gl. 6-2 und Gl. 6-6 nun in Gl. 6-1 ein, so ergibt sich die A-posteriori-Verteilung:

$$\begin{aligned} f''(\mu, \sigma^2 | \mathbf{x}) &\propto \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{(n-1)s^2 + n(\mu - m)^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\sigma^{v'+2}} \exp\left(-\frac{v' s'^2}{2\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{n(\mu - m)^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\sigma^{n+v'+1}} \exp\left(-\frac{(n-1)s^2 + v' s'^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{Gl. 6-7} \\ &= \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{n''(\mu - m'')^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\sigma^{v''+2}} \exp\left(-\frac{v'' s''^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

Der linke Term beschreibt die Verteilungsfunktion des Erwartungswertes  $\mu$  in Abhängigkeit der Anzahl  $n$  der durchgeführten Tests und des zugehörigen arithmetischen Mittels  $m$ . Da hierfür keine informative A-priori-Verteilung mit Hyperparametern  $n'$  und  $m'$  vorliegt, entsprechen die A-posteriori-Hyperparameter  $n''$  und  $m''$  direkt den Werten  $n$  und  $m$ .

$$n'' = n \quad \text{Gl. 6-8}$$

$$m'' = m \quad \text{Gl. 6-9}$$

Der rechte Term nach dem letzten Umformungsschritt in Gl. 6-7 entspricht wieder der skalierten inversen  $\chi^2$ -Verteilung, siehe Gl. 6-6. Die A-posteriori-Hyperparameter  $v''$  und  $s''$  sind dafür

wie folgt aus den A-priori-Hyperparametern sowie der Stichprobenanzahl  $n$  und der Stichprobenvarianz  $s^2$  zu berechnen:

$$v'' = v' + n - 1 \quad \text{Gl. 6-10}$$

$$s''^2 = \frac{v' s'^2 + (n-1) s^2}{v''} \quad \text{Gl. 6-11}$$

Gl. 6-10 und Gl. 6-11 verdeutlichen, weshalb  $v' + 1$  und  $s'$  auch als die Anzahl und Varianz einer hypothetischen vorherigen Testreihe verstanden werden können: Die  $n - 1$  sogenannten „Freiheitsgrade“ der tatsächlichen Testreihe bei der Berechnung der Varianz werden um  $v'$ , also die Freiheitsgrade der hypothetischen vorherigen Testreihe, erhöht. Des Weiteren entspricht der A-posteriori-Hyperparameter  $s''^2$  einem gewichteten Durchschnitt aus der Stichprobenvarianz  $s^2$  und der Varianz der hypothetischen vorhergehenden Testreihe  $s'^2$ . Die Gewichtung erfolgt über die jeweiligen Freiheitsgrade  $n - 1$  bzw.  $v'$ .

Basierend auf Gl. 6-7 kann die sogenannte „prädiktive“ Verteilung von  $X$  nach dem bayesschen Update ermittelt werden. Die prädiktive Verteilung beschreibt die Verteilung Stein- und Mörteldruckfestigkeiten unter Einbezug der statistischen Unsicherheit in den Parametern  $\mu$  und  $\sigma^2$ . Über die prädiktive Verteilungsdichte werden somit die aus der tatsächlichen Materialstreuung resultierende Unsicherheit sowie die statistische Unsicherheit aus dem begrenztem Stichprobenumfang miteinander kombiniert. Die prädiktive Verteilung ergibt sich durch das „Herausintegrieren“ der unsicheren Parameter entsprechend ihrer A-posteriori-Verteilung, vgl. Gelman et al. (2013):

$$f''(x) = \iint f(x | \mu, \sigma^2) f''(\mu, \sigma^2 | n'', m'', v'', s''^2) d\mu d\sigma^2 \quad \text{Gl. 6-12}$$

Die Lösung des Integrals ergibt die prädiktive Verteilung, welche bei Normierung über den Lageparameter  $m''$  und den Skalenparameter  $s'' (1 + 1/n'')$ <sup>0,5</sup> einer studentischen  $t$ -Verteilung mit  $v''$  Freiheitsgraden entspricht:

$$\frac{X - m''}{s'' \sqrt{1 + \frac{1}{n''}}} \sim t_{v''} \quad \text{Gl. 6-13}$$

Zugehörige Quantile mit Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $p$  können demnach wie folgt berechnet werden:

$$x_p = m'' + t_{v'', p} s'' \sqrt{1 + \frac{1}{n''}} \quad \text{Gl. 6-14}$$

Hierbei ist  $t_{v'', p}$  das  $p$ -Quantil der studentischen  $t$ -Verteilung mit  $v''$  Freiheitsgraden.

Die prädiktiven Verteilungen der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeit gemäß Gl. 6-14 werden in der in Kapitel 7 entwickelten Methode zur Ermittlung charakteristischer Werte

und modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für die Mauerwerksdruckfestigkeit verwendet. Damit der Ansatz in der Praxis verwendet werden kann, müssen die A-priori-Hyperparameter  $\nu'$  und  $s'$  der A-priori-Verteilung ermittelt werden, was in Abschnitt 6.4 auf der Grundlage der in 6.3 vorgestellten Prüfdatenbank erfolgt.

### 6.3 Prüfdatenbank für Materialfestigkeiten bestehenden Mauerwerks

Um Vorinformationen bezüglich der Streuung der Stein- und Mörtelfestigkeit durch A-priori-Verteilungen modellieren zu können, wurde eine Prüfdatenbank für die Materialeigenschaften von Bestandsmauerwerk aufgebaut. Die Datenbank enthält die Ergebnisse von Druckfestigkeitsprüfungen an Stein- und Mörtelproben, die Bestandsgebäuden entnommen wurden. Die Prüfungen wurden nicht gezielt für die vorliegende Untersuchung durchgeführt, sondern waren in den meisten Fällen deshalb notwendig, weil die untersuchten Gebäude aufgrund eines geplanten Umbaus statisch neu bewertet werden mussten.

Die Prüfungen wurden vom Institut für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt sowie fünf privaten Prüflaboren durchgeführt, die dem Autor freundlicherweise ihre Prüfdaten zur Verfügung stellten. Bei der Auswahl der Prüflabore wurde zum einen darauf geachtet, dass diese in verschiedenen Regionen Deutschlands aktiv sind, um Daten zu erhalten, die für das gesamte Bundesgebiet als repräsentativ angesehen werden können. Zum anderen wurden ausschließlich Prüflabore angesprochen, bei denen umfangreiche Erfahrungen mit der Prüfung von Bestandsmauerwerk bestehen, sodass von einer sachgemäßen Durchführung der Prüfungen ausgegangen werden kann. Die Daten der einzelnen Prüflabore wurden nach Erhalt auf ihre Plausibilität und Vergleichbarkeit untereinander geprüft. Erforderlichenfalls wurde mit den Prüflaboren Rücksprache gehalten.

Insgesamt liegen die Ergebnisse von 2784 Stein- und 3014 Mörteldruckfestigkeitsprüfungen vor, die zu 171 Bauwerken (168 Gebäude, zwei Brücken, eine Stützmauer) gehören. Da Gebäude den größten Anteil der Bauwerke ausmachen, werden im Folgenden alle Bauwerkstypen als „Gebäude“ bezeichnet. Im ersten Schritt der Datenaufbereitung wurden die Daten auf 140 Gebäude mit Vollziegelmauerwerk reduziert. Der große Anteil an Gebäuden mit Vollziegelmauerwerk weist auf die große Bedeutung dieser Mauerwerksart bei der Beurteilung bestehender Mauerwerksbauten hin. Es ist anzumerken, dass die Prüflabore gebeten wurden, die Daten auf Mauerwerk aus künstlichen Steinen zu beschränken. Natursteinmauerwerk war somit nicht Teil der Datensammlung. Eine Beschränkung auf Vollziegelmauerwerk war bei der Sammlung der Daten nicht vorgesehen. Für andere künstliche Steinarten wie z. B. Hochlochziegel, Kalksandsteine oder (Leicht-)Betonsteine gingen jedoch deutlich weniger Daten ein. Diese anderen Steinarten haben in der Baupraxis im Vergleich zu Vollziegeln wesentlich später an Bedeutung gewonnen und scheinen auch bei der Beurteilung bestehender Bauwerke eine geringere Rolle zu spielen. Im Hinblick auf die Tätigkeit der Prüflabore wird dieser Effekt dadurch verstärkt, dass bei jüngeren Gebäuden sehr viel häufiger Ausführungsunterlagen mit Angaben zur

Festigkeit des Mauerwerks vorliegen, was in einigen Fällen eine Materialprüfung entbehrlich macht.

Die untersuchten Gebäude sind über ganz Deutschland verteilt. Aufgrund des Umfangs der von den verschiedenen Prüflaboren erhaltenen Daten liegt ein leichter Schwerpunkt auf den Regionen um Berlin (PLZ 1xxxx) und um München (PLZ 8xxxx), welche jeweils etwa ein Drittel der Datenbank ausmachen. Das andere Drittel besteht überwiegend aus Projekten in Baden-Württemberg, Hessen, Hamburg und dem restlichen Bayern. In Abb. 6-1 ist die geografische Verteilung der 140 Gebäude aus Vollziegelmauerwerk in Bezug auf die erste Ziffer der Postleitzahl dargestellt. Auch wenn die Daten nicht perfekt über Deutschland verteilt sind, so enthält die Datenbank dennoch Prüfergebnisse für Gebäude aus vielen verschiedenen Regionen. Daher werden die aus der Datenbank gezogenen Schlussfolgerungen als repräsentativ für bestehendes Vollziegelmauerwerk in Deutschland angesehen. Für etwa 80 % der Gebäude war es möglich, eine Schätzung für das Baujahr hinzuzufügen. Die Datenbank kann als repräsentativ für den Zeitraum zwischen 1850 und 1950 angesehen werden, da mehr als 80 % der ermittelbaren Baujahre in diesen Bereich fällt, siehe Abb. 6-1.

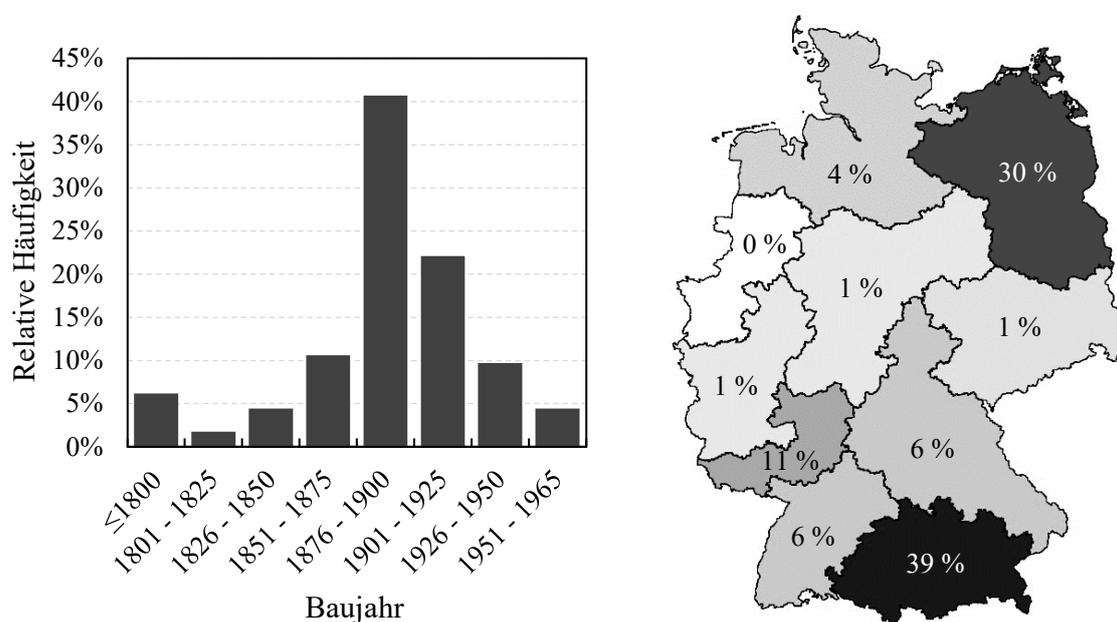


Abb. 6-1 Relative Häufigkeiten der Baujahre sowie der geografischen Regionen (nach 1. Ziffer der Postleitzahl) aller Gebäude mit Vollziegelmauerwerk in der Datenbank

Im nächsten Schritt wurden die für ein bestimmtes Gebäude vorliegenden Prüfdaten in einigen Fällen in mehrere einzelne Grundgesamtheiten aufgeteilt. In diesem Zusammenhang wird eine Grundgesamtheit so definiert, dass das zu einer Grundgesamtheit gehörende Mauerwerk im Hinblick auf die Art der verwendeten Steine, den Mörtel und die Ausführungsqualität der gleichen Art von Mauerwerk zu entsprechen scheint. Eine Grundgesamtheit entspricht damit der Definition eines Untersuchungsbereiches nach WTA E-7-4 (2020). Mehr als eine Mauerwerkgrundgesamtheit für ein bestimmtes Gebäude wurde angenommen, wenn

- das Gebäude aus verschiedenen Teilen besteht, die zu unterschiedlichen Zeiten errichtet wurden,
- das Prüflabor einen Wechsel der Mauerwerksart dokumentiert hat (z. B. aufgrund einer Änderung der Ziegelabmessungen) oder
- die mittlere Mörtel- oder Steindruckfestigkeit in einem Gebäude zwischen den Stockwerken stark variiert, was auf einen Wechsel des Mörteltyps oder der Steingüte hindeutet.

Durch die weitere Aufteilung ergeben sich 167 Grundgesamtheiten für die 140 Gebäude aus Vollziegelmauerwerk. Im Hinblick auf Vollziegelmauerwerk liegen 2364 Einzelwerte aus Prüfungen der Steindruckfestigkeit und 2575 Werte aus der Prüfung der Mörteldruckfestigkeit vor.

Die Prüfung der Steindruckfestigkeit wurde entweder nach DIN EN 772-1 (2016) an ganzen Steinen oder Teilstücken von Steinen oder nach DIN 105-1 (1982) an halbierten Steinen durchgeführt. Bei letzterem Vorgehen werden die beiden Steinhälften vor der Prüfung mit einer dünnen Zementzwichenschicht aufeinandergesetzt. Bei den Prüfungen nach DIN EN 772-1 (2016) wurden die einzelnen Prüfergebnisse über entsprechende Formfaktoren korrigiert. Sämtliche Prüfungen der Mörteldruckfestigkeit wurden nach DIN 18555-9 (2019) durchgeführt. In nahezu allen Fällen wurde dabei das Verfahren III dieser Norm angewendet. Die nachfolgend dargestellten Prüfergebnisse der Mörteldruckfestigkeit enthalten bereits Korrekturfaktoren zur Umrechnung der Prüfergebnisse nach DIN 18555-9 (2019) in eine mit der Standardprüfung an Prismen gemäß DIN EN 1015-11 (2020) vergleichbare Normdruckfestigkeit. Die Korrekturfaktoren wurden entsprechend der Wahl der Prüflabore übernommen. Zumeist wurde ein Korrekturfaktor von entweder 1 oder 0,7 bei Prüfung nach dem Verfahren III gewählt. Ein Korrekturfaktor von 0,7 bedeutet dabei, dass die Normdruckfestigkeit kleiner als die nach DIN 18555-9 (2019) ermittelte Fugendruckfestigkeit ist. Für die nachfolgende Modellierung der A-priori-Verteilung ist der Korrekturfaktor für die Mörtelfestigkeit jedoch nicht relevant, da der Korrekturfaktor den Variationskoeffizienten einer Testreihe nicht verändert.

In Abschnitt 6.4 werden die A-priori-Verteilungen für zwei Fälle modelliert:

1. A-priori-Verteilungen, die die typische Streuung der Stein- und Mörteldruckfestigkeit über alle zur gleichen Mauerwerksart gehörenden Bauteile im gesamten Gebäude repräsentieren, d. h. A-priori-Verteilungen, die zu einer wie oben definierten Grundgesamtheit gehören.
2. A-priori-Verteilungen, die die typische Streuung der Festigkeiten an einer einzelnen Probenahmestelle widerspiegeln.

Die typische Streuung der Festigkeit ist im zweiten Fall niedriger, da in der Regel eine Korrelation der Festigkeiten an einer Probenahmestelle vorliegt. Zur Modellierung des ersten Falles werden nur Grundgesamtheiten berücksichtigt, für die insgesamt mindestens  $n = 3$  Prüfergebnisse für mindestens  $n_{loc} = 2$  Probenahmestellen vorliegen. Dadurch reduziert sich die ausge-

wertete Anzahl der Grundgesamtheiten auf 119 für die Steindruckfestigkeit und 79 für die Mörteldruckfestigkeit. Für die Modellierung des zweiten Falles können nur Probenahmestellen berücksichtigt werden, für die mindestens  $n = 2$  Prüfergebnisse vorliegen.

Hinsichtlich der Anzahl der Datenpunkte lässt sich der Prozess der Datenaufbereitung somit wie folgt zusammenfassen:

- Gesamtzahl der Gebäude in der Datenbank: 171
- Gebäude mit Vollziegelmauerwerk: 140
- Grundgesamtheiten (Vollziegelmauerwerk)
  - Gesamtzahl: 167
  - $m_{loc} \geq 2$  und  $n \geq 3$  für die Steindruckfestigkeit: 119
  - $m_{loc} \geq 2$  und  $n \geq 3$  für die Mörteldruckfestigkeit: 79
- Probenahmestellen (Vollziegelmauerwerk)
  - $n \geq 2$  für die Steindruckfestigkeit: 653
  - $n \geq 2$  für die Mörteldruckfestigkeit: 519

Die Aufstellung zeigt, dass eine gute Datengrundlage für die Ermittlung von A-priori-Verteilungen für Vollziegelmauerwerk zur Verfügung steht. Hinsichtlich Mauerwerk aus anderen künstlichen Steinen (z. B. Kalksandsteine, Hochlochziegel, Leicht- oder Porenbetonsteine) liegt aktuell keine ausreichende Datengrundlage vor, um A-priori-Verteilungen für Bestandsmauerwerk zuverlässig bestimmen zu können. Bei Anwendung der in dieser Arbeit entwickelten Methode muss daher bei Mauerwerk aus anderen Steinarten als Vollziegeln auf eine nicht-informative A-priori-Verteilung zurückgegriffen werden. Eine Erweiterung der Datenbasis um Prüfergebnisse für andere Mauerwerkstypen würde auch für diese weiteren Fälle die Modellierung und anschließende Verwendung informativer A-priori-Verteilungen ermöglichen. Hierdurch ergeben sich bei kleinem Stichprobenumfang i. d. R. größere ansetzbare Nachrechnungswerte als bei Verwendung einer nichtinformativen A-priori-Verteilung, siehe Abschnitt 8.2.

Im Anhang ist die Datenbank in Form der Testanzahl, der arithmetischen Mittelwerte und der Variationskoeffizienten der Stichproben für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit der 167 Grundgesamtheiten bestehenden Vollziegelmauerwerks dargestellt. Zudem ist die erste Ziffer der Postleitzahl des jeweiligen Standortes und, falls möglich, eine Abschätzung für das Baujahr angegeben.

In Abb. 6-2 sind die arithmetischen Mittelwerte und die Variationskoeffizienten der Stichproben der Stein- und Mörteldruckfestigkeit mithilfe von Punktwolken dargestellt. Jeder Punkt bezieht sich auf das arithmetische Mittel und den Variationskoeffizienten für eine der Grundgesamtheiten bestehenden Vollziegelmauerwerks und basiert auf  $n \geq 3$  Prüfergebnissen für  $m_{loc} \geq 2$  Probenahmestellen. Die vier Punktwolken sind so angeordnet, dass mögliche Zusammenhänge zwischen a) Mittelwerten der Stein- und Mörteldruckfestigkeit, b) Variationskoeffizien-

ten der Stein- und Mörteldruckfestigkeit, c) Mittelwerten und Variationskoeffizienten der Stein- druckfestigkeit und d) Mittelwerten und Variationskoeffizienten der Mörteldruckfestigkeit sichtbar werden. In jedem der vier Diagramme sind zudem lineare Regressionsgeraden gegeben.

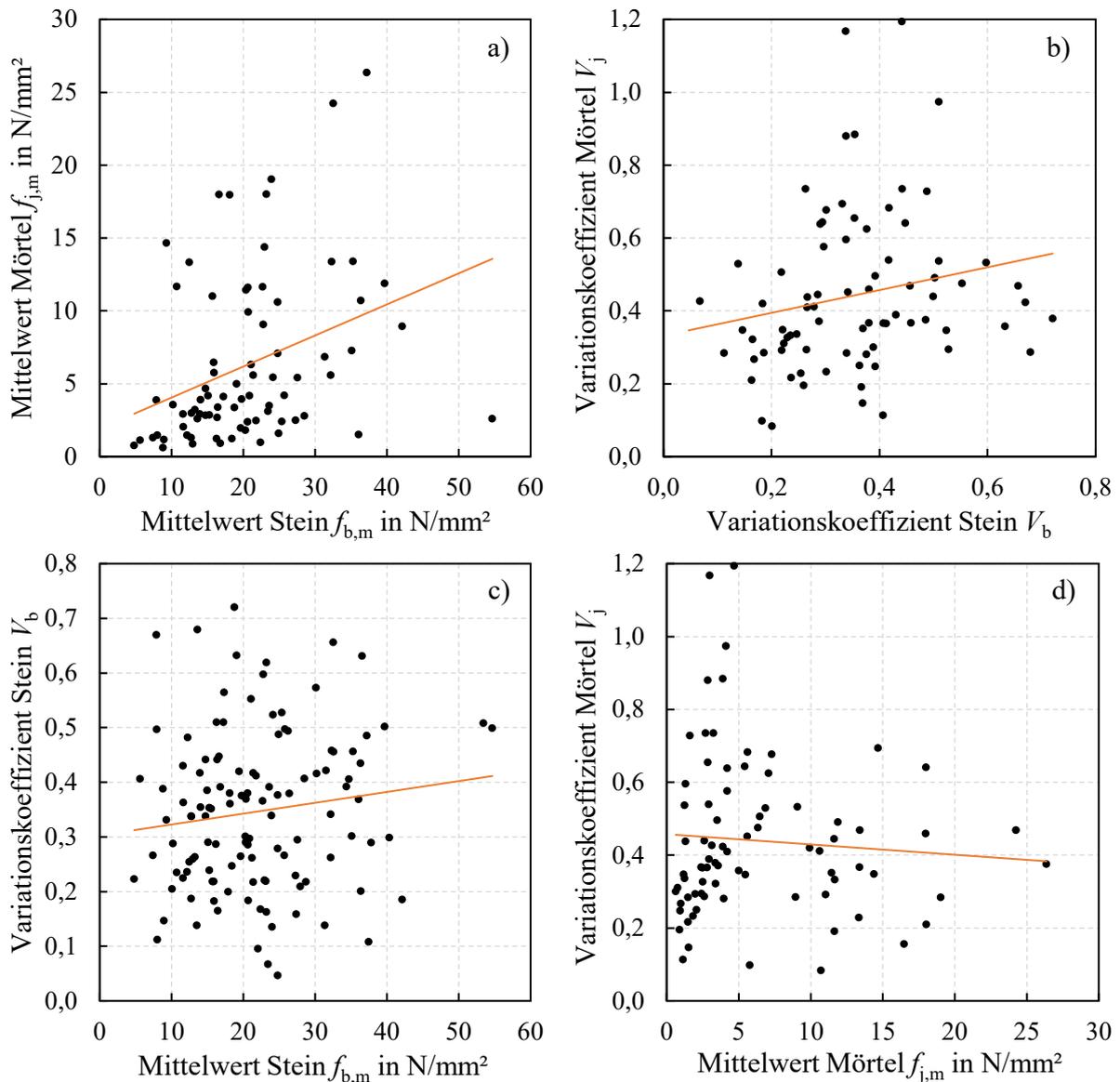


Abb. 6-2 *Arithmetische Mittel und Variationskoeffizienten von Stichproben der Stein- und Mörteldruckfestigkeit verschiedener Grundgesamtheiten bestehenden Vollziegelmauerwerks*

Anhand von Abb. 6-2 können folgende Beobachtungen festgehalten werden:

- a) Es ist eine große Spannweite der arithmetischen Mittelwerte der Stein- und Mörteldruckfestigkeit zu beobachten. Die Mediane der arithmetischen Mittelwerte liegen bei 20,7 N/mm<sup>2</sup> für die Stein- und 3,9 N/mm<sup>2</sup> für die Mörteldruckfestigkeit. Es liegt ein Korrelationskoeffizient von  $r = 0,35$  zwischen den arithmetischen Mittelwerten der Stein- und

Mörteldruckfestigkeit vor, was bedeutet, dass es eine leichte Tendenz dazu gibt, dass Steine mit höherer Druckfestigkeit mit Mörteln mit ebenfalls höherer Druckfestigkeit kombiniert sind.

- b) Der Median der Variationskoeffizienten der Mörteldruckfestigkeit (38 %) ist etwas höher als der Median der Variationskoeffizienten der Steindruckfestigkeit (34 %). Die Korrelation zwischen den Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse der Stein- und Mörteldruckfestigkeit derselben Mauerwerksgrundgesamtheit ist recht gering ( $r = 0,20$ ).
- c) Die Variationskoeffizienten der Steindruckfestigkeit weisen nahezu keine Korrelation mit der mittleren Steindruckfestigkeit auf, scheinen also davon unabhängig zu sein.
- d) Die Beobachtung aus c) gilt in analoger Weise für die Mörteldruckfestigkeit.

In einer weitergehenden Untersuchung wurde der Einfluss des Baujahres auf den Mittelwert sowie den Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit untersucht. Innerhalb des Zeitraumes zwischen 1850 und 1950, für den hier verstärkt Daten vorliegen, siehe Abb. 6-1, konnte jedoch kein nennenswerter Einfluss des Baujahres festgestellt werden.

## 6.4 Stochastische Modellierung der A-priori-Verteilungen

### 6.4.1 Allgemeines

Die beiden Hyperparameter  $\nu'$  und  $s'$ , welche die A-priori-Verteilungen definieren, werden mittels Maximum-Likelihood-Schätzung bestimmt. In Ergänzung zum Vorgehen bei der Schätzung der A-priori-Hyperparameter, wie es z. B. in Rackwitz (1983) und ISO 2394 (2015) beschrieben ist, wird bei der Formulierung der Likelihood-Funktion berücksichtigt, dass die Daten nicht in Form von Varianzen  $\sigma_i^2$  der entsprechenden Grundgesamtheiten vorliegen, sondern nur in Form von Stichprobenvarianzen  $s_i^2$ . Aufgrund der verschiedenen zugehörigen Stichprobenumfänge  $n_i$  sind die Stichprobenvarianzen  $s_i^2$  unterschiedlich aussagekräftig. Dieser Sachverhalt wird bei der Parameterschätzung mathematisch konsequent berücksichtigt. Das genaue Vorgehen bei der Parameterschätzung mithilfe der Maximum-Likelihood-Methode ist in Müller & Graubner (2021) und Müller (in Vorbereitung) beschrieben.

Die A-Priori-Hyperparameter werden, wie bereits erwähnt, für zwei Fälle ermittelt:

1. „Gebäudebezogene“ A-priori-Verteilungen für die Stein- sowie die Mörteldruckfestigkeit spiegeln die typische Streuung wider, wenn alle zum gleichen Mauerwerkstyp gehörenden Prüfergebnisse für ein Gebäude gemeinsam betrachtet werden, siehe 6.4.2.
2. „Probenahmestellenbezogene“ A-priori-Verteilungen beziehen sich auf die typische Streuung an einer einzelnen Probenahmestelle, siehe 6.4.3.

Die gebäudebezogene Streuung ist i. d. R. größer, da die Festigkeiten an einer einzelnen Probenahmestelle miteinander korreliert sind. Der zugehörige Korrelationskoeffizient wird in Abschnitt 6.4.4 geschätzt. Abschließend wird in Abschnitt 6.4.5 eine A-priori-Verteilung für die Streuung der Mauerwerksdruckfestigkeit ermittelt, welche auf den A-priori-Verteilungen der Streuung der Komponentenfestigkeiten basiert.

### 6.4.2 Gebäudebezogene A-priori-Verteilungen

Auf Grundlage der gebäudebezogenen Daten ergeben sich mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Schätzung die A-priori-Hyperparameter zu  $v_b' = 7,7$  und  $s_{\ln,b}' = 0,33$  für die Steindruckfestigkeit und zu  $v_j' = 4,2$  und  $s_{\ln,j}' = 0,40$  für die Mörteldruckfestigkeit. In Abb. 6-3 sind die entsprechenden A-priori-Verteilungsfunktionen der Standardabweichungen  $\sigma_{\ln,b}$  und  $\sigma_{\ln,j}$  der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeit dargestellt. Die Standardabweichungen der logarithmierten Festigkeiten entsprechen in etwa den Variationskoeffizienten  $v_b$  und  $v_j$  der Festigkeiten. Insbesondere für  $v < 0,2$  gilt  $\sigma_{\ln,b} \approx v_b$  bzw.  $\sigma_{\ln,j} \approx v_j$ . Bei größeren Variationskoeffizienten weicht diese Näherung leicht ab.

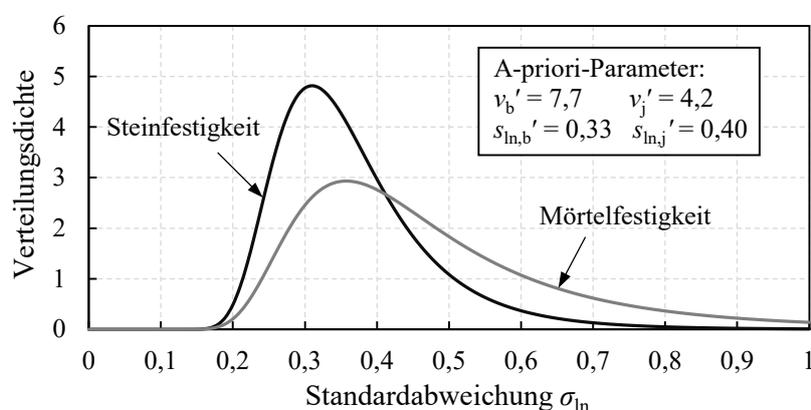


Abb. 6-3 Gebäudebezogene A-priori-Verteilungen der Standardabweichung der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeit

Aufgrund des niedrigeren Parameters  $v'$  ist die Verteilung der Standardabweichung der Mörteldruckfestigkeit breiter, was einer höheren Streuung des Variationskoeffizienten der Mörteldruckfestigkeit von Gebäude zu Gebäude entspricht. Aufgrund der breiteren Verteilung ist die A-priori-Verteilung für die Mörteldruckfestigkeit weniger informativ. Die mittlere Streuung der Mörteldruckfestigkeit ist zudem etwas größer als jene der Steindruckfestigkeit.

### 6.4.3 Probenahmestellenbezogene A-priori-Verteilungen

Im Hinblick auf die probenahmestellenbezogenen A-priori-Verteilungen ergeben sich  $v_b' = 3,8$  und  $s_{\ln,b}' = 0,21$  für die Steindruckfestigkeit sowie  $v_j' = 6,1$  und  $s_{\ln,j}' = 0,24$  für die Mörteldruckfestigkeit. Es sei angemerkt, dass diese A-priori-Verteilungen die Variabilität der Streuung der Stein- und Mörteldruckfestigkeit zwischen verschiedenen Probenahmestellen verschiedener Gebäude darstellen. Die entsprechenden A-priori-Verteilungen sind in Abb. 6-4 dargestellt. Die

mittlere probenahmestellenbezogene Streuung ist für beide Komponenten kleiner als die mittlere gebäudebezogene Streuung, was an der Korrelation der jeweiligen Festigkeiten an einer Probenahmestelle liegt.

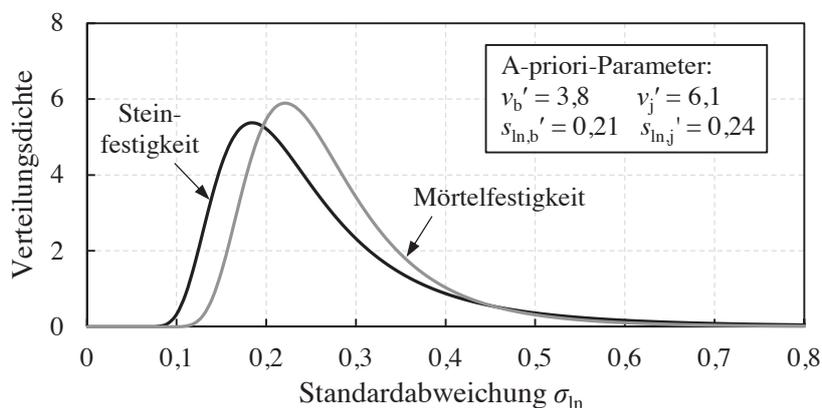


Abb. 6-4 Probenahmestellenbezogene A-priori-Verteilungen der Standardabweichung der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeit

### 6.4.4 Korrelation der Festigkeit an einer Probenahmestelle

Um den in Kapitel 5 quantifizierten Einfluss der räumlichen Streuung in die Entwicklung eines Verfahrens zur Modifizierung von Teilsicherheitsbeiwerten einfließen zu lassen, sind Aussagen über die räumliche Korrelation  $\rho_{\text{spat}}$  der Materialeigenschaften innerhalb eines Bauteils erforderlich. Die räumliche Korrelation an einer Probenahmestelle, welche im Folgenden durch den Korrelationskoeffizienten  $\rho_{\text{loc}}$  repräsentiert wird, wird sowohl für die Stein- als auch für die Mörteldruckfestigkeit ermittelt. Der Korrelationskoeffizient  $\rho_{\text{loc}}$  kann über das Verhältnis der mittleren probenahmestellenbezogenen Streuung zur mittleren gebäudebezogenen Streuung bestimmt werden. Die mittleren Streuungen werden hierzu über die durchschnittlichen Stichprobenvarianzen  $s_{\ln,b}^2$  und  $s_{\ln,j}^2$  der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeiten ermittelt, da die Stichprobenvarianz ein erwartungstreuer Schätzer für die Varianz der Grundgesamtheit ist, vgl. Hedderich & Sachs (2020). Die Mittelwerte der Varianzen  $s_{\ln,b}^2$  und  $s_{\ln,j}^2$  sind in Tabelle 6-1 angegeben. Die gemittelten Stichprobenvarianzen werden dann als Schätzungen für typische Varianzen  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  verstanden und nach Gl. 6-5 in entsprechende Variationskoeffizienten  $v_b$  und  $v_j$  der Stein- und Mörteldruckfestigkeit umgerechnet. Der Korrelationskoeffizient kann anschließend in Anlehnung an Gl. 5-21 über folgendem Ausdruck ermittelt werden:

$$\rho_{\text{loc}} = \frac{1 - \frac{v_{\text{location}}^2}{v_{\text{building}}^2}}{1 + v_{\text{location}}^2} \tag{Gl. 6-15}$$

Die Korrelationskoeffizienten für eine Probenahmestelle ergeben sich damit zu  $\rho_{\text{loc}} = 0,39$  für die Stein- und  $0,46$  für die Mörteldruckfestigkeit, siehe Tabelle 6-1.

Tabelle 6-1 Gebäude- und probenahmestellenbezogene Streuung

Material-eigenschaft	Durchschn. Varianz $s_{\ln}^2$		Variationskoeffizient $v$		Korrelation $\rho_{loc}$
	Gebäude	Probenahmestelle	Gebäude	Probenahmestelle	
Steindruckfestigkeit $f_b$	0,137	0,081	38,3 %	29,1 %	0,392
Mörteldruckfestigkeit $f_j$	0,244	0,125	52,5 %	36,4 %	0,459

Der Wert von  $\rho_{loc} \approx 0,4$ , welcher sich für die Korrelation der Steindruckfestigkeiten an einer Probenahmestelle ergibt, wird in den folgenden Untersuchungen als Korrelationskoeffizient  $\rho_{spat}$ , d. h. als Korrelationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit innerhalb eines Bauteils interpretiert, vgl. Abschnitt 5.2.1. Die Wahl des Korrelationskoeffizienten  $\rho_{loc}$  der Steindruckfestigkeit anstelle des entsprechenden Wertes für die Mörteldruckfestigkeit hat zwei Gründe. Erstens bezieht sich der räumliche Korrelationskoeffizient  $\rho_{spat}$  auf die räumliche Korrelation der Mauerwerksdruckfestigkeit, welche im Wesentlichen durch die Steindruckfestigkeit beeinflusst wird. Zweitens bezieht sich  $\rho_{spat}$  auf die räumliche Korrelation innerhalb der gesamten Mauerwerkswand, während der erhaltene Korrelationskoeffizient  $\rho_{loc}$  der Mörteldruckfestigkeit an einer Entnahmestelle lediglich einen Teil der Mauerwerkswand repräsentiert. Die Entnahme von Mörtelproben von einer Probenahmestelle, d. h. von einem begrenzten Bereich innerhalb einer Wand, führt in der Regel dazu, dass man Proben von einer einzigen Mörtelmischung erhält, während für die Errichtung der gesamten Wand mehrere Mörtelmischungen verwendet werden. Im Gegensatz dazu kann der Korrelationskoeffizient  $\rho_{loc}$  der Steindruckfestigkeit als repräsentativ für die gesamte Wand angesehen werden, da es in der Regel keinen Wechsel der Steincharge innerhalb einer Wand gibt und die Steine einer Charge in beliebiger Weise in der Wand platziert werden.

#### 6.4.5 A-priori-Hyperparameter für die Mauerwerksdruckfestigkeit

Die zuvor ermittelten A-Priori-Hyperparameter gelten jeweils für die Stein- oder die Mörteldruckfestigkeit. Die entsprechenden A-priori-Verteilungen können also verwendet werden, wenn die Druckfestigkeiten von Stein und Mörtel separat geprüft werden. Da Verfahren zur direkten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit an Verbundkörpern aktuell an praktischer Bedeutung gewinnen, werden zugehörige A-priori-Hyperparameter ebenfalls ermittelt. Die A-priori-Verteilung der Varianz der logarithmierten Mauerwerksdruckfestigkeit wird hierzu auf Grundlage der zuvor ermittelten A-priori-Verteilungen für die Varianz der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeit bestimmt. Dabei wird folgender Zusammenhang zwischen den Varianzen verwendet, der auf der Potenzgleichung für die Mauerwerksdruckfestigkeit basiert, vgl. Abschnitt 2.1.3:

$$\sigma_{\ln,ma}^2 = \alpha^2 \sigma_{\ln,b}^2 + \beta^2 \sigma_{\ln,j}^2 \quad \text{Gl. 6-16}$$

Hierbei sind  $\alpha$  und  $\beta$  die Exponenten der Potenzgleichung, welche gemäß DIN EN 1996-1-1 (2013) auf 0,7 und 0,3 gesetzt werden. Die Varianzen  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  sind Zufallsvariablen, welche skaliert invers  $\chi^2$ -verteilt sind mit den zuvor ermittelten A-Priori-Hyperparametern  $v'$  und  $s'$ . Die A-Priori-Verteilung für  $\sigma_{\ln,ma}^2$  wird ermittelt, indem zunächst 10 Millionen Zufallswerte für  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  erzeugt werden, anschließend Gl. 6-16 für jedes Paar von Zufallswerten angewendet wird und schließlich eine skalierte inverse  $\chi^2$ -Verteilung mittels Maximum-Likelihood-Schätzung der Parameter an die Ergebnisse angepasst wird. Ausgehend von den gebäudebezogenen A-priori-Verteilungen für  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  ergeben sich für die Mauerwerksdruckfestigkeit die Parameter  $v_{ma}' = 9,2$  und  $s_{\ln,ma}' = 0,28$ .

## 6.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein bayesscher Ansatz zur Berücksichtigung der statistischen Unsicherheit bei der Bestimmung der Druckfestigkeit bestehenden Mauerwerks vorgestellt, welcher in das im nachfolgenden Kapitel 7 entwickelte Bewertungsverfahren einfließt. Für die Anwendung des Verfahrens müssen A-priori-Hyperparameter vorliegen, welche aus diesem Grund basierend auf einer umfangreichen Testdatenbank ermittelt wurden.

Zunächst wurde in Abschnitt 6.2 der bayessche Ansatz näher beschrieben. Stein- und Mörteldruckfestigkeit werden als log-normale Zufallsvariablen modelliert, was bedeutet, dass die Logarithmen der entsprechenden Festigkeit normalverteilt sind. Die zugehörigen Parameter, d. h. Mittelwert  $\mu$  und Varianz  $\sigma^2$  werden durch A-priori-Verteilungen modelliert, welche bei Vorliegen von Testdaten upgedatet werden können. Für die A-priori-Verteilung des Mittelwertes wird eine nichtinformativ Verteilung gewählt, während für die Varianz eine informative A-priori-Verteilung gewählt wird.

In Abschnitt 6.3 wurde der Aufbau der Testdatenbank beschrieben. Die Datenbank enthält Ergebnisse von ca. 5.800 Druckfestigkeitsversuchen an Stein- und Mörtelproben, welche 171 bestehenden Gebäuden entnommen wurden. Für die Modellierung informativer A-priori-Verteilungen für die Varianz wurden nur Proben berücksichtigt, welche aus Vollziegelmauerwerk stammen. Die Daten wurden so aufbereitet, dass sowohl gebäudebezogene als auch probenahmestellenbezogene A-priori-Verteilungen modelliert werden können.

Die A-priori-Hyperparameter der gebäude- sowie der probenahmestellenbezogenen A-priori-Verteilungen wurden in Abschnitt 6.4 mit der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Des Weiteren wurde die Korrelation der Druckfestigkeiten an einer Probenahmestelle sowohl für die Stein- als auch für die Mörteldruckfestigkeit ermittelt. Schließlich wurde auch eine A-priori-Verteilung für die Varianz der Mauerwerksdruckfestigkeit bestimmt.

## 7 Entwicklung einer Methode zur Bestimmung von Nachrechnungswerten für Bestandsmauerwerk

### 7.1 Einführung

Basierend auf den bisherigen Erkenntnissen wird in diesem Kapitel die endgültige Methode zur Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit entwickelt. Die Nachrechnungswerte sind bei der Nachrechnung von Bestandsbauwerken in äquivalenter Weise zu Bemessungswerten  $f_{ma,d}$  bei der Bemessung von Neubauten anzusetzen. Um jedoch die Unterschiede zwischen der Bewertung bestehender und der Planung neuer Bauwerke zu verdeutlichen, werden die unterschiedlichen Begrifflichkeiten gewählt, vgl. prEN 1990-2 (2020). Neben der Ermittlung von Nachrechnungswerten lassen sich mit der entwickelten Methode die charakteristischen Werte der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,k}$  und ein bauwerksspezifischer modifizierter Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  auch separat ermitteln. Die Notwendigkeit des zweistufigen Vorgehens, wonach zunächst die charakteristische Druckfestigkeit  $f_{ma,k}$  unter Berücksichtigung des begrenzten Stichprobenumfangs geschätzt und anschließend ein modifizierter Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  bestimmt wird, entfällt allerdings, da die Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  direkt in einem Schritt ermittelt werden können. Zur besseren Vergleichbarkeit mit den Ansätzen für Neubauten werden im Folgenden jedoch auch Ergebnisse für charakteristische Werte  $f_{ma,k}$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  dargestellt.

Zunächst wird in Abschnitt 7.2 der prinzipielle Ansatz der Methode sowie zugrunde liegende Annahmen erläutert. Der anschließende Abschnitt 7.3 befasst sich mit Modellunsicherheiten, da in den vorangehenden Kapiteln lediglich materialbedingte und statistische Unsicherheiten behandelt werden. In Abschnitt 7.4 werden dann die Modellunsicherheiten, die statistischen Unsicherheiten sowie die räumliche Materialstreuung mittels stochastischer Simulationen kombiniert, um so prädiktive Verteilungen für den Widerstand einer Mauerwerkswand unter Druckbeanspruchung zu erhalten. Für eine praxistaugliche Methode müssen Näherungen bezüglich des Einflusses der räumlichen Streuung sowie der Wahrscheinlichkeitsverteilungstypen getroffen werden. Diese Näherungen werden auf der Grundlage eines Vergleichs mit der simulierten Verteilung vorgenommen. Die Ergebnisse für das Vorgehen bei der indirekten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit, d. h. der getrennten Prüfung von Steinen und Mörtel, wird anschließend noch auf den Fall der direkten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit an Verbundkörpern übertragen.

Für eine Validierung der entwickelten Methodik in Form von Zuverlässigkeitsanalysen wird auf Müller (in Vorbereitung) verwiesen. Darin wird gezeigt, dass die Zuverlässigkeitsindizes, welche aus der Anwendung der entwickelten Methode resultieren, trotz der getroffenen Näherungen nur in geringem Maße vom angesetzten Ziel-Zuverlässigkeitsindex abweichen.

## 7.2 Prinzipieller Ansatz und Annahmen

### 7.2.1 Allgemeines

Das entwickelte Verfahren ermöglicht die direkte Ermittlung von Nachrechnungswerten  $f_{ma,a}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit. Alternativ können charakteristische Werte  $f_{ma,k}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit und zugehörige modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  in einem zweistufigen Verfahren ermittelt werden, wobei  $f_{ma,k} / \gamma_M$  schließlich zum gleichen Nachrechnungswert führt. Das entwickelte Verfahren entspricht der zuverlässigkeitstheoretischen Stufe II<sup>-</sup> (vereinfachte Stufe II), vgl. König & Hosser (1982), was bedeutet, dass ein fester Sensitivitätsfaktor  $\alpha_R$  zur Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  verwendet wird. Diese Vorgehensweise ist auch in NABau (1981) und DIN EN 1990 (2010) definiert und ermöglicht eine näherungsweise getrennte Betrachtung von Einwirkungs- und Widerstandsseite.

Das Hauptaugenmerk bei der Entwicklung der Methode liegt auf Vollziegelmauerwerk. Dies zeigt sich zum einen daran, dass für diese Art von Mauerwerk geeignete A-priori-Verteilungen angesetzt werden können, welche in Kapitel 6 dargestellt sind. Zum anderen erfolgt die Validierung anhand des experimentell und numerisch quantifizierten Lastumlagerungsvermögens von Vollziegelmauerwerk bei räumlich streuenden Materialeigenschaften, vgl. Kapitel 5. Es besteht jedoch die Möglichkeit, die entwickelte Methode mit nichtinformativen A-priori-Verteilungen zu verwenden, wie es z. B. in Anhang D von DIN EN 1990 (2010) standardmäßig der Fall ist. Somit ist es möglich, das Verfahren auch für andere Mauerwerkstypen anzuwenden, wenn von einem ähnlichen oder besseren Lastumlagerungsvermögen im Vergleich zu Vollziegelmauerwerk ausgegangen werden kann. Weitere dem entwickelten Verfahren zugrundeliegende Annahmen werden in den folgenden Abschnitten aufgezeigt.

### 7.2.2 Auswahl von Grundgesamtheiten und Probenahmestellen

Gemäß der vorgeschlagenen Methode wird der Bemessungswert  $f_{ma,a}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit für eine bestimmte Mauerwerksgrundgesamtheit ermittelt, aus der Probekörper entnommen und geprüft werden. Gemäß der hier verwendeten Definition besteht eine Mauerwerksgrundgesamtheit aus allen Mauerwerksbauteilen eines Bauwerks, die der gleichen Mauerwerksart angehören und für die beim statischen Nachweis der gleiche Bemessungswert  $f_{ma,a}$  angesetzt werden soll. Eine Mauerwerksgrundgesamtheit stellt somit einen Untersuchungsbe- reich im Sinne von WTA E-7-4 (2020) dar. Eine Mauerwerksart ist definiert als Mauerwerk, das hinsichtlich Material, Verbund und Ausführungsqualität einheitlich ist, vgl. WTA E-7-4 (2020). Eine Mauerwerksgrundgesamtheit kann somit aus einem oder mehreren Bauteilen, i. d. R. Wänden, bestehen. Wenn alle Mauerwerkswände eines Gebäudes aus der gleichen Mauerwerksart bestehen und keine signifikanten Festigkeitsabweichungen zwischen den einzelnen Wänden festgestellt werden, wird empfohlen, alle Mauerwerkswände eines Gebäudes als eine Grundgesamtheit zu betrachten. Dies ist zum einen für den statischen Nachweis am praktika-

belsten und verringert zum anderen die statistische Unsicherheit bei der Bewertung der Festigkeit, da alle Prüfergebnisse gemeinsam betrachtet werden können und somit ein größerer Stichprobenumfang für die betrachtete Grundgesamtheit vorliegt. Für jede Mauerwerksgrundgesamtheit wird empfohlen, Probekörper von mindestens zwei Probenahmestellen zu prüfen, vgl. WTA E-7-4 (2020). Mehr als zwei Probenahmestellen pro Grundgesamtheit können jedoch oftmals hilfreich sein, um sicherzustellen, dass die Entscheidung, welche Bauteile der Grundgesamtheit zuzuordnen sind, gerechtfertigt ist. Letztendlich hängt die Entscheidung über geeignete Grundgesamtheiten und repräsentative Probenahmestellen sehr stark vom spezifischen Projekt ab und obliegt daher vor allem dem ingenieurmäßigen Urteilsvermögen.

### 7.2.3 Definition der Sicherheitselemente

Gemäß DIN EN 1996-1-1 (2013) ist der charakteristische Wert  $f_{\text{ma,k}}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit das 5 %-Quantil der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $F_{f_{\text{ma}}}$ .

$$f_{\text{ma,k}} = F_{f_{\text{ma}}}^{-1}(0,05) \quad \text{Gl. 7-1}$$

Hierbei bezeichnet  $F_{f_{\text{ma}}}^{-1}$  die inverse Verteilungsfunktion der Mauerwerksdruckfestigkeit.

Wird die Mauerwerksdruckfestigkeit basierend auf den Eigenschaften der Komponenten Stein und Mörtel ermittelt, z. B. mit Hilfe der Potenzformel nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019), so ist diese Berechnung mit einer gewissen Modellunsicherheit verbunden. Dieser Teil der Modellunsicherheit wird bei der Bestimmung von  $f_{\text{ma,k}}$  berücksichtigt, indem er in die Verteilungsfunktion  $F_{f_{\text{ma}}}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit eingeht.

In DIN EN 1996-1-1 (2013) wird der Bemessungswert  $R_d$  der vertikalen Tragfähigkeit einer Mauerwerkswand wie folgt definiert:

$$R_d = \Phi_{\text{red}} A f_{\text{ma,d}} = \frac{1}{\gamma_M} \Phi_{\text{red}} A f_{\text{ma,k}} \quad \text{Gl. 7-2}$$

Hierbei ist  $\Phi_{\text{red}}$  der Traglastfaktor zur Berücksichtigung von Schlankheit und Lastausmitte und  $A$  ist die Querschnittsfläche der Wand. Ist  $A$  kleiner als  $0,1 \text{ m}^2$ , muss  $f_{\text{ma,d}}$  mit  $0,7 + 3 A$  multipliziert werden, um die reduzierten Lastumlagerungsmöglichkeiten zu berücksichtigen. In Müller (in Vorbereitung) wird gezeigt, dass dieser Faktor auch zur Abminderung des Nachrechnungswertes für die Druckfestigkeit von Bestandsmauerwerk aus kleinformatigen Vollziegeln geeignet ist.

Streng genommen handelt es sich bei dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$ , wie er in Gl. 7-2 definiert ist, nicht um einen Teilsicherheitsbeiwert für die Mauerwerksdruckfestigkeit, sondern um einen Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand der Mauerwerkswand. Der Abminderungsfaktor  $\Phi_{\text{red}}$

ist (zumindest implizit) eine Funktion eines deterministischen Verhältnisses von Elastizitätsmodul  $E_{ma}$  zu Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma}$ , weswegen der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  auch die Streuung des Elastizitätsmoduls mit abdeckt. Darüber hinaus werden im Bemessungswert  $f_{ma,d}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit Effekte aus der räumlichen Streuung berücksichtigt, da dieser bei kleinen Querschnittsflächen reduziert wird. Wenn also die charakteristische Materialeigenschaft  $f_{ma,k}$  auf den Bemessungswert  $f_{ma,d}$  reduziert wird, ist dieser Bemessungswert kein reiner Kennwert der Mauerwerksdruckfestigkeit mehr, sondern beinhaltet auch Effekte, die auf Bauteilebene auftreten. Bemessungswert  $f_{ma,d}$  und Nachrechnungswert  $f_{ma,a}$  lassen sich somit wie folgt definieren:

$$f_{ma,d} = \frac{R_d}{\Phi_{red} A}, \quad f_{ma,a} = \frac{R_a}{\Phi_{red} A} \quad \text{Gl. 7-3}$$

Der Bemessungswert der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,d}$  beinhaltet weitere Effekte auf Bauteilebene, da der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  als Produkt des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_m$  zur Berücksichtigung der Materialstreuung und des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_{Rd}$  bzw.  $\gamma_{Ra}$  zur Berücksichtigung der Unsicherheit des Widerstandsmodells definiert ist, vgl. DIN EN 1990 (2010):

$$\gamma_M = \gamma_m \gamma_{Rd}, \quad \gamma_M = \gamma_m \gamma_{Ra} \quad \text{Gl. 7-4}$$

Zur besseren Übersichtlichkeit werden die Nachrechnungswerte des Widerstands, die noch keine Berücksichtigung der Unsicherheit des Widerstandsmodells beinhalten, im Folgenden mit  $R_d^*$  und  $R_a^*$  bezeichnet:

$$R_d = \frac{R_d^*}{\gamma_{Rd}}, \quad R_a = \frac{R_a^*}{\gamma_{Ra}} \quad \text{Gl. 7-5}$$

Gemäß DIN EN 1990 (2010) sind Bemessungswerte des Widerstands wie folgt definiert:

$$P(R \leq R_d^*) = \Phi(-\alpha_R \beta_t) \quad \text{Gl. 7-6}$$

Hierin ist  $\beta_t$  der Ziel-Zuverlässigkeitsindex,  $\alpha_R$  ist der Wichtungsfaktor für die Widerstandsseite und  $\Phi(\cdot)$  ist die kumulierte Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Wird der Nachrechnungswert in gleicher Weise definiert, so lassen sich Nachrechnungswerte  $R_a^*$  wie folgt aus der inversen Verteilungsfunktion  $F_R^{-1}$  des Widerstandes berechnen:

$$R_a^* = F_R^{-1}[\Phi(-\alpha_R \beta_t)] \quad \text{Gl. 7-7}$$

Zur Ermittlung des Nachrechnungswertes  $R_a^*$  muss somit neben der Verteilungsfunktion  $F_R$  nur der Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_t$  sowie der Wichtungsfaktor  $\alpha_R$  gegeben sein. Beide Werte sind Eingangswerte der entwickelten Methode und können somit prinzipiell frei gewählt werden.

Der in Abschnitt 2.2 spezifizierte Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$  für die Nachrechnung bestehender Tragwerke bezieht sich auf einen Bezugszeitraum von einem Jahr. In Meinen & Steenbergen (2018) wird empfohlen, bei Anwendung des Ziel-Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{t,1a}$  für einen einjährigen Bezugszeitraum einen Wichtungsfaktor von  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  anstelle des in DIN EN 1990 (2010) definierten Wichtungsfaktors  $\alpha_R = 0,8$  zu verwenden, da sich hierdurch näherungsweise die gleichen Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandssseite ergeben wie bei der Kombination von  $\beta_{t,50a}$  mit  $\alpha_R = 0,8$ , siehe Abschnitt 2.2. Aus diesem Grund wird auch im Folgenden der feste Wichtungsfaktor  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  in Verbindung mit dem Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$  für ein Jahr verwendet.

Falls der modifizierte Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_m$  für Bestandsmauerwerk explizit bestimmt werden soll, so ergibt sich basierend auf Gl. 7-1 bis Gl. 7-7 der folgende Ausdruck:

$$\gamma_m = \frac{F_{f_{ma}}^{-1}(0,05) A \Phi_{red}}{F_R^{-1}[\Phi(-\alpha_R \beta_t)]} \quad \text{Gl. 7-8}$$

Im kommenden Abschnitt 7.4 wird gezeigt, dass der Nachrechnungswert des Widerstandes näherungsweise unter Verwendung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit  $F_{f_{ma}}$  anstelle der Verteilung des Widerstandes  $F_R$  bestimmt werden kann<sup>1</sup>. Darüber hinaus wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit über eine Log-Normalverteilung approximiert. Gl. 7-8 vereinfacht sich daher wie folgt:

$$\gamma_m = \frac{F_{f_{ma}}^{-1}(0,05)}{F_{f_{ma}}^{-1}[\Phi(-\alpha_R \beta_t)]} = \exp[(\alpha_R \beta_t - 1,645) \sigma_{\ln,ma}] \quad \text{Gl. 7-9}$$

---

<sup>1</sup> In Müller (in Vorbereitung) wird gezeigt, dass dies auch für schlanke Wände mit Stabilitätsversagen möglich ist. Die gegebenenfalls erhöhte Streuung des Elastizitätsmoduls  $E_{ma}$  im Vergleich zu jener der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma}$  wird durch das günstigere Verhalten bei räumlicher Materialstreuung ausgeglichen, vgl. Abschnitt 5.3.6. Entscheidend ist jedoch, dass bei der Ermittlung von  $\Phi_{red}$  ein realitätsnahes Verhältnis von Elastizitätsmodul zu Mauerwerksdruckfestigkeit angesetzt wird. Für Bestandsmauerwerk aus kleinformatischen Vollziegeln ist das in DIN EN 1996-1-1/NA angegebene Verhältnis für Ziegelmauerwerk sowie das in der zugehörigen Formel für  $\Phi_{red}$  implizit berücksichtigte Verhältnis oftmals deutlich zu niedrig, vgl. Tabelle 3-3. Bei schlanken Wänden sollten daher Formeln für  $\Phi_{red}$  verwendet werden, in denen ein realitätsnahes Verhältnis  $E_{ma} / f_{ma}$  explizit angesetzt werden kann.

Hierin ist  $\sigma_{\ln,ma}$  die Standardabweichung der logarithmierten Mauerwerksdruckfestigkeit, welche im Folgenden so gewählt wird, dass sie sowohl die Materialstreuung als auch die statistische Unsicherheit aufgrund des begrenzten Stichprobenumfangs und die Modellunsicherheit bei der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit berücksichtigt, siehe Abschnitt 7.4. Wird der Nachrechnungswert  $R_a^*$  direkt bestimmt, so kann Gl. 7-7 in analoger Weise vereinfacht werden:

$$\begin{aligned} R_a^* &= \Phi_{\text{red}} A \exp\left(\mu_{\ln,ma} - \alpha_R \beta_t \sigma_{\ln,ma}\right) \\ &= \Phi_{\text{red}} A f_{\text{ma,m}} \exp\left(-\alpha_R \beta_t \sigma_{\ln,ma} - 0,5 \sigma_{\ln,ma}^2\right) \end{aligned} \quad \text{Gl. 7-10}$$

Hierbei stellt  $f_{\text{ma,m}}$  den Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit dar. Der Korrekturterm von  $0,5 \sigma_{\ln,ma}^2$  ergibt sich daraus, dass der Mittelwert des Erwartungswertes der Mauerwerkdruckfestigkeiten  $\ln f_{\text{ma,m}}$  um diesen Ausdruck größer ist als der Mittelwert  $\mu_{\ln,ma}$  der logarithmierten Mauerwerksdruckfestigkeiten.

Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{Ra}$  zur Berücksichtigung der Unsicherheit des Widerstandsmodells ergibt sich ebenfalls unter Annahme einer Log-Normalverteilung wie folgt:

$$\gamma_{Ra} = \frac{\exp\left(0,4 \alpha_R \beta_t v_{\theta R}\right)}{\mu_{\theta R}} \quad \text{Gl. 7-11}$$

Hierin berücksichtigt der Faktor 0,4, dass die Modellunsicherheit nicht die dominierende Basisvariable auf der Widerstandseite darstellt, siehe NABau (1981) und fib (2016). Die Parameter  $v_{\theta R}$  und  $\mu_{\theta R}$  stellen den Variationskoeffizienten sowie den Mittelwert des Verhältnisses  $\theta_R$  aus experimenteller Tragfähigkeit  $R_{\text{exp}}$  zu rechnerischer Tragfähigkeit  $R_{\text{cal}}$  dar. Ein Wert von  $\mu_{\theta R} > 1$  bedeutet, dass das Widerstandsmodell die Tragfähigkeit im Mittel unterschätzt, was zu einer Reduzierung des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_{Ra}$  führt. Als Widerstandsmodell wird das Modell zur Bestimmung der vertikalen Tragfähigkeit bei gegebener Mauerwerksdruckfestigkeit verstanden, d. h. die über das Verhältnis  $\theta_R$  beschriebene Modellunsicherheit beinhaltet nicht die über  $\theta_f$  ausgedrückte Unsicherheit bei der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit, vgl. Abschnitt 2.1.3. Letztere wird, wie bereits erwähnt, über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit berücksichtigt. Es wird davon ausgegangen, dass  $\gamma_{Ra}$  auch übliche Streuungen der geometrischen Gesamtabmessungen der Wand abdeckt.

#### 7.2.4 Berücksichtigung weiterer Einflüsse auf die Mauerwerksdruckfestigkeit

Die folgenden Einflüsse auf die Mauerwerksdruckfestigkeit werden durch die entwickelte Methodik nicht berücksichtigt und sind weder explizit noch implizit durch die ermittelten charakteristischen Werte oder die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte abgedeckt:

- Erhöhte Durchfeuchtungsgrade des Mauerwerks

- Unvollständig vermörtelte Lagerfugen
- Deutlich vom Sollmaß (= 12 mm nach DIN EN 1996-1-1/NA) abweichende Fugendicken
- Dauernd wirkende Lasten (Dauerstandseffekte)

Zur Berücksichtigung von Effekten aus dauernd wirkenden Lasten (Eigengewicht, Schnee- und Nutzlasten) sollte der Nachrechnungswert der Mauerwerksdruckfestigkeit analog zum Vorgehen nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019) über den Dauerstandsfaktor  $\zeta = 0,85$  abgemindert werden. Zur Berücksichtigung der weiteren Einflüsse sind in WTA E-7-4 (2020) Hinweise gegeben.

### 7.2.5 Teilsicherheitsbeiwerte auf der Einwirkungsseite

Der Fokus der Untersuchungen liegt auf der Entwicklung einer Methode zur Ermittlung bauwerkspezifischer Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  in Abhängigkeit von Druckfestigkeitsprüfungen. Das Augenmerk liegt somit auf der Widerstandsseite. Wird jedoch ein reduziertes Ziel-Zuverlässigkeitsniveau akzeptiert, vgl. Abschnitt 2.2, so können bei gleichbleibenden Unsicherheiten auf der Einwirkungsseite niedrigere Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_G$  und  $\gamma_Q$  für die einwirkenden Lasten angesetzt werden. Hinsichtlich des Vorgehens bei der Modifizierung der Teilsicherheitsbeiwerte auf der Einwirkungsseite besteht kein großer Unterschied zwischen Bestandsmauerwerk und bestehenden Stahlbetontragwerken. Zum Vorgehen bei der Reduzierung der Teilsicherheitsbeiwerte auf der Einwirkungsseite wird daher auf fib bulletin 80 (2016) verwiesen.

## 7.3 Modellunsicherheiten

### 7.3.1 Modellunsicherheit des Widerstandsmodells

Für die vorgeschlagene Methode müssen die Parameter  $\nu_{\theta R}$  und  $\mu_{\theta R}$  des Modellunsicherheitsfaktors  $\theta_R = R_{\text{exp}} / R_{\text{cal}}$  bekannt sein, um den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{Ra}$  nach Gleichung Gl. 7-11 ermitteln zu können. In Tabelle 7-1 sind entsprechende Literaturwerte für  $\nu_{\theta R}$  und  $\mu_{\theta R}$  aufgeführt. Zudem sind zugehörige Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_{Ra}$  angegeben, welche sich nach Gl. 7-11 bei Ansatz der aktuellen Standardwerte für Neubauten, d. h. für  $\beta_{t,50a} = 3,8$  und  $\alpha_R = 0,8$ , sowie für den in Abschnitt 2.2 spezifizierten reduzierten Zuverlässigkeitsindex in Kombination mit dem Wichtungsfaktor für den einjährigen Bezugszeitraum, d. h. für  $\beta_{t,1a} = 3,3$  und  $\alpha_{R,1a} = 0,7$ , ergeben.

Die Werte aus Brehm (2011) basieren auf einem Vergleich zwischen experimentellen Tragfähigkeiten von Aussteifungswänden, welche infolge Biegedruck versagten, und rechnerischen Widerständen, die sich bei Annahme einer starr-plastischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung ergeben. Den in Glowienka (2007) sowie Bakeer & Salehi (2019) angegebenen Werten liegt ein Vergleich des vertikalen Widerstandes von Wänden unterschiedlicher Schlankheit mit der Tragfähigkeit gemäß den Modellen von Glock (2004) bzw. Bakeer (2016) zugrunde. Darüber hinaus werden die in fib bulletin 80 (2016) definierten Werte für  $\nu_{\theta R}$  und  $\mu_{\theta R}$  angegeben, welche

dort für die Berechnung von  $\gamma_{Ra}$  in Zusammenhang mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_C$  für die Betondruckfestigkeit definiert sind. Dabei wird zwischen zwei Fällen unterschieden: In Fall a) besitzt die Streuung der geometrischen Abmessungen einen größeren Einfluss und wird daher berücksichtigt. In Fall b) können die geometrischen Unsicherheiten vernachlässigt werden.

Des Weiteren wird der implizit im Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M = 1,5$  nach DIN EN 1996-1-1/NA (2019) enthaltene Wert für  $\nu_{OR}$  ermittelt. Dazu wird  $\mu_{OR} = 1$  angenommen und der Variationskoeffizient für die Mauerwerksdruckfestigkeit mit  $\nu_{ma} = 17\%$  gemäß der Empfehlung für Ziegelmauerwerk in JCSS (2011) angesetzt. Dies führt zu  $\gamma_m = 1,27$  für  $\beta_{t,50a} = 3,8$  und  $\alpha_R = 0,8$  (Gl. 7-9), woraus sich  $\gamma_{Rd} = \gamma_M / \gamma_m = 1,19$  (Gl. 7-4) und damit  $\nu_{OR} = 14\%$  (Gl. 7-11) ergibt. Das gemäß dieser Überlegung implizit in DIN EN 1996-1-1/NA (2019) enthaltene stochastische Modell entspricht daher der in fib bulletin 80 (2016) gegebenen Empfehlung für den Fall a), siehe Tabelle 7-1.

Tabelle 7-1 Stochastische Modelle für die Unsicherheit des Widerstandsmodells

Referenz	Material	Modell	$\mu_{OR}$	$\nu_{OR}$	$\gamma_{Ra}$ ( $\alpha_R \beta_t = 0,8 \cdot 3,8$ )	$\gamma_{Ra}$ ( $\alpha_R \beta_t = 0,7 \cdot 3,3$ )	
Glowienka (2007)	Kalksandstein	Glock (2004)	0,99	0,16	1,23	1,17	
	Porenbeton		1,01	0,11	1,13	1,10	
Brehm (2011)	Ziegel	starr-plastisch	1,10	0,18	1,13	1,07	
Bakeer & Salehi (2019)	Mauerwerk (allgemein)	Bakeer (2016)	0,969	0,104	1,17	1,14	
fib bulletin 80	a) b)	Beton	-	1,0	0,14	1,19	1,14
				1,0	0,08	1,10	1,08
DIN EN 1996-1-1/NA*	Mauerwerk (allgemein)	-	1,0	0,14	1,19	1,14	

\*Implizit enthaltener Variationskoeffizient der Modellunsicherheit.

Die Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_{Ra}$ , welche sich auf Grundlage des implizit in DIN EN 1996-1-1 (2013) enthaltenen stochastischen Modells für die Modellunsicherheit ergeben, liegen im Vergleich zu den anderen Werten für  $\gamma_{Ra}$  jeweils im oberen Mittelfeld. Die Werte  $\nu_{OR} = 14\%$  und  $\mu_{OR} = 1,0$  werden daher im Folgenden verwendet, wodurch sich zudem eine ideale Konsistenz mit DIN EN 1996-1-1/NA (2019) ergibt.

### 7.3.2 Modellunsicherheit bei der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit auf Basis der Komponentenfestigkeiten

Zusätzlich zur Modellunsicherheit bei der Berechnung der Tragfähigkeit einer Mauerwerkswand ergibt sich eine weitere Modellunsicherheit daraus, dass die Mauerwerksdruckfestigkeit im Regelfall nicht direkt bestimmt, sondern auf Grundlage der Stein- und Mörteldruckfestigkeit

berechnet werden muss. Die mit der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit verbundene Modellunsicherheit wird in Müller & Graubner (2021) und Müller (in Vorbereitung) basierend auf Versuchen aus der Literatur quantifiziert. Hierzu werden Ergebnisse von Prüfungen der Mauerwerksdruckfestigkeit verwendet, welche in Kirtschig & Meyer (1987), Tschötschel (1990) und Lumantarna et al. (2014) veröffentlicht sind. Für jeden der Versuche ist neben der Mauerwerksdruckfestigkeit auch die jeweils zugehörige Stein- und Mörteldruckfestigkeit angegeben. Somit kann ein Vergleich zwischen den experimentell ermittelten Druckfestigkeiten mit den mittels Potenzformel gemäß DIN EN 1996-1-1 (2013) und DIN EN 1996-1-1/NA (2019) berechneten Druckfestigkeiten erfolgen. Basierend auf der Auswertung wird empfohlen, den Variationskoeffizienten für das Verhältnis  $\theta_f$  von experimenteller Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,exp}$  zu rechnerischer Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,exp}$  mit  $v_{\theta_f} = 17\%$  anzusetzen. Es wird davon ausgegangen, dass dieser Variationskoeffizient auch übliche Streuungen des Verhältnisses von Mörtelfugendicke zu Steinhöhe abdeckt.

## 7.4 Kombination der verschiedenen Arten von Unsicherheiten und Näherungslösung für geeignete Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit

### 7.4.1 Allgemeines

Um eine Methode zur Ermittlung von Nachrechnungswerten der Mauerwerksdruckfestigkeit zu entwickeln, erfolgt nun eine gemeinsame Betrachtung der Einflüsse der räumlichen Materialstreuung, der statistischen Unsicherheit sowie der Modellunsicherheiten. Zu diesem Zweck werden stochastische Simulationen durchgeführt, mithilfe derer die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Tragfähigkeit von Mauerwerkswänden bei verschiedenen Randbedingungen ermittelt werden kann. Die durchgeführten Simulationen basieren auf

- dem Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeitsverteilung der räumlich streuenden Mauerwerksdruckfestigkeit und der resultierenden Verteilung der Wandtragfähigkeit, siehe Kapitel 5,
- dem in Kapitel 6 präsentierten bayesschen Ansatz sowie den zugehörigen A-priori-Verteilungen für die Streuung der Stein- und Mörteldruckfestigkeit sowie
- den in Abschnitt 7.3 getroffenen Festlegungen für die Modellunsicherheiten.

Geeignete Nachrechnungswerte können dann als Quantile der simulierten Verteilungen ermittelt werden, siehe Gl. 7-10. Da die entwickelte Methodik praxisgerecht sein soll, müssen die Ergebnisse der Simulation in geeigneter Weise approximiert werden. Dabei sind folgende Fragen zu beantworten:

- Sollten die Einflüsse aus der räumlichen Streuung der Materialeigenschaften berücksichtigt oder können diese näherungsweise vernachlässigt werden?

- Wie können die prädiktiven  $t$ -Verteilungen für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit zu einer prädiktiven Verteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit kombiniert werden?

### 7.4.2 Ablauf stochastischer Simulationen zur Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit

Der Ablauf der stochastischen Simulationen ist in Abb. 7-1 schematisch dargestellt. Die einzelnen Simulationsschritte werden im Nachfolgenden erläutert.

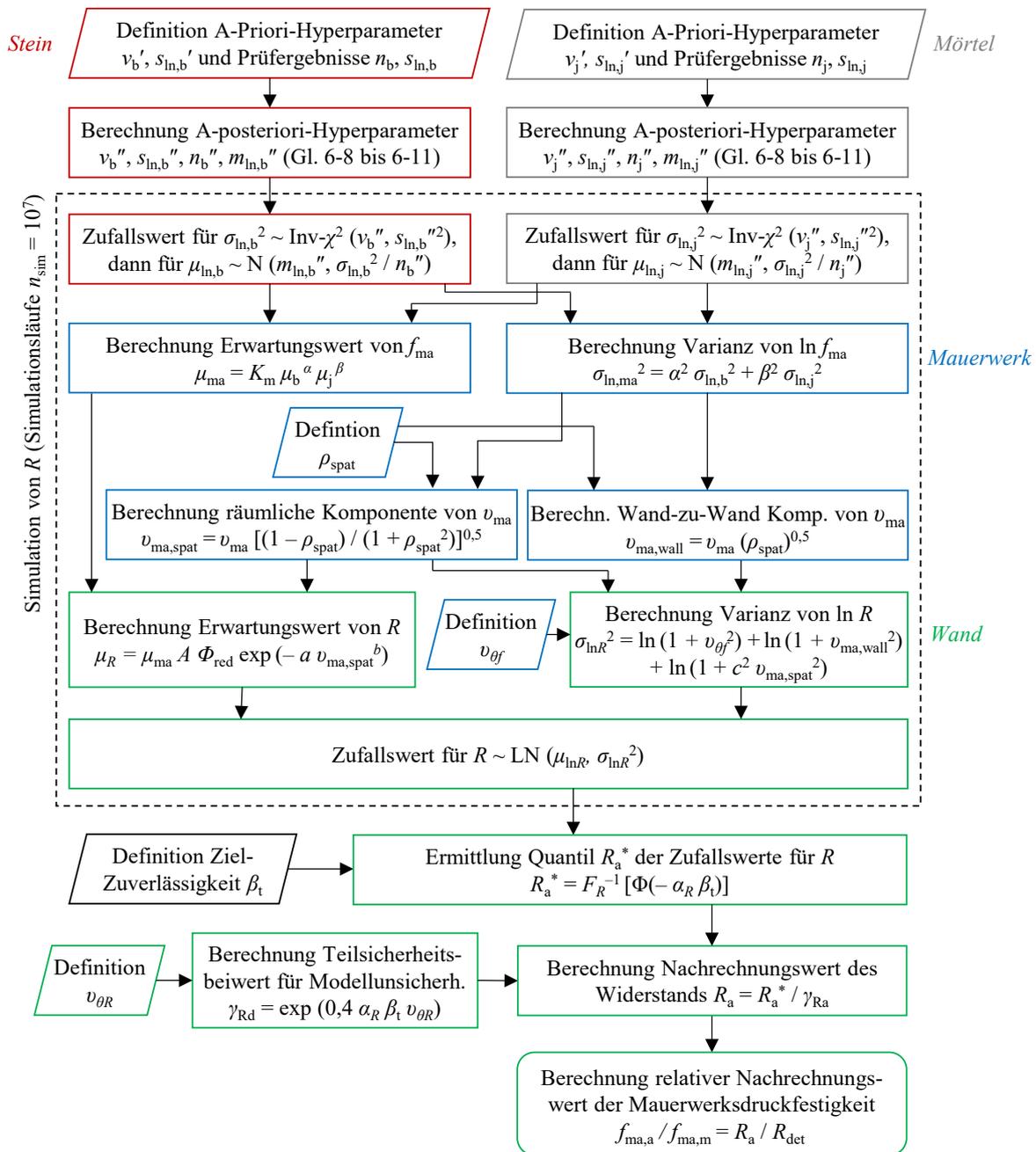


Abb. 7-1 Ablauf der stochastischen Simulationen für die Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit

Für die Simulationen müssen zunächst beispielhafte Stichprobenumfänge  $n_b$  und  $n_j$  für die Prüfung der Stein- (Index „b“) und Mörteldruckfestigkeit (Index „j“) sowie beispielhafte Standardabweichungen  $s_{\ln,b}$  und  $s_{\ln,j}$  der logarithmierten Testergebnisse gewählt werden. Die arithmetischen Mittelwerte der entsprechenden Prüfergebnisse müssen nicht explizit definiert werden, da die Ergebnisse am Ende auf die mittlere Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$  bezogen werden. Basierend auf den beispielhaften Prüfergebnissen und den zuvor definierten A-priori-Hyperparametern können dann die A-posteriori-Hyperparameter der logarithmierten Stein- und Mörteldruckfestigkeit berechnet werden, siehe Gl. 6-8 bis Gl. 6-11. Damit ist die A-posteriori-Verteilung der Parameter  $\mu_{\ln}$  und  $\sigma_{\ln}^2$  beider Komponenten definiert und zufällige Werte für  $\mu_{\ln}$  und  $\sigma_{\ln}^2$  können generiert werden. Basierend auf den beiden Zufallswerten  $\sigma_{\ln,b}^2$  und  $\sigma_{\ln,j}^2$  wird dann die materialbedingte Varianz  $\sigma_{\ln,ma}^2$  des Logarithmus der Mauerwerksdruckfestigkeit basierend auf der Potenzformel mit den Parametern  $\alpha = 0,7$  und  $\beta = 0,3$  berechnet. Da die Mauerwerksdruckfestigkeit als log-normalverteilt modelliert wird, kann der Variationskoeffizient  $v_{ma}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit über die folgende Formel bestimmt werden:

$$\sigma_{\ln,ma}^2 = \ln(1 + v_{ma}^2) \Leftrightarrow v_{ma} = \sqrt{\exp(\sigma_{\ln,ma}^2) - 1} \quad \text{Gl. 7-12}$$

Der Variationskoeffizient  $v_{ma}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit kann dann basierend auf einem vorab definierten Korrelationskoeffizienten  $\rho_{\text{spat}}$  in eine räumliche Komponente  $v_{ma,\text{spat}}$  der Materialstreuung innerhalb der Mauerwerkswand sowie eine Komponente  $v_{ma,\text{wall}}$  der Materialstreuung von Wand zu Wand zerlegt werden, siehe Gl. 5-20 und Gl. 5-21. Es wird davon ausgegangen, dass der Modellunsicherheitsfaktor  $\theta_f$  in übergeordneter Weise für die Druckfestigkeit der gesamten Wand gilt und somit analog zur Materialstreuung von Wand zu Wand nicht den Effekten aus räumlicher Streuung unterliegt. Die Varianz der logarithmierten Wandtragfähigkeit lässt sich somit über die folgende Gleichung berechnen, die sich aus Gl. 5-23 unter zusätzlicher Berücksichtigung der Streuung des Modellunsicherheitsfaktors  $\theta_f$  ergibt:

$$\sigma_{\ln R}^2 = \ln(1 + v_{\theta_f}^2) + \ln(1 + v_{ma,\text{wall}}^2) + \ln(1 + c^2 v_{ma,\text{spat}}^2) \quad \text{Gl. 7-13}$$

Hierbei ist  $c$  der in Kapitel 5 bestimmte Parameter für das Verhältnis zwischen dem resultierenden Variationskoeffizienten des Wandwiderstandes und dem Variationskoeffizienten  $v_{ma,\text{spat}}$  der räumlichen Komponente der Streuung der Mauerwerksdruckfestigkeit. Der Modellunsicherheitsfaktor  $\theta_f$  und die Wand-zu-Wand-Komponente der Streuung der Mauerwerksdruckfestigkeit sind gemäß den vorangegangenen Annahmen log-normalverteilt. Der Verteilungstyp, welcher zu jener Streuung der Wandtragfähigkeit gehört, die sich allein aus der räumlichen Streuungskomponente der Materialeigenschaften ergibt, ist hingegen undefiniert, vgl. Abb. 5-1. Der zugehörige Variationskoeffizient  $c \cdot v_{ma,\text{spat}}$  ist jedoch in aller Regel deutlich kleiner als der Variationskoeffizient  $v_{\theta_f}$ . Bei Ansatz des in Abschnitt 6.4.4 ermittelten Korrelationskoeffizienten  $\rho_{\text{spat}} = 0,4$  ist  $c \cdot v_{ma,\text{spat}}$  zudem deutlich kleiner als  $v_{ma,\text{wall}}$ . Die aus der räumlichen Streuung

resultierende Verteilung der Tragfähigkeit kann daher ohne nennenswerten Genauigkeitsverlust ebenfalls als log-normalverteilt angenommen werden. Damit ergibt sich auch unter Einbeziehung beider Streuungskomponenten sowie der Modellunsicherheit eine Log-Normalverteilung für die Tragfähigkeit.

Neben der Varianz der Tragfähigkeit  $R$  ist auch deren Erwartungswert zu ermitteln. Der Erwartungswert der Tragfähigkeit wird im Folgenden abweichend von Kapitel 5 mit  $\mu_R$  anstelle  $R_m$  bezeichnet, um den Erwartungswert der Zufallsvariable klar von einem arithmetischen Mittel einer Stichprobe abzugrenzen. Zur Ermittlung des Erwartungswertes  $\mu_R$  der Tragfähigkeit wird zunächst der Erwartungswert  $\mu_{ma}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit auf Grundlage der Potenzformel mit  $\alpha = 0,7$  und  $\beta = 0,3$  berechnet. (Aufgrund der abschließenden Normierung der Simulationsergebnisse hat es keinen Einfluss, welcher Wert für den Parameter  $K_m$  der Potenzformel gewählt wird.) Anschließend kann  $\mu_R$  in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten  $v_{ma,spat}$  ermittelt werden, vgl. Gl. 5-17:

$$\mu_R = \mu_{ma} A \Phi_{red} \exp\left(-a v_{ma,spat}^b\right) \quad \text{Gl. 7-14}$$

Hierbei sind  $a$  und  $b$  jene Parameter, welche in Kapitel 5 zur Quantifizierung des Einflusses der räumlichen Streuung auf den Mittelwert der Tragfähigkeit bestimmt wurden. Bei den stochastischen Simulationen, welche den im kommenden Abschnitt 7.4.3 präsentierten Ergebnissen zugrunde liegen, wurden die für die Referenzwand aus Kapitel 5 resultierenden Parameter  $a$ ,  $b$  und  $c$  gewählt. Der Erwartungswert  $\mu_R$  der Tragfähigkeit wird anschließend in den Erwartungswert  $\mu_{\ln R}$  der logarithmierten Tragfähigkeit umgerechnet:

$$\mu_{\ln R} = \ln \mu_R - 0,5 \sigma_{\ln R}^2 \quad \text{Gl. 7-15}$$

Basierend auf den Verteilungsparametern  $\mu_{\ln R}$  und  $\sigma_{\ln R}^2$  der Log-Normalverteilung können zufällige Werte  $R$  der Wandtragfähigkeit generiert werden. Für jedes zufällig generierte Parameterpaar  $\mu_{\ln R}$  und  $\sigma_{\ln R}^2$  wird ein zufälliger Wert  $R$  der Wandtragfähigkeit erzeugt.

Für jede untersuchte Kombination der Randbedingungen wird die Vorgehensweise zur Erzeugung der Zufallswerte  $10^7$ -mal wiederholt, woraus  $10^7$  zufällige Werte der Tragfähigkeit  $R$  resultieren, welche gemeinsam eine durch Simulation erzeugte Verteilung der Tragfähigkeit  $R$  ergeben. Die so generierte Verteilungsfunktion der Tragfähigkeit enthält die Einflüsse aus räumlicher Materialstreuung, die statistischen Unsicherheiten basierend auf der A-posteriori-Verteilung der Verteilungsparameter sowie die Modellunsicherheit bei der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit. Basierend auf Gl. 7-7 kann  $R_a^*$  als Quantilwert dieser simulierten Verteilung ermittelt werden. Der letztendliche Nachrechnungswert  $R_a$  ergibt sich dann durch Anwendung des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_{Ra}$ . Die eigentliche Simulation berücksichtigt also nur jene Unsicherheiten, welche zu  $\gamma_m$  beitragen.

Letztendlich relevant ist das Verhältnis des Nachrechnungswertes  $f_{ma,a}$  zur Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$ , welche sich unter Ansatz des arithmetischen Mittels der Stein- und Mörteldruckfestigkeit berechnet. Wird beispielsweise die Potenzformel zur Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$  verwendet, so ist  $f_{ma,m}$  wie folgt definiert:

$$f_{ma,m} = K_m f_{b,m}^\alpha f_{j,m}^\beta \quad \text{Gl. 7-16}$$

$K_m$  steht dabei für den Parameter  $K$  der Potenzformel, welcher derart kalibriert ist, dass sich bei Ansatz mittlerer Stein- und Mörteldruckfestigkeiten auch Mittelwerte der Mauerwerksdruckfestigkeit ergeben, siehe Abschnitt 2.1.3. Das Verhältnis  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$  entspricht dem Verhältnis  $R_a / R_{det}$ , wobei  $R_{det}$  die deterministische Tragfähigkeit ist, welche sich aus den arithmetischen Mittelwerten  $f_{b,m}$  und  $f_{j,m}$  der Stein- und Mörteldruckfestigkeit ergibt:

$$R_{det} = K_m f_{b,m}^\alpha f_{j,m}^\beta A \Phi_{red} = f_{ma,m} A \Phi_{red} \quad \text{Gl. 7-17}$$

Es gilt somit:

$$\frac{R_a}{R_{det}} = \frac{f_{ma,a} A \Phi_{red}}{f_{ma,m} A \Phi_{red}} = \frac{f_{ma,a}}{f_{ma,m}} \quad \text{Gl. 7-18}$$

Mit dem in Abb. 7-1 dargestellten Simulationsverfahren lassen sich Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit, welche für den Nachweis bestehender Mauerwerksbauten verwendet werden können, prinzipiell direkt ermitteln. Eine derartige stochastische Simulation ist für die Ingenieurpraxis jedoch nicht praktikabel. Daher werden im Folgenden einige Vereinfachungen getroffen, die auf einer Analyse der Simulationsergebnisse für verschiedene Randbedingungen beruhen.

### 7.4.3 Simulationsergebnisse und Näherungslösung

In Abb. 7-2 sind die Ergebnisse für das Verhältnis  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$  in Abhängigkeit des Korrelationskoeffizienten  $\rho_{spat}$  dargestellt, welcher festlegt, welcher Anteil der Materialstreuung entweder der räumlichen Streuung innerhalb einer Wand und welcher Anteil der Streuung zwischen einzelnen Wänden zugeschrieben werden kann. Ist  $\rho_{spat} = 0$ , so besteht die gesamte Streuung der Materialeigenschaften in einer räumlichen Streuung. Ist  $\rho_{spat} = 1$ , so sind die Materialeigenschaften innerhalb der einzelnen Wände homogen und die Materialstreuung entspricht ausschließlich einer Streuung zwischen den Wänden. Auf Basis der Datenbank konnte festgestellt werden, dass der räumliche Korrelationskoeffizient bei bestehendem Ziegelmauerwerk etwa  $\rho_{spat} = 0,4$  beträgt, wenn die betrachtete Grundgesamtheit mehrere Wände der gleichen Mauerwerksart umfasst, siehe Abschnitt 6.4.4. Die dargestellten Ergebnisse ergeben sich für einen Zielzuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$ , einen Wichtungsfaktor  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  und empirische Standardabweichungen  $s_{ln,b} = s_{ln,j} = 0,35$ .

Zunächst wird lediglich die Materialstreuung berücksichtigt. Dies bedeutet, dass die empirischen Standardabweichungen für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit mit den jeweiligen Standardabweichungen der Grundgesamtheit gleichgesetzt werden und die Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheit Null betragen. In diesem Fall führt die Berücksichtigung der räumlichen Streuung zu einem sehr positiven Effekt: Das Verhältnis  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$  ist im Falle von  $\rho_{spat} = 0$  deutlich höher als für  $\rho_{spat} = 1$ . Dieser positive Effekt stimmt mit den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulationen in Kapitel 5 überein.

Anschließend wird die statistische Unsicherheit in Form eines begrenzten Stichprobenumfangs  $n_b = n_j = 6$  für die Prüfungen an Stein und Mörtel eingeführt. Die A-priori-Informationen werden in Form der gebäudebezogenen A-priori-Verteilung aus Kapitel 6 berücksichtigt, d. h. über die Hyperparameter  $\nu_b' = 7,7$ ,  $s_{ln,b}' = 0,33$ ,  $\nu_j' = 4,2$  und  $s_{ln,j}' = 0,40$ . In einem weiteren Schritt wird die Modellunsicherheit gemäß dem in 7.3.2 festgelegten stochastischen Modell für den Modellunsicherheitsfaktor  $\theta_f$  sowie durch den Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{Ra}$  für die Unsicherheit des Widerstandsmodells berücksichtigt. Durch die zusätzliche Berücksichtigung von statistischer und Modellunsicherheit geht der zuvor festgestellte positive Effekt aus der Berücksichtigung räumlicher Streuung verloren. Die Kurve für  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$  wird nahezu horizontal.

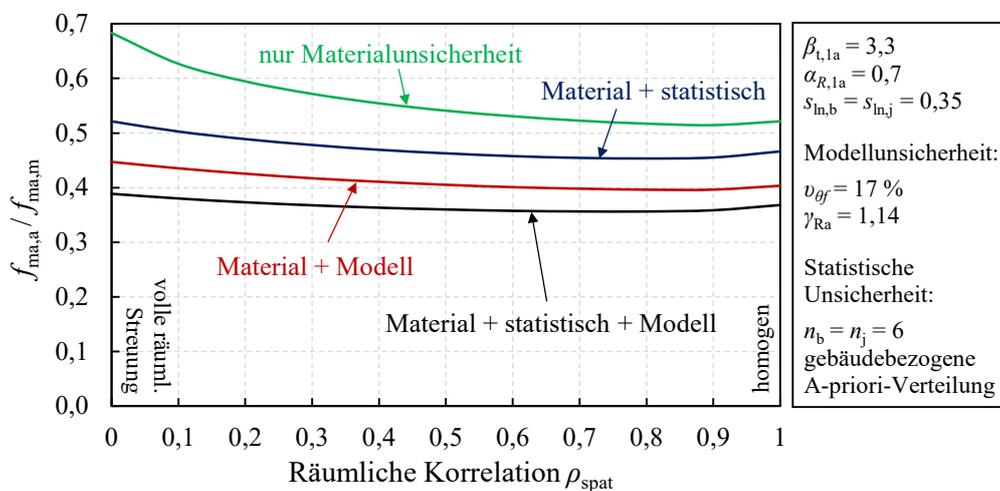


Abb. 7-2 Einfluss der räumlichen Streuung auf die ansetzbaren Nachrechnungswerte

Der Verlust des positiven Effekts der Berücksichtigung der räumlichen Variabilität wird weder durch die Einführung der Modell- noch durch Einführung der statistischen Unsicherheit allein verursacht, wie Abb. 7-2 zeigt. Die Kurve für  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$  wird auch dann nahezu horizontal, wenn neben der Materialstreuung entweder die Modell- oder die statistische Unsicherheit separat berücksichtigt werden. Der Grund für den Verlust des positiven Effekts kann mithilfe von Abb. 7-3 erklärt werden. Im linken Diagramm sind die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des Wandwiderstands bei  $\rho_{spat} = 0$  und  $\rho_{spat} = 1$  für den Fall angegeben, dass nur die Materialstreuung berücksichtigt wird. Es ist zu erkennen, dass der positive Effekt der Berücksichtigung der räumlichen Streuung, welcher sich durch einen weniger weit auslaufenden linken Ast

der Dichtefunktion zeigt, durch die sehr geringe resultierende Streuung der Tragfähigkeit bei  $\rho_{\text{spat}} = 0$  verursacht wird, welche die Verringerung des Erwartungswertes  $\mu_R$  der Tragfähigkeit mehr als kompensiert.

Wenn die Modellunsicherheit eingeführt wird, werden beide Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen verbreitert. Es sei darauf hingewiesen, dass in Abb. 7-3 nur die mit dem Faktor  $\theta_f$  verbundene Modellunsicherheit sichtbar ist, da die Unsicherheit im Widerstandsmodell nicht direkt in der Simulation, sondern über den Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{Ra}$  berücksichtigt wird. Die Auswirkung der zusätzlichen Berücksichtigung der Modellunsicherheit auf die Dichtefunktion für  $\rho_{\text{spat}} = 0$  ist deutlich ausgeprägter, da der ursprüngliche Variationskoeffizient sehr niedrig ist. Die Einführung der statistischen Unsicherheit wirkt sich im Fall von  $\rho_{\text{spat}} = 0$  ebenfalls stärker aus als bei  $\rho_{\text{spat}} = 1$ . Bei  $\rho_{\text{spat}} = 0$  führt die statistische Unsicherheit hinsichtlich der Varianz  $\sigma_{\ln,ma}^2$  auch zu einer Unsicherheit hinsichtlich des Erwartungswertes  $\mu_R$ , da die streuungsbedingte Reduktion des Erwartungswertes  $\mu_R$  der Tragfähigkeit direkt von der vorhandenen Streuung abhängt. Dadurch wird die Dichtefunktion bei  $\rho_{\text{spat}} = 0$  in verstärktem Maße verbreitert, wenn die statistische Unsicherheit hinzukommt. Insgesamt führt die Einführung von Modell- und statistischer Unsicherheit zu dem Effekt, dass sich die linken Äste der Dichtefunktionen annähern, siehe Abb. 7-3 (rechts).

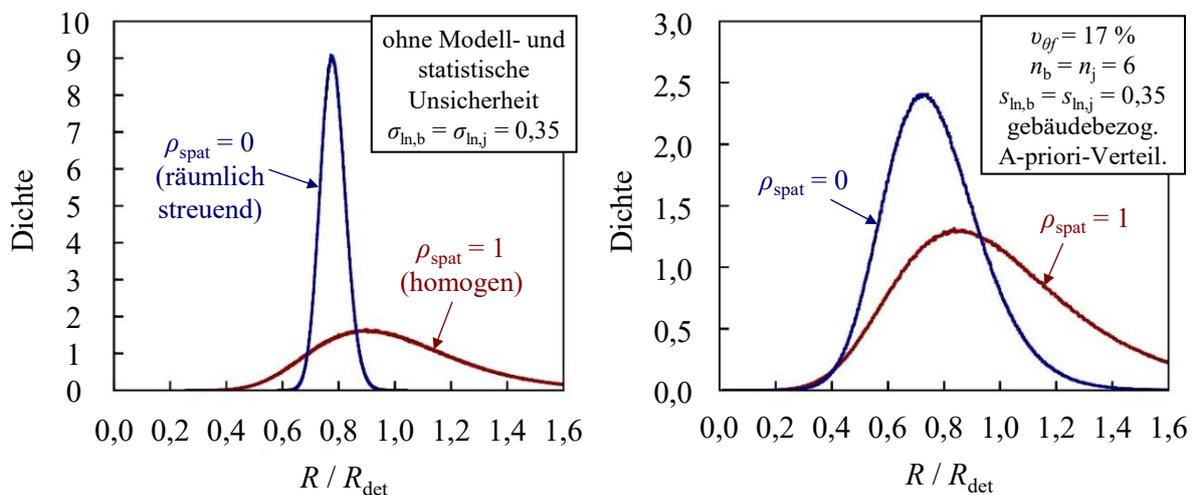


Abb. 7-3 Wahrscheinlichkeitsdichte der Wandtragfähigkeit bei  $\rho_{\text{spat}} = 0$  und 1 (links: allein Materialstreuung, rechts: Material-, Modell- und statistische Unsicherheit)

Die in den Abb. 7-2 und Abb. 7-3 präsentierten Ergebnisse deuten darauf hin, dass Einflüsse aus der räumlichen Streuung näherungsweise vernachlässigt werden können. Die Ergebnisse weiterer Simulationen für variierende Stichprobenumfänge  $n_b$  und  $n_j$ , verschiedene Standardabweichungen der Prüfergebnisse  $s_{\ln,b}$  und  $s_{\ln,j}$  sowie verschiedene Ziel-Zuverlässigkeitsniveaus  $\beta_t$  sind in Müller (in Vorbereitung) dargestellt. Auch diese Ergebnisse zeigen, dass Einflüsse aus räumlicher Streuung bei praxisnahen Randbedingungen vernachlässigbar sind. Stattdessen

kann der Nachrechnungswert  $f_{\text{ma,a}}$  direkt über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit ermittelt werden, ohne zu viel an Genauigkeit zu verlieren. Dies wird auch durch die Ergebnisse von Zuverlässigkeitsanalysen bestätigt, siehe Müller (in Vorbereitung).

Zusätzlich zur Vernachlässigung der räumlichen Streuung ist eine weitere Approximation erforderlich, um ein analytisches Verfahren zur Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte für die Mauerwerksdruckfestigkeit zu erhalten. Der Grund hierfür ist, dass die prädiktiven Verteilungen für die logarithmierte Steinfestigkeit  $\ln f_b$  und die logarithmierte Mörteldruckfestigkeit  $\ln f_j$   $t$ -verteilt sind. Wie in Abschnitt 2.1.3 besprochen, ist die Potenzformel für die Mauerwerksdruckfestigkeit äquivalent zu einer Linearkombination der logarithmierten Festigkeiten:

$$\ln f_{\text{ma}} = \ln \theta_f + \ln K_m + \alpha \ln f_b + \beta \ln f_j \quad \text{Gl. 7-19}$$

Die Linearkombination  $t$ -verteilter Zufallsvariablen besitzt keinen definierten Verteilungstyp. Da jedoch die Linearkombination normalverteilter Zufallsvariablen wiederum normalverteilt ist, bietet es sich an, die prädiktiven  $t$ -Verteilungen für  $\ln f_b$  und  $\ln f_j$  durch Normalverteilungen zu approximieren. Dies entspricht einer Approximation der ursprünglich  $\log$ - $t$ -verteilten prädiktiven Verteilungen für  $f_b$  und  $f_j$  durch Log-Normalverteilungen. Gemäß JCSS (2002) kann eine prädiktive  $t$ -Verteilung durch eine Normalverteilung approximiert werden, wenn die zugehörige Standardabweichung  $\sigma$  wie folgt auf Basis der A-posteriori-Hyperparameter bestimmt wird:

$$\sigma = s'' \sqrt{\frac{n''}{n''-1} \frac{v''}{v''-2}} \quad \text{Gl. 7-20}$$

Hierin sind  $s''$ ,  $n''$  and  $v''$  die A-posteriori-Hyperparameter entsprechend dem in Abschnitt 6.2 dargestellten bayesschen Ansatz. In Müller (in Vorbereitung) wird anhand vergleichender stochastischer Simulationen gezeigt, dass die Approximation für den hier dargestellten Anwendungsfall eine ausreichende Genauigkeit bietet. Basierend auf Gl. 7-20 sowie Gl. 2-5 erhält man die Varianz der logarithmierten Mauerwerksfestigkeit wie folgt:

$$\sigma_{\ln, \text{ma}}^2 = \sigma_{\ln \theta_f}^2 + \alpha^2 s_{\ln, b}^{n''} \left( \frac{n''_b}{n''_b-1} \frac{v''_b}{v''_b-2} \right) + \beta^2 s_{\ln, j}^{n''} \left( \frac{n''_j}{n''_j-1} \frac{v''_j}{v''_j-2} \right) \quad \text{Gl. 7-21}$$

Die Varianz  $\sigma_{\ln, \text{ma}}^2$  deckt somit neben der Materialstreuung und der mit der Festigkeitsermittlung verbundenen Modellunsicherheit auch die statistische Unsicherheit aus den begrenzten Stichprobenumfängen bei der Stein- und Mörtelprüfung ab. Die nach Gl. 7-21 ermittelte Varianz kann damit direkt zur Berechnung von Nachrechnungswerten  $f_{\text{ma,a}}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit verwendet werden:

$$f_{\text{ma,a}} = \frac{1}{\gamma_{\text{Ra}}} \exp\left(-\alpha_R \beta_t \sigma_{\text{ln,ma}} - 0.5 \sigma_{\text{ln,ma}}^2\right) f_{\text{ma,m}} \quad \text{Gl. 7-22}$$

#### 7.4.4 Überlegungen zum Vorgehen bei direkter Bestimmung der Mauerwerksdruckfestigkeit durch Verbundkörperprüfung

In den vorangehenden Abschnitten wird die Entwicklung der Methode zur Ermittlung von Nachrechnungswerten der Mauerwerksdruckfestigkeit für den Fall getrennter Prüfungen der Komponenten Stein und Mörtel beschrieben. Die gleiche Herangehensweise soll hier auf die direkte Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit an Verbundkörpern übertragen werden. Der Begriff „direkte Prüfung“ bezieht sich in diesem Zusammenhang auf alle Verfahren, bei denen Prüfungen an Mauerwerksprüfkörpern durchgeführt werden, sodass kein Modell zur Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit auf Basis der Komponenteneigenschaften erforderlich ist. Hierzu gehören u. a. die Prüfung an Fugenbohrkernen nach Heidel (1989) und die Prüfung an Mauerwerksquadern nach Gunkler (1993), siehe auch WTA E-7-4 (2020).

Die direkte Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit besitzt den Vorteil, dass die mit der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit verbundene Modellunsicherheit entfällt. In der Regel müssen jedoch Umrechnungsfaktoren angesetzt werden, um eine normierte Mauerwerksdruckfestigkeit zu erhalten, die der an RILEM-Prüfkörpern gemäß DIN EN 1052-1 (1998) ermittelten Druckfestigkeit entspricht. Obwohl die genannten Prüfmethode bereits vor etwa 30 Jahren entwickelt wurden, sind sie weiterhin Gegenstand laufender Forschungen, siehe z. B. Henkel & Neuwald-Burg (2021), Gigla (2020), Pelà et al. (2019) und Sassoni et al. (2014). Die laufende Forschung zielt hauptsächlich darauf ab, geeignete Beziehungen zwischen den entsprechenden Prüfergebnissen und der Normdruckfestigkeit von RILEM-Prüfkörpern zu finden. Die mit diesen Prüfverfahren einhergehende Unsicherheit, welche vor allem in der Unsicherheit bei der anschließenden Umrechnung in Normfestigkeiten besteht, kann als deutlich kleiner angesehen werden als die Unsicherheit bei Anwendung der Potenzformel im Anschluss an eine indirekte Prüfung, vgl. Gigla (2020). Die entsprechende Unsicherheit ist jedoch nicht so klein wie bei der tatsächlichen Durchführung von Prüfungen nach DIN EN 1052-1 (1998), bei denen die Unsicherheit des Prüfverfahrens im Vergleich zur Materialunsicherheit als vernachlässigbar angenommen werden kann. Da geeignete Umrechnungsfaktoren noch Gegenstand der Forschung sind und bisher nur für relativ begrenzte Randbedingungen kalibriert wurden, kann die mit den direkten Prüfverfahren an alternativen Verbundkörpern verbundene Unsicherheit zurzeit noch nicht zuverlässig quantifiziert werden. Die mit der direkten Prüfung alternativer Verbundkörper einhergehende Unsicherheit wird daher über einen Variationskoeffizienten von  $v_{\theta f} = 10\%$  berücksichtigt, der als vorläufige Abschätzung zu verstehen ist. Diese Abschätzung trägt der Tatsache Rechnung, dass die Unsicherheit des Prüfverfahrens im mittleren Bereich zwischen der Modellunsicherheit bei indirekter Prüfung und einer Prüfung an RILEM-Körpern nach EN 1052-1 (1998) liegt.

Bezüglich der statistischen Unsicherheit kann der gleiche bayessche Ansatz wie bei indirekter Prüfung angewendet werden. Hierzu können die in Abschnitt 6.4.5 ermittelten A-priori-Hyperparameter für die Varianz der logarithmierten Mauerwerksdruckfestigkeit verwendet werden. Im Allgemeinen kann wie bei der indirekten Prüfung vorgegangen werden: Die räumliche Variabilität wird vernachlässigt und die prädiktive Verteilung wird durch eine Log-Normalverteilung approximiert. Die Varianz der logarithmierten Mauerwerksdruckfestigkeit, welche bereits die statistische Unsicherheit beinhaltet, ergibt sich somit wie folgt:

$$\sigma_{\ln,ma}^2 = \sigma_{\ln\theta_f}^2 + s_{\ln,ma}^{*2} \left( \frac{n_{ma}''}{n_{ma}'' - 1} \frac{v_{ma}''}{v_{ma}'' - 2} \right) \quad \text{Gl. 7-23}$$

Hierbei sind  $s_{\ln,ma}''$ ,  $n_{ma}''$  and  $v_{ma}''$  die A-posteriori-Hyperparameter der Mauerwerksdruckfestigkeit. Der Parameter  $\sigma_{\ln\theta_f} \approx v_{\theta_f} = 0,1$  berücksichtigt – wie oben erwähnt – die mit dem Prüfverfahren verbundene Unsicherheit und wird anstelle der mit der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit verbundenen Modellunsicherheit angesetzt.

## 7.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die abschließende Entwicklung der Methode zur Ermittlung von Nachrechnungswerten der Mauerwerksdruckfestigkeit dargestellt. Zunächst wurden in Abschnitt 7.2 der allgemeine Ansatz und die zugrundeliegenden Annahmen der Methode aufgezeigt. Die Methode kann angewendet werden, wenn Druckfestigkeitsprüfungen entweder an Stein- und Mörtelproben oder an Verbundkörpern durchgeführt werden. Die Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  können dann auf Grundlage der prädiktiven Verteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit ermittelt werden. Eine getrennte Ermittlung charakteristischer Werte der Druckfestigkeit  $f_{ma,k}$  und zugehöriger Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  ist nicht unbedingt erforderlich, wird durch die entwickelte Methode aber ebenfalls ermöglicht. Das Verfahren ist in erster Linie für bestehendes Vollziegelmauerwerk ausgelegt, da es auf dem in Kapitel 5 für Vollziegelmauerwerk quantifizierten Einfluss der räumlichen Streuung basiert und die in Kapitel 6 für Vollziegelmauerwerk ermittelten A-priori-Verteilungen nutzt. Durch die Möglichkeit der Verwendung nichtinformativer A-priori-Verteilungen kann die Methode jedoch auch für beliebige andere Mauerwerkstypen angewendet werden.

Abschnitt 7.3 befasste sich mit den zwei Arten von Modellunsicherheiten, die bei Anwendung der entwickelten Methode berücksichtigt werden: Zum einen mit der Unsicherheit des Widerstandsmodells, welche mit der Berechnung der Tragfähigkeit einer Mauerwerkswand verbunden ist, und zum anderen mit der Unsicherheit bei der Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit auf Grundlage der Druckfestigkeiten von Stein und Mörtel. In Abschnitt 7.4 wurde die prädiktive Verteilung der Tragfähigkeit einer Mauerwerkswand unter Druckbeanspruchung

---

durch stochastische Simulationen ermittelt. Hierbei wurde neben der Modell- und der statistischen Unsicherheit auch der Einfluss räumlich streuender Materialeigenschaften berücksichtigt. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass sich die anzusetzenden Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  nur geringfügig verändern, wenn der Einfluss der räumlichen Streuung vernachlässigt und stattdessen Homogenität, d. h. vollständige räumliche Korrelation der Materialeigenschaften innerhalb einer Wand, angenommen wird. Im Sinne einer besseren Praxistauglichkeit kann die entwickelte Methode daher direkt auf der Verteilungsfunktion der Mauerwerksdruckfestigkeit anstatt auf der resultierenden Verteilung der Wandtragfähigkeit beruhen. Darüber hinaus werden die prädiktiven log- $t$ -Verteilungen der Stein- und Mörteldruckfestigkeit durch log-Normalverteilungen approximiert, um eine einfacher handhabbare Log-Normalverteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit zu erhalten. Abschließend wurde gezeigt, wie die entwickelte Methode auch bei der direkten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit angewendet werden kann.

## 8 Vorgeschlagene Methode zur Ermittlung von charakteristischen Werten, Teilsicherheitsbeiwerten und Nachrechnungswerten für die Mauerwerksdruckfestigkeit im Bestand

### 8.1 Zusammenfassung der Methode

Die vorgestellte Methode kann angewendet werden, wenn Ergebnisse experimenteller Untersuchungen der Druckfestigkeit bestehenden Mauerwerks vorliegen. Die Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit kann hierzu entweder indirekt, d. h. durch separate Prüfung der Stein- und Mörteldruckfestigkeit, oder direkt, d. h. durch eine Prüfung von Mauerwerksverbundkörpern, erfolgen. Die entnommenen Probekörper müssen repräsentativ für eine definierte Grundgesamtheit sein, für die der Nachrechnungswert  $f_{ma,a}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit ermittelt wird. Für jede Grundgesamtheit wird in Übereinstimmung mit WTA E-7-4 (2020) eine Mindestanzahl von entweder  $n_b \geq 6$  Prüfungen an Stein- und  $n_j \geq 6$  Prüfungen an Mörtelproben oder  $n_{ma} \geq 5$  Prüfungen an Verbundkörpern empfohlen. Die Probekörper müssen zu mindestens zwei Probenahmestellen gehören. Besteht die betrachtete Grundgesamtheit aus mehr als einer Wand, so sollten die Probenahmestellen ebenfalls zu mehreren Wänden gehören.

Das Ziel-Zuverlässigkeitsniveau ist ein Eingangsparameter der entwickelten Methode und kann daher gemäß den spezifischen Anforderungen an ein Bauwerk gewählt werden. Bei Anwendung in der Praxis sind die Vorgaben der Bauaufsicht zu beachten. Bei hohen relativen Kosten von Maßnahmen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit und Einstufung in die mittlere Schadensfolgeklasse ist gemäß ISO 2394 (2015) ein Ziel-Zuverlässigkeitsindex von  $\beta_{t,1a} = 3,3$  geeignet, siehe Abschnitt 2.2.

Vor Anwendung der eigentlichen Methode ist die mittlere Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$  zu bestimmen. Bei indirekter Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit kann dies z. B. über die in DIN EN 1996-1-1/NA (2019) definierte Potenzformel mit den arithmetischen Mittelwerten der Stein- und Mörteldruckfestigkeit als Eingangsparameter erfolgen. Um dabei eine mittlere Mauerwerksdruckfestigkeit zu erhalten, sollte der normativ definierte Parameter  $K$  um 1,25 erhöht werden, da dieser bereits einen pauschalen Abminderungsfaktor von 0,8 auf charakteristische Werte enthält (Brameshuber et al. 2012). Alternativ können auch Modelle mit mechanischem Hintergrund zur Ermittlung der mittleren Mauerwerksdruckfestigkeit herangezogen werden. Dies bietet sich insbesondere dann an, wenn die Anwendungsbedingungen der empirischen Potenzformel nicht eingehalten sind.

Der Nachrechnungswert  $f_{ma,a}$  kann dann wie folgt ermittelt werden:

1. Zunächst sind das arithmetische Mittel  $m$  und die Varianz  $s^2$  der logarithmierten Prüfergebnisse der Stein- und Mörteldruckfestigkeit (bzw. der Mauerwerksdruckfestigkeit bei Verbundkörperprüfung) zu berechnen:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln f_i \tag{Gl. 8-1}$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln f_i - m)^2 \tag{Gl. 8-2}$$

Hierin sind  $f_i$  die Einzelergebnisse aus der Druckfestigkeitsprüfung, welche bereits in normierte Stein-, Mörtel- bzw. Mauerwerksdruckfestigkeiten umgerechnet sind.

- Die A-posteriori-Hyperparameter  $v''$  und  $s''^2$  für die Stein- und Mörteldruckfestigkeit (bzw. die Mauerwerksdruckfestigkeit) werden basierend auf A-priori-Informationen sowie der Varianz  $s$  und dem Stichprobenumfang  $n$  der Prüfergebnisse bestimmt:

$$v'' = v' + n - 1 \tag{Gl. 8-3}$$

$$s''^2 = \frac{v' s'^2 + (n-1) s^2}{v''} \tag{Gl. 8-4}$$

Geeignete A-priori-Hyperparameter  $v'$  und  $s'$  für Vollziegelmauerwerk sind in Tabelle 8-1 angegeben. Bei anderen Mauerwerksarten kann eine nichtinformativ A-priori-Verteilung angesetzt werden. Dies entspricht  $v' = 0$  und damit  $v'' = n - 1$  sowie  $s'' = s$ .

Tabelle 8-1 A-priori-Hyperparameter

Parameter	Vollziegelmauerwerk			Andere Mauerwerksarten
	Stein*	Mörtel	Mauerwerk	Stein, Mörtel, Mauerwerk
$v'$	7,7	4,2	9,2	0
$s'$	0,33	0,40	0,28	-

\*Besteht die betrachtete Grundgesamtheit aus einer einzelnen Mauerwerkswand, so können die A-priori-Hyperparameter für die Steindruckfestigkeit mit  $v' = 3,8$  und  $s' = 0,21$  angesetzt werden.

- Anschließend ist die Varianz  $\sigma_{\ln,ma}^2$  der logarithmierten Mauerwerksdruckfestigkeit zu berechnen, welche sowohl die Materialstreuung und statistische Unsicherheit als auch die Modellunsicherheit bei der rechnerischen Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit (bzw. die Unsicherheit bei der Umrechnung in die normierte Mauerwerksdruckfestigkeit) einschließt. Im Falle einer indirekten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit gilt:

$$\sigma_{\ln,ma}^2 = \sigma_{\ln\theta}^2 + \alpha^2 s_{\ln,b}''^2 \frac{n_b}{n_b - 1} \frac{v_b''}{v_b'' - 2} + \beta^2 s_{\ln,j}''^2 \frac{n_j}{n_j - 1} \frac{v_j''}{v_j'' - 2} \tag{Gl. 8-5}$$

Hierbei entsprechen  $\alpha$  und  $\beta$  den Parametern der Potenzformel. Zur Berechnung der Varianz sollten diese mit  $\alpha = 0,7$  und  $\beta = 0,3$  entsprechend DIN EN 1996-1-1 (2013) angesetzt

werden. Zur Berücksichtigung der Modellunsicherheit ist  $\sigma_{\ln\theta f} = 0,17$  anzusetzen. Die Indizes „b“, „j“, und „ma“ kennzeichnen, dass sich die Parameter auf Stein (brick), Mörtel (joint) und Mauerwerk (masonry) beziehen.

Bei Anwendung direkter Prüfverfahren gilt:

$$\sigma_{\ln,ma}^2 = \sigma_{\ln\theta f}^2 + s_{\ln,ma}^{n2} \frac{n_{ma}}{n_{ma} - 1} \frac{v_{ma}''}{v_{ma}'' - 2} \quad \text{Gl. 8-6}$$

Zur Berücksichtigung von Unsicherheiten bei der Umrechnung der Verbundkörperfestigkeit in die normierte Mauerwerksdruckfestigkeit wird  $\sigma_{\ln\theta f} = 0,1$  empfohlen, sofern die Prüfung nicht an RILEM-Körpern entsprechend DIN EN 1052-1 (1998) erfolgt.

4. Der geeignete Nachrechnungswert der Mauerwerksdruckfestigkeit kann dann wie folgt bestimmt werden:

$$f_{ma,a} = \frac{1}{\gamma_{Ra}} \exp\left(-\alpha_R \beta_t \sigma_{\ln,ma} - 0,5 \sigma_{\ln,ma}^2\right) f_{ma,m} \quad \text{Gl. 8-7}$$

Wird ein Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a}$  für einen einjährigen Bezugszeitraum verwendet, so ist der Wichtungsfaktor  $\alpha_R$  als  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  anzusetzen, vgl. Meinen & Steenberg (2018). Bei Ansatz eines Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,50}$  für einen 50-jährigen Bezugszeitraum ist  $\alpha_R = 0,8$  anzusetzen, siehe DIN EN 1990 (2010). Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{Ra}$  zur Berücksichtigung der Unsicherheiten des Widerstandsmodells ergibt sich wie folgt:

$$\gamma_{Ra} = \exp\left(0,4 \alpha_R \beta_t v_{\theta R}\right) \quad \text{Gl. 8-8}$$

Für den Variationskoeffizienten der Unsicherheit des Widerstandsmodells ist  $v_{\theta R} = 14\%$  anzusetzen.

Die oben dargestellten Gleichungen lassen sich einfach in übliche Tabellenkalkulationsprogramme überführen und können dann ohne großen Aufwand in der Praxis angewendet werden.

Wenn der charakteristische Wert  $f_{ma,k}$  der Mauerwerksdruckfestigkeit und der zugehörige Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  getrennt bestimmt werden sollen, können die folgenden Gleichungen verwendet werden:

$$f_{ma,k} = \exp\left(-1,645 \sigma_{\ln,ma} - 0,5 \sigma_{\ln,ma}^2\right) f_{ma,m} \quad \text{Gl. 8-9}$$

$$\gamma_M = \gamma_m \gamma_{Ra} \quad \text{Gl. 8-10}$$

$$\gamma_m = \exp\left[(\alpha_R \beta_t - 1,645) \sigma_{\ln,ma}\right] \quad \text{Gl. 8-11}$$

Für den Nachweis unter dauernd wirkenden Beanspruchungen infolge von Eigengewicht, Schnee- und Verkehrslasten ist der Nachrechnungswert der Mauerwerksdruckfestigkeit zusätzlich über den Dauerstandsfaktor  $\zeta = 0,85$  zu reduzieren, siehe DIN EN 1996-1-1/NA (2019).

Bei Wänden mit einer Querschnittsfläche  $A < 0,1 \text{ m}^2$  (Mauerwerkspfeilern) ist der ermittelte Nachrechnungswert analog zu DIN EN 1996-1-1 (2013) über einen Faktor  $0,7 + 3 A$  weiter abzumindern, wobei  $A$  die Querschnittsfläche der Wand in  $\text{m}^2$  ist.

Bei schlanken Wänden, deren Tragfähigkeit hauptsächlich durch den Elastizitätsmodul  $E_{ma}$  bestimmt wird, kann der Nachrechnungsbeiwert  $f_{ma,a}$  in gleicher Weise ermittelt werden. Besonderes Augenmerk sollte hierbei jedoch auf der realitätsnahen Einschätzung des Verhältnisses  $E_{ma} / f_{ma}$  gelegt werden, welches explizit oder implizit in den Traglastfaktor  $\Phi_{red}$  für den Nachweis in Wandmitte eingeht und bei Bestandsmauerwerk aus kleinformatischen Vollziegeln oftmals deutlich kleiner als bei anderen Mauerwerksarten ist. Der Traglastfaktor sollte ggf. basierend auf einem realitätsnahen Verhältnis  $E_{ma} / f_{ma}$  ermittelt werden, wozu Formeln zur Ermittlung des Traglastfaktors zu verwenden sind, welche das Verhältnis  $E_{ma} / f_{ma}$  explizit berücksichtigen.

## 8.2 Anwendung der Methode über Diagramme

Alternativ zur Ermittlung des Nachrechnungswertes der Mauerwerksdruckfestigkeit durch Anwendung der oben definierten Gleichungen können die Diagramme in Abb. 8-1, Abb. 8-2 und Abb. 8-3 verwendet werden, um geeignete charakteristische Werte  $f_{ma,k}$ , Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  und Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  für die Mauerwerksdruckfestigkeit zu erhalten. Den Diagrammen liegt der in Abschnitt 2.2 für die Nachrechnung von Bestandstragwerken spezifizierte Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$  für einen Bezugszeitraum von einem Jahr sowie der dazugehörige Wichtungsfaktor  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  zugrunde.

Auch bei Anwendung der Diagramme ist zunächst der Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit  $f_{ma,m}$  zu bestimmen. Anschließend sind die Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse zu ermitteln, welche gemeinsam mit den jeweiligen Stichprobenumfängen  $n$  die Eingangsparameter für die Diagramme darstellen. Bei einer indirekten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit werden die Variationskoeffizienten  $V_b$  und  $V_j$  der Ergebnisse der Stein- und Mörtelprüfung benötigt. Wird die Mauerwerksdruckfestigkeit direkt geprüft, so ist der entsprechende Variationskoeffizient  $V_{ma}$  der Ergebnisse der Verbundkörperprüfungen zu berechnen.

Eine Umrechnung der Variationskoeffizienten  $V_b$ ,  $V_j$  und  $V_{ma}$  der Prüfergebnisse in die Standardabweichungen  $s_{\ln,b}$ ,  $s_{\ln,j}$  und  $s_{\ln,ma}$  der logarithmierten Prüfergebnisse ist in den Diagrammen unter Ansatz der folgenden Beziehung enthalten:

$$s_{\ln}^2 \approx \ln(1 + V^2) \quad \text{Gl. 8-12}$$

Bei begrenztem Stichprobenumfang stellt Gl. 8-12 nur eine Näherung dar und hängt von den tatsächlichen Einzelwerten der Prüfergebnisse ab. Ist Gl. 8-12 genau erfüllt, so führt die Anwendung der Diagramme zu den gleichen Ergebnissen wie die Gleichungen im vorangegangenen Abschnitt. Prinzipiell ist auch eine Darstellung der Diagramme mit den Standardabweichungen der logarithmierten Prüfergebnisse, also  $s_{\ln,b}$ ,  $s_{\ln,j}$  und  $s_{\ln,ma}$ , als Eingangsparameter möglich. Für die Anwendung in der Praxis ist jedoch eine Darstellung über die Variationskoeffizienten intuitiver, weshalb hier diese Art der Darstellung gewählt wird.

Abb. 8-1 und Abb. 8-2 können bei der indirekten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit verwendet werden. Der einzige Unterschied zwischen den beiden Diagrammen ist, dass Abb. 8-1 die für Vollziegelmauerwerk ermittelten A-priori-Hyperparameter verwendet, während Abb. 8-2 auf einer nichtinformativen A-priori-Verteilung basiert. Im oberen linken und im unteren rechten Teil der Diagramme erfolgt das bayessche Update. Dies bedeutet, dass die Prüfergebnisse mit den Vorinformationen kombiniert werden. Das Update erfolgt analog zu Gl. 8-3 und Gl. 8-4. Die so erhaltenen A-posteriori-Hyperparameter  $s_{\ln}''$  werden anschließend modifiziert, sodass diese als die Parameter einer Log-Normalverteilung verstanden werden können, welche die resultierende prädiktive log- $t$ -Verteilung approximiert, vgl. Gl. 7-20:

$$s_{\ln,mod}''^2 = s_{\ln}''^2 \frac{n}{n-1} \frac{v''}{v''-2} \quad \text{Gl. 8-13}$$

Die so modifizierten Parameter  $s_{\ln,mod}''^2$  werden dann wieder mittels Gl. 8-12 in Variationskoeffizienten zurücktransformiert, welche die sichtbaren Ergebnisse des oberen linken sowie unteren rechten Teils der Diagramme sind. Die zu  $s_{\ln,mod}''^2$  gehörenden Variationskoeffizienten werden analog zu Variationskoeffizienten der Grundgesamtheit mit  $v_b$  und  $v_j$  bezeichnet, da diese aufgrund der Berücksichtigung der statistischen Unsicherheit gemäß Gl. 8-13 in gleicher Weise verwendet werden können.

Das Verhältnis  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$  kann dann aus dem oberen rechten Teil des oberen Diagramms anhand des Schnittpunkts einer horizontalen Gerade bei  $v_j$  und einer vertikalen Gerade bei  $v_b$  ermittelt werden. Die Lage des Schnittpunkts bezüglich der angezeigten Höhenlinien liefert den gesuchten Wert  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$ . Basierend auf  $v_b$  und  $v_j$  können in gleicher Weise das Verhältnis  $f_{ma,k} / f_{ma,m}$  und der modifizierte Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  mithilfe der beiden unteren Diagramme ermittelt werden. Beide Werte sind in der Praxis jedoch nicht unbedingt erforderlich, da sich der Nachrechnungswert allein über  $f_{ma,a} / f_{ma,m}$  ermitteln lässt.

Zur Veranschaulichung werden die Diagramme für zwei exemplarische Fälle angewendet. Im ersten Fall wird nur die empfohlene Mindestanzahl an Stein- und Mörtelproben geprüft, d. h.

$n_b = n_j = 6$ , und die Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse seien  $V_b = V_j = 55\%$ . Dies entspricht einem relativ hohen Variationskoeffizienten, der aber bei der Prüfung der Materialeigenschaften bestehenden Mauerwerks dennoch häufig vorkommt, vgl. Abb. 6-2. Im zweiten Fall werden je 30 Stein- und Mörtelproben geprüft, und die entsprechenden Variationskoeffizienten seien  $V_b = V_j = 15\%$ . Dieser Variationskoeffizient ist für bestehendes Vollziegelmauerwerk, welches vor 1950 errichtet wurde, vergleichsweise niedrig. Für jüngeres Mauerwerk ist ein Variationskoeffizient von 15 % jedoch realistisch. In Abb. 8-1 und Abb. 8-2 ist das Vorgehen bei der Ermittlung der entsprechenden Werte für beide Fälle hervorgehoben. Die zugehörigen Ergebnisse sind in Tabelle 8-2 angegeben.

Wie aus Tabelle 8-2 hervorgeht, sind die resultierenden Verhältnisse zwischen charakteristischem Wert und Mittelwert sowie die erhaltenen Teilsicherheitsbeiwerte stark von den jeweiligen Randbedingungen abhängig. Sind die Stichprobenumfänge gering und die Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse hoch, so führt die Nutzung von Vorinformationen zu deutlich höheren Nachrechnungswerten. Dies wird durch zwei Effekte verursacht: Zum einen reduziert die Verwendung von Vorinformationen die gesamte statistische Unsicherheit. Zum anderen wird der Schätzwert  $s_{ln}$  für die Standardabweichung durch das bayessche Update reduziert, d. h.  $s_{ln}'' < s_{ln}$ . Wenn die Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse ungewöhnlich niedrig für bestehendes Vollziegelmauerwerk sind, kann die Verwendung von Vorinformationen zu einem niedrigeren Nachrechnungswert führen, wie etwa im zweiten Fall. Hier wird der Schätzwert für die Standardabweichung durch das bayessche Update erhöht, d. h.  $s_{ln}'' > s_{ln}$ . Die statistische Unsicherheit wird jedoch auch hier insgesamt reduziert, was den höheren Wert für  $s_{ln}''$  teilweise kompensiert. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Berücksichtigung der Vorinformationen zu einem engeren Bereich der resultierenden charakteristischen Werte, Teilsicherheitsbeiwerte und Nachrechnungswerte für die Mauerwerksdruckfestigkeit führt.

Tabelle 8-2 Beispielhafte Ergebnisse bei Anwendung der entwickelten Methode

Stichprobenumfang $n_b = n_j$	Variationskoeffizient $V_b = V_j$	Art der A-priori-Verteilung	Verhältnis $f_{ma,k} / f_{ma,m}$	Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M$	Verhältnis $f_{ma,a} / f_{ma,m}$
6	55 %	informativ	0,46	1,51	0,30
		nichtinformativ	0,33	1,67	0,20
30	15 %	informativ	0,66	1,33	0,50
		nichtinformativ	0,70	1,31	0,53

Bei direkter Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit können charakteristische Werte  $f_{ma,k}$ , Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  und Nachrechnungswerte  $f_{ma,a}$  mit Hilfe von Abb. 8-3 ermittelt werden. Da sich bei den Diagrammen die Anzahl der Eingangsparameter von vier auf zwei reduziert, nämlich auf den Variationskoeffizienten  $V_{ma}$  der Prüfergebnisse an Verbundkörpern und den zugehörigen Stichprobenumfang  $n$ , ist die Anwendung der Diagramme einfacher als bei der

indirekten Prüfung. Die Grenzwerte in Abb. 8-3 ergeben sich aus der Bedingung, dass der resultierende Variationskoeffizient der Festigkeit inkl. statistischer Unsicherheit und Unsicherheit des Prüfverfahrens größer sein soll als die Unsicherheit des Widerstandsmodells. So wird sichergestellt, dass es sich bei der Modellunsicherheit, wie in Gl. 8-8 angenommen, um die nicht-dominante Basisvariable auf der Widerstandsseite handelt. Der auf diese Weise eingeführte Mindestwert des Variationskoeffizienten wirkt sich in praktischen Fällen nur bei Anwendung der nichtinformativen A-priori-Verteilung aus. Hierbei sind Mindestwerte sinnvoll, da damit vermieden wird, dass es aufgrund eines zufällig erhaltenen, zu niedrigen Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse zu einer Überschätzung des geeigneten Nachrechnungswertes kommt. Der Mindestwert des Variationskoeffizienten für die reine Materialstreuung liegt hier bei etwa 10 %.

Wie bereits am Beispiel der indirekten Prüfung dargestellt, zeigt Abb. 8-3, dass die Berücksichtigung der Vorinformationen zu höheren Nachrechnungswerten  $f_{ma,a}$  führt, wenn der Variationskoeffizient der Prüfergebnisse hoch ist. Bei einem relativ niedrigen Variationskoeffizienten der Prüfergebnisse kann die Berücksichtigung der Vorinformationen auch zu niedrigeren Nachrechnungswerten der Mauerwerksdruckfestigkeit führen. Bei der Beurteilung bestehenden Vollziegelmauerwerks, welches vor 1950 errichtet wurde, empfiehlt sich dennoch die Verwendung der vorgestellten informativen A-priori-Verteilungen, da so verhindert wird, dass unrealistisch niedrige Variationskoeffizienten bei der Ermittlung des Nachrechnungswertes der Mauerwerksdruckfestigkeit zugrunde gelegt werden. Werden jedoch andere Mauerwerksarten untersucht, wird die Verwendung der nichtinformativen A-priori-Verteilung empfohlen, solange keine informative A-priori-Verteilung für diese Art von Mauerwerk verfügbar ist.

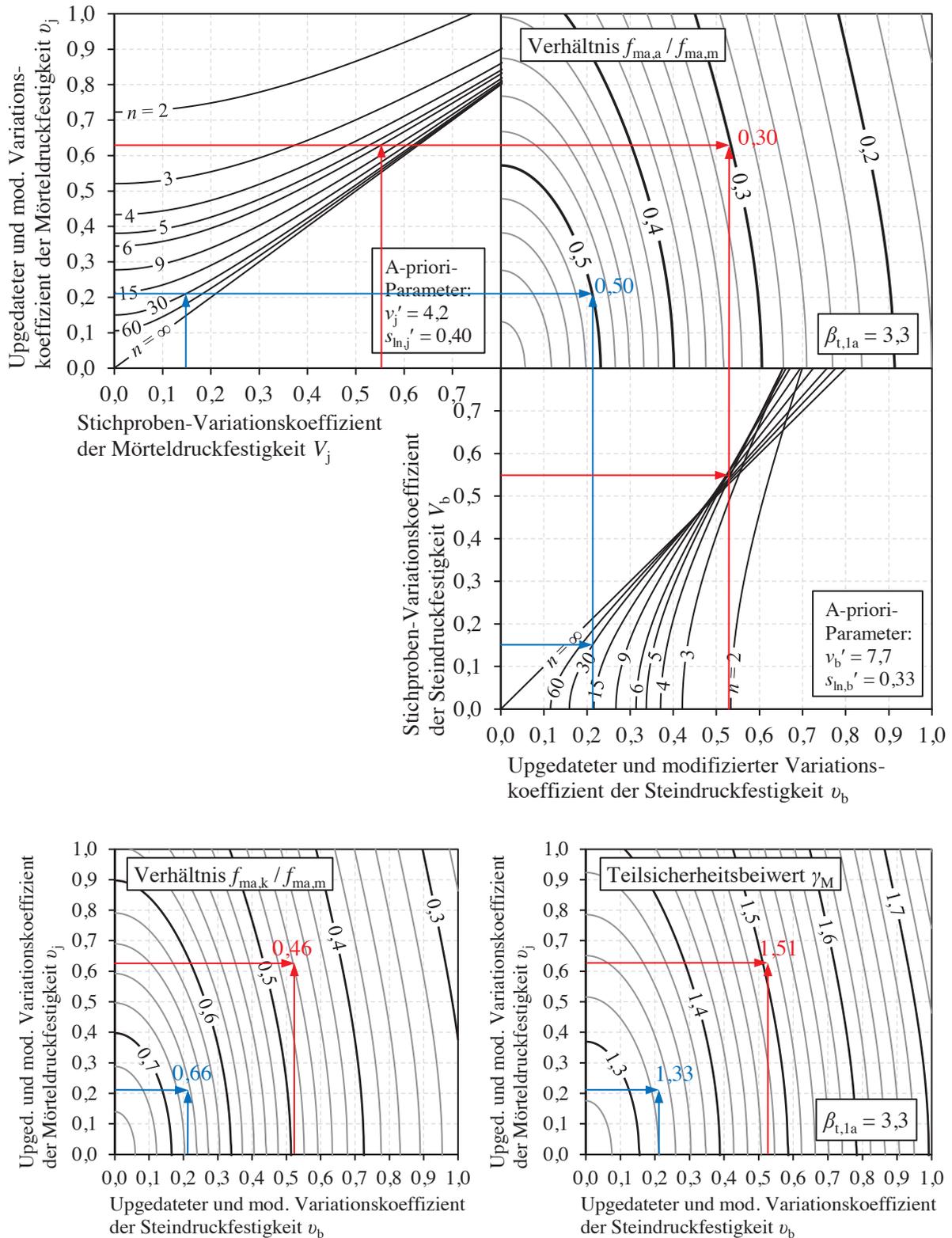


Abb. 8-1 Diagramme zur Ermittlung von Nachrechnungswerten, charakteristischen Werten und Teilsicherheitsbeiwerten für die Mauerwerksdruckfestigkeit (informative A-priori-Verteilung)

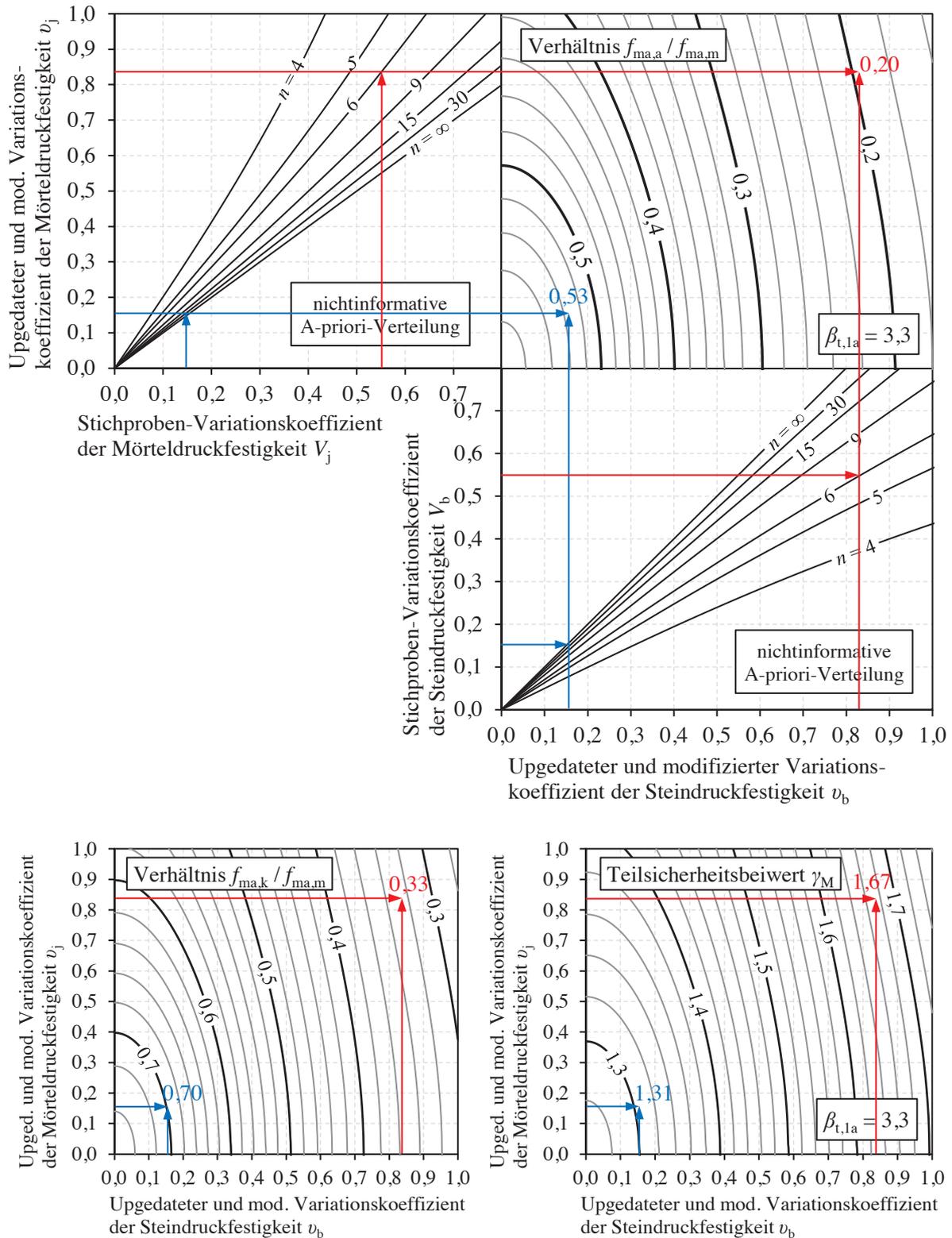


Abb. 8-2 Diagramme zur Ermittlung von Nachrechnungswerten, charakteristischen Werten und Teilsicherheitsbeiwerten für die Mauerwerksdruckfestigkeit (nichtinformative A-priori-Verteilung)

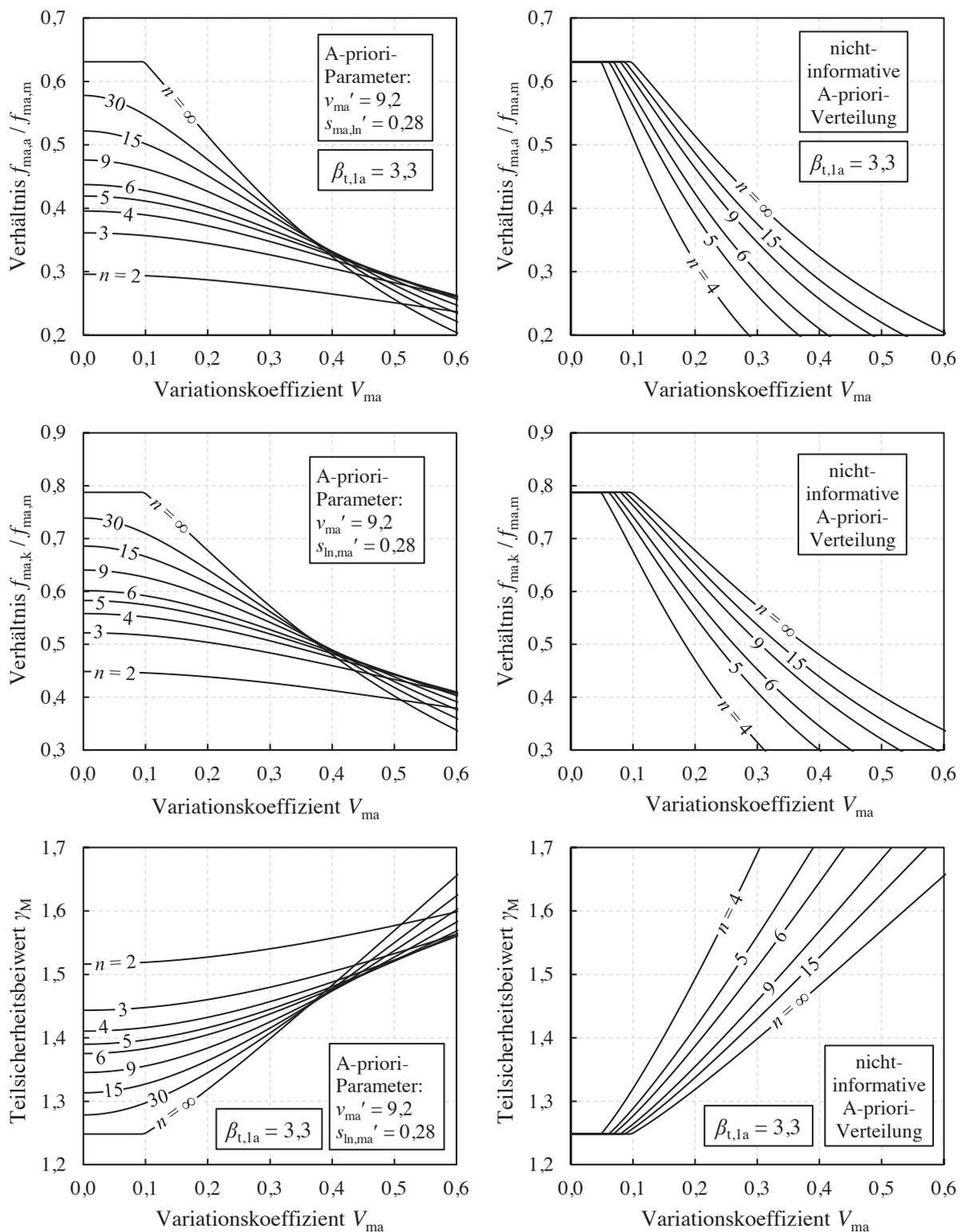


Abb. 8-3 Diagramme zur Ermittlung von Nachrechnungswerten, charakteristischen Werten und Teilsicherheitsbeiwerten für die Mauerwerksdruckfestigkeit bei direkter Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit (links: informative A-priori-Verteilung, rechts: nichtinformative A-priori-Verteilung)

### 8.3 Typische Ergebnisse der Methode bei Anwendung auf Vollziegelmauerwerk

Die vorgestellte Methode wird auf die bestehenden Gebäude in der in Abschnitt 6.3 vorgestellten Datenbank angewendet. Dadurch wird verdeutlicht, welche Ergebnisse mit der vorgeschlagenen Methode typischerweise erzielt werden. Es werden 78 Grundgesamtheiten betrachtet, für die mindestens drei Stein- und drei Mörtelproben von mindestens zwei verschiedenen Wänden geprüft wurden. Alle diese Grundgesamtheiten umfassen alle zur gleichen Mauerwerksart gehörenden Mauerwerkswände eines Gebäudes. Es wird ausschließlich Vollziegelmauerwerk betrachtet. Die berücksichtigten Prüfergebnisse aus der Datenbank decken sowohl typische Streuungen der Festigkeiten als auch eine realitätsnahe Bandbreite der Stichprobenumfänge ab. Bei der Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte wird ein Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$  in Verbindung mit dem festen Wichtungsfaktor  $\alpha_{R,1a} = 0,7$  angesetzt.

Für die 78 untersuchten Grundgesamtheiten liegt die Bandbreite für das Verhältnis  $f_{ma,k} / f_{ma,m}$  zwischen 0,37 und 0,61, während sich für den Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  eine Spanne von 1,37 bis 1,62 ergibt. Die relativen Häufigkeiten der Ergebnisse sind in Abb. 8-4 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Wahl des geeigneten Verhältnisses von charakteristischem Wert zu Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit einen deutlich größeren Einfluss auf den resultierenden Nachrechnungswert hat als die Wahl des geeigneten Teilsicherheitsbeiwerts: Das Verhältnis von Maximal- zu Minimalwert liegt für  $f_{ma,k} / f_{ma,m}$  bei 1,67 und ist damit größer als das entsprechende Verhältnis von 1,18 im Hinblick auf  $\gamma_M$ .

Obwohl die typische Materialstreuung bestehenden Vollziegelmauerwerks mit einem Baujahr vor 1950 deutlich größer ist als die typische Streuung heutigen Mauerwerks, so ergeben sich dennoch zumeist niedrigere Teilsicherheitsbeiwerte als der in Deutschland anzuwendende Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M = 1,5$ , was auf den reduzierten Ziel-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{t,1a} = 3,3$  zurückzuführen ist.

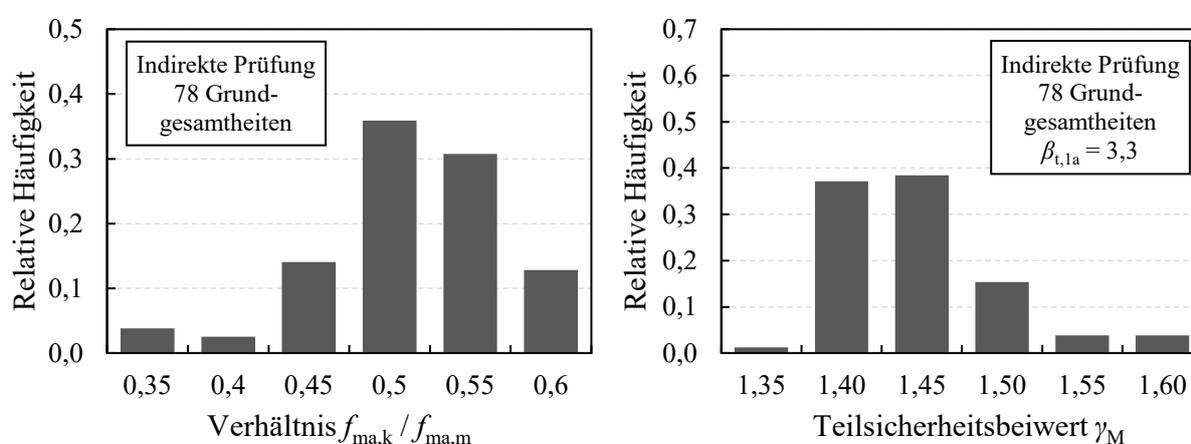


Abb. 8-4 Relative Häufigkeiten der für die Grundgesamtheiten in der Datenbank ermittelten Verhältnisse  $f_{ma,k} / f_{ma,m}$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen des abgeschlossenen Forschungsprojektes wurde eine Methode zur Ermittlung von Nachrechnungswerten für die Mauerwerksdruckfestigkeit erarbeitet. Die Nachrechnungswerte können in Abhängigkeit der Art, Anzahl und Ergebnisse durchgeführter Festigkeitsprüfungen ermittelt werden. Die Methode zur Ermittlung von Nachrechnungswerten beinhaltet sowohl die Ermittlung charakteristischer Werte der Mauerwerksdruckfestigkeit als auch die Bestimmung bauwerkspezifischer modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für Mauerwerkswände im Bestand.

In Kapitel 2 des Forschungsberichtes wurde zunächst auf allgemeine Grundlagen bezüglich der Besonderheiten des Mauerwerksbaus sowie eines geeigneten Ziel-Zuverlässigkeitsniveaus für Bestandstragwerke eingegangen. Bei der Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit im Bestand muss zwischen einer direkten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit an Verbundkörpern und einer indirekten Prüfung durch separate Ermittlung der Stein- und Mörteldruckfestigkeit unterschieden werden. Bei letzterer ist die anschließende Anwendung eines Modells zur rechnerischen Bestimmung der Mauerwerksdruckfestigkeit erforderlich, was mit einer Modellunsicherheit verbunden ist. Im Regelfall wird hierzu die in DIN EN 1996-1-1 (2013) bzw. DIN EN 1996-1-1/NA (2019) definierte Potenzformel verwendet. Bei der Nachrechnung von Bestandsbauwerken ist ein niedrigeres Ziel-Zuverlässigkeitsniveau als bei der Bemessung von Neubauten angemessen. Basierend auf den in ISO 2394 (2015) definierten Ziel-Zuverlässigkeitsniveaus kann für die Nachrechnung üblicher Bestandsbauwerke ein Ziel-Zuverlässigkeitsindex von  $\beta_{t,1a} = 3,3$  als geeignet betrachtet werden.

Experimentelle Untersuchungen zum Lastumlagerungsvermögen von Mauerwerk unter Druckbeanspruchung wurden in Kapitel 3 vorgestellt. Die Versuche wurden an Vollziegelmauerwerk durchgeführt, wobei gezielt Schwachstellen in Form ausgelassener Steine und in Form von Lochziegeln angelegt wurden. Bei den Versuchen konnte ein gutes, aber keineswegs vollumfängliches Lastumlagerungsvermögen festgestellt werden. In Kapitel 4 wurde das für die weiteren Untersuchungen erstellte Finite-Elemente-Modell vorgestellt. Das FE-Modell basiert auf dem Ansatz der vereinfachten Mikromodellierung. Mit Hilfe des FE-Modells ließen sich die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 3 mit guter Präzision nachrechnen.

Im anschließenden Kapitel 5 wurden Monte-Carlo-Simulationen der Tragfähigkeit von Mauerwerkswänden unter überwiegender Druckbeanspruchung präsentiert. Diese wurden mithilfe des Finite-Elemente-Modells und unter Ansatz räumlich streuender, d. h. innerhalb der Wand variierender Materialeigenschaften, durchgeführt. Die Streuungen der Mauerwerksdruckfestigkeit und des Elastizitätsmoduls von Mauerwerk wurden dabei als Streuungen von Stein zu Stein modelliert. Die Monte-Carlo-Simulationen wurden im Rahmen von Parameterstudien für verschiedenste Randbedingungen durchgeführt. Dabei war zu sehen, dass der Mittelwert der Wandtragfähigkeit bei steigender räumlicher Streuung der Materialeigenschaften abnimmt.

Gleichzeitig zeigte sich jedoch auch, dass die Streuung der resultierenden Tragfähigkeit deutlich kleiner ist als die zugrundeliegende räumliche Streuung der eingehenden Materialeigenschaften. Mit Blick auf die reine Materialstreuung ergibt sich daraus ein positiver Effekt bei der Berücksichtigung der räumlichen Streuung: Werden Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit unter Beachtung der Effekte der räumlichen Streuung auf die Verteilungsfunktion der Wandtragfähigkeit ermittelt, so sind diese deutlich höher, als wenn Nachrechnungswerte direkt auf Grundlage der Verteilungsfunktion der Mauerwerksdruckfestigkeit berechnet werden.

Zur Berücksichtigung statistischer Unsicherheiten bei begrenztem Stichprobenumfang wurde in Kapitel 6 zunächst ein bayessches Verfahren vorgestellt, das der entwickelten Methode zugrunde liegt. Der bayessche Ansatz erlaubt die Berücksichtigung von Vorinformationen hinsichtlich der typischen Streuung der Stein- und Mörtel- bzw. der Mauerwerksdruckfestigkeit. Um die Vorinformationen mittels A-priori-Verteilungen modellieren zu können, wurde eine Datenbank mit Ergebnissen aus Festigkeitsuntersuchungen an bestehendem Mauerwerk zusammengestellt. Die Datenbank enthält Prüfergebnisse der Stein- und Mörteldruckfestigkeit von 140 Gebäuden aus Vollziegelmauerwerk. Sowohl für die Stein- als auch für die Mörteldruckfestigkeit liegen mehr als 2000 Einzelwerte vor. Die Daten wurden genutzt, um die Hyperparameter der A-priori-Verteilung für die Varianz der Stein- und Mörteldruckfestigkeiten mittels Maximum-Likelihood-Schätzung zu bestimmen. Die Hyperparameter der entsprechenden A-priori-Verteilung für die Mauerwerksdruckfestigkeit wurden basierend auf den A-priori-Verteilungen für die Komponenten Stein und Mörtel unter Anwendung der Potenzformel für die Mauerwerksdruckfestigkeit mittels stochastischer Simulation ermittelt.

Kapitel 7 stellte die abschließende Entwicklung der Methode zur Ermittlung geeigneter Nachrechnungswerte vor. Neben einer Definition der zugrundeliegenden Voraussetzungen und Annahmen wurden auch die anzusetzenden Modellunsicherheiten spezifiziert. Anschließend wurden die verschiedenen Arten der Unsicherheit, also die räumliche Materialstreuung, die Modell- und die statistische Unsicherheit, über stochastische Simulationen zu einer Verteilungsfunktion für die Wandtragfähigkeit kombiniert. Hierbei zeigte sich, dass es für die Ermittlung von Nachrechnungswerten der Mauerwerksdruckfestigkeit in üblichen Fällen nahezu keinen Unterschied macht, ob diese basierend auf der Verteilungsfunktion der Wandtragfähigkeit oder über die Verteilungsfunktion der Mauerwerksdruckfestigkeit ermittelt werden. Es kann also näherungsweise vernachlässigt werden, dass die Streuung der Materialeigenschaften als eine räumliche Streuung vorliegt. Die in Kapitel 5 beobachteten positiven Effekte aus der Berücksichtigung der räumlichen Streuung gehen in vielen Fällen nahezu vollständig verloren, wenn zusätzlich zur Materialstreuung auch die Modell- und statistische Unsicherheit betrachtet wird. Neben der Vernachlässigung der räumlichen Streuung besteht eine weitere geeignete Vereinfachung darin, dass die prädiktive Wahrscheinlichkeitsverteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit, also die

Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche die statistischen Unsicherheiten einschließt, über eine Log-Normalverteilung approximiert wird.

Die vorgeschlagene Methode zur Ermittlung von Nachrechnungswerten der Mauerwerksdruckfestigkeit wurde in Kapitel 8 final präsentiert. Zunächst wurde dazu der Ablauf bei Anwendung der Methode einschließlich der zu verwendenden Gleichungen zusammenfassend dargestellt. Die Nachrechnungswerte der Mauerwerksdruckfestigkeit können durch Anwendung der Methode ohne den Umweg über charakteristische Werte und Teilsicherheitsbeiwerte direkt bestimmt werden. Die Bestimmung charakteristischer Werte der Mauerwerksdruckfestigkeit sowie modifizierter widerstandsseitiger Teilsicherheitsbeiwerte ist jedoch ebenfalls möglich. Die Gleichungen der finalen Methode lassen sich zur zweckmäßigen Anwendung in der Praxis recht einfach in gängige Tabellenkalkulationsprogramme überführen. In Ergänzung dazu ist die Ermittlung von charakteristischen Werten, Teilsicherheitsbeiwerten und Nachrechnungswerten für die Mauerwerksdruckfestigkeit auch über dafür entwickelte Diagramme möglich, welche ebenfalls in Kapitel 8 präsentiert wurden. Zuletzt wurde exemplarisch gezeigt, welche Verhältnisse aus charakteristischem zu mittlerem Wert der Mauerwerksdruckfestigkeit und welche bauwerkspezifischen Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  sich bei Anwendung der Methode typischerweise ergeben. Hierzu wurden 78 Grundgesamtheiten bestehenden Vollziegelmauerwerks herangezogen, welche in der zusammengestellten Datenbank enthalten sind. Dabei ergab sich eine Bandbreite für das Verhältnis von charakteristischem zu mittlerem Wert der Mauerwerksdruckfestigkeit von etwa 0,4 bis 0,6 und für den geeigneten widerstandsseitigen Teilsicherheitsbeiwert eine Spanne von etwa 1,4 bis 1,6.

Abschließend lässt sich festhalten, dass die vorab definierten Forschungsziele vollumfänglich erreicht werden konnten. Weiterer Forschungsbedarf wird in folgenden Punkten gesehen:

- Im abgeschlossenen Forschungsprojekt lag der Fokus auf Mauerwerk unter überwiegender Druckbeanspruchung. Es stellt sich daher die Frage, wie für den Nachweis von Mauerwerkswänden unter Schubbeanspruchung eine vergleichbare Methode zur Ermittlung modifizierter widerstandsseitiger Teilsicherheitsbeiwerte formuliert werden kann.
- Für die Weiterentwicklung der vorgestellten Methode wäre es von Vorteil, wenn eine noch breitere Datenbasis zur Ermittlung geeigneter A-priori-Verteilungen vorhanden wäre. Die im Rahmen dieses Projektes zusammengestellte Datenbank ist bereits sehr umfangreich, jedoch könnten auf Grundlage weiterer Daten auch A-priori-Verteilungen für andere, weniger häufige Mauerwerksarten präzise formuliert werden. Eine weitere Ausdifferenzierung der A-priori-Verteilungen, z. B. nach bestimmten Regionen oder engeren Zeiträumen, würde dadurch ebenfalls ermöglicht.
- Großer Forschungsbedarf besteht zudem in der Weiterentwicklung der Prüfverfahren zur Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeit. Dies betrifft zum einen die Verfahren zur di-

rekten Prüfung der Mauerwerksdruckfestigkeit an kleinen Verbundkörpern wie beispielsweise Fugenbohrkernen. Die Anwendungsgrenzen dieser Verfahren sollten durch entsprechende Forschungsvorhaben geweitet werden, indem für unterschiedlichste Mauerwerksarten präzise Ansätze zur Umrechnung in die Referenz-Mauerwerkdruckfestigkeiten am RILEM-Prüfkörper ermittelt werden. Zum anderen besteht auch bei indirekten Prüfverfahren weiterhin Forschungsbedarf. Mit Blick auf Bestandsmauerwerk liegt ein Defizit der üblicherweise angewendeten empirischen Potenzformel darin, dass diese auf Basis von an Normprismen ermittelten Mörteldruckfestigkeiten formuliert wurde, während im Bestand nur Fugendruckfestigkeiten gemessen werden können. Derzeit bestehen noch keine ausreichend abgesicherten Umrechnungsfaktoren. Ein direkt über Fugendruckfestigkeiten formulierter Zusammenhang wäre wünschenswert. Hierfür liegt jedoch aktuell keine ausreichende Datenbasis vor.

- Weiterer Forschungsbedarf wird zudem hinsichtlich der Entwicklung praxisgerechter Entscheidungshilfen für die Wahl geeigneter Grundgesamtheiten, repräsentativer Probenahmestellen und optimaler Stichprobenumfänge bei der Festigkeitsprüfung an Bestandstragwerken gesehen. Hierbei sollte auch untersucht werden, wie zerstörende und zerstörungsfreie Prüfverfahren in optimaler Weise kombiniert werden können.

## Literaturverzeichnis

**ASTM C1314 (2018):** Standard Test Method for Compressive Strength of Masonry Prisms. West Conshohocken: ASTM International.

**Bakeer, T. (2016):** Empirical estimation of the load bearing capacity of masonry walls under buckling – Critical remarks and a new proposal for the Eurocode 6. *Construction and Building Materials* 113, S. 376–394.

**Bakeer, T.; Salehi, H. (2019):** Determination of a model partial safety factor for unreinforced masonry walls under buckling. *Mauerwerk* 23 (1), S. 32–39.

**BBSR (2020):** Strukturdaten zur Produktion und Beschäftigung im Baugewerbe. Berechnungen für das Jahr 2019. BBSR-Online-Publikation 15/2020. Bonn: Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung.

**Brameshuber, W.; Graubohm, M.; Meyer, U. (2012):** Druckfestigkeit von Ziegelmauerwerk – aktuelle Auswertungen zur Festlegung von charakteristischen Mauerwerkdruckfestigkeiten in DIN EN 1996. *Mauerwerk* 16 (1), S. 10–16.

**Brehm, E. (2011):** Reliability of Unreinforced Masonry Bracing Walls – Probabilistic Approach and Optimized Target Values. Dissertation. Technische Universität Darmstadt.

**Caspeele, R.; Taerwe, L. (2012):** Bayesian assessment of the characteristic concrete compressive strength using combined vague-informative priors. *Construction and Building Materials* 28 (1), S. 342–350.

**Cischinsky, H.; Diefenbach, N. (2018):** Datenerhebung Wohngebäudebestand 2016 – Datenerhebung zu den energetischen Merkmalen und Modernisierungsraten im deutschen und hessischen Wohngebäudebestand. Darmstadt: Institut Wohnen und Umwelt.

**DBV-Heft 24 (2013):** Begründung eines reduzierten Zuverlässigkeitsindex und modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für das Bauen im Bestand. Abschlussbericht zum DBV-Forschungsvorhaben 294. Berlin: Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V.

**DBV-Merkblatt (2013):** Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauteile. Berlin: Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V.

**Destatis (2020):** Baufertigstellungen von Wohn- und Nichtwohngebäuden (Neubau) nach überwiegend verwendetem Baustoff – Lange Reihen ab 2000. Statistisches Bundesamt.

**Diamantidis, D. (Hg.) (2001):** Probabilistic assessment of existing structures – JCSS Report. A publication of the Joint Committee on Structural Safety (JCSS). Cachan: RILEM Publications.

**DIANA FEA (2019):** DIANA Documentation – Release 10.3. Delft: DIANA FEA BV.

- DIN 105 (1922):** Mauerziegel (Backsteine). Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 105-1 (1982):** Vollziegel und Hochlochziegel. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 1053 (1937):** Berechnungsgrundlage für Bauteile aus künstlichen und natürlichen Steinen. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 18555-9 (2019):** Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln – Teil 9: Bestimmung der Fugendruckfestigkeit von Festmörteln. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 20000-401 (2017):** Anwendung von Bauprodukten in Bauwerken – Teil 401: Regeln für die Verwendung von Mauerziegeln nach DIN EN 771-1:2015-11. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN 4172 (2015):** Maßordnung im Hochbau. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1015-11 (2020):** Prüfverfahren für Mörtel für Mauerwerk – Teil 11: Bestimmung der Biegezug- und Druckfestigkeit von Festmörtel; Deutsche Fassung EN 1015-11:2019. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1052-1 (1998):** Prüfverfahren für Mauerwerk – Teil 1: Bestimmung der Druckfestigkeit; Deutsche Fassung EN 1052-1:1998. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1990 (2010):** Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung – Deutsche Fassung EN 1990:2002+A1:2005+A1:2005/AC:2010. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1996-1-1 (2013):** Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten – Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk; Deutsche Fassung EN 1996-1-1:2005+A1:2012. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1996-1-1/NA (2019):** Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten – Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 772-1 (2016):** Prüfverfahren für Mauersteine – Teil 1: Bestimmung der Druckfestigkeit; Deutsche und Englische Fassung EN 772-1:2011+A1:2015. Berlin: Beuth Verlag.
- EN 459-1 (2015):** Building lime – Part 1: Definitions, specifications and conformity criteria. Brussels: European Committee for Standardization.
- fib (2016):** Bulletin 80 – Partial factor methods for existing concrete structures. Lausanne: Fédération internationale du béton.
- fib (2020):** Model Code 2020 (draft). Lausanne: Fédération internationale du béton.
- Franke, L.; Goretzky, W. (2004):** Tragfähigkeit von druckbeanspruchtem Mauerwerk aus festigkeits- und verformungsstreuendem Material. Bauingenieur 79 (3), S. 136–144.
- Gelman, A.; Carlin, J. B.; Stern, H. S.; Dunson, D. B.; Vehtari, A. (2013):** Bayesian Data Analysis. Third edition. Boca Raton, London, New York: CRC Press.

**Gigla, B. (2020):** Bestimmung der Druckfestigkeit von vorhandenem Mauerwerk. *Mauerwerk* 24 (4), S. 215–226.

**Glock, C. (2004):** Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände – Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung. Dissertation. Technische Universität Darmstadt.

**Glowienka, S. (2007):** Zuverlässigkeit von Mauerwerkswänden aus großformatigen Steinen – Probabilistische Analyse von großformatigem Mauerwerk aus Kalksandstein und Porenbeton mit Dünnbettvermörtelung. Dissertation. Technische Universität Darmstadt.

**Goretzky, W. (2000):** Tragfähigkeit druckbeanspruchten Mauerwerks aus festigkeits- und verformungsstreuenden Mauersteinen und -mörteln. Dissertation. Technische Universität Hamburg-Harburg.

**Gunkler, E. (1993):** Zur nachträglichen Erhöhung der Biegetragfähigkeit von Mauerwerkswänden durch bewehrte Ergänzungsschichten. Dissertation. Technische Universität Braunschweig.

**Hedderich, J.; Sachs, L. (2020):** *Angewandte Statistik*. Berlin, Heidelberg: Springer.

**Heffler, L. M.; Stewart, M. G.; Masia, M. J.; Correa, M. R. S. (2008):** Statistical Analysis and Spatial Correlation of Flexural Bond Strength for Masonry Walls. *Masonry International* 21 (2), S. 59–70.

**Heidel, R. (1989):** Ermittlung der Materialkennwerte von Mauerwerk als Grundlage zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Mauerwerkskonstruktionen. Dissertation. Technische Hochschule Leipzig.

**Henkel, J. (2016):** Evaluation of the quality of historic brickwork. *Mauerwerk – European Journal of Masonry* 20 (5), S. 391–406.

**Henkel, J.; Neuwald-Burg, C. (2021):** Das Fugenbohrkernverfahren nach Helmerich/Heidel bzw. UIC-Kodex 778-3 zur Bestimmung der Druckfestigkeit von Bestandsmauerwerk. *Mauerwerk* 25 (2), S. 53–62.

**Henzel, J.; Karl, S. (1987):** Determination of Strength of Mortar in the Joints of Masonry by Compression Tests on Small Specimens. In König, Reinhardt, Walraven (Hg.): *Darmstadt Concrete*. Darmstadt: Institut für Massivbau, S. 123–136.

**Hilsdorf, H. K. (1969):** Investigation into the failure mechanism of brick masonry loaded in axial compression. In Johnson (Hg.): *Designing, Engineering and Constructing with Masonry Products*. Houston: Gulf Publishing Company, S. 34–41.

**ISO 2394 (2015):** General principles on reliability for structures. Geneva: International Organization for Standardization.

**JCSS (2001):** Probabilistic Model Code – Part 1: Basis of Design. Joint Committee on Structural Safety. Online verfügbar unter [www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code](http://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code), zuletzt geprüft am 18.03.2021.

**JCSS (2002):** Probabilistic Model Code – Part 3: Material Properties. Joint Committee on Structural Safety. Online verfügbar unter [www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code](http://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code), zuletzt geprüft am 18.03.2021.

**JCSS (2011):** Masonry Properties. In: Probabilistic Model Code. Joint Committee on Structural Safety. Online verfügbar unter [www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code](http://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code), zuletzt geprüft am 18.03.2021.

**JSCE (2010):** JSCE Guidelines for Concrete No. 15. Standard Specifications for Concrete Structures - 2007 - "Design". Tokyo: Japan Society of Civil Engineers.

**Kaushik, H. B.; Rai, D. C.; Jain, S. K. (2007):** Stress-Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression. *J. Mater. Civ. Eng.* 19 (9), S. 728–739.

**Kirtschig, K.; Meyer, J. (1987):** Auswertung von Mauerwerksversuchen zur Festlegung von zulässigen Spannungen und charakteristischen Mauerwerksfestigkeiten – Heft 54. Hannover: Institut für Baustoffkunde und Materialprüfung der Universität Hannover.

**König, G.; Hossler, D. (1982):** The simplified level II method and its application on the derivation of safety elements for level I. In CEB (Hg.): Bulletin No. 147 - Conceptual Preparation of Future Codes. Paris: Comité euro-international du béton.

**Loga, T.; Stein, B.; Diefenbach, N.; Born, R. (2015):** Deutsche Wohngebäudetypologie - Beispielhafte Maßnahmen zur Verbesserung der Energieeffizienz von typischen Wohngebäuden. Zweite erweiterte Auflage. Institut Wohnen und Umwelt. Darmstadt.

**Lourenço, P. J. B. B. (1996):** Computational strategies for masonry structures. Dissertation. TU Delft.

**Lumantarna, R.; Biggs, D. T.; Ingham, J. M. (2014):** Uniaxial Compressive Strength and Stiffness of Field-Extracted and Laboratory-Constructed Masonry Prisms. *J. Mater. Civ. Eng.* 26 (4), S. 567–575.

**Mann, W. (1983):** Druckfestigkeit von Mauerwerk. Eine statistische Auswertung von Versuchsergebnissen in geschlossener Darstellung mit Hilfe von Potenzfunktionen. In Funk (Hg.): Mauerwerk-Kalender. Berlin: Ernst & Sohn, S. 687–699.

**Meinen, N. E.; Steenbergen, R. D. J. M. (2018):** Reliability levels obtained by Eurocode partial factor design – A discussion on current and future reliability levels. *Heron* 63 (3), S. 243–302.

**Melchers, R. E.; Beck, A. T. (2018):** Structural reliability analysis and prediction. Third edition. Hoboken, New Jersey: Wiley.

**Müller, D. (in Vorbereitung):** Probabilistic Assessment of Existing Masonry Structures (Arbeitstitel). Dissertation. Technische Universität Darmstadt.

**Müller, D.; Graubner, C.-A. (2019):** Modification of the partial safety factor for compressive strength of existing masonry using a Bayesian method. In Yurchenko, Proske (Hg.): Proceedings of the 17th International Probabilistic Workshop. Edinburgh, United Kingdom, 11-13 September, S. 133–138.

**Müller, D.; Graubner, C.-A. (2021):** Assessment of Masonry Compressive Strength in Existing Structures Using a Bayesian Method. ASCE-ASME J. Risk Uncertainty Eng. Syst., Part A: Civ. Eng. 7 (1), 4020057.

**NABau (1981):** Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. 1. Aufl. Berlin: Deutsches Institut für Normung. Beuth.

**Neumann, H.-H. (2017):** Ziegelmauerwerk im Wandel der Zeit. Bausubstanz 8 (4), S. 42–49.

**Olsson, A. M. J.; Sandberg, G. E. (2002):** Latin Hypercube Sampling for Stochastic Finite Element Analysis. J. Eng. Mech. 128 (1), S. 121–125.

**Pelà, L.; Saloustros, S.; Roca, P. (2019):** Cylindrical samples of brick masonry with aerial lime mortar under compression: Experimental and numerical study. Construction and Building Materials 227, 116782.

**prEN 1990-2 (2020):** Eurocode – Basis of assessment and retrofitting of existing structures: general rules and actions. Brussels: European Committee for Standardization.

**Rackwitz, R. (1983):** Predictive distribution of strength under control. Matériaux et Construction 16, S. 259–267.

**Rackwitz, R. (2000):** Optimization – the basis of code-making and reliability verification. Structural Safety 22 (1), S. 27–60.

**Riechers, H.-J.; Schubert, P.; Deutler, T. (1998):** Prüfung der Druckfestigkeit von Mauer-  
mörtel – Formfaktoren für den Vergleich der unterschiedlichen Prüfverfahren. Mauerwerk 2 (3), S. 102–106.

**Sassoni, E.; Mazzotti, C.; Pagliai, G. (2014):** Comparison between experimental methods for evaluating the compressive strength of existing masonry buildings. Construction and Building Materials 68, S. 206–219.

**Schlegel, R. (2004):** Numerische Berechnung von Mauerwerksstrukturen in homogenen und diskreten Modellierungsstrategien. Dissertation. Bauhaus-Universität Weimar.

**Schmidt, U.; Schubert, P. (2004):** Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk – Teil 2: Biegezugfestigkeit. In Irmschler, Jäger, Schubert (Hg.): Mauerwerk-Kalender 2004. Berlin: Ernst & Sohn.

**Schubert, P. (1995):** Beurteilung der Druckfestigkeit von ausgeführtem Mauerwerk aus künstlichen Steinen und Natursteinen. In Funk (Hg.): Mauerwerk-Kalender. Berlin: Ernst & Sohn, S. 687–701.

**Schubert, P. (2010):** Eigenschaftswerte von Mauerwerk, Mauersteinen, Mauermörtel und Putzen. In Jäger (Hg.): Mauerwerk-Kalender 2010. Berlin: Ernst & Sohn, S. 3–25.

**Schueremans, L. (2001):** Probabilistic evaluation of structural unreinforced masonry. Dissertation. KU Leuven.

**Spaethe, G. (1992):** Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. Zweite, neubearbeitete Auflage. Vienna: Springer.

**Steenbergen, R. D. J. M.; Sýkora, M.; Diamantidis, D.; Holický, M.; Vrouwenvelder, T. (2015):** Economic and human safety reliability levels for existing structures. Structural Concrete 16 (3), S. 323–332.

**Tanner, P.; Hingorani, R. (2015):** Acceptable risks to persons associated with building structures. Structural Concrete 16 (3), S. 314–322.

**Tschötschel, M. (1990):** Zuverlässigkeitstheoretisches Konzept zur Bemessung von Mauerwerkskonstruktionen. Dissertation. Technische Hochschule Leipzig.

**Wasserman, L. (2011):** All of Statistics. A Concise Course in Statistical Inference. New York, London: Springer.

**Weber, M.; Sefrin, R.; Schnell, J.; Glock, C. (2019):** Berücksichtigung von Dauerstandseffekten im Nachrechnungswert der Betondruckfestigkeit. Beton- und Stahlbetonbau 114 (11), S. 847–856.

**WTA Wissenschaftlich-Technische Arbeitsgemeinschaft für Bauwerkserhaltung und Denkmalpflege e.V. (2020):** Merkblatt E-7-4 Ermittlung der Druckfestigkeit von Bestandsmauerwerk aus künstlichen kleinformatigen Steinen. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag.

## Anhang: Prüfdatenbank für die Komponentendruckfestigkeiten bestehenden Mauerwerks

In Tabelle A-1 ist die in Kapitel 6 ausgewertete Datenbank, welche die Ergebnisse von Festigkeitsprüfungen an Proben aus Bestandsmauerwerk enthält, in reduzierter Form dargestellt. Alle dargestellten Daten beziehen sich auf Vollziegelmauerwerk. Die Ergebnisse der Stein- und Mörteldruckfestigkeitsprüfungen werden unter Angabe der Anzahl der Prüfungen, des arithmetischen Mittels der Prüfergebnisse und des entsprechenden Variationskoeffizienten angegeben. Die Prüfungen der Steindruckfestigkeit wurden entweder nach DIN EN 772-1 (2016) oder nach DIN 105-1 (1982) durchgeführt. Die Prüfung der Mörteldruckfestigkeit erfolgte als Prüfung der Fugendruckfestigkeit gemäß DIN 18555-9 (2019). Die dargestellten Steindruckfestigkeiten beinhalten bereits die Umrechnung in eine normierte Steindruckfestigkeit über Formfaktoren. Die angegebenen Mörteldruckfestigkeiten enthalten ebenfalls bereits Faktoren zur Umrechnung in die Festigkeit am Normprisma, vgl. Abschnitt 2.1.2. Die Faktoren wurden so übernommen, wie sie von den jeweiligen Prüflaboren angesetzt wurden. Die in der Datenbank enthaltenen Bauwerke werden in Tabelle A-1 durch die Nutzungsart sowie die erste Ziffer der Postleitzahl des Standortes charakterisiert. Wo möglich, ist eine Schätzung für das Baujahr angegeben. Bei mehrjähriger Bauzeit ist jeweils die Mitte der Bauzeit angegeben. Wenn die Prüfdaten für ein Gebäude in mehrere separate Grundgesamtheiten aufgeteilt sind, wird dies durch die Buchstaben („a“, „b“...) hinter der Nummer des Gebäudes gekennzeichnet.

An dieser Stelle sei nochmals ausdrücklich allen beteiligten Prüflaboren sowie den jeweiligen Kontaktpersonen für die großzügige Bereitstellung der Prüfdaten und die hilfreichen begleitenden Gespräche gedankt.

*Tabelle A-1 Prüfdaten der Komponentenfestigkeiten bestehenden Vollziegelmauerwerks*

Nr.	Gebäudetyp	Baujahr	PLZ	Prüfergebnisse Steindruckfestigkeit $f_b$			Prüfergebnisse Mörteldruckfestigkeit $f_j$		
				Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.	Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.
1	Konzerthalle	1880	6	4	23,3	16%	15	18,0	21%
2	Stützwand	-	6	3	17,8	41%	24	3,2	37%
3	Krankenhaus	1915	3	10	18,8	72%	20	3,4	38%
4	Wohn-/Geschäftsgebäude	1905	6	12	35,3	46%	107	13,4	47%
5	Wohngebäude	1950	6	4	23,9	37%	16	19,7	9%
6	Wohngebäude	1950	6	2	32,6	30%	28	16,5	16%
7	Wohngebäude	1950	6	2	22,0	7%	11	14,9	21%
8	Wohngebäude	1950	6	2	27,2	67%	33	20,9	13%
9a	Schule	1911	6	3	11,3	10%	11	24,7	16%
9b	Schule	1911	6	3	7,8	17%	11	4,9	32%
10	Wohngebäude	-	6	15	21,4	42%	73	5,6	68%
11	Landwirtschaftsgebäude	1925	6	3	14,0	42%	28	2,9	54%

Nr.	Gebäudetyp	Baujahr	PLZ	Prüfergebnisse Steindruckfestigkeit $f_b$			Prüfergebnisse Mörteldruckfestigkeit $f_j$		
				Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.	Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.
12	Schule	1870	6	4	26,8	35%	48	4,7	27%
13	Kaserne	1938	6	18	35,1	30%	105	7,3	68%
14a	Bürogebäude	1907	1	156	16,4	44%	156	2,7	74%
14b	Bürogebäude	1903	1	141	12,8	34%	141	3,0	117%
14c	Bürogebäude	1912	1	111	14,8	44%	111	4,7	119%
14d	Bürogebäude	1913	1	303	14,1	35%	303	3,9	88%
15	Schuppen	-	1	3	19,6	27%	-	-	-
16	Wohngebäude	1900	1	12	12,2	24%	12	1,5	22%
17	Wohngebäude	1900	1	18	14,8	34%	18	2,8	88%
18	Wohngebäude	1900	1	6	13,0	26%	6	0,9	20%
19a	Bahnhof	1935	1	6	20,6	38%	6	2,4	37%
19b	Bahnhof	1955	1	12	19,7	26%	12	2,0	29%
20	Stall	1902	1	3	28,0	18%	3	0,7	12%
21	Wohngebäude	1850	1	9	9,0	15%	9	1,2	35%
22	Wohngebäude	1900	1	12	4,8	22%	12	0,8	31%
23	Hotel	1900	1	12	8,8	39%	12	0,6	30%
24	Gefängnis	-	1	6	12,5	25%	6	13,3	23%
25	Wohn-/Geschäftsgebäude	1900	1	1	12,1	-	3	0,4	25%
26	Brücke	1880	1	3	34,1	10%	3	37,1	6%
27	Wohngebäude	1900	1	6	13,3	26%	6	3,2	73%
28	Stall	1900	1	9	5,7	41%	5	1,1	11%
29	Wohngebäude	1900	1	3	16,0	18%	3	5,8	10%
30	Wohngebäude	1900	1	18	11,7	36%	18	2,1	25%
31a	Wohngebäude	1900	2	6	10,8	24%	6	11,7	33%
31b	Wohngebäude	1900	2	24	16,3	51%	21	1,2	54%
32	Gaststätte	1900	1	6	7,4	27%	6	1,3	44%
33	Wohngebäude	1890	1	9	9,3	33%	9	14,7	69%
34	Fabrik	1913	1	9	12,8	34%	24	1,3	60%
35	Wohngebäude	1900	1	6	8,1	11%	6	1,5	28%
36a	Post	1900	1	6	28,5	41%	6	2,8	37%
36b	Post	1920	1	3	48,2	27%	3	26,4	5%
37	Krankenhaus	1880	1	3	33,2	44%	3	2,0	16%
38	Konzerthalle	1820	1	18	20,7	29%	18	11,6	44%
39	Wohngebäude	1900	1	12	15,3	35%	12	2,9	65%
40	Wohngebäude	1900	1	6	22,4	17%	6	1,0	27%
41	Schule	1935	1	9	21,8	41%	9	2,5	37%
42a	Bürogebäude	1895	1	24	25,0	49%	24	1,6	73%
42b	Bürogebäude	1895	1	3	30,4	42%	3	11,9	13%
43	Wohngebäude	1900	1	9	18,4	25%	9	1,2	34%
44a	Post	1960	1	3	15,1	14%	3	4,9	14%
44b	Post	1960	1	6	16,8	39%	6	0,9	25%

Nr.	Gebäudetyp	Baujahr	PLZ	Prüfergebnisse Steindruckfestigkeit $f_b$			Prüfergebnisse Mörteldruckfestigkeit $f_j$		
				Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.	Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.
45	Fabrik	-	2	6	24,2	52%	6	5,5	35%
46	Wohngebäude	1905	1	6	20,3	30%	6	1,8	23%
47	Burgturm	1185	1	3	12,0	14%	3	7,2	10%
48	Lager	1888	2	4	24,0	34%	6	19,0	28%
49	Gaststätte	1900	1	3	12,0	11%	3	1,3	23%
50	Schule	1910	2	3	17,8	44%	3	2,9	15%
51	Wohngebäude	1775	1	3	7,5	5%	3	1,9	7%
52	Wohngebäude	1910	1	3	14,1	8%	3	0,8	20%
53	Schule	1874	9	18	8,0	50%	-	-	-
54a	Fabrik	1880	1	6	9,3	68%	6	2,6	29%
54b	Fabrik	1880	1	6	24,8	38%	7	7,1	63%
54c	Fabrik	1880	1	6	15,1	29%	6	4,2	64%
55	Wohngebäude	1880	1	60	17,3	51%	60	4,1	97%
56	Wohngebäude	1900	1	31	17,3	56%	-	-	-
57	Wohngebäude	1850	1	20	11,6	43%	20	2,9	39%
58	Universität	1917	1	36	20,9	30%	36	4,2	58%
59a	Wohngebäude	1915	1	20	23,6	39%	12	3,5	50%
59b	Wohngebäude	1915	1	6	36,4	20%	6	10,7	8%
60a	Wohngebäude	1870	1	5	10,2	29%	4	3,6	37%
60b	Wohngebäude	1870	1	5	42,2	19%	5	8,9	28%
60c	Wohngebäude	1870	1	11	7,9	67%	11	3,9	42%
61a	Bürogebäude	1907	2	125	32,5	66%	250	24,2	47%
61b	Bürogebäude	1907	2	130	32,3	46%	270	13,4	37%
62a	Wohngebäude	1912	2	23	15,9	22%	35	6,5	51%
62b	Wohngebäude	1912	2	4	61,2	14%	5	9,2	26%
63	-	-	7	54	25,7	27%	34	4,2	41%
64	-	-	7	10	21,4	22%	2	9,6	6%
65a	Bürogebäude	1925	6	5	23,0	22%	6	14,4	35%
65b	Bürogebäude	1925	6	3	10,0	63%	3	30,0	15%
65c	Bürogebäude	1925	6	3	6,8	19%	3	8,7	13%
66	Kaserne	1890	7	27	21,1	55%	25	6,3	48%
67	Stall	1900	7	9	16,7	45%	9	18,0	64%
68	Wohngebäude	1965	5	3	69,0	2%	3	32,6	2%
69	Krankenhaus	1860	6	9	32,2	34%	9	5,6	45%
70a	Wohngebäude	-	8	18	20,4	37%	13	11,4	35%
71	Getreidespeicher	1900	7	15	18,1	38%	15	18,0	46%
72	Wohngebäude	1953	6	9	22,7	37%	9	11,6	19%
73	Kaserne	1897	7	6	30,1	57%	-	-	-
74	Kaserne	1897	7	3	22,4	23%	-	-	-
75	Kaserne	1897	7	9	34,7	41%	-	-	-
76	Kaserne	1897	7	9	36,3	43%	-	-	-

Nr.	Gebäudetyp	Baujahr	PLZ	Prüfergebnisse Steindruckfestigkeit $f_b$			Prüfergebnisse Mörteldruckfestigkeit $f_j$		
				Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.	Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.
77	-	-	8	3	12,3	48%	-	-	-
78a	Bürogebäude	-	8	3	27,4	16%	1	6,8	-
78b	Bürogebäude	-	8	2	59,4	41%	1	8,0	-
79	Wohngebäude	1900	8	9	17,9	20%	-	-	-
80	Schule	1692	8	4	10,2	31%	-	-	-
81	Wohngebäude	-	8	6	18,2	36%	-	-	-
82	Bürogebäude	1841	8	6	16,2	29%	-	-	-
83	Markthalle	1912	8	4	15,6	35%	-	-	-
84	Brücke	1710	8	6	13,6	14%	-	-	-
85a	Gaststätte	-	8	3	42,5	26%	2	34,2	19%
85b	Gaststätte	-	8	4	38,5	33%	-	-	-
86	Wohngebäude	1924	9	3	24,8	5%	-	-	-
87	Gaststätte	-	8	3	20,1	42%	1	13,8	-
88	Weberei	1852	8	9	21,2	26%	-	-	-
89a	Schule	1863	8	1	30,6	-	1	3,2	-
89b	Schule	1863	8	2	53,4	58%	2	31,8	28%
90	Wohngebäude	-	8	9	34,4	39%	-	-	-
91	Brennerei	1880	8	9	32,2	26%	-	-	-
92	Schule	1909	9	3	37,5	11%	2	5,6	3%
93	Wohn-/Geschäftsgebäude	1280	8	15	15,8	22%	5	11,0	29%
94	Wohn-/Geschäftsgebäude	1890	8	9	28,0	21%	-	-	-
95	Wohngebäude	-	8	3	15,6	8%	-	-	-
96	Brauhaus	1850	9	12	16,5	16%	5	3,4	32%
97	Wohngebäude	-	9	2	40,0	14%	2	1,9	18%
98	Schreinerei	1949	8	9	23,2	22%	-	-	-
99	Schule	1914	8	6	15,0	39%	-	-	-
100	Bauernhof	1781	8	9	11,6	22%	-	-	-
101	Wohn-/Geschäftsgebäude	-	8	3	45,0	45%	3	5,4	27%
102	Wohngebäude	1965	8	12	24,8	28%	4	10,6	41%
103	Hotel	1907	8	4	23,2	62%	1	12,4	-
104	Brauerei	1831	8	12	32,6	46%	-	-	-
105	Wohn-/Geschäftsgebäude	1886	8	6	31,5	42%	-	-	-
106	Brennerei	1880	8	3	53,5	51%	1	1,3	-
107a	Fabrik	-	9	3	23,2	2%	1	2,6	-
107b	Fabrik	-	9	6	12,8	19%	2	4,1	9%
108	Schule	1876	8	16	19,5	42%	-	-	-
109	Schule	1897	8	13	27,6	29%	7	5,4	64%
110	Wohngebäude	1926	8	12	19,8	38%	4	3,9	28%
111a	Kirche	1875	8	6	22,1	10%	1	3,1	-
111b	Kirche	1875	8	6	20,4	29%	1	8,0	-
112	Krankenhaus	1928	8	6	15,3	24%	2	2,6	17%

Nr.	Gebäudetyp	Baujahr	PLZ	Prüfergebnisse Steindruckfestigkeit $f_b$			Prüfergebnisse Mörteldruckfestigkeit $f_j$		
				Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.	Anzahl	Mittel in N/mm <sup>2</sup>	Var.koeff.
113	Zeughaus	1860	8	9	26,3	49%	-	-	-
114	Wohngebäude	-	8	6	37,8	29%	-	-	-
115	Brauerei	1911	8	6	10,1	20%	-	-	-
116	Brauerei	1706	8	9	36,1	37%	3	1,5	15%
117	Wohngebäude	-	8	6	36,6	63%	-	-	-
118	Schule	1914	9	2	68,9	34%	2	1,7	26%
119	Geschäftsgebäude	1860	8	26	22,8	60%	11	9,1	53%
120	Stall	1870	8	3	23,3	7%	3	10,8	10%
121	Polizei	1936	9	12	27,3	23%	4	2,5	33%
122	Wohngebäude	-	8	3	26,3	11%	1	1,4	-
123	Bürogebäude	1812	8	3	35,9	26%	1	7,0	-
124a	-	-	8	6	24,1	14%	-	-	-
124b	-	-	8	3	22,8	19%	-	-	-
125	Schule	1876	8	3	22,5	9%	-	-	-
126	Wohn-/Geschäftsgebäude	-	8	6	26,5	38%	-	-	-
127a	Schule	1911	8	3	23,5	7%	3	3,1	43%
127b	Schule	1911	8	1	28,9	-	1	2,9	-
128	Turnhalle	-	9	6	40,4	30%	-	-	-
129	Wohn-/Geschäftsgebäude	1890	8	6	25,8	50%	2	22,9	14%
130	Wohngebäude	1884	8	9	37,2	49%	4	26,4	38%
131	Post	1906	8	13	31,3	14%	10	6,9	53%
132a	Wohngebäude	1873	8	12	19,1	63%	3	5,0	36%
132b	Wohngebäude	1873	8	3	17,0	10%	-	-	-
132c	Wohngebäude	1873	8	3	17,4	15%	1	7,2	-
133	Kloster	-	8	19	25,4	53%	6	2,4	29%
134	Krankenhaus	1903	0	34	54,7	50%	11	2,6	44%
135	Bürogebäude	1875	0	20	39,7	50%	8	11,9	49%
136	Wohngebäude	1900	8	21	30,2	42%	-	-	-
137	Geschäftsgebäude	-	8	1	25,9	-	3	14,2	9%
138	Bauernhaus	1876	8	6	28,8	22%	-	-	-
139	Wohngebäude	-	8	9	20,7	18%	3	9,9	42%
140	Bürogebäude	1959	8	1	18,4	-	-	-	-