

Universitäts- und Landesbibliothek Bonn  
Abteilung Handschriften und Rara

# Nachlaß Felix Hausdorff

Findbuch

## Vorwort

Der bedeutende Mathematiker Felix Hausdorff (1868-1942), der unter dem Pseudonym Paul Mongré auch philosophische und literarische Werke publizierte, wurde 1921 zum Ordinarius für Mathematik an die Universität Bonn berufen. Vorher hatte er als außerordentlicher Professor in Leipzig und Bonn sowie als Ordinarius in Greifswald gewirkt. Weil er Jude war, wurde er 1935 zwangsemeritiert. Er hat auch danach trotz Demütigungen und Verfolgung unermüdlich weiter mathematisch gearbeitet. Als Anfang 1942 die Deportation in ein Konzentrationslager drohte, nahm er sich am 26.1.1942, gemeinsam mit seiner Frau Charlotte und seiner Schwägerin Edith Pappenheim, das Leben. Sein wissenschaftlicher Nachlaß wurde von seinem Freund, dem Ägyptologen Hans Bonnet, gerettet. Bonnet selbst schildert die Umstände der Rettung und das weitere Schicksal des Nachlasses im Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung 69 (1967), S.75 (151)-76 (152).

Prof. Dr. Günter Bergmann (Münster) hat den Nachlaß Hausdorffs 1964 vom Mathematischen Institut der Universität Bonn übernommen, um ihn zu bearbeiten. Einen vorläufigen Bericht über den Nachlaß publizierte er im Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung 69 (1967), S.62 (138)- 75 (151). G.Bergmann hat in jahrelanger mühevoller Kleinarbeit die jetzige Ordnung des Nachlasses, die im Zuge der Katalogisierung nur an ganz wenigen Stellen unwesentlich verändert wurde, hergestellt. Mittels Tinten- und Papiervergleich und unter Berücksichtigung der sachlichen Zusammenhänge hat er versucht, die undatierten Stücke zeitlich einzuordnen. Er hat auch einige Teile des Nachlasses im Faksimiledruck publiziert: Felix Hausdorff *Nachgelassene Schriften*. Hrsg.von Günter Bergmann, Bd.1.2. Stuttgart 1969.

1980 konnte die Universitätsbibliothek Bonn durch Vermittlung von Prof. Bergmann den Nachlaß Hausdorffs erwerben. 1992 wurde der Nachlaß von Hausdorffs Tochter Lenore König der Universitätsbibliothek Bonn übereignet, und 1994 übergab Prof. Bergmann noch eine große Anzahl Fotos aus dem Besitz von Frau König an die UB Bonn. Aus dem Nachlaß König wurden alle diejenigen Stücke in den Nachlaß Hausdorff umgelegt, die ursprünglich in seinem Besitz waren oder aus seiner bzw. seiner Frau Feder stammen (Briefe, Lebensdokumente, Fotos). Der so angereicherte Nachlaß Hausdorff wird im vorliegenden Findbuch verzeichnet. Alle Frau König, deren Gatten und Kinder betreffenden Stücke verblieben im Nachlaß König; das betrifft auch einige Bilder von Hausdorff, soweit sie in Alben der Familie König eingeklebt sind. Dieser noch nicht erschlossene Nachlaß hat ein wissenschaftliches Interesse vor allem für das Studium der Judenverfolgung im Dritten Reich und natürlich für Hausdorff-Biographen.

Bei allen Eintragungen im Findbuch, die sich auf Stücke aus dem 1980 erworbenen Nachlaß Hausdorff beziehen, ist die Zugangsnummer Hs 80/4 aus Gründen der Platzersparnis nicht angegeben. Bei allen aus dem Nachlaß König

stammenden Stücken ist die Zugangsnummer (H 92.3 bzw. für die meisten Fotos H 94.5) in einer eigenen Zeile nach den Schlagworten eingetragen. So kann die Provenienz eines jeden Stücks sofort eindeutig festgestellt werden.

Die Katalogisierung des Nachlasses Hausdorff erfolgte mit Personalmitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft von Oktober 1993 bis Dezember 1995. Verwendet wurde das an der Staats- und Universitätsbibliothek Hamburg Carl von Ossietzky von Dr. Harald Weigel entwickelte Datenbankprogramm HANS (Datenbank für Handschriften, Autographen, Nachlässe und Sonderbestände in Bibliotheken). HANS beruht auf dem Programm ALLEGRO C (Universitätsbibliothek der TU Braunschweig, Dipl.-Math. Bernhard Eversberg). Die Hausdorff-Katalogisate sollen in die im Aufbau befindliche Zentraldatei der Nachlässe und Autographen in Berlin Eingang finden und werden darüber abgerufen und recherchiert werden können.

Der gesamte im Findbuch verzeichnete NL Hausdorff besteht aus 25978 Blatt (ohne Fotos), zum größten Teil in einem Format, welches dem heutigen DIN A 5-Format nahekommt (16,5x21 cm). Er ist in 63 Kapseln untergebracht (Kapseln 1-26a, 26b-57, 61-65). Die Werkmanuskripte (einschließlich der Vorlesungsnachschriften aus Hausdorffs Studentenzeit) in den Kapseln 1-57 sind in Faszikel eingeteilt; die Faszikel sind von 1-1182 durchnummeriert. Jeder Faszikel hat eine eigene, vom Bearbeiter angebrachte Blattzählung unten rechts, soweit nicht - was selten vorkommt - von Hausdorff selbst blattweise paginiert worden ist (oben rechts). Ein Zitat Hausdorffs, welches sich beispielsweise auf der Rückseite von Bl.2, Fasz.1171, Kapsel 56 befindet, wäre also folgendermaßen nachzuweisen: NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz.1171, Bl.2v. Die Kapseln 58-60 sind für Ergänzungen frei geblieben. Die an Hausdorff gerichteten Briefe in Kapsel 61 sind nach Absendern alphabetisch und dann chronologisch geordnet. Ein analoges Ordnungsprinzip gilt für die Briefe von Hausdorff in Kapsel 62. In Kapsel 63 befinden sich die Lebensdokumente, in Kapsel 64 die Sammelstücke und in Kapsel 65 die Fotos. In jeder dieser Kapseln sind die Einzelstücke nummeriert, um sie eindeutig zuordnen zu können.

Das Findbuch für den NL Hausdorff wurde mit LATEX hergestellt. Es existiert eine Papierversion in einigen Exemplaren. Für den Versand an Nutzer steht eine elektronische Version zur Verfügung; der Nutzer kann sich dann selbst einen Ausdruck herstellen. Besitzer des Programms ALLEGRO/HANS können auch die komplette Hausdorff-Datei erhalten und haben damit die vielfältigen elektronischen Recherchemöglichkeiten zur Verfügung, die HANS bietet.

Die Einträge für Manuskripte (Faszikel 1-1182) haben in HANS den folgenden Aufbau: Die Kopfzeile (fett gedruckt) gibt die Signatur an. Es folgt der Titel des Faszikels (Hauptsachtitel). Steht der Titel ohne Klammern, stammt er von Hausdorff selbst. Hat Hausdorff keinen Titel angegeben, so wurde vom Bearbeiter ein Titel gewählt. Dieser steht dann in eckigen Klammern. Nach einem Doppelpunkt folgt ein erläuternder Zusatz zum Hauptsachtitel (Vorle-

sungsmanuskript, Studie, Referat, Notiz, Fragment etc.); er stammt stets vom Bearbeiter. Nach einem Schrägstrich folgt der Name des Autors. Dann kommt eine weitere Erläuterung, z.B. Hs. Ms. = Handschriftliches Manuskript, oder auch die Angabe, daß ein Manuskript nur stichpunktartig oder in Stenographie verfaßt ist. Es folgt die Ortsangabe (Entstehungsort). Steht der Ort ohne Klammern, geht er aus dem Manuskript explizit hervor. Ist die Ortsangabe aus Zusammenhängen erschlossen worden, steht sie in eckigen Klammern. Dasselbe gilt für die auf die Ortsangabe folgende Angabe der Entstehungszeit. Der Kopf des Katalogisats schließt mit der Angabe des Umfangs.

Nach einem Absatz folgt die Kategorie Fußnoten. Sie enthält - stets gegebenenfalls - Angaben zu Hausdorffs Numerierung der Bögen, zum Zustand des Manuskripts (Beschädigungen, Lesbarkeit), zur Datierung, ferner Hinweise auf von Hausdorff verwendete Literatur, Bezüge zu anderen Faszikeln und sonstige Angaben, die dem Bearbeiter im Hinblick auf den vorliegenden Faszikel mitteilenswert erschienen. Bei den Vorlesungen sind auch Angaben darüber enthalten, wann und wo Hausdorff diese Vorlesungen gehalten hat. Stehen diese Angaben in Klammern, wurden sie aus Vorlesungsverzeichnissen oder Personalakten erschlossen, ansonsten stammen sie von Hausdorff selbst. Die Kategorie Fußnoten kann natürlich auch unbesetzt sein.

Auf die Fußnoten folgt die Inhaltsangabe (Regest) des Manuskripts. Bei Faszikeln, die Hausdorff selbst durch Paragraphen und/oder Zwischenüberschriften gegliedert hat (z.B. seine Vorlesungen), wird diese Einteilung übernommen; die entsprechenden Angaben stehen in Anführungszeichen. Bei größeren Faszikeln wird zu den inhaltlichen Schwerpunkten die zugehörige Blattzählung angegeben. Diese Kombination ermöglicht es den Nutzern, gezielt von den sie speziell interessierenden Teilen Kopien zu bestellen. Für diejenige Faszikel, die G. Bergmann 1969 in den beiden erwähnten Nachlaßbänden ediert hat, wurden keine Regesten angefertigt, weil diese Manuskripte in zahlreichen Bibliotheken eingesehen werden können. Für die wenigen Faszikel, für die G. Bergmann 1967 in der o.g. Arbeit im Jahresbericht der DMV Regesten publiziert hat, wurde auf diese verwiesen.

Hausdorff hat in seinen Manuskripten sehr oft auf Literatur verwiesen, ohne die bibliographischen Daten immer vollständig anzugeben. In den Fußnoten bzw. in den Regesten wurden diese Daten vom Bearbeiter vervollständigt (bei umfangreicheren Literaturzusammenstellungen aus Platzersparnis ohne Titel).

Ist ein Faszikel ediert, so erfolgt unter „Edition:“ der entsprechende Nachweis, ebenso, falls Sekundärliteratur existiert, der entsprechende Nachweis unter „Lit.:“. Schließlich folgen unter „SW:“ die Schlagworte (zur Problematik der Schlagwortvergabe s. die Vorbemerkung beim Sachverzeichnis). Die letzte Zeile der Titelaufnahme enthält, falls sie besetzt ist, die Zugangsnummer.

Die Titelaufnahmen für Briefe, Lebensdokumente, Sammelstücke und Fotos folgen den gleichen Prinzipien.

Der Nachlaß Hausdorff ist für die wissenschaftliche Forschung nach den Benutzungsbestimmungen der Abteilung Handschriften und Rara der ULB Bonn grundsätzlich benutzbar. Rechtliche Einschränkungen bezüglich einer Einsichtnahme bestehen bis zum Jahr 2000 für die Briefkollektion Alexandroff/Urysohn-Hausdorff in Kapsel 61.

Für die Förderung des Projekts der Erschließung des Nachlasses von Felix Hausdorff sowie für vielfältige Hilfe und Unterstützung geht ein herzlicher Dank an die Professoren Bergmann (Münster), Brieskorn (Bonn), Hirzebruch (Bonn) und Scholz (Wuppertal) sowie an den Direktor der ULB Bonn, Herrn Dr. Rau, die Leiterin der Handschriftenabteilung der ULB Bonn, Frau Dr. Pinkwart und an die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter Herrn Pohl, Frau Schaper und Frau Weidlich.

Bonn, 21.12.1995

W.Purkert

## Inhaltsverzeichnis

- Kapseln 1-26a: Vorlesungs- und Vortragsmanuskripte sowie Übungen u.Seminare
- Kapseln 26b-30: Manuskripte von veröffentlichten Arbeiten, Korrekturfahnen etc.
- Kapseln 31-52: Zu Lebzeiten unveröffentlichte wissenschaftliche Manuskripte (Studien, Referate, Sammlungen zu Spezialgebieten, Notizen, Literaturübersichten, Rechnungen ohne Text). Darunter befinden sich auch einige Ausarbeitungen, die Teile von Vorlesungen oder Seminarvorbereitungen waren.
- Kapseln 53-57: Vorlesungsmitschriften, Übungen und Ausarbeitungen aus Hausdorffs Studentenzeit
- Kapseln 58-60: Diese Kapseln bleiben für Ergänzungen frei.
- Kapsel 61: Briefe an Hausdorff
- Kapsel 62: Briefe von Hausdorff
- Kapsel 63: Lebensdokumente
- Kapsel 64: Sammelstücke
- Kapsel 65: Fotos

Als Anhang ist die Kapsel „Hausdorff“ verzeichnet, die sich im Besitz des Archivs der Universität Bonn befindet.

Zur besseren Übersicht über die Anordnung der Studien, Referate, Sammlungen etc. in den Kapseln 31-52 geben wir im folgenden das Verzeichnis wieder, das G.Bergmann anlässlich der Übereignung des Nachlasses angefertigt hat:

## Studien und Referate

- Kapsel 31: Jahrgänge 1907-1908, 1910-1914, 1915-1919, 1920-1924; mit Datum
- Kapsel 32: Jahrgänge vor 1922; datumslos
- Kapsel 33: Jahrgänge 1915-1925 (Axiomatik topologischer Räume usf.), mit Datum; Jahrgänge 1925-1929, mit Datum
- Kapsel 34: Jahrgänge 1921-1930, datumslos; Gruppe um 1930, datumslos
- Kapsel 35: 1930- Februar 1934, mit Datum, erster Teil
- Kapsel 36: 1930- Februar 1934, mit Datum, zweiter Teil
- Kapsel 37: 1930- Februar 1934, datumslos + Reste und Fragmente
- Kapsel 38: März 1934 - August 1936, mit Datum, 1969 fast ganz veröffentlicht
- Kapsel 39: März 1934 - August 1936, datumslos. a) 1969 veröffentlichte, b) nicht veröffentlichte, c) Reste
- Kapsel 40: September 1936 - März 1938, mit Datum, 1969 fast ganz veröffentlicht
- Kapsel 41: September 1936 - März 1938, datumslos
- Kapsel 42: April 1938 - April 1940, a) mit Datum, b) ohne Datum
- Kapsel 43: Juni 1940 - 16.01.1942, a) mit Datum, b) ohne Datum + Teil von Nr. 55 aus Kapsel 18

## Sammlungen und umfangreiche Berichte über Spezialgebiete

- Kapsel 44: a) Relativitätsprinzip (um 1917)  
b) „Varia“ (im wesentlichen 1910-1920)  
c) Konvergenz von Reihen nach Orthogonalfunktionen (1914-1918)
- Kapsel 45: a) Das Momentenproblem (20er Jahre)  
b) Summationsmethoden und Momentfolgen (20er Jahre)  
c) Wahrscheinlichkeitsrechnung, Perron-Stieltjes-Integral (20er Jahre)
- Kapsel 46: a) Lipschitzsche Zahlensysteme (1936-1939)  
b) Clifford-Lipschitzsche Zahlensysteme (1926-1935)
- Kapsel 47: a) Kurventheorie (K.Menger) (30er Jahre)  
b) Dimensionstheorie (30er Jahre, mit Vorläufern aus den 20er Jahren)
- Kapsel 48: a) Kleine Manuskriptsammlungen I (vor 1930)  
b) Kleine Manuskriptsammlungen II (nach 1930)

- Kapsel 49: a) Kleine Abhandlungen über Naturwissenschaft und  
Mathematik (vor 1910)  
b) Notizsammlungen zur Psychologie, Philosophie (vor  
1910)  
c) Buchbesprechung von B.Russell: The principles of  
Mathematics (vor 1910)
- Kapsel 50: Manuskript-Reste I
- Kapsel 51: Manuskript-Reste II
- Kapsel 52: Notizbücher, Tafeln, Bücher mit Nachlaßcharakter.



Hausdorffs eigene Arbeiten werden im Findbuch mit Nummern zitiert; zugrunde liegt das folgende

## Literaturverzeichnis

- [1] *Zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung* (Dissertation), Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 43 (1891), S.481-566.
- [2] *Zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung II, III*, Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 45 (1893), S.120-162, 758-804.
- [3] *Über die Absorption des Lichtes in der Atmosphäre* (Habilitationsschrift), Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 47 (1895), S.401-482.
- [4] *Infinitesimale Abbildungen in der Optik*, Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 48 (1896), S.79-130.
- [5] *Das Risiko bei Zufallsspielen*, Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 49 (1897), S.497-548.
- [6] *Analytische Beiträge zur nichteuklidischen Geometrie*, Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 51 (1899), S.161-214.
- [7] *Zur Theorie der Systeme komplexer Zahlen*, Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 52 (1900), S.43-61.
- [8] *Beiträge zur Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 53 (1901), S.152-178.
- [9] *Über eine gewisse Art geordneter Mengen*, Ber. über die Verh. der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe 53 (1901), S.460-475.
- [10] *Das Raumproblem* (Antrittsvorlesung an der Universität Leipzig, gehalten am 4.7.1903), Annalen der Naturphilosophie 3 (1903), S.1-23.
- [11] *Der Potenzbegriff in der Mengenlehre*, Jahresber. der DMV 13 (1904), S.569-571.
- [12] *Eine neue Strahlengeometrie* (Besprechung von E. Studys *Geometrie der Dynamen*), Zeitschrift für math. und naturwiss. Unterricht 35 (1904), S.470-483.
- [13] *B. Russell: The Principles of Mathematics*, Vierteljahresschrift für wiss. Philosophie und Sociologie 29 (1905), S.119-124.

- [14] *Die symbolische Exponentialformel in der Gruppentheorie*, Ber.über die Verh.der Königl.Sächs.Ges.der Wiss.zu Leipzig. Math.-phys.Klasse 58 (1906), S.19-48.
- [15] *Untersuchungen über Ordnungstypen I,II,III*, Ber.über die Verh.der Königl.Sächs.Ges.der Wiss.zu Leipzig. Math.-phys.Klasse 58 (1906), S.106-169.
- [16] *Untersuchungen über Ordnungstypen IV,V*, Ber.über die Verh.der Königl.Sächs.Ges.der Wiss.zu Leipzig. Math.-phys.Klasse 59 (1907), S.84-159.
- [17] *Über dichte Ordnungstypen*, Jahresber.der DMV 16 (1907), S.541-546.
- [18] *Grundzüge einer Theorie der geordneten Mengen*, Math.Annalen 65 (1908), S.435-505.
- [19] *Die Graduierung nach dem Endverlauf*, Abhandlungen der Königl.Sächs. Ges.der Wiss.zu Leipzig. Math.-phys.Klasse 31 (1909), S.295-334.
- [20] *Zur Hilbertschen Lösung des Waringschen Problems*, Math.Annalen 67 (1909), S.301-305.
- [21] *Bemerkung über den Inhalt von Punktmengen*, Math.Annalen 75 (1914), S.428-433.
- [22] *Die Mächtigkeit der Borelschen Mengen*, Math.Annalen 77 (1916), S.430-437.
- [23] *Dimension und äußeres Maß*, Math.Annalen 79 (1919), S.157-179.
- [24] *Der Wertvorrat einer Bilinearform*, Math.Zeitschrift 3 (1919), S.314-316.
- [25] *Zur Verteilung der fortsetzbaren Potenzreihen*, Math.Zeitschrift 4 (1919), S.98-103.
- [26] *Über halbstetige Funktionen und deren Verallgemeinerung*, Math. Zeitschrift 5 (1919), S.292-309.
- [27] *Summationsmethoden und Momentfolgen I,II*, Math.Zeitschrift 9 (1921), S.74-109, 280-299.
- [28] *Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen*, Math.Zeitschrift 16 (1923), S.163-169.
- [29] *Momentprobleme für ein endliches Intervall*, Math.Zeitschrift 16 (1923), S.220-248.
- [30] *Die Mengen  $G_\delta$  in vollständigen Räumen*, Fundamenta Math. 6 (1924), S.146-148.
- [31] *Zum Hölderschen Satz über  $\Gamma(x)$* , Math.Annalen 94 (1925), S.244-247.
- [32] *Beweis eines Satzes von Arzelà*, Math.Zeitschrift 26 (1927), S.135-137.
- [33] *Lipschitzsche Zahlensysteme und Studysche Nablafunktionen*, Journal für reine und angewandte Mathematik 158 (1927), S.113-127.

- [34] *Die Äquivalenz der Hölderschen und Cesàroschen Grenzwerte negativer Ordnung*, Math. Zeitschrift 31 (1930), S.186-196.
- [35] *Erweiterung einer Homöomorphie*, Fundamenta Math. 16 (1930), S.353-360.
- [36] *Zur Theorie der linearen metrischen Räume*, Journal für reine und angewandte Mathematik 167 (1931/32), S.294-311.
- [37] *Zur Projektivität der  $\delta$ -Funktionen*, Fundamenta Math. 20 (1933), S.100-104.
- [38] *Über innere Abbildungen*, Fundamenta Math. 23 (1934), S.279-291.
- [39] *Gestufte Räume*, Fundamenta Math. 25 (1935), S.486-502.
- [40] *Über zwei Sätze von G.Fichtenholz und L.Kantorovitch*, Studia Math. 6 (1936), S.18-19.
- [41] *Summen von  $\aleph_1$  Mengen*, Fundamenta Math. 26 (1936), S.241-255.
- [42] *Die schlichten stetigen Bilder des Nullraums*, Fundamenta Math. 29 (1937), S.151-158.
- [43] *Erweiterung einer stetigen Abbildung*, Fundamenta Math. 30 (1938), S.40-47. Bücher:
- [44] *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig: Veit & Co.1914.
- [45] *Mengenlehre*, zweite neubearbeitete Aufl., Berlin: W.de Gruyter & Co. 1927.
- [46] *Mengenlehre*, dritte Aufl., Berlin: W.de Gruyter & Co. 1935.

Desweiteren publizierte Hausdorff eine Besprechung von E.Landaus *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen* im Jahresber.der DMV 20 (1911), S.92-97 und zwei Probleme in der Problemrubrik der Fundamenta Math. (Nr.58, Fund.Math. 20 (1933), S.286 und Nr.62, Fund.Math. 25 (1935), S.578).

### **NL Hausdorff: Kapsel 1: Fasz. 1**

Analytische Geometrie : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1896 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1896, SS. – 82 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. 9 Bll. (Bll. 7-10, 19, 21, 22, 27, 28) befinden sich in Kapsel 4, Fasz. 18; Bll. 76-78 doppelt, 2.Serie mit dem Vermerk „nicht vorgetragen“, entspr. Bll.76a-78a.

Inhalt: Bll.1-2: Einführung (histor. und erkenntnistheor. Bemerkungen, u.a. Vergleich von synthetischem und analytischem Vorgehen); 1-6: „Geometrie auf einer Geraden“ (u.a. Doppelverhältnis); Bll.6-69: „Analytische Geometrie der Ebene“ mit den Teilpunkten: 6-8: „1.Koordinatensysteme und Trigonometrie“ (u.a. Bipolarkoordinaten und geometrische Örter); 8-12: „2.Funktion und Kurve“; 13-17: „3.Zwei- und dreireihige Determinanten“ (mit Andeutung des n-reihigen Falls); 18-27: „4. Theorie der geraden Linie“ ; 27-39: „5.Kreise“; 40-69: „6. Theorie der Kegelschnitte“ (Klassifikation und ausführliche Behandlung der einzelnen Kurven); 70-79: „Einleitung in die analytische Geometrie des Raumes“ (nur kurz: Koordinaten, Richtungskosinus, Ebenengleichung).

SW: Geometrie; Analytische Geometrie; Kegelschnitte

### **NL Hausdorff: Kapsel 1: Fasz. 2**

Mathematische Einführung in das Versicherungswesen : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1896 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1896, SS. – 66 Bll.

Gehalten auch SS 1898 und SS 1900 an der Univ. Leipzig (Angabe Bl.1). [Den Studenten der Leipziger Handelslehranstalt war die Vorlesung unter der Rubrik „Vorlesungen an der Universität“ empfohlen]. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Nach Blatt 30 vier unpaginierte Bll. mit dem Vermerk „kürzere Fassung von pp.26-30“ eingelegt, entspr. Bll.26a- 29a; am Ende Bll.9a,10a mit dem Vermerk „nicht vorgetragen“ und Bll. I-VI Übungsaufgaben, eingelegt in eine handschriftlich kopierte Sterbetafel.

Inhalt: Bl.1: Einführende Bemerkungen (insbesondere zum Verhältnis von Theorie und Praxis); Bll.2-6: „Potenzen, Wurzeln, Logarithmen“; 7- 9: „Politische Arithmetik“ (Zinseszinsformel, unterjährige Verzinsung, stetige Verzinsung; Auf- und Abzinsungsfaktoren; Barwerte von Renten); 10-11: „Hauptbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ (Laplace-Def., einfache Verteilungen); 12-14: „Sterblichkeitstafeln“; 15-29a: „Versicherung auf einzelne Leben“ (Barwerte und Prämien verschiedener Renten, Kapitalversicherung auf Todesfall, auf Erlebensfall und gemischt; Tarife mit Prämienermäßigung und Rückgewähr); 31- 37: „Versicherung auf verbundene Leben“ (Barwerte und Prämien verschiedener Verbindungsrenten); 38-56: „Nachträgliche Bemerkungen zu den Versicherungen auf einzelne und auf verbundene Leben“ (Beziehungen zwischen Rente, einmaliger Prämie, jährl. Prämie; Tontinen; Netto- und Bruttoprämie; Prämienreserve; Risikoprämie); I-VI: „Aufgaben zur Versicherungsmathematik“.

SW: Versicherungsmathematik; Finanzmathematik; Politische Arithmetik;  
Zinseszinsrechnung; Rentenrechnung; Sterbetafeln; Prämien; Tontinen

### **NL Hausdorff: Kapsel 1: Fasz. 3**

Politische Arithmetik : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1897 / Felix Hausdorff. –  
Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1897, SS. – 67 Bll.

Gehalten auch stark gekürzt im WS 1898/1899 an der Univ. Leipzig (Angabe Bl.1). [Die Vorlesung war den Studenten der Handelslehranstalt unter der Rubrik „Vorlesungen an der Universität“ empfohlen]. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Nach Bl.9 folgen Bll.9a,9b; nach Bl.31 folgen zwei unpaginierte Bll. mit dem Vermerk „An Stelle von pp.32-36“, entspr. Bll.31a-32a; am Ende unpaginiert 4 Bll. Aufgaben, entspr. Bll.60-63.

Inhalt: Bll.1-3: „1.Mathematische Vorbemerkungen“; 4-5: „2.Zinseszinsrechnung“; 5-11: „3.Tilgung von Anleihen“; 12- 23: „4.Curse von Anleihen“ (insbes. Kurse bei Raten- und Annuitätentilgung, Prämienanleihen); 24-28: „5.Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ (Laplace-Def. als Grundlage, hypergeometrische Verteilung); 29-39: „6.Zufallsspiele. Risico“ (Gewinnerwartung; durchschnittl. und mittleres Risiko; Approximation durch Gaußverteilung); 40-46: „7.Roulette“; 47-52: „8.Das Lotto“ (5 aus 90; Klassenlotterie); 53-56: „9.Anleihentilgung als Zufallsspiel“ (Auslosung von Anteilsscheinen); 57-59: „10. Übergang zur Versicherungsmathematik“; 60-63: „Aufgaben zur politischen Arithmetik“.

SW: Versicherungsmathematik; Finanzmathematik; Politische Arithmetik;  
Zinseszinsrechnung; Tilgungspläne; Anleihen; Kurse; Zufallsspiele; Roulette;  
Lotto; Klassenlotterie

### **NL Hausdorff: Kapsel 1: Fasz. 4**

Analytische Geometrie des Raumes : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1897/98 /  
Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1897/98, WS. – 75  
Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert.

Inhalt: Bll.1-17: „I.Coordinaten im Raume“ (einschl.Beziehungen zur sphärischen und ebenen Trigonometrie); 18-31: „II.Ebene und Gerade“; 32-38: „III.Einiges über die Kugel und den geraden Kegel“; 39-58: „IV.Homogene Coordinaten“ (Anfänge der projektiven Geometrie der Ebene und des Raumes, Linienskomplexe); 59-75: „V.Flächen zweiter Ordnung“ (Klassifikation der Flächen 2.Ordnung und eingehende Behandlung der einzelnen Flächen).

SW: Geometrie; Analytische Geometrie des Raumes; projektive Geometrie;  
Flächen 2.Ordnung

## NL Hausdorff: Kapsel 1: Fasz. 5

Mathematische Statistik : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1897/1898 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1897/98, WS. – 65 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bl.50 ist leer.

Inhalt: Bll.1-3: Einführende Bemerkungen (Zeitgenössische Auffassungen zum Wesen der Statistik, Hausdorffs eigene Auffassung; Literatur); Bll.4-49: „Erster Theil: Die Beziehungen zwischen Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“ mit den Punkten Bll.4-8 „I.Abriss der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ (Wahrscheinlichkeit von Hypothesen, Bayessche Formeln, Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit; Wiederholung von Ereignissen); 9-15: „II.Mathematische Vorbereitung. Die allgemeine Facultätsfunction“ (Gammafunktion; Eulersche Integrale); 16-35: „III.Das Gaußsche Fehlergesetz“ (Gaußverteilung und ihre Parameter; Satz von Moivre-Laplace und andere Approximationen mit Anwendungen); 35-49: „IV.Theoretische Prüfung statistischer Ergebnisse, insbesondere der Bevölkerungsstatistik“ (u.a.Prüfung der Übereinstimmung empirischer Werte der Normalgruppe einer Sterbetafel und des Geschlechterverhältnisses bei Neugeborenen mit der Hypothese der Normalverteilung bzw. Binomialverteilung); Bll.51-65: „Zweiter Theil. Theoretische Veranschaulichung statistischer Probleme“ mit den Punkten Bll.51-58 „Die Gesamtheiten der Bevölkerungsstatistik“ (theoretische und graphische Analyse von Bevölkerungsstatistiken); 59-65: „Die Zeunerschen Formeln“ (kontinuierliche Approximation bevölkerungstatistischer Daten im Falle großer Bevölkerungsmassive; Anwendung auf die Eulersche Annahme, daß die Bevölkerung wie ein Kapital bei Zinseszins wächst).

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Mathematische Statistik; Bevölkerungsstatistik; Sterbetafeln; statistische Hypothese

## NL Hausdorff: Kapsel 2: Fasz. 6

Einführung in die projective Geometrie : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1898/1899 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1898/99, WS. – 191 Bll.

Die vorliegende Fassung ist die überarbeitete, im WS 1901/02 vorgetragene Fassung. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Teile der alten Fassung vom WS 1898/99 (Bll. 43-49 und Bll. 93-111) sind mit den Vermerken „W.S. 01/ 02 blieb 43-49 weg“ bzw. „W.S. 01/02 93-111 andere Fassung: 93- 147“ am Ende angefügt, entspr. Bll.148-173. Nach Bl.77 liegen Bll. A61- A77 mit dem Vermerk „Umarbeitung von p. 60-77“. Bll.50, 79 u.80 sind leer.

Inhalt: Bll.1-2: Einführung (mit historischen Bemerkungen); 3-28: „1.Gerade Punktreihe und Strahlenbüschel“ (synthetisch und analytisch behandelt); 29-42: „2.Collineation“ (in der Ebene, synthetisch behandelt); 51-78: „3.Homogene Koordinaten“ (Allgemeines; baryzentrische Koordinaten; homogene Linienkoordinaten; Kollineationen); 81- 92: „4.Theorie der Kegelschnitte“ (projektive Erzeugung; Klassifikation, Kurven 2.Ordnung und 2.Klasse); 93-130 „5.Synthetische Behandlung der Kegelschnitte“ (Sätze von Pascal und Brianchon; metrische Eigenschaften der Kegelschnitte; Cayleysche Maßbestimmung; Verhalten zweier Kegelschnitte zueinander); 131-147: „6.Projective Geometrie des Raumes“ (Dualität im Raum; Kollineationen; Flächen 2.Ordnung und Flächen 2.Klasse); 148-154 (alte Bll.43-49): Kollineationen in der Ebene (analytisch behandelt); 155-173 (alte Bll.93-111): synthetische Behandlung der Kegelschnitte.

SW: Geometrie; Projektive Geometrie; Dualität; Kurven 2.Ordnung; Flächen 2.Ordnung; Cayleysche Maßbestimmung; Kollineationen

## NL Hausdorff: Kapsel 2: Fasz. 7

Complexe Zahlen und Vektoren : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1899 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1899, SS. – 54 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Auf Bl.33 folgen 33a und 33b. Die Vorlesung wurde für das SS 1902 stark umgearbeitet (s. Kapsel 3, Fasz. 15). Nur Bll.1-12, 8.Z.v.u. und wahrscheinlich Bll.42, 3.Z.v.u.-52 der vorliegenden Vorlesung wurden auch in der Vorlesung von 1902 verwendet.

Inhalt: Bll.1-3: Einführung (Bemerkungen zum Zahlbegriff und zum sukzessiven Aufbau des Zahlensystems; erkenntnistheoretische Bemerkungen zur Realität mathematischer Objekte; Literatur); 3-9: „1.Einführung der gemeinen complexen Zahlen“ (mittels Paaren reeller Zahlen, Bemerkungen zur Axiomatik; Eulersche Formeln); 10-20: „2.Geometrische Darstellung der gemeinen complexen Zahlen“ (geometrische Darstellung; gebrochen- lineare Substitutionen; Funktionen komplexen Arguments; die Zahlenkugel); 21-34: „3.Die höheren complexen Zahlen“ (Beispiele für Verknüpfungen, die nicht alle Gesetze der gewöhnlichen Arithmetik erfüllen; hyperkomplexe Systeme aus n-tupeln komplexer (reeller) Zahlen, Nullteiler; charakteristische Gleichung; direkte Summe zweier hyperkomplexer

Systeme (Reduzibilität, irreduzible Systeme); Multiplikation zweier hyperkomplexer Systeme); 35-44: „4.Hamiltons Quaternionen“ (Quaternionen und ihre geometrische Bedeutung); 45-52: „5.Alternierende Zahlen. Grassmanns Punkt- und Streckenrechnung“ (mit Anwendung auf die Determinanten und auf die Punkt- und Streckenrechnung nach Möbius und Grassmann).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; komplexe Zahlen; Quaternionen; Grassmannalgebren; Determinanten

### **NL Hausdorff: Kapsel 2: Fasz. 8**

Ausgewählte Capitel der höheren Geometrie : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1899/ 1900 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1899/1900, WS. – 94 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bl.84 ist leer. Die Vorlesung ist nicht, wie sonst meist üblich, in Paragraphen gegliedert.

Inhalt: Bll.1-3: Einführung (Wechsel des Raumelements, Idee der n- dimensionalen Mannigfaltigkeit, Beispiele); 3-23: Kreiskomplexe (Kreisküschel; Kreisverwandtschaft, Fixpunkte und Klassifikation der Kreisverwandtschaften); 24-33: Kreisgeometrie auf der Kugel (Kreisverwandtschaft auf der Kugel, Zusammenhang mit den Quaternionen); 33- 55: Kreisverwandtschaft auf Flächen konstanter negativer Krümmung, Trigonometrie im spärischen, ebenen und pseudospärischen Fall, spärische, euklidische und hyperbolische Geometrie; Parallelen, Winkelsumme und Inhalt von Dreiecken in der hyperbolischen Geometrie; Kreise in der hyperbolischen Geometrie; Konforme Abb. zwischen Ebene, Kugel und Pseudosphäre, elliptische, hyperbolische und parabolische Bewegungen und Strahlungen; 55- 67: Beltramische Abb., Cayleysche Maßbestimmung; gemeinsame Gewinnung der drei ebenen metrischen Geometrien mittels Cayleyscher Maßbestimmung; 68-83: Cayleysche Maßbestimmung im Raum (Bewegungen im Raum; Cliffordsche Fläche; Zusammenhang mit den Quaternionen und den Cliffordschen Biquaternionen); 85- 94: Liniengeometrie im Raum (Linienkomplexe, Linienkongruenzen, Liniennächen).

SW: Geometrie; nichteuklidische Geometrie; euklidische Geometrie; hyperbolische Geometrie; elliptische Geometrie; Kreisgeometrie; Liniengeometrie; Kreisverwandtschaften; Cayleysche Maßbestimmung; Quaternionen; Biquaternionen; Pseudosphäre

### **NL Hausdorff: Kapsel 2: Fasz. 9**

Einleitung in die Analysis und Determinantentheorie : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1900 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1900, SS. – 108 Bll.

Gehalten auch WS 1903/1904 (Angabe Bl.69). Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Nach Bl. 15 folgen 3 unpag.Bll., entspr. Bll.15a-15c, nach Bl.16 ein unpag. Bl., entspr. Bl.16a, nach Bl.17 ein unpag. Bl., entspr. Bl.17a, nach Bl.36 folgen



36a und ein unpag. Bl., entspr. Bl.36b. Ab Bl.37 ist das Manuskript diejenige Version, die im WS 1903/04 vorgetragen wurde. Bll.37- 70 der Version von 1900 liegen nach Bl. 68 bei mit dem Vermerk „W.S. 03/04 S.37-70 geändert“, entspr. Bll.69-102.

Inhalt: Bll.1-10: „1.Ganze Funktionen“ (Polynome; Lagrangesche Interpolationsformel; binomischer Lehrsatz; algebraische Einführung der Ableitung von Polynomen). 10-13: „2.Complexe Zahlen“. 14-16: „3.Binomische Gleichungen und Gleichungen bis zum 4.Grade“. 17- 19: „4.Der Fundamentalsatz der Algebra“. 19-36: „5.Reelle algebraische Gleichungen“ (einschl.g.g.T. zweier ganzer Funktionen; Abzählung der Wurzeln, Sturmscher Satz; numerische Berechnung der Wurzeln; algebraische Zahlen, Radikale, geometrische Konstruierbarkeit von Wurzeln). 37-48: „6.Symmetrische Funktionen“ (Fundamentalsatz für symmetrische Funktionen; Diskriminante und Resultante). 49-68: „7.Determinanten“ (zwei- und dreireihige Det.; Def. der n-reihigen Det. nach Leibniz; Minoren, Entwicklungssätze; Multiplikationssatz; homogene lineare Gleichungssysteme; Resultante als Determinante, Vandermondesche Determinante, Cirkulante; symmetrische und schiefsymmetrische Determinanten; orthogonale Transformationen). Bll.69-102 (Bll.37-70 der ursprünglichen Version von 1900): 69: algebraische Zahlen; Beweis nach Cantor, daß es transzendente Zahlen gibt; 70-76: Abzählung komplexer Wurzeln in einem Gebiet, Satz von Cauchy; Spezialfall: Satz von Sturm; 77- 88: symmetrische Funktionen der Wurzeln, Newtonsche Formeln; Waringsche Formeln, Zurückführung einer Gleichung 4. Grades auf eine kubische Gleichung; Diskriminante; 89-102: Determinanten (Einführung mit Grassmanns alternierenden Zahlen; Laplacescher Entwicklungssatz; homogene lineare Gleichungssysteme, Rang; Resultante zweier Polynome; Multiplikationssatz; Vandermondesche Determinante; symmetrische und schiefsymmetrische Det.; orthogonale Transformationen).

SW: Algebra; Analysis; lineare Algebra; Fundamentalsatz der Algebra; algebraische Gleichungen; Determinanten; Sturmscher Satz; lineare Gleichungssysteme; Diskriminante; Resultante; symmetrische Funktionen

## **NL Hausdorff: Kapsel 2: Fasz. 10**

Wahrscheinlichkeitsrechnung : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1900/1901 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1900/1901, WS. – 143 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Auf Bl.2 folgt Bl.2a; Bll.28 u. 56 sind leer; auf Bl.80 folgen 80a-80d; auf Bl.112 folgen 4 unpag. Bll. „Anhang zur Methode der kleinsten Quadrate“, entspr. Bll.112a-112d; auf Bl.124 folgen 2 unpag. Bll. „Correlation (Bravais, Pearson)“, entspr. Bll.124a-124b, danach 8 Bll. durchgerechnete Beispiele zu verschiedenen Themen der Vorl. unter dem Titel „Vermischte Beispiele“, entspr. Bll. 125-132.

Inhalt: Bll.1-2a: Einführung (Bem. zum Wesen des Zufalls: Zufall ist für H. nur subjektiv; historische Bem., Literatur); 3-28: „1.Grundzüge der Wahrschein-

lichkeitsrechnung“ (Diskussion der grundlegenden Hypothesen, insbes. des Problems der gleichmöglichen Fälle; Additionssatz; bedingte Wahrscheinlichkeit; Multiplikationssatz; Binomialverteilung, Polynomialverteilung; hypergeometrische Verteilung; Bayessche Formeln, Bayessesches Prinzip, Bem. zur Kritik an diesem Prinzip; bedingte Wahrscheinlichkeit und Bayessche Formeln im stetigen Fall). 29-44: „2.Theorie der Zufallsspiele“ (Gewinnerwartung; Petersburger Paradoxon; Roulette; Zahlenlotto; Ruin eines Spielers; Spielrisiko; Spielreserve). 45- 55: „3.Über einige transcendente Functionen“ (Gammafunktion; Eulersche Integrale; Gaußverteilung). 57-64: „4.Der Bernoulli’sche Satz“ (schwaches Gesetz der großen Zahl von Bernoulli; Vertrauensgrenzen für unbekanntes  $p$ ). 65-98: „5.Das Gauß’sche Fehlergesetz“ (systematische und zufällige Fehler; diskrete und stetige Fehler; Fehlerverteilung; Fehlerverteilung beim Rundungsfehler; Fehlergesetz von Gauß, Diskussion von Gauß’ Herleitung; zentraler Grenzwertsatz, Brunssche Reihe, Vermutung zum Momentenproblem(Bl.78); Beispiele, in denen der zentrale Grenzwertsatz nicht gilt; Folgerungen aus dem Gaußgesetz für die praktische Anwendung). 99-112: „6.Methode der kleinsten Quadrate“ (Schätzung aus Beobachtungen; Problem der Gewichte; Schätzung mehrerer Unbekannter, Normalgleichungen; Berechnung der mittleren Fehler; Anhang Bll.112a-112d: Ausgleichung durch Minimierung der Summe der Beträge der Fehler, hier eine Grundidee der linearen Optimierung); 113-124: „7.Das Gauss’sche Gesetz in der Ebene und im Raum“ (mehrdimensionale Gaußverteilungen und ihre Anwendung auf das Fehlerproblem; Maxwellsche Verteilung). 124a-124b: der Korrelationskoeffizient in der zweidimensionalen Gaußverteilung; 125-132: durchgerechnete Beispiele.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Wahrscheinlichkeit; Zufall; Fehlergesetze; Gesetz der großen Zahl; Methode der kleinsten Quadrate; zentraler Grenzwertsatz; Brunssche Reihe; Normalverteilung; Ausgleichsrechnung; Glücksspiele; lineare Optimierung

### **NL Hausdorff: Kapsel 3: Fasz. 11**

Kartenprojection : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1900/1901 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1900/1901, WS. – 57 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert.

Inhalt: Bll.1-2: Einführung (Begriff der Karte; Probleme der Projektion; Literatur); 3-28: „I.Elementargeometrische Herleitung der wichtigsten Abbildungen“ (Koordinaten und geographische bzw. astronomische Begriffe auf der Erd- bzw. Himmelskugel; Zentralprojektionen; Zylinderprojektionen; Kugelprojektionen; flächentreue Abbildungen anderen Typs; polykonische Abbildungen). 29-57: „II.Differentialgeometrische Behandlung“ (winkeltreue Abbildungen, konforme Abb. in der Ebene, Verbindung zur Funktionentheorie, Lagrange’s konforme Abb.; flächentreue Abbildungen; Verzerrungen). Die Vorlesung enthält im laufenden Text zahlreiche historische Bemerkungen.

SW: Angewandte Mathematik; Kartenprojektionen; Zentralprojektion; Zylinderprojektion; Kugelprojektion; flächentreue Projektion; winkeltreue Projektion

### **NL Hausdorff: Kapsel 3: Fasz. 12**

Mengenlehre : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1901 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1901, SS. – 66 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bll.51 u. 52 sind leer. Bl.37 enthält Hausdorffs handschriftlichen Vermerk „a) nach mündlicher Mittheilung von Cantor, b) von mir selbst vorgetragen 27.6.1901. Dissertation von F. Bernstein empfangen 29.6.1901.“ a) besagt, daß die Kardinalzahl der Menge der abzählbaren Typen größer oder gleich der Kardinalzahl des Kontinuums ist, b) beweist die umgekehrte Ungleichung.

Inhalt: Bll.1-4: Einführung (Literatur; philosophische und historische Bemerkungen zum Unendlichkeitsproblem); 5-28: „1.Cap. Die transfinite Cardinalzahl (Mächtigkeit)“ (Definition, Beispiele; Dedekinds Unendlichkeitsdefinition; Rechnen mit Kardinalzahlen, Potenzen; Vergleich von Kardinalzahlen, Äquivalenzsatz von Bernstein, Bem. zum damals offenen Problem der Unvergleichbarkeit; abzählbare Mengen; Mengen von der Mächtigkeit des Kontinuums; Abbildungen mehrdimensionaler auf eindimensionale Kontinua, das Dimensionsproblem; Mächtigkeit der Potenzmenge einer Menge, Kontinuumhypothese). 29-50: „2.Cap. Der Ordnungstypus und die Ordnungszahl (transfinite Ordinalzahl)“ (Cantors Erzeugungsprinzipien als heuristische Einführung; geordnete Mengen, Ordnungstypen; Rechnen mit Ordnungstypen; die Typenklasse der abzählbaren Mengen; wohlgeordnete Mengen, Ordnungszahlen; Vergleichbarkeit von Ordnungszahlen; Rechnen mit Ordnungszahlen; Zahlklassen, Alephreihe, Antinomie der Menge aller Alephs). 53-66: „3.Cap. Über Punktengen“ (Häufungspunkte; Cohärenz und Adhärenz, Ableitung; isolierte, insichdichte, abgeschlossene, perfekte Mengen; höhere Ableitungen, Mengen erster und zweiter Gattung; Satz

von Cantor-Bendixson; dichte Mengen in einem Intervall; perfekte, in einem Intervall nirgends dichte Mengen; Mächtigkeit perfekter Mengen, Beweis der Cantorschen Kontinuumhypothese für abgeschlossene Mengen).

SW: Mengenlehre; Kardinalzahlen; Ordnungstypen; Ordnungszahlen; Zahlklassen; Punktmengen; Typenklassen

### **NL Hausdorff: Kapsel 3: Fasz. 13**

Differentialgeometrie : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1901 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1901, SS. – 151 Bll.

Gehalten auch SS 1903 (Angabe Bl.1) und [SS 1905] in Leipzig. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bll.23-24 fehlen (Paginierungsfehler, keine Lücke); nach Bl.34 ein unpag. Bl., entspr. Bl.34a; Bll. 59 u. 60 sind leer; nach Bl.120 folgt 120a; nach Bl. 130 folgt ein unpag. Bl. mit dem Vermerk „Abkürzung S.131-135“, entspr. Bl.130a; nach Bl.139 folgen 11 Bll., paginiert 7-17, entspr. Bll.140-150, vermutlich die erste Version von 1901, die 1903 durch die im laufenden Text liegenden Bll.7-17 ersetzt wurden.

Inhalt: Bll.1-22: „I.Ebene Curven“ (Grundbegriffe; Kurvenscharen, Enveloppen; Krümmungskreis; natürliche Gleichung; Beispiele: Kettenlinie, Traktrix, log. Spirale, Kardioide, Zykloide; Evoluten und Evolventen; Rollkurven, Epi- und Hypozykloiden). 25-48: „II.Raumcurven“ (Grundbegriffe, Bestimmung für die Kurve charakteristischer Geraden und Flächen; zylindrische Schraubenlinien; Kurven konstanter Krümmung; sphärische Kurven; Bertrandsche Kurven; Evoluten und Evolventen). 49-58: „III.Regelflächen und abwickelbare Flächen“ (Geodätische; windschiefe Regelflächen; von Raumkurven erzeugte Regelflächen; analytische Behandlung). 61-80: „IV.Allgemeine Flächentheorie. Einführung in die natürliche Geometrie der Flächen“ (Krümmungslinien, Asymptotenlinien, Geodätische; Sätze über Krümmungslinien, Hauptkrümmungen; Dupinsche Indikatrix; sphärische Abbildungen). 81-109: „V.Gauss'sche Flächentheorie“ (Fundamentalgrößen erster und zweiter Ordnung; Hauptkrümmungsradien; geodätisches Orthogonalsystem; Gleichungen von Mainardi-Codazzi; Gesamtkrümmung, Flächen konstanter Gaußscher Krümmung; Minimalflächen; konforme Abb.; Evolute einer Fläche; Weingartenflächen). 110- 139: „VI.Besondere Flächen. A.Flächen constanten Krümmungsmasses. B.Flächen constanten mittlerer Krümmung.“ (Flächen konstanter Gaußscher Krümmung, Zusammenhang mit den nichteuklidischen Geometrien; abwickelbare Flächen; Rotationsflächen; Flächen konstanter mittlerer Krümmung; Katenoide, Minimalflächen; allg. Schraubenflächen; allg. Theorie der Minimalflächen; dreifach orthogonale Flächensysteme, Flächen 2.Ordnung; Regelflächen).

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; ebene Kurven; Raumkurven; Flächentheorie; Gaußsche Flächentheorie; Minimalflächen; Regelflächen; abwickelbare Flächen; Krümmung; Schraubenflächen

### NL Hausdorff: Kapsel 3: Fasz. 14

Nichteuklidische Geometrie I : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1901/1902 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1901/1902, WS. – 105 Bll.

Gehalten auch im SS 1904 in Leipzig (Angabe Bl.85). Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Auf Bl.84 folgen 10 unpag., teilweise beidseitig beschriebene Bll. mit dem Vermerk „Statt S.63-79 im S.S. 1904 vorgetragen“, entspr. Bll.85-94; auf Bl.94 folgen 11 Bll. des Beginns einer Vorlesung unter dem Titel „Nichteuklidische Geometrie II“ mit dem Vermerk „S.S. 1902 nicht gehalten“, entspr. Bll. 95-105.

Inhalt: Bll.1-4: Einführung (philosophische und historische Bemerkungen). 5-12: „§1.Das Parallelenaxiom“ (Hilbertsches Axiomensystem; Sätze, die sich ohne Parallelenaxiom beweisen lassen; äquivalente Sätze zum Parallelenaxiom). 13-37: „§2.Die pseudosphärische Geometrie“ (Parallelen, Parallelwinkel, Parallel-  
distanz; Abstandslinie; Flächenmessung; Bestimmung des Parallelwinkels; Hyperbelfunktionen; hyperbolische Trigonometrie, rechtwinkliges Dreieck; Viereck mit drei rechten Winkeln; das allgemeine Dreieck). 38-54: „§3.Analytische Geometrie in der Lobatschewskij’schen Ebene“ (verschiedene Koordinatensysteme; Geradengleichung; Minimalabstand zweier Geraden; ideale Punkte und Geraden; Kreise, Überkreise, Grenzkreise; Geradenbüschel und ihre Klassifikation; Grundzüge der Differentialgeometrie). 55-66: „§4.Das Beltrami-Cayley’sche Bild“ (Abb. der hyperbolischen Ebene auf die euklidische Ebene, Fundamental-  
kreis und Fundamentalkegelschnitt; pseudosphärische Kinematik). 67-79: „§5. Die allgemeine projective Maßbestimmung. Sphärische und elliptische Geometrie“ (projektive Maßbestimmung, nichteuklidischer Abstand, hyperbolische, elliptische und parabolische Maßbestimmung; die drei Typen von Geometrie in Abhängigkeit von der Wahl des Fundamentalkegelschnitts; Problem der freien Beweglichkeit; Doppelverhältnis ist unabhängig von der euklidischen Metrik definierbar). 80-84: „§6.Flächen constanten Krümmungsmasses“. 95- 105: „Nichteuklidische Geometrie II“ . 95-97: Einführung (Ausgangspunkt ist die freie Beweglichkeit). 98-105: „§1.Sphärische und elliptische Geometrie“.

SW: Geometrie; nichteuklidische Geometrie; hyperbolische Geometrie; elliptische Geometrie; sphärische Geometrie; euklidische Geometrie; Parallelenaxiom; Cayleysche Maßbestimmung; Flächen konstanter Krümmung

### NL Hausdorff: Kapsel 3: Fasz. 15

Complexe Zahlen und Vektoren : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1902 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1902, SS. – 69 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Die Vorlesung beginnt mit Bl.13, Bll.1- 12 liegen in der gleichbenannten Vorlesung von SS 1899 (Kapsel 2, Fasz. 7). Die Vorl. bricht bei Bl. 56 ab; inhaltlich anschließen würden sich Bll. 42, 3.Z.v.u.-52 der gleichbenannten Vorl. vom SS 1899 ( Kapsel 2, Fasz. 7). Ein unpag. Bl. als Beilage nach Bl.34, entspr. Bl.34a, bezieht sich auf folgende Arbeiten von

E. Study: „Über Systeme von complexen Zahlen“, Nachr. der Königl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1889, S.237-268; „Complexe Zahlen und Transformationsgruppen“, Berichte über die Verhandl. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. zu Leipzig, Math.-phys. Klasse, 1889, S.177-228. Nach Bl.56 folgen 25 unpag. z.T. doppelseitig beschriebene Bll. „Nachträgliches zur Vorlesung über complexe Zahlen“, entspr. Bll.57-81.

Inhalt: Bll.13-33: „3.Die höheren complexen Zahlen“ (Beispiele für Verknüpfungen, die nicht alle Gesetze der Arithmetik erfüllen; Systeme mit 2 Einheiten, reelle und komplexe Koeffizienten; Systeme mit  $n$  Einheiten; Nullteiler, Satz von Frobenius; charakteristische Gleichung; Lineare Substitutionen, Typen von Zahlssystemen; direkte Summe zweier Systeme, Reduzibilität, irreduzible Systeme; Multiplikation zweier Systeme). 34-44: „§4.Beispiele complexer Zahlensysteme“ (Systeme mit  $n$  Einheiten, Klassifikation der irreduziblen Systeme für  $n = 2,3,4$ ; Systeme mit unbestimmter Zahl von Einheiten, Studysche und Weierstraßsche Systeme; Bilinearsysteme (Matrizenalgebren), Rang und Ranggleichung). 45- 56: „§5.Die Hamilton'schen Quaternionen“ . Anhang: Bll.57-62: Bemerkungen zu den verschiedenen Typen von Zahlssystemen, Graßmanns alternierende Zahlen; 63-68: Zusammenhang zu den Bewegungen in der nicht-euklidischen Geometrie; 69-77: Bemerkungen zu einer Funktionentheorie über hyperkomplexen Systemen und zu Bilinearsystemen; 78-81: Notizen zu Vektoralgebra und Vektoranalysis nach Abschnitt I von A. Föppl: „Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität“, Leipzig 1894.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Klassifikation von Algebren; Matrizenalgebren; Graßmannalgebren; Quaternionen; nichteuklidische Geometrie

#### **NL Hausdorff: Kapsel 4: Fasz. 16**

Gewöhnliche Differentialgleichungen : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1902 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1902, SS. – 207 Bll.

Gehalten auch SS 1906 (Angabe Bl.153) in Leipzig. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bll.36, 48 u. 64 sind leer. Nach Bl.112 folgt ein unpag. Bl., entspr. Bl.112a, nach Bl.122 folgt Bl.122a. Bl.79 mit dem Vermerk „Von hier an S.S. 1906 stark gekürzt, s. Umarbeitung.“ Diese Umarbeitung im Umfang von 51 Bll. liegt als Anlage bei (beginnend mit Bl.79, meist aber unpag.) mit dem Vermerk „Umarbeitung S.S. 06. Wegen Zeitmangels stark gekürzt.“, entspr. Bll.153-203.

Inhalt: Bl.0: Einteilung der Dgl.; Literatur; 1-17: „§1.Die gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung“ (Allgemeines; Separation der Variablen; lineare DGl.; homogene DGl.; Additionstheoreme transzendenter Funktionen). 18-36: „§2.Der Euler’sche Multiplikator“ (Allgemeines; Eulers Zerlegungsmethode; geometrische Bedeutung des integrierenden Faktors). 37-47: „§3.Infinitesimale Transformationen“ (Begriff, Beispiele; Gruppeneigenschaft; Anwendung bei Differentialgleichungen). 49-63: „§4.Die Differentialgleichung  $F(x, y, y') = 0$ “ (algebraische DGl.; Integration durch Differentiation; homogene DGl.; singuläre Lösung; Clairautsche DGl., Verallgemeinerung: Gleichung zwischen Berührungsparametern). 65-78: „§5.Linienelemente und Berührungstransformationen“ (Linienelemente, Elementvereine; Berührungstransformationen, Beispiele; Transformation von DGl. durch Berührungstransformationen; infinitesimale Berührungstransformationen). 79- 94: „§6.Die singulären Lösungen“ (Abriß der Theorie mit vielen Beispielen). 95-112a: „§7.Differentialsysteme und Differentialgleichungen höherer Ordnung“ (Allgemeines; totale DGl., geometrische Bedeutung; Systeme gewöhnl. DGl., Anwendungen in der Mechanik; Zusammenhang zwischen Systemen und DGl.  $n$ -ter Ordnung). 113-138: „§8.Lineare Differentialgleichungen und Diff.systeme“ (Allgemeines; Variation der Konstanten; lineare Dgl. mit konstanten Koeffizienten; auf solche zurückführbare DGl.; exakte DGl., Multiplikator; lineare DGl. mit linearen Koeffizienten; lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten). 139- 152: „§9.Einige spezielle Differentialgleichungen“ (binomische Gl.; verkürzte lineare DGl. 2.Ordnung mit variablen Koeffizienten; allgemeine und spezielle Riccati-Gl.; Normalform der DGl. 2. Ordnung, Schwarzsche Ableitung; Besselsche DGl., Besselfunktionen).

SW: Analysis; Gewöhnliche Differentialgleichungen; infinitesimale Transformationen; Berührungstransformationen; Differentialgleichungssysteme; lineare Differentialgleichungen; Clairautsche DGl.; Riccatische Dgl.; Besselsche DGl.; Pfaffsche Differentialgleichungen; algebraische Differentialgleichungen; elementare Integrationsmethoden

#### **NL Hausdorff: Kapsel 4: Fasz. 17**

Analytische Mechanik : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1902/1903 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1902/1903, WS. – 194 Bll.

Gehalten auch [SS 1916, WS 1919/1920] in Greifswald. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bll.1-94: Statik. Bll.95-100 nicht vorhanden, aber keine inhaltliche Lücke. Bll.101-196: Dynamik. Auf Bl.134 Mitte Vermerk „von hier bis p. 143 weggelassen“. Bl.164 ist leer. Bll.33-36 sind doppelt vorh., die zweite Version trägt den Vermerk „Nicht vorgetragen“, entspr. Bll.197-200.

Inhalt: Bl.1: Aufgabe der Mechanik, Literatur; 2-36: „1.Zusammensetzung der Kräfte am starren Körper“ (Kraftbegriff; Zusammensetzung von Kräften; Vektoren; starre Körper; Stäbe [in einer Linie verschiebbare Kräfte]; Addition von Stäben; Momente; Koppeln [Stäbepaare]; freie und gebundene Plangrößen, Vektormomente; Dynamen [Stabsummen]; Darstellung von Dynamen als Summe zweier Stäbe; Momente von Dynamen; Dynamenbündel; Anwendungen, Stäbe im Gleichgewicht). 37-52: „2.Die Kräfte am starren Körper in analytischer Darstellung“ (Darstellung von Stäben und Dynamen; Momente; parallele Kräfte; Schwerpunkt; kontinuierliche Raumerfüllung, Dichten). 53-76: „3.Gleichgewicht eines Punktes und eines starren Körpers“ (freie und unfreie Punkte; Gleichungen und Ungleichungen als Nebenbedingungen; nichtholonome Bedingungen; freie und unfreie Systeme, starre Körper; Gleichgewicht eines Punktes, Prinzip der virtuellen Verrückungen; Gleichgewicht eines starren Körpers). 77-94: „4.Das allgemeine Prinzip der virtuellen Verschiebungen“ (Historisches, Amperes Beweis; Gleichgewichtsbedingungen bei unfreien Systemen; Fall der Existenz eines Kräftepotentials; Anwendung des Prinzips: Fadenpolygon und Fadenkurve). 101-116: „5.Kinematik eines Punktes und Einführung des Kraftbegriffs“ (Bem. zum Zeitbegriff; Bewegung, Geschwindigkeit, Beschleunigung; Bahn- und Zentripetalbeschleunigung; Kräfte, Trägheitsprinzip, Superpositionsprinzip, Zusammenhang zur Beschleunigung; Masse, CGS-System; Impuls; Aktion und Reaktion). 117-151: „6.Fallbewegung. Centralbewegung. Elastische Bewegung“ (Allgemeines; Gravitationsgesetz; Keplersche Gesetze; Bahntypen der Zentralbewegung; Bertrandsches Theorem; elastische Schwingungen; elastische Zentralbewegung; gedämpfte und erzwungene Schwingungen). 151-163: „7.Pendelbewegung. Unfreie Bewegung eines Punctes“ (Allgemeines; Kreispendel; Zykloidenpendel, Tautochronie; Bewegung eines Punktes auf gegebener Fläche, sphärisches Pendel). 165-196: „8.Dynamik eines Massensystems“ (d’Alembertsches Prinzip; Prinzip des kleinsten Zwanges; Lagrange- Gleichungen 2. Art; Energieprinzip; Hamiltonprinzip; Schwerpunktintegral, Flächenintegrale; Dynamik starrer Körper, Trägheitsmomente; physisches Pendel).

SW: angewandte Mathematik; Mechanik; analytische Mechanik; Statik; Dynamik; starre Körper; Zentralbewegung; elastische Bewegung; d’Alembertsches Prinzip; Lagrange-Gleichungen; Hamiltonprinzip; Pendel

#### **NL Hausdorff: Kapsel 4: Fasz. 18**

Analytische Geometrie : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1904 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1904, SS. – 83 Bll.



Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bll. 6-9, 13,15,16,27,28 sind beziehentlich die Bll.7-10,19,21,22,27,28 der gleichbenannten Vorlesung vom SS 1896 (s. Kapsel 1, Fasz. 1). Nach Bl.36 folgt 36a; Bll.44 u. 78 sind leer.

Inhalt: Bll.1-4: „1.Geometrie von einer Dimension“. 5-82: „Analytische Geometrie der Ebene“ mit den Paragraphen: Bll.5-11 „2.Coordinaten. Funktion und Kurve“. 12-27: „3.Theorie der geraden Linie“. 28-43: „4.Theorie des Kreises“ (Allgemeines; Kreisbüschel; Kreise auf der Kugel; Kreisverwandtschaft). 45-56: „5.Theorie der Ellipse“. 57-66: „6.Hyperbel und Parabel“. 67- 77: „7.Die Curven 2. Ordnung und 2. Klasse“. 79-82: „Anhang. Einige Curven höherer Ordnung“ (Evoluten von Kegelschnitten; Fußpunktkurven von Kreis und Kegelschnitten; Kurven, die aus den Kegelschnitten durch Inversion am Kreis hervorgehen; Polarisierung).

SW: Geometrie; Analytische Geometrie; Kegelschnitte; ebene Kurven

#### **NL Hausdorff: Kapsel 4: Fasz. 19**

Differential- und Integralrechnung : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1904/1905 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1904/1905, WS. – 156 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bll.45-48 sind nicht vorhanden (inhaltl. Lücke). Bll.8 und 140 sind leer. Bl.62 trägt die Paginierung 62/ 63. Auf Bl. 80 folgen Bll.81a-81d.

Inhalt: Bll.1-2: Literatur, historische Bemerkungen; 2-7: „1.Variable und Function“. 9-20: „2.Der Grenzbegriff“ (Folgen; Funktionen; Grenzwertsätze; stetige Funktionen). 21-36: „3.Der Differentialquotient“ (Definition, geometrische Bedeutung; Differentiationsregeln; Ableitung der elementaren Funktionen; einseitige Ableitungen; stetige, nirgends differenzierbare Funktionen). 37-56: „4.Allgemeine Differentiationsregeln“ (Differentialrechenregeln; Kettenregel; Kurven in Parameterdarstellung; Mittelwertsätze [bis Bl.44, dann Lücke]; ab 49: partielle Ableitungen; Ableitung impliziter Funktionen; totales Differential). 57-62: „5.Die höheren Differentialquotienten“ (Definition; höhere Differentiale; höhere partielle Ableitungen; Satz von Schwarz). 64-68: „6.Die unbestimmten Formen“. 69-81: „7.Die Taylor'sche Reihe“ (Herleitung; Entwicklung der elementaren Funktionen; Taylorreihe für zwei Variable). 81a-81d: „8.Maximum und Minimum“ (Extremwerte bei einer und bei zwei Variablen). 82-92: „9.Einiges über unendliche Reihen“ (Konvergenzbegriffe; Konvergenzkriterien; alternierende Reihen, bedingte Konvergenz; Potenzreihen). 93-108: „10.Differentialgeometrie ebener Curven“ (Bogendifferential; Tangente; Normale; zahlreiche Beispiele; Krümmung; Evoluten, Evolventen; Berührung von Kurven; singuläre Punkte). 109-124: „11.Unbestimmte Integration“ (Begriff; Integrationsregeln; Integration rationaler Funktionen). 125-139: „12.Geometrische Anwendungen“ (Quadraturproblem, anschauliche Einführung des bestimmten Integrals; Beispiele für Quadraturen; Rektifikation ebener Kurven; Kubatur und Komplanation von

Rotationskörpern). 141-158: „13. Das bestimmte Integral“ (Riemannsches Integral; erster Mittelwertsatz; Hauptsatz der Infinitesimalrechnung; uneigentliche Integrale; Integration von Potenzreihen, gleichmäßige Konvergenz; gliedweise Differentiation von Potenzreihen; Doppelintegrale).

SW: Analysis; Differentialrechnung; Integralrechnung; Differentialgeometrie; ebene Kurven; Reihen

## NL Hausdorff: Kapsel 5: Fasz. 20

Einführung in die Theorie der kontinuierlichen Transformationsgruppen : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1905/1906 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1905/1906, WS. – 146 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-37, entspr. Bll.1-146.

Inhalt: Bl.1: Literatur; 2-12: „1.Der Gruppenbegriff“ (Begriff der Transformationsgruppe [H. versteht unter Gruppen zunächst nur Halbgruppen, s. Bll.8 u. 15; ab Bl.16 betrachtet er aber nur noch wirkliche Gruppen]; diskontinuierliche Gruppen; kontinuierliche Gruppen; allgemeines Einteilungsschema der Transformationsgruppen mit historischen Bemerkungen). 13-48: „2.Besondere Gruppen der Ebene“ (Begriff der  $r$ -parametrischen Gruppe in der Ebene; einparametrische Gruppen; zweiparametrische Gruppen; Untergruppen; transitive, intransitive, primitive, imprimitive Gruppen; Bewegungsgruppe; konjugierte [bei H. gleichberechtigte] Transformationen, konjugierte Untergruppen, Normalteiler, Veranschaulichung dieser Begriffe an der Bewegungsgruppe; die homogene lineare Gruppe; die affine Gruppe; die allgemeine projektive Gruppe; Untergruppen derselben, invariante Gebilde, Zusammenhang zur nichteuklidischen Geometrie). 49-60: „3.Isomorphismus“ (Isomorphismen [bei H. holoedrische Isomorphismen]; Homomorphismen [bei H. meroedrische Isomorphismen]; Beispiele; Homomorphiesatz; Invarianten: invariante Funktionen, Differentialinvarianten, invariante Gleichungen). 61-72: „4.Die infinitesimalen Transformationen“ (Begriff; die von einer inf. Transf. erzeugte einparametrische Gruppe; der Operator (das Symbol) einer inf. Transf., symbolische Exponentialfunktion; Erzeugung einparametrischer Gruppen). 73-96: „5.Der Aufbau mehrgliedriger Gruppen aus eingliedriger“ (wesentliche Parameter; Kriterium dafür, daß  $r$  Parameter wesentlich sind; Vektorraum der infinitesimalen Transformationen, Bedeutung seiner Dimension; Beispiele). 97-116: „6.Der Hauptsatz der Gruppentheorie“ (Multiplikation der Operatoren infinitesimaler Transformationen, Klammern, Jacobische Identität; hinreichende und notwendige Bedingungen, daß  $r$  Operatoren eine Gruppe erzeugen, Strukturgleichungen; Strukturkonstanten; Beispiele; Ausdehnung auf Gruppen in  $n$  Variablen; Beispiele dazu). 117-146: „7.Anwendungen der infinitesimalen Transformationen“ (Vertauschbare Operatoren; Untersuchungen von Eigenschaften der Gruppe durch das Studium der von den zug. inf. Transf. erzeugten Lie-Algebra; Invarianten).

SW: Algebra; Gruppentheorie; Geometrie; Lie-Gruppen; Lie-Algebren; Transformationsgruppen; infinitesimale Transformationen; Invarianten; Differentialinvarianten

## NL Hausdorff: Kapsel 5: Fasz. 21

Zahlentheorie : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1906/1907 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1906/1907, WS. – 221 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-55, entspr. Bl. 1-217. Als Anhang folgen 4 durchgestrichene Bl.: 218-221, die einen später verworfenen ersten Entwurf für §7 „Darstellung von Zahlen durch Formen“ (Bl. 198 ff) darstellen. Einige Bl. sind stark verschmutzt und z.T. beschädigt.

Inhalt: Bl. 1-2: Zitate über und von Gauß; Literatur; 3-24: „§1. Teilbarkeit der Zahlen“ (Primzahlen; vollkommene Zahlen; ggT und kgV; Eulersche Funktion; Möbiussche Funktion; Riemannsche Zetafunktion). 25- 50: „§2. Congruenzen“ (Definition; Sätze über Kongruenzen; lineare Kongruenzen; kleiner Fermatscher Satz; Wilsonscher Satz; Lösbarkeitsbedingung für lineare Kongruenzen; Zusammenhang mit diophantischen Gleichungen; Kongruenzketten; Zerlegung des Moduls; Systeme linearer Kongruenzen; allgemeines über Polynomkongruenzen; Fall eines Primzahlmoduls). 51-81: „§3. Potenzreste und binomische Congruenzen“ (Ordnung einer Zahl mod  $m$ ; Primitivwurzeln; Perioden von Dezimalbrüchen; Fall eines Primzahlmoduls; Kreisteilungsgleichungen; binomische Kongruenzen,  $n$ -te Potenzreste; Lösbarkeitskriterien für binomische Kongruenzen nach Primzahlmoduln; zusammengesetzte Moduln; einige spezielle Resultate dazu). 82-112: „§4. Quadratische Reste“ (Sätze über Reste und Nichtreste bei Primzahlmoduln; Legendresymbol; Gaußsches Lemma; quadratisches Reziprozitätsgesetz; geometrische Interpretation; Anwendung des Reziprozitätsgesetzes; Jacobi-Symbol; quadratische Reste nach einem zusammengesetzten Modul; verallgemeinerter Wilsonscher Satz; pythagoräische Tripel und Fermat-Vermutung). 113-152: „§5. Kettenbrüche“ (Definition; Näherungsbrüche; Kettenbrüche und lineare Kongruenzen; äquivalente Zahlen; quadratische Irrationalitäten (periodische Kettenbrüche); Determinante einer Zahl, reduzierte Irrationalzahlen gegebener Determinante; ambige Zahlen; Entwicklung einer Quadratwurzel; Pellsche Gleichung). 153-221: „Quadratische Formen“ mit den Paragraphen: Bl. 153-197: „§6. Äquivalenz der quadr. Formen“ (Begriff der Form, Historisches; primitive und abgeleitete Formen; Einteilung nach der Determinante; Darstellung einer Zahl durch eine Form, äquivalente Formen; Einteilung in Formklassen, Determinante der Klasse; Bestimmung aller linearen Transformationen, die zwei eigentlich äquivalente Formen ineinander überführen; Fall uneigentlicher Äquivalenz; Äquivalenztheorie für indefinite Formen; Äquivalenztheorie für definite Formen). 198-217: „§7. Darstellung von Zahlen durch Formen“ (Problemstellung; Darstellungszyklen; Zusammenhang mit den quadratischen Resten; Zahlenbeispiele; eigentliche und uneigentliche Darstellungen).

SW: Zahlentheorie; elementare Zahlentheorie; quadratisches Reziprozitätsgesetz; Kettenbrüche; quadratische Formen; Pellsche Gleichung; Kongruenzen

## NL Hausdorff: Kapsel 5: Fasz. 22

Algebraische Gleichungen : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1907 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1907, SS. – 172 Bl.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-43, entspr. Bl.1-172.

Inhalt: Bl.1: Literatur; 2-28: „§1.Ganze Functionen“ (Polynome; Teilbarkeit; Resultante; Ableitung; Interpolation; Polynome mehrerer Variabler, partielle Ableitungen). 29-47: „§2.Der Fundamentalsatz der Algebra“ (komplexe Zahlen; Einheitswurzeln; Beweis des Fundamentalsatzes nach Cauchy, historische Bemerkungen zu anderen Beweisen; Folgerungen aus dem Fundamentalsatz). 48-74: „§3.Numerische Auflösung der Gleichungen“ (reelle Wurzeln reeller Gleichungen; Satz von Rolle; reelle Wurzeln in einem Intervall, Sätze von Descartes und Fourier; Sturmsche Reihen, Satz von Sturm; Näherungsverfahren: Lagrangesche Kettenbruchmethode, regula falsi, Newton-Verfahren, Graeffesche Methode). 75-94: „§4.Symmetrische Functionen“ (Hauptsatz; Newtonsche Formeln; Grad und Gewicht; Diskriminante und Resultante). 95-132: „§5.Mehrwertige Functionen u.Permutationsgruppen“ (Wertigkeit einer Funktion von  $n$  Variablen bei Permutation der Variablen; symmetrische Gruppe, Untergruppen; Resolvente einer Gleichung; Cardanosche Formel; Beziehungen zwischen Funktionen, die bei ein und derselben Untergruppe invariant bleiben; Normalgleichung; zweiwertige Funktionen und alternierende Gruppe; Zusammensetzung gerader Permutationen aus Zyklen, Anwendung auf Funktionen; Beweis (nach Abel), daß Gleichungen höheren als 4. Grades nicht durch Radikale auflösbar sind). 133-156: „§6.Die Galois'sche Gruppe“ (nachdem im vorigen Paragraphen die Galoistheorie der vollen symmetrischen Gruppe entwickelt wurde, werden jetzt Funktionen von Größen untersucht, zwischen denen algebraische Relationen bestehen; Festsetzung des Grundkörpers, reduzible und irreduzible Polynome; Galoissche Resolvente; Galoisgruppe; Hauptsätze der Galoisschen Theorie); 157-172: „§7.Cyklische Gleichungen“ (Normalgleichungen; zyklische Gruppen, zyklische Gleichungen; Zusammenhang mit den binomischen Gleichungen, Kreisteilung; Vereinfachungen für reelle Körper; Kreisteilungsgleichungen vom Primzahlgrad; Konstruktion regulärer  $n$ -Ecke mit Zirkel und Lineal).

SW: Algebra; algebraische Gleichungen; Galoistheorie; Fundamentalsatz der Algebra; Sturmsche Reihen; zyklische Gleichungen; Kreisteilungsgleichungen; Satz von Abel

### **NL Hausdorff: Kapsel 6: Fasz. 23**

Differential- und Integralrechnung : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1907/1908 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1907/1908, WS. – 198 Bll.

Die Vorlesung gliedert sich in einen ersten Teil „Elementare Differential- und Integralrechnung“ mit mehr anschaulichen Begründungen (Bll.2-156) und einen zweiten Teil „Strengere Begründung der Differential- und Integralrechnung“ (Bll.157-198). Sie bricht bei Bl.198 ab; die Integralrechnung (Riemann-Integral) fehlt im zweiten Teil. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bll.23, 24, 48, 60, 83, 84, 139, 140 sind leer. Bll.107 und 108 fehlen. Bll.187 und 188 sind doppelt vorhanden, die erste Version, entspr. Bll.186a u. 186b, ist durchgestrichen.

Inhalt: Bl.1: Literatur; 2-4: „1.Functionen“. 5-22: „2.Differentialquotienten“ (Begriff; geometrische Bedeutung; Differentiationsregeln; Differentiation der elementaren Funktionen). 25-47: „3.Allgemeine Differentiationsregeln“ (Kettenregel; partielle Ableitungen; Differentiation impliziter Funktionen; Differentiale; totales Differential; orthogonale Funktionensysteme). 49-82: „4.Höhere Ableitungen. Taylor’sche Reihe“ (höhere Ableitungen; höhere Differenzen; höhere partielle Ableitungen; Taylorreihe; Entwicklung der elementaren Funktionen; Bernoullische und Eulersche Zahlen; Taylorreihe für zwei Variable). 85-106: „5.Geometrische Anwendungen der Differentialrechnung (Ebene Curven)“ (Tangente, Normale, Bogendifferential; Beispiele: Traktrix, Kreisevolvente, Kettenlinie, Astroide; Parallelkurven; Polarkoordinaten, Spiralen; Fußpunktkurven; Krümmung; Evoluten und Evolventen; singuläre Punkte). 109-138: „6.Das unbestimmte Integral“ (Integrationsregeln; Integration der elementaren Funktionen; Integration durch Reihen; Integration der rationalen Funktionen; Integration algebraischer Funktionen: auf rationale zurückführbare; elliptische und Abelsche Integrale). 141-156: „7.Geometrische Anwendungen der Integralrechnung“ (Quadraturen ebener Flächen; Rektifikation; Kubatur von Rotationskörpern; Komplanation von Rotationsflächen; Schwerpunkte; Guldinsche Regeln). 157-176: „8.Grenzwerte und unendliche Reihen“ (Grenzwerte von Folgen; unendliche Reihen; Reihen mit positiven Gliedern; Konvergenzkriterien; Reihen mit beliebigen Gliedern, bedingte Konvergenz, alternierende Reihen). 177-190: „9.Grenzwerte von Functionen einer stetigen Variablen. Stetigkeit. Differenzierbarkeit. Mittelwerthsätze“. 191-198: „10.Unbestimmte Formen. Maxima u.Minima. Die Taylor’sche Reihe“.

SW: Analysis; Differentialrechnung; Integralrechnung; Differentialgeometrie; ebene Kurven; unendliche Reihen

### **NL Hausdorff: Kapsel 6: Fasz. 24**

Differentialgleichungen : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1908 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1908, SS. – 270 Bll.

Gehalten auch im [SS 1911] in Bonn, [WS 1914/1915, SS 1917] in Greifswald, ferner SS 1924 (Angabe Bl.1) und [SS 1926] in Bonn. Sie ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-47, entspr. Bll.1-211. Nach Bl.211 findet sich ein anderer Abschluß der Vorlesung ab §8 (Bl.185ff) entsprechend der auf Bl.4 angegebenen ursprünglichen Disposition mit dem Titel „Partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung“, entspr. Bll.212-242. Nach Bl.242 findet sich eine umgearbeitete Version des §8 (Bl.185ff) unter dem Titel „Mechanische Anwendungen“, entspr. Bll.243-266. Nach Bl.266 folgt ein Duplikat (etwas veränderte Version) des Bogens 38 (Bll.175-178), entspr. Bll.267-270.

Inhalt: Bll.1-4: Einteilung der Differentialgleichungen; Literatur; Disposition der Vorlesung. Bll.5-85: „Gewöhnliche Differentialgleichungen 1.Ordnung“ mit den Paragraphen: Bll.5-23: „§1.Die explizite Differentialgleichung“ (partikuläre Lösungen, vollständige Lösung; die lineare DGL.; die homogene DGL.; die Riccatische DGL.). 24-40: „§2.Die implizite Differentialgleichung“ (Allgemeines; Integration durch Differentiation; verschiedene elementar integrabile Fälle; d’Alembertsche DGL.; Clairautsche DGL.; geometrische Anwendungen; Gleichungen zwischen zwei Integralen einer DGL. 2.Ordnung). 41- 58: „§3.Existenzbeweis der Lösungen einer Dg. 1.Ordnung. Singuläre Lösungen.“ (Existenzbeweis nach Cauchy; die implizite DGL. 1.Ordnung, reguläre und singuläre Lösungen; Beispiele). 59-85: „§4.Differentialausdrücke und Multiplikatoren“ (Pfaffsche Formen; Integrierbarkeitsbedingungen bei 2 Variablen; integrierender Faktor; Übertragung auf  $n$  Variable; Pfaffsches Problem; Differentialausdrücke höherer Ordnung, lineare und nichtlineare Differentialausdrücke; Funktionaldeterminanten, unabhängige Funktionensysteme; Wronski- Determinante, linear unabhängige Funktionensysteme). 86-166: „Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung“ mit den Paragraphen: Bll.86-109: „§5.Die Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung“ (Kurvenscharen, wesentliche Konstanten; vollständige und partikuläre Lösung; intermediäre Integrale; Eulerscher Multiplikator; singuläre Lösungen; elementar integrabile Fälle). 110-138: „§6.Lineare Differentialgleichungen“ (Form der vollständigen Lösung, Fundamentalsysteme; Wronski-Determinante, Liouville-Relation; Multiplikatoren, adjungierter Differentialausdruck; die inhomogene Gleichung; Reduktion der Ordnung; lineare DGL. mit konstanten Koeffizienten). 139-166: „§7.Integration durch Reihen“ (Problemstellung; reguläre und singuläre Stellen der DGL.; Legendresche DGL., Legendre-Polynome; Verhalten der Lösung in der Umgebung singulärer Stellen, determinierende Gleichung, Bedeutung ihrer Wurzeln; Gaußsche DGL., hypergeometrische Reihe; Riemannsche  $P$ -Funktionen; Besselsche DGL.). 167-211: „Gewöhnliche Differentialsysteme“ mit den Paragraphen: Bll.167-184: „§7.Das explizite Ds. mit nur ersten Diff.quotienten“ (Allgemeines; Integrale; Zusammenhang zu den partiellen DGL. 1.Ordnung; Eulersche Multiplikatoren, Multiplikatorgleichungen; lineare Systeme; lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten). 185-211: „§8.Die DGL. der Mechanik“ (Keplerproblem, Keplersche Gesetze, Keplergleichung; das  $n$ -Körperproblem; kanonische Form der mechanischen

DGL.; Hamilton-Jacobi-Gleichung). Anhang: 212-242: „Partielle DGL. 1.Ordnung“ (Form der Lösungen; geometrische Deutung; DGL. ohne die unbekannte Funktion; lineare partielle DGL.; Systeme linearer DGL.; vollständige Systeme; nichtlineare partielle DGL. 1.Ordnung).

SW: Analysis; Mechanik; Differentialgleichungen; gewöhnliche Differentialgleichungen; partielle Differentialgleichungen; Differentialgleichungssysteme; lineare Differentialgleichungen; lineare Differentialgleichungssysteme; Keplerbewegung;  $n$ -Körperproblem; Hamilton-Jacobi-Gleichung

### **NL Hausdorff: Kapsel 6: Fasz. 25**

Reihen und bestimmte Integrale : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1908/1909 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1908/1909, WS. – 195 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff als Ergänzung zu der üblichen Vorlesung über Differential-und Integralrechnung gedacht, „wo unendliche Reihen nur knapp, unendliche Prozesse anderer Art (Producte, Kettenbrüche u. dgl.) gar nicht, Integralrechnung hauptsächlich als Umkehrung der Differentialrechnung behandelt zu werden pflegt, während sie selbständiger Behandlung fähig und bedürftig ist.“ (Bl.1) Sie ist von ihm bogenweise numeriert: 1-49, entspr. Bll.1-195.

Inhalt: Bl.1: Ziel der Vorl.; Literatur. 2-12: „1.Irrationalzahlen“ (Problem des Irrationalen, historische Bem.; Einführung mittels Dedekindscher Schnitte). 13-39: „2.Grenzwerte“ (Begriff; Grenzwertsätze; Cauchy-Kriterium; Cantors Theorie der reellen Zahlen; Potenzen, Wurzeln, Logarithmen;  $\lim \sup$  und  $\lim \inf$ ; Häufungspunkte). 40- 55: „3.Unendliche Reihen“ (Konvergenz; Cauchy-Kriterium; harmonische Reihe, die Eulersche Konstante; Satz von Riemann über die Umordnung von Reihen mit unendlich vielen positiven und negativen Gliedern; unbedingte (absolute) und bedingte Konvergenz). 56-75: „4.Reihen mit pos.Gliedern“ (Konvergenzkriterien; Vergleichsskalen, logarithmische Skalen). 76-83: „5.Reihen mit pos.und neg.Gliedern“ (ein allgemeiner Konvergenzsatz; trigonometrische Reihen; Potenzreihen). 84-102: „6.Functionen einer stetigen Variablen“ (Grenzwerte; Stetigkeit; Differenzierbarkeit; obere und untere Grenze; gleichmäßige Stetigkeit; Mittelwertsatz der Differentialrechnung). 103-157: „7.Das bestimmte Integral als Summengrenze“ (unbestimmtes Integral, Existenzproblem für den Flächeninhalt; Definition des Riemann-Integrals; Integritätskriterium; Beispiele für integre Funktionen; Unstetigkeitspunkte einer integreblen Funktion; Eigenschaften des Riemann- Integrals; erster Mittelwertsatz; Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung; partielle Integration, Betafunktionen; Substitution neuer Variabler; Integration unendlicher Reihen, gleichmäßige Konvergenz; Anwendung auf Potenzreihen; Differentiation unter dem Integralzeichen; zweiter Mittelwertsatz). 158-180: „8. Die Fourier'schen Reihen“ (Begriff der trigonometrischen Reihe; Fourierkoeffizienten und Foerierreihe einer Funktion; Sätze über die Darstellbarkeit einer Funktion;



Dirichletsche Bedingungen; Beispiele). 181-195: „9.Uneigentliche Integrale“ (unendliche Integrationsgrenzen; unendlich werdende Integranden; Gammafunktion und Betafunktionen).

SW: Analysis; Differentialrechnung; Integralrechnung; reelle Zahlen; unendliche Reihen; Fourierreihen; uneigentliche Integrale

### **NL Hausdorff: Kapsel 7: Fasz. 26**

Zahlentheorie : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1909 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1909, SS. – 127 Bll.

Gehalten auch SS 1913, SS 1917, (Angabe Bl.1) und [SS 1920] in Greifswald sowie WS 1921/22, WS 1924/25 und SS 1927 (Angabe Bl.1) in Bonn. Sie ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-31, entspr. Bll.0-126. Bogen 20 fehlt (4 Bll., die nach Bl.77 kämen); es handelt sich um eine inhaltliche Lücke, keinen Numerierungsfehler. Vor der eigentlichen Vorlesung liegt ein Blatt mit Zitaten von und über Gauß und mit Literaturangaben (hier Bl.0), welches überschrieben ist mit „Elementare Zahlentheorie“ und deshalb wohl ursprünglich nicht zur Vorlesung gehörte, die mit Bl.1 beginnt. [SS 1920, WS 1924/25 und SS 1927 ist die Vorl. in den Vorlesungsverzeichnissen als „Elementare Zahlentheorie“ angekündigt].

Inhalt: Bll.1-25: „§1.Theilbarkeit der Zahlen“ (Grundbegriffe; Euklidischer Algorithmus; lineare Darstellung des ggT; Primzahlen, Hauptsatz der elementaren Zahlentheorie; vollkommene Zahlen; befreundete Zahlen; Möbius-Funktion, Umkehrformalismus; Eulersche Funktion). 26-38: „§2.Diophantische Gleichungen“ (lineare Gleichungen in  $n$  Variablen; Systeme linearer Gleichungen; Gleichungen höheren Grades, pythagoräische Zahlentripel; Heronische Zahlen; Bemerkungen zum großen Fermatschen Satz). 39-62: „§3.Congruenzen“ (Begriff, Sätze über Kongruenzen; Kongruenzen mit Unbekannten; lineare Kongruenzen; Satz von Fermat-Euler; Wilsonscher Satz; Darstellung von Zahlen als Summe zweier Quadrate; Kongruenzketten; Systeme von Kongruenzen). 63-73: „§4.Die binomische Congruenz“ (Polynomkongruenzen; Fall eines Primzahlmoduls; binomische Kongruenzen,  $n$ -te Potenzreste; Lösbarkeitskriterium für binomische Kongruenzen; Vierquadratesatz von Lagrange). 74-85: „Quadratische Reste“ (Legendresymbol; Restcharakter von  $-1$ ,  $2$ ,  $-2$ ; quadratisches Reziprozitätsgesetz; Jacobi-Symbol; quadratische Reste nach zusammengesetzten Moduln). 86-98: „Exponentialcongruenzen“ (Ordnung einer Zahl mod  $m$ ; Primitivzahlen mod  $m$ ; Perioden von Dezimalbrüchen; Einheiten mod  $m$ ; Kreisteilungsgleichungen; Indices). 99- 126: „§7.Quadratische Formen“ (Grundbegriffe; Diskriminante einer Form; indefinite und definite Formen; Äquivalenz von Formen, Formklassen; Endlichkeit der Klassenzahl zu gegebener Diskriminante; vollständige Systeme eigentlich primitiver Formen; Darstellbarkeit von Zahlen durch Formen; Äquivalenztheorie für den Fall negativer Diskriminante).

SW: Zahlentheorie; elementare Zahlentheorie; Kongruenzen; binomische Kongruenzen; quadratisches Reziprozitätsgesetz; Kreisteilung; quadratische Formen

### **NL Hausdorff: Kapsel 7: Fasz. 27**

Determinanten : Vorlesung Univ. Leipzig SS 1909 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1909, SS. – 109 Bll.

Gehalten auch im SS 1915 in Greifswald (Angabe Bl.1) und im [Zwischensemester für Kriegsteilnehmer 1919] in Greifswald. Sie ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-26, entspr. Bll.1-98. Nach Bl.98 findet sich eine alte Version des Abschnitts „Besondere Determinanten“ mit dem Vermerk „Umgearbeitet“, entspr. Bll.99-109.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-18: „§1.Einführung“ (Grundbegriffe und Determinantensätze für zwei- und dreireihige Determinanten). 19-49: „§2.Determinanten beliebiger Ordnung“ (Permutationen; Definition nach Leibniz; Determinantensätze; Minoren, algebraische Komplemente, Laplacescher Entwicklungssatz; verallgemeinerter Multiplikationssatz). 50- 72: „§3. Auflösung linearer Gleichungen“ (Bedingung für eindeutige Lösbarkeit; geometrische Anwendungen; Resultante zweier Polynome; Diskussion des Falls  $D = 0$  bei einem  $(2, 2)$ -System; Rang einer Matrix, allgemeine Lösungstheorie der  $(n, n)$ -Systeme). 73-90: „§4.Besondere Determinanten“ (Vandermondesehe Determinante; zyklische Determinanten; Smithsche Determinante; symmetrische Determinanten; schiefsymmetrische Determinanten; Kontinuanten; orthogonale Determinanten). 91-98: „Quadratische Formen“ (Zusammenhang von Rang der Matrix und notwendiger Variablenzahl der Form; Transformation auf reine Quadratsummen, Sylvesterscher Trägheitssatz).

SW: Algebra; lineare Algebra; Determinanten; lineare Gleichungssysteme; quadratische Formen; Sylvesterscher Trägheitssatz

### **NL Hausdorff: Kapsel 7: Fasz. 28**

Differentialgeometrie : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1909/1910 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript, z.T. stichpunktartig. – [Leipzig], 1909/1910, WS. – 176 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-42, entspr. Bll.1-176. Nach Bl. 124 liegt eine zweite Version der Bögen 34-36 (Abschnitt Regelflächen) mit dem Vermerk „Statt 34-36“, von H. mit a-i paginiert, entspr. Bll.125-133. Die ursprünglichen Bögen 34-36 folgen danach, entspr. Bll.134-147.

Inhalt: Bll.1-26: „I.Ebene Curven“ (Tangente, Normale, Bogenlänge; Fußpunktcurven; Kurvenscharen, Enveloppen; Krümmung, natürliche Gleichung einer Kurve; Beispiele; Evoluten und Evolventen; Rollkurven; Delaunaysche Kurven, Kettenlinie). 27-42: „II.Bewegungen im Raum“ (Bewegungen in der Ebene; Raumbewegungen, Schraubungen; analytische Darstellung von Drehungen; infinitesimale Drehungen; Schraubungen und insinitesimale Schraubungen). 43-71: „III.Raumcurven“ (zu einer Raumkurve gehörige charakteristische Größen, Geraden und Ebenen, Hauptdreikant der Kurve; Torsionsradius, Torsionswinkel, Frenetsche Formeln; natürliche Gleichung einer Raumkurve; Schmiegunskugel; Beispiele von Raumkurven; Evoluten und Evolventen im Raum; Berührung von Raumkurven). 72-93: „IV.Grundbegriffe der Flächentheorie“ (Tangentialebene, Normale, Hauptdreikant einer Fläche; Krümmungslinien, Asymptotenlinien, Geodätische einer Fläche; Bestimmung von gedätischer

Torsion und Normalkrümmung, Hauptkrümmungen, Gaußsche Krümmung und mittlere Krümmung; Dupinsche Indikatrix; sphärische Abbildung einer Fläche; Bestimmung der geodätischen Krümmung). 94-124: „V.Flächentheorie in Parameterdarstellung“ (Fundamentalgrößen erster und zweiter Ordnung; Differentialgleichungen der Asymptoten- und der Krümmungslinien; Hauptkrümmungen; Darstellung der geodätischen Krümmung; geodätisches Orthogonal- und Polarsystem; Rotationsflächen; Darstellung der Gaußschen Krümmung, Verbiegung von Flächen; freie Beweglichkeit auf den Flächen konstanter Krümmung; Gesamtkrümmung eines Flächenstücks, Gesamtkrümmung im geodätischen Dreieck; Gleichungen von Mainardi-Codazzi; Kongruenz zweier Flächen mit denselben Fundamentalgrößen; Minimallinien und Isothermen). 125- 133: „Regelflächen“ (nur Stichpunkte). 134-159: „VI.Regelflächen“ (Definition, Beispiele; Striktionspunkt einer Geraden auf F; Fundamentalgrößen einer Regelfläche; Striktionslinien; abwickelbare Flächen; die mit einer Raumkurve verbundenen abwickelbaren Flächen; Evolute einer Fläche, Evolventen zu gegebener Evolute; Weingartensche Flächen; Strahlensysteme, Satz von Malus). 160-176: „VII.Flächen constanten Krümmungsmasses und Flächen constanter mittlerer Krümmung“ (Zusammenhang zwischen beiden Flächentypen; Rotationsflächen, Delaunaysche Kurven; freie Beweglichkeit auf Flächen konstanter Krümmung, nichteuklidische Geometrie; geodätische Dreiecke, Unabhängigkeit des Parallelenaxioms; Minimalflächen).

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; nichteuklidische Geometrie; ebene Kurven; Raumkurven; Flächentheorie; Regelflächen; Flächen konstanter Krümmung; Minimalflächen

### **NL Hausdorff: Kapsel 7: Fasz. 29**

Einführung in die Mengenlehre : Vorlesung Univ. Bonn SS 1910 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1910, SS. – 88 Bll.

Von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-20, entspr. Bll.1-88. Bll.3 und 4 sind Notizen zur Vorlesung und gehören nicht zum laufenden Text.

Inhalt: Bll.1-2: Literatur; einführende Bemerkungen historischer Art zur Unendlichkeitsproblematik. 5-24: „I.Die Cardinalzahl (Mächtigkeit)“ (Mengen; Äquivalenz, Kardinalzahl; Dedekinds Unendlichkeitsdefinition; Rechnen mit Kardinalzahlen, Potenz;  $\aleph_0$  und  $\aleph$ ; Mächtigkeit der Potenzmenge einer Menge; Äquivalenzsatz von Bernstein, Vergleichbarkeit von Kardinalzahlen; abzählbare Mengen; Mengen von Kontinuumsmächtigkeit; Äquivalenz eines  $n$ -dimensionalen mit einem eindimensionalen Kontinuum, Unstetigkeit der zugehörigen Bijektion). 25-56: „II.Der Ordnungstypus und die Ordnungszahl“ (geordnete Mengen, Ähnlichkeit, Ordnungstypen; Rechnen mit Ordnungstypen; Sprünge, Schnitte, Lücken; dichte und stetige Typen; Mächtigkeit der Klasse der abzählbaren Typen; wohlgeordnete Mengen, Ordnungszahlen; Sätze über wohlgeordnete Mengen; Wohlordnung der Ordnungszahlen; die auf eine Menge von Ordnungszahlen folgende nächstgrößere OZ, Limeszahlen, Antinomie von Burali- Forti;

Subtraktion; Rechenregeln für Ungleichungen; Abschnitte eines Produkts; Potenzen von OZ; Produkt einer wohlgeordneten Menge von OZ; Zahlklassen, Alephfolge, Wohlordnung der Alephs; Anfangszahlen; die zweite Zahlklasse; Wohlordnungssatz, Vergleichbarkeit der Kardinalzahlen; Kontinuumproblem, Satz von König). 57-88: „III.Punktmengen“ (Punktmengen im  $n$ -dimensionalen euklidischen Raum; Berührungspunkte, Häufungspunkte, Verdichtungspunkte; abgeschlossene und perfekte Mengen; isolierte Mengen; Satz von Cantor-Bendixson; sukzessive Ableitungen einer Punktmenge, Cantorsches Haupttheorem; Mächtigkeit perfekter Mengen, Beweis der Cantorschen Kontinuumshypothese für abgeschlossene Mengen; Charakterisierung einer perfekten Menge als Menge ihrer Verdichtungspunkte; konvergente Mengen, Punktfolgen; die linearen abgeschlossenen Mengen,  $\liminf$  und  $\limsup$ ; Strecken, Cantorsches Diskontinuum; Funktionen auf Punktmengen, Stetigkeit; stetige Bilder abgeschlossener beschränkter Mengen; Quadrat als eindeutiges stetiges Bild eines Intervalls, zugeh. Abb. aber nicht eineindeutig; Beweis, daß eine eineindeutige stetige Abbildung eines eindimensionalen auf ein  $n$ -dimensionales Kontinuum unmöglich ist).

SW: Mengenlehre; Topologie; Kardinalzahlen; Ordnungstypen; Ordinalzahlen; Zahlklassen; Punktmengen; stetige Abbildungen; Kontinuumproblem

### **NL Hausdorff: Kapsel 8: Fasz. 30**

Differential- und Integralrechnung I : Vorlesung Univ. Bonn SS 1910 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1910, SS. – 191 Bl.

Gehalten auch [SS 1913] in Bonn, WS 1914/15 und SS 1916 in Greifswald (Angaben Bl.1), ferner [SS 1918, SS 1919] in Greifswald und [SS 1922, SS 1925, SS 1929] in Bonn. Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-42, entspr. Bl.1-191.

Inhalt: Bl.1: historische Notizen und Literatur; 2-12: „1.Variable und Functionen“ (reelle Zahlen als Dezimalbrüche, Stetigkeitsaxiom; Variable; Funktionen, Einteilung, elementare Funktionen; anschauliche Einführung der Ableitung). 13-24: „2.Grenzwerte“ (Nullfolgen; konvergente und divergente Folgen; Grenzwertsätze; Cauchy-Kriterium; Häufungspunkte, Satz von Bolzano-Weierstraß; die Zahl  $e$  und die Exponentialfunktion, Logarithmen). 25-54: „3.Unendliche Reihen“ (Konvergenz, Divergenz; Reihen mit positiven Gliedern; Vergleichskriterien; Reihen mit beliebigen Gliedern, Konvergenzverhalten; absolute Konvergenz, bedingte Konvergenz; alternierende Reihen; Potenzreihen, Binomialreihe, hypergeometrische Reihe; trigonometrische Reihen; Multiplikation von Reihen). 55-74: „4.Stetige Functionen“ (Grenzwerte von Funktionen; Stetigkeit; Stetigkeit in einem Intervall; Zwischenwertsatz und Anwendungen; allgemeine Exponentialfunktion; Stetigkeit der inversen Funktion; Anwendung: Divergenzcharakter der harmonischen Reihe, Eulersche Konstante; allgemeine Sätze über in einem abgeschlossenen Intervall stetige Funktionen). 75-102: „5.Das Differenzieren“ (Begriff; kinematische und geometrische Bedeutung der Ableitung; Differentiationsregeln; Differentiation der elementaren Funktionen; Ableitung inverser Funktionen; die Hyperbelfunktionen und ihre Umkehrungen; Kettenregel; Differential und Differentialquotient; höhere Ableitungen). 103-106: „6.Der Mittelwerthsatz“ (Satz von Rolle; Mittelwertsatz; verallgemeinerter Mittelwertsatz). 107-113: „7.Bestimmung von Grenzwerten mit Hülfe der Differentialrechnung“ . 114-117: „8.Maxima und Minima“. 118- 157: „9.Potenzreihen. Die Taylor'sche Reihe“ (Konvergenzradius; Ableitung einer Potenzreihe; log-Reihe; arctan-Reihe; Satz von Abel; Binomialreihe; Multiplikation von Potenzreihen; Entwicklung einer Funktion in eine Taylorreihe, Restglied; Entwicklung von  $f(g(x))$ ; Kotangensreihe und Bernoullische Zahlen; Anwendung der Potenzreihen zur Auswertung unbestimmter Ausdrücke; Entwicklung inverser Funktionen, Lagrangesche Reihe). 158-159: kurze Stichpunkte zum Inhalt des bis dahin Vorgetragenen. 160-191: „10.Elemente der Differentialgeometrie“ (ebene Kurven; Tangente, Normale, Bogenelement; Polarkoordinaten; Krümmung; natürliche Gleichung; alles ist an zahlreichen Beispielen ebener Kurven verdeutlicht).

SW: Analysis; Differentialrechnung; unendliche Reihen; Potenzreihen; Differentialgeometrie; ebene Kurven

### **NL Hausdorff: Kapsel 8: Fasz. 31**

Differential- und Integralrechnung II : Vorlesung Univ. Bonn WS 1910/1911 /

Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanskript. – Bonn, 1910/1911, WS. – 290 Bll.

Gehalten auch SS 1915, WS 1916/17, WS 1919/20 (Angaben auf Bll.1 u. 194) in Greifswald, ferner [WS 1922/23, WS 1925/26, WS 1929/30] in Bonn. Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise nummeriert: 1-56, entspr. Bll.1- 245. Daran anschließend eine zweite Version der Bögen 22-25, entspr. Bll.246- 260 (die Einführung des Riemann-Integrals betreffend), danach ein umgearbeiteter Abschluß der Vorlesung (Bögen 47-53, entspr. Bll.261-290).

Inhalt: Bll.1-44: „11.Functionen von mehreren Variablen“ (Begriff; Grenzwerte; Stetigkeit; partielle Ableitungen; totales Differential; verallgemeinerte Kettenregel; höhere Ableitungen; Satz von Schwarz; höhere Differentiale; Taylorreihe; Extremwerte). 45-64: „12.Implicite Functionen“ (vorbereitende Betrachtungen für 2 Variable; großer Auflösungssatz für  $n$  Variable; höhere Ableitungen impliziter Funktionen; Anwendung auf ebene Kurven; bedingte Extrema). 65-98: „13.Integration als Umkehrung der Differentiation“ (Integrationsregeln; Integration rationaler Funktionen; Integration gewisser algebraischer Funktionen, binomische Differentiale). 99-113: „14.Gleichmässige Stetigkeit und gleichmässige Konvergenz“ (gleichmäßige Stetigkeit; gleichmäßige Konvergenz; Sätze über das Vertauschen von Grenzwerten; Abelscher Stetigkeitssatz für Potenzreihen; Approximationssatz von Weierstraß). 114-153: „15.Das Integral als Grenzwert einer Summe“ (Definition, Integrabilität einer Funktion; Integrabilitätskriterium; Klassen integrierbarer Funktionen; Sätze über integrierbare Funktionen; Mittelwertsätze; Hauptsatz der Infinitesimalrechnung; Integralform des Restglieds der Taylorreihe; partielle Integration; Wallissche und Stirlingsche Formel; Integration durch Substitution; Integration von Reihen; Produktformeln für Sinus und Cosinus). 154-167: „16.Geometrische Anwendungen der Integralrechnung“ (Quadratur; Rektifikation; Kubatur und Komplanation von Rotationskörpern). 168-193: „17.Uneigentliche Integrale“ (unendliche Intervalle; absolut konvergente Integrale; Zusammenhang zwischen Reihen und Integralen; unbeschränkte Integranden; Betafunktionen; Gammafunktion; Stirlingsche Formel; Integration von unendlichen Reihen über unendliche Intervalle). 194-245: „18.Doppelintegrale“ (Begriff für rechteckige Gebiete; Integrabilität; Differentiation und Integration; Zurückführung eines Doppelintegrals auf sukzessive Integration; Integration über beliebige Punktmengen, quadrierbare Punktmengen; Mengen vom Inhalt Null; Transformation eines Doppelintegrals auf neue Variable; dreifache Integrale; Oberflächenintegrale; Newtonsches Potential eines Ellipsoids). Anhänge: Bll.246-260: Sätze über stetige Funktionen auf abgeschlossenen beschränkten Mengen; Riemann-Integral; Integrabilitätskriterium; Klassen integrierbarer Funktionen. Bll.261-290: Doppelintegrale über beliebige Bereiche, Normalbereiche; Kurvenintegrale; Greensche Formel; Gaußscher Satz; Transformation eines Doppelintegrals auf neue Variablen; Vertauschbarkeit der Grenzübergänge bei uneigentlichen Integralen; Kubatur und Komplanation).

SW: Analysis; Integralrechnung; Differentialrechnung; Mehrfachintegrale;

uneigentliche Integrale; Oberflächenintegrale; Kurvenintegrale;

### **NL Hausdorff: Kapsel 8: Fasz. 32**

Einführung in die Gruppentheorie : Vorlesung Univ. Bonn WS 1910/1911 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1910/1911, WS. – 116 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-28, entspr. Bll.1-116.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-18: „1.Der Gruppenbegriff“ (Gruppe wird als Transformationsgruppe definiert;  $n$ -parametrische Gruppen; ähnliche Transformationen, ähnliche Gruppen; konjugierte Transformationen und konjugierte Untergruppen; Normalteiler; Homomorphismen, Isomorphismen, Homomorphiesatz). 19-53: „2.Die einfachsten Gruppen der Ebene“ (Bahn eines Punktes, Bahn einer Figur; Fixpunkte, invariante Figuren; Beispiele einparametrischer Gruppen, ihre Gewinnung aus Translationen; lokale Ähnlichkeit; Beispiele mehrparametrischer Gruppen; transitive und lokal transitive Gruppen; Bewegungsgruppe; Gruppe der Ähnlichkeitsabbildungen; affine Gruppe; projektive Gruppe der Geraden; Kollineationen der Ebene, Fixpunkte; Untergruppen der projektiven Gruppe, invariante Gebilde; Transformation von Linienelementen; Transformation von Formen; Parametergruppen; Invarianten, Differentialinvarianten). 54-73: „3.Das Exponentialtheorem“ (formale Potenzreihen ohne kommutative Multiplikation; Delta-Operator; Taylorreihe; Klammersausdrücke, Klammerfunktionen; Exponentialfunktion; Exponentialtheorem; Strukturgleichungen, Strukturkonstanten). 74-116: „4.Infinitesimale Transformationen“ (wesentliche Parameter; Kriterien dafür, wann  $r$  Parameter wesentlich sind; die Differentialgleichungen der Gruppe (Lies erster Fundamentalsatz); infinitesimale Transformationen; die von einer inf. Transf. erzeugte einparametrische Gruppe; der Operator einer inf. Transf.; jede einparametrische Gruppe wird von einer inf. Transf. erzeugt; Produkte und Klammersausdrücke von Operatoren; lineare Unabhängigkeit und Abhängigkeit von Operatoren, Basis; Dimension der Algebra der Operatoren ist gleich Anzahl der wesentlichen Parameter der zug. Gruppe; Zusammenhang von  $r$ -parametrischen Untergruppen und  $r$ -dimensionalen Unteralgebren (Lies zweiter Fundamentalsatz); Bestimmung von Untergruppen; Algebren isomorpher Gruppen; Parametergruppen).

SW: Algebra; Topologie; Geometrie; Lie-Gruppen; Lie-Algebren; Transformationsgruppen; infinitesimale Transformationen; Liesche Fundamentalsätze; Exponentialtheorem; formale Potenzreihen



## NL Hausdorff: Kapsel 9: Fasz. 33

Einführung in die Functionentheorie : Vorlesung Univ. Bonn WS 1911/1912. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1911/1912, WS. – 326 Bll.

Gehalten auch [WS 1913/14, WS 1915/16, WS 1917/18, Zwischensem. für Kriegsteilnehmer 1919] in Greifswald und [SS 1923, WS 1926/27, SS 1930, WS 1934/35] in Bonn. Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 0-52, entspr. Bll.1-222. Daran anschließend die ursprüngliche, später durch eine umgearbeitete Version ersetzte Fassung des Schlusses der Vorlesung (Bögen 37-57, entspr. Bll.223-326). Bll.167-190 teilweise beschädigt.

Inhalt: Bll.1-4: Literatur; Motivation des Übergangs zu Funktionen komplexen Arguments; 5-36: „§1. Die complexe Zahlen“ (Einführung als Paare reeller Zahlen; Funktionen komplexen Arguments; Polynome; rationale Funktionen; der unendlich ferne Punkt; Zahlenkugel; Inversion am Kreis; gebrochen-lineare Abbildungen). 37-60: „§2. Grenzwerte und Reihen“ (Satz von Bolzano-Weierstraß;  $\liminf$  und  $\limsup$ ; Cauchy-Kriterium; Konvergenz und absolute Konvergenz von Reihen; Potenzreihen; Entwicklung der elementaren Funktionen; Transformation einer Potenzreihe auf einen neuen Mittelpunkt). 61-92: „§3. Stetigkeit und Differenzierbarkeit“ (Begriff; Stetigkeit einer Potenzreihe; Beschränktheit einer in einem abgeschlossenen Kreis stetigen Funktion; Fundamentalsatz der Algebra; Differenzierbarkeit; Differenzierbarkeit einer Potenzreihe; Cauchy-Riemannsche DGL.; eine notwendige und hinreichende Bedingung für komplexe Differenzierbarkeit; Gebiete, Zusammenhang; Differenzierbarkeit in einem Gebiet; Stammfunktion; Abelscher Stetigkeitssatz, Verhalten verschiedener Potenzreihen auf dem Konvergenzkreis; konforme Abbildung). 93-120: „4. Bestimmte Integrale“ (Integrale längs Treppenwegen; Zusammenhang von Existenz einer Stammfunktion und Verschwinden des Integrals längs jedem geschlossenen Treppenweg; Cauchyscher Integralsatz für das Rechteck; einfacher Zusammenhang; Cauchyscher Integralsatz für Treppenwege; Anwendung auf reelle Funktionen von zwei Variablen; Integrale längs beliebiger Wege; Verschärfung des Cauchyschen Integralsatzes; mehrfach zusammenhängende Gebiete). 121-144: „5. Die Cauchysche Integralformel“ (gleichmäßige Konvergenz; das Cauchy-Integral; Cauchysche Integralformel; Zusammenhang zwischen Riemannscher und Weierstraßscher Begründung der Functionentheorie; Folgerungen aus der Cauchyschen Integralformel: Entwickelbarkeit in eine Potenzreihe, Isoliertheit der Nullstellen, Maximum- und Minimumprinzip, Darstellung von  $f$  durch Real- und Imaginärteil, Regularität des Grenzwerts einer gleichmäßig konvergenten Folge regulärer Funktionen; Zetafunktion; Thetafunktionen). 145-182: „§6. Die Laurentsche Reihe“ (Koeffizientenformel; Satz von Liouville, erneuter Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra; Klassifikation der isolierten Singularitäten; Verhalten einer Funktion in der Umgebung einer wesentlichen Singularität (großer Picardscher Satz); Hauptteil der Laurentreihe; Funktionen, die nur isolierte Singularitäten haben; Partialbruchzerlegung; Residuen; Residuensatz; Anwendung auf rationale Funktionen; Umkehrfunktio-

nen; Lagrangesche Reihe, Anwendung auf die Keplersche Gleichung; Satz von Rouché; mehrdeutige Umkehrfunktionen; kleiner Picardscher Satz). 183-210: „§7. Die Entwicklungssätze von Mittag-Leffler und Weierstrass“ (Funktionen, die im Endlichen nur isolierte singuläre Stellen haben; Satz von Mittag-Leffler; Fall einfacher Pole, Kotangensentwicklung; Bernoulli-Zahlen; weitere Entwicklungen; Weierstraßsche Produktentwicklung für ganze Funktionen; Entwicklung von  $\sin z$  und  $\cos z$ ; die reziproke Gammafunktion; Sätze über meromorphe Funktionen). 211-222: „§8. Analytische Funktionen“ (Funktionszweige; Beispiele; Funktionselemente, Fortsetzung; reguläre und singuläre Funktionselemente; Hadamardscher und Fabryscher Lückensatz). Inhalt Anhang: Bll. 223-229: Umkehrfunktionen. 230-251: Auswertung bestimmter Integrale mittels Residuensatz. 252-273: Satz von Mittag-Leffler. 274-296: Produktdarstellung ganzer Funktionen. 297-326: Mehrdeutige Funktionen, analytische Fortsetzung.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Potenzreihen; Cauchyscher Integralsatz; Laurentreihen; Residuentheorie; meromorphe Funktionen; analytische Fortsetzung; Riemannsche Flächen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 9: Fasz. 34**

Einführung in die Mengenlehre : Vorlesung Univ. Bonn SS 1912 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1912, SS. – 159 Bll.

Gehalten auch WS 1915/1916 in Greifswald (Angabe auf Bl.1). Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-22, entspr. Bll.1-84. Daran anschließend eine neue Version der Vorlesung ab Bogen 6, d.h. ab Bl.21 (Punktmengen), die Hausdorff für das WS 1915/16 in Greifswald verwendet hat, entspr. Bll.85-159.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-3 „§1. Unendliche Mengen“. 4-8: „§2. Mengencalcul“ (Mengenalgebra). 8-20: „§3. Mächtigkeit (Cardinalzahl)“ (Äquivalenz; Charakterisierung unendlicher Mengen nach Dedekind; Rechnen mit Kardinalzahlen; Äquivalenzsatz von Bernstein, Vergleichbarkeit von Kardinalzahlen; Mächtigkeit der Potenzmenge; abzählbare Mengen; Mengen von Kontinuumsmächtigkeit; Mächtigkeit der Menge aller reellen Funktionen). 21-63: „Punktmengen“ mit den Paragraphen: 21-22: „§6. Umgebungen“ (Umgebungen im Euklidischen Raum; Umgebungseigenschaften (Axiome)). 23-30: „§7. Die  $\alpha, \beta, \gamma$ -Punkte“ (Berührungspunkte, Häufungspunkte, Verdichtungspunkte; abgeschlossene, insichdichte, perfekte Mengen; Sätze über abgeschlossene und insichdichte Mengen; separierte Mengen; isolierte Mengen; relative Abgeschlossenheit). 31-36: „§8. Innere und Randpunkte“ (Grenze einer Punktmenge; offene Mengen). 37-41: „§9. Zusammenhang“. 42-47: „§10. Rationale Punkte und Umgebungen“ (Abzählbarkeitsaxiom und Folgerungen daraus). 48-63: „§11. Spezielle Eigenschaften des Raumes“ : Punktmengen im Euklidischen Raum (Dedekindsche Stetigkeit des Systems der reellen Zahlen; Satz von Bolzano-Weierstraß; Satz von Cantor über den Durchschnitt einer absteigenden Folge abgeschlossener beschränkter Mengen; Satz von Heine-Borel; Mächtigkeit perfekter Mengen; Satz

von Cantor- Bendixson; Mächtigkeit zusammenhängender Mengen; Struktur der linearen zusammenhängenden Mengen; konvergente Mengen; Punktfolgen). 64-84: „Functionen“ mit den Paragraphen 64-77: „§12.Stetige Functionen“ (allgemeiner Funktionsbegriff; Stetigkeit im topologischen Raum; Sätze über stetige Funktionen; Stetigkeit und konvergente Folgen). 78-84: „§13.Zur Dimensionszahl“ (Äquivalenz von Kontinua verschiedener Dimension, Unstetigkeit der Abb.; Quadrat als stetiges Bild einer Strecke, Mehrdeutigkeit der Umkehrabb.; Spezialfälle des Satzes von Brouwer). Inhalt der zweiten Version: Bll.85-114 entsprechen im Inhalt weitgehend den S.209- 249 von [44]. Bll.123-136: Euklidische Räume (ähnlicher Inhalt wie Bll.48- 63); 137-148: Funktionen (ähnlicher Inhalt wie Bll.64-77); 149-152: Dichtigkeit (in einer Menge dichte und in einer Menge nirgends dichte Mengen); 153-159: Inhalt und Maß linearer Punktmengen.

SW: Mengenlehre; Topologie; Kardinalzahlen; Punktmengen; Umgebungsaxiome; topologischer Raum; Abzählbarkeitsaxiom; Euklidische Räume; Dimension; Inhalt; Maß

## NL Hausdorff: Kapsel 10: Fasz. 35

Elliptische Functionen : Vorlesung Univ. Bonn SS 1912 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1912, SS. – 432 Bll.

Gehalten auch [SS 1914, SS 1917, WS 1918/19] und SS 1920 (Angabe Bl.302) in Greifswald und [WS 1923/24, SS 1927], WS 1930/31 (Angabe Bl.318) in Bonn. Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-61, entspr. Bll.1-301. Danach 16 Bll. (Bll.302-317) mit dem Vermerk „SS 1920 als Einl. zu Ellipt. Funkt. und zugl. Abschluß einer im vorhergehenden Semester vorzeitig (Kappputsch) abgebrochenen Vorl. ü. Funktionentheorie vorgetragen“. Danach auf Bl.318 eine Übersicht, wie sich die Vorlesung im WS 1930/ 31 aus Teilen der alten Vorlesung und neu verfaßten Teilen zusammensetzt. Danach folgen die neu verfaßten Teile (Bll.319-432). Im Bogen 55 fehlen 2 Bll., sie würden auf Bl.275 folgen. Bll.162, 288-291, 331-343 sind beschädigt.

Inhalt: Bll.1-2: Literatur; einführende historische Bem.; 3-9: „1.Periodische Functionen“. 10-31: „2.Allgemeine Eigenschaften der elliptischen Functionen“ (Ordnung einer elliptischen Fkt.; Liouvillesche Sätze; ellipt. Fkt. 2. Ordnung; Zusammenhang zu den ellipt. Integralen; Darstellung der ellipt. Fkt. eines Körpers durch solche 2. Ordnung; Additionstheorem); 32-52: „Die Weierstrass’schen Functionen  $\sigma(u)$ ,  $\zeta(u)$ ,  $\wp(u)$ “. 53-75: „4.Darstellung der elliptischen Functionen durch die Weierstrass’schen“ (mit einem Abschnitt über die geometrische Deutung der Additionstheoreme). 76-82: „5.Darstellung periodischer meromorpher Functionen“ (periodische ganze Functionen als Fourierreihen; meromorphe periodische Functionen). 83- 96: „6.Reihenentwicklung der Sigmafunctionen. Die Thetafunctionen“. 97-112: „7.Productentwicklung der Sigma- und Thetafunctionen“. 113-122: „8.Die Sigmaquotienten und die elliptischen Functionen Jacobis“. 123-162: „9.Das Umkehrproblem im Falle reeller Invarianten“. 163-211: „10.Die Riemannsche Fläche von  $\sqrt{f(x)}$ “ (das allgemeine Umkehrproblem ellipt. Integrale, Studium der zugehörigen Riemannschen Fläche; Functionen auf der Fläche; ellipt. Differentiale). 212-257: „11.Wege und Integrale auf der Riemannschen Fläche“ (Wege; Fortsetzung längs Wegen; Integrale; das Integral 1.Gattung;  $x$  und  $y$  als ellipt. Functionen des Integrals 1.Gattung; Zerlegungssatz der ellipt. Differentiale; Spezialfall des Abelschen Theorems; Periodizitätsmodul der Integrale 1. und 2.Gattung). 258-274: „12.Elliptische Curven“ (ellipt. Functionen 1., 2. und 3. Art; die ellipt. Fkt. 3. Art; ellipt. Kurven, Normalkurven; ebene Normalkurve 3.Ordnung; räumliche Normalkurve 4.Ordnung). 275-287: „13.Das sphärische Pendel. Der starre Körper“ (sphär. Pendel (2 Bll. fehlen); Eulersche DGL. für den kräftefreien Kreisel; Zusammenhang mit den ellipt. Fkt. Jacobis). 288-301: „14.Transformationen der Perioden“ (Modulsubstitutionen; die Fkt.  $J(\tau)$ ; Transformation der Thetafunctionen; Periodentransformationen höheren Grades). Für die Vorlesung WS 1930/31 wurden neu gefaßt die Abschnitte „Die Lösbarkeit des Umkehrproblems“ (Bll.319-330), „Die Umkehrung reeller elliptischer Integrale“ (Bll.331-345), „Mehrdeutige Functionen und Riemannsche Flächen“ (Bll.346-371), „Die elliptische Riemannsche Fläche“

(Bll.372-404) und „Integrale auf der Riemannschen Fläche“ (Bll.405-432).

SW: Analysis; Funktionentheorie; elliptische Funktionen; elliptische Integrale; elliptische Kurven; elliptische Differentiale; Riemannsche Flächen; Thetafunktionen; Sigmafunktionen;  $\wp$ -Funktion; Umkehrproblem; Mechanik; sphärisches Pendel; Kreiselgleichungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 10: Fasz. 36**

Lineare Differentialgleichungen : Vorlesung Univ. Bonn WS 1912/1913 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1912/1913, WS. – 98 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert.

Inhalt: Bl.1/2: Literatur; 3-13: „1.Existenz der Lösungen“ (lineare DGL. mit Polynomkoeffizienten; Potenzreihenansatz für die Lösung; reguläre Stellen, Cauchyscher Existenzsatz; Beispiel: die Legendresche DGL.). 14-20: „2.Fundamentalsysteme von Lösungen“ (lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Funktionensystemen, Wronski- Determinante; Fundamentalsysteme von Lösungen; Bestimmung der DGL. durch ein Fundamentalsystem). 21-33: „3.Differentialausdrücke“ (Integrale einer DGL.  $n$ -ter Ordnung; Multiplikator eines Differentialausdrucks; Bestimmung von Multiplikatoren durch den adjungierten Ausdruck, Fundamentalsysteme von Multiplikatoren; die inhomogene DGL.; selbstadjungierte Gleichungen). 34-50: „4.Differentialoperatoren“ (Begriff; Addition und Multiplikation von Operatoren; Lineare Operatoren als Polynome in  $D = \frac{d}{dx}$ ; Teilbarkeit von linearen Operatoren, Euklidischer Algorithmus; der adjungierte Operator eines Produkts; selbstadjungierte Operatoren; abgeleitete Differentialausdrücke und -operatoren; Reduzierung einer DGL.  $n$ -ter Ordnung auf eine  $(n - r)$ -ter Ordnung bei Kenntnis von  $r$  lin. unabhängigen Lösungen). 51-57: „5.Kanonische Form linearer Substitutionen“ (lineare Abb., Matrizen, Rechnen mit Matrizen; charakteristisches Polynom einer lin. Abb.; Transformation auf Dreiecksgestalt bei einfachen Wurzeln des char. Polynoms; Fall mehrfacher Wurzeln). 58-71: „6.Verhalten der Lösungen in der Umgebung singulärer Stellen“ (analytische Fortsetzung der Lösungen; die zu einem Weg gehörige lineare Transformation; Form der Lösung in der Umgebung einer isolierten singulären Stelle; außerwesentlich singuläre Stellen (Stellen der Bestimmtheit) der DGL., DGL. der Fuchsschen Klasse). 72-86: „7.Darstellung der Lösungenen in der Umgebung einer Stelle der Bestimmtheit“ (hinreichende Bedingung an die Gestalt der DGL. für bestimmtes Verhalten an  $x = 0$ ; die Exponentengleichung (Fundamentalgleichung), Bedeutung ihrer Wurzeln; Konvergenz der die Lösung bestimmenden Reihe; Beweis der Hinlänglichkeit obiger Bedingung bei mehrfachen Wurzeln der Exponentengleichung oder bei Wurzeln mit ganzzahligen Differenzen; die Fuchssche Relation). 87-98: „8.Die Riemann-Gauss'sche (hypergeom.) Dg.“ (Anwendung der allg. Theorie auf DGL. 2. Ordnung der Fuchsschen Klasse mit  $k$  singulären Stellen im Endlichen;  $k = 3$  (Riemannsche DGL.);  $k = 2$ , eine Singularität im Unendlichen (Gaußsche Differentialgleichung); hypergeometrische Reihe; hypergeometrische Funktionen).

SW: Analysis; Differentialgleichungen; Lineare Differentialgleichungen;  
Cauchyscher Existenzsatz; Legendresche Differentialgleichung; lineare  
Differentialoperatoren; Differentialgleichungen der Fuchsschen Klasse;  
hypergeometrische Differentialgleichung

### NL Hausdorff: Kapsel 11: Fasz. 37

Analytische Geometrie : Vorlesung Univ. Bonn WS 1912/1913 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1912/1913, WS. – 218 Bll.

Gehalten auch WS 1914/15, WS 1916/17, WS 1917/18 in Greifswald (Angabe Bl.1). Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Nach Bl.55 folgt ein unpaginiertes Bl., entspr. Bl.55a; Bl.82 ist leer. Nach Bl.110 folgen 2 unpag. Bll., entspr. Bll.111-112. Danach folgt die älteste Version des Abschlusses der Vorlesung ab Bl.56, von Hausdorff paginiert: 56-129, entspr. Bll.113-200, danach eine weitere jüngere Version der Bll.56-72, entspr. Bll.201-217.

Inhalt: Bll.1-17: „1.Eindimensionale Geometrie“ (Koordinaten auf der Geraden; Schwerpunkt; Doppelverhältnis; Winkel, Doppelverhältnis im Geradenbüschel; Projektion einer Geraden auf eine andere; projektive Selbstabb. einer Geraden). 18-112: „Analytische Geometrie der Ebene“ mit den Paragraphen 18-40: 2. „Cartesische Koordinaten. Die gerade Linie“ (Koordinaten; Geradengleichung; Geradenbüschel; Parameterdarstellung; Entfernungen, Hessesche Normalform; Winkel, Winkelhalbierende; Sätze von Ceva und Menelaos; merkwürdige Punkte des Dreiecks; Bewegungen in der Ebene). 41-43: „3.Functionen und Curven“ . 44-55a: „4.Determinanten“ (2, 3, und 4-reihige Determinanten; Determinantensätze; Auflösungstheorie linearer Gleichungssysteme für  $n = 3$ ). 56-70: „5.Der Kreis“ (Gleichung; Potenz eines Punktes; Polaren; Chordale zweier Kreise; Bestimmung der Lage zweier Kreise zueinander aus den Invarianten; Kreisbüschel; gemeinsame Tangenten zweier Kreise). 71-82: „6.Ellipse“ (Gleichung, Bestimmungsstücke; Ellipse als Projektion eines Kreises; konjugierte Durchmesser; Polarentheorie der Ellipse; Normale; Krümmungskreis; Evolute der Ellipse). 83-88: „7.Hyperbel“ (Gleichung, Bestimmungsstücke; Asymptoten; Polarentheorie; konjugierte Durchmesser; Asymptotengleichung). 89-91: „8.Parabel“ (Gleichung; Durchmesser; Scheitelgleichung der Kegelschnitte). 92-110: „9.Die Kegelschnitte“ (quadratische Formen in 2 Variablen; Invarianten; Klassifikation der Kurven 2. Ordnung; Kollineationen, Erzeugung der Kegelschnitte aus einem Kreis; Polaren, Dualität). 111-112: konkrete Kurven wie Cissoide, Cassinische Kurven, Konchoiden, Fußpunktkurven (würde nach Bl.43 passen). Anhänge: Bll.113-131: projektive Geometrie der Ebene; 132-171: allgemeine Theorie der Kegelschnitte, Dualität, Kurven 2. Klasse; 172-200: Geometrie des Raumes bis zu Flächen 2.Ordnung. Diese erste Version (Bll.113-200) ist mathematisch wesentlich allgemeiner und anspruchsvoller gehalten als die spätere (Bll.56-112). Bll.201-217: homogene Koordinaten, einiges aus der projektiven Geometrie der Ebene.

SW: Geometrie; lineare Algebra; analytische Geometrie; Kegelschnitte; projektive Geometrie; Kurven 2.Ordnung; Determinanten; lineare Gleichungssysteme

### NL Hausdorff: Kapsel 11: Fasz. 38

Differentialgeometrie : Vorlesung Univ. Greifswald SS 1913 / Felix Hausdorff. –

Hs. Vorlesungsmanuskript. – Greifswald, 1913, SS. – 230 Bl.

Gehalten auch SS 1919 in Greifswald (Angabe Bl.1); eine Fortsetzung (Bogen 43-65, entspr. Bl.136-230) wurde im Herbstzwischensemester 1919 in Greifswald gelesen (Angabe Bl.136). Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-65, entspr. Bl.1-230.

Inhalt: Bl.1: Literatur; 2-5: „§1.Gerade Linie“ (Parameterdarstellung von Geraden im Raum; Geradenscharen; benachbarte Geraden einer Schar). 6-11: „§2.Rechtwinklige Achsensysteme“ (orthogonale Transformationen; Schraubungen; benachbarte Koordinatensysteme). 12-32: „§3.Raumcurven“ (Hauptdreikant; Frenetsche Formeln; Krümmung, Torsion, natürliche Gleichungen; Krümmungskreis; Schmiegunskugel; Kurven, die durch Relationen zwischen ihren Hauptdreikanten verbunden sind). 33-53: „§4.Grundbegriffe der Flächentheorie“ (Normalkrümmung, geodätische Torsion, geodätische Krümmung; Asymptotenlinien, Krümmungslinien, geodätische Linien; Satz von Meusnier; Eulersche Formeln für Normalkrümmung und geodätische Torsion, Hauptkrümmungsradien, mittlere Krümmung, Gaußsche Krümmung; Dupinsche Indikatrix; Bestimmung der geodätischen Krümmung). 54-74: „§5.Flächentheorie in Parameterdarstellung“ (Fundamentalgrößen 1. und 2.Ordnung; Ausdrücke für mittlere Krümmung, Gaußsche Krümmung und geodätische Krümmung durch die Fundamentalgrößen; geodätisches Orthonormalsystem; geodätisches Polarsystem; geodätische Ellipsen und Hyperbeln einer Fläche; isometrische Linien und Parameter; konforme Abbildung). 75-86: „§6.Die Beziehungen zwischen den Fundamentalgrößen (Gleichungen von Gauss und Mainardi-Codazzi)“ (Beziehungen zwischen den Fundamentalgrößen, Ausdruck für die Gaußsche Krümmung  $K$ ; Invarianz von  $K$  bei längentreuer Abbildung; Flächen konstanter  $K$ ; Gesamtkrümmung eines Flächenstücks; Gesamtkrümmung eines geodätischen Dreiecks). 87-107: „§7.Regelflächen“ (Begriff; Striktionslinie; abwickelbare und windschiefe Regelflächen; mit einer Raumkurve verbundene Regelflächen; Evolute einer Fläche; Weingarten-Flächen; Strahlensysteme, Satz von Malus). 108-123: „§8.Flächen constanten Krümmungsmasses und Flächen constanten mittlerer Krümmung“ (Parallelfächen; Rotationsflächen; Flächen konstanter Gaußscher Krümmung, Beziehungen zur nichteuklidischen Geometrie; Minimalflächen). 124-135: „§9.Dreifach orthogonale Flächensysteme. Flächen 2.Grades“ (Begriff; Satz von Dupin; Flächen 2.Grades). Inhalt der Fortsetzung: Bl.136-151: Differentialparameter (Differentialparameter 1. und 2.Ordnung und ihre geometrische Bedeutung; Kriterium für Abwickelbarkeit; geodätische Linien; Liouvillesche Flächen); 152-173: pseudosphärische Flächen (Begriff; Kreise, Überkreise, Grenzkreise; konforme Abbildung auf die positive Halbebene; geodätische Abbildung, pseudosphärische Trigonometrie; Satz von Bianchi); 174-197: die Bäcklund- Transformation (Begriff; Komplementärtransformation; Vertauschungssatz von Bianchi); 198-216: Strahlensysteme (Begriff, Bezugsfläche; Grenzpunkte; Hauptflächen; Grenzflächen; Brennpunkte; Brennfläche; Rolle der Brennpunkte; pseudosphärische Strahlensysteme); 217-230: infinitesimale Verbie-



gung (Problem der inf. Verbiegung; der Fall negativer Gaußscher Krümmung; der Fall positiver Gaußscher Krümmung; das spärische Bild einer Fläche).

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; nichteuklidische Geometrie; Raumkurven; Flächentheorie; Regelflächen; Flächen konstanter Krümmung; Strahlensysteme; pseudospärische Flächen; Bäcklund-Transformation; Minimalflächen; Differentialparameter; Verbiegung

## NL Hausdorff: Kapsel 12: Fasz. 39

Integralgleichungen : Vorlesung Univ. Greifswald SS 1914 / Felix Hausdorff. Hs. Vorlesungsmanuskript. – Greifswald, 1914, SS. – 261 Bll.

Gehalten auch WS 1923/24 und SS 1934 in Bonn (Angabe Bl.1). Für das SS 1934 wurde die Vorlesung ab Bogen 7, d.h. ab Bl.34, neu ausgearbeitet (Angabe Bl.150). Diese neue Version folgt nach Bl.149 (Bll.150-261). Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-32, entspr. Bll.1-149; die neue Version 7-32, entspr. Bll.150-261.

Inhalt: Bll.1-4: Literatur; Begriff der linearen Integralgleichung. 5-14: „1.Die Liouville-Neumannsche Reihe“. 15-39: „2.Orthogonale Funktionen“ (Orthonormalsysteme; Besselsche Ungleichung; Entwicklungssätze; lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Gramsche Determinante; Orthogonalisierungsverfahren; Weierstraßscher Approximationssatz; Approximation im Mittel; vollständige ONS; 2.Version des Weierstraßschen Appr.-satzes (vom WS 1923/24, Angabe Bl.34)). 40-65: „3.Die Methode von E. Schmidt für einen symmetrischen Kern“ (Eigenwerte und Eigenfunktionen; Lösbarkeitsbedingung für die inhomogene Integralgleichung; symmetrische Kerne; Eigenfunktionen des iterierten Kerns, Existenzsatz für Eigenfunktionen eines symmetrischen Kerns; Entwicklung des Kerns; Lösung der Integralgleichung durch Entwicklung nach Eigenfunktionen; Auffinden der Eigenwerte und Eigenfunktionen). 66-89: „4.Die Methode von Fredholm“ (Integralgleichung als Grenzfall eines linearen Gleichungssystems; Fredholmsche Determinante; Fredholmsche Lösungstheorie). 90-112: „5.Gewöhnliche lineare Diff.gl. 2.Ordnung“ (Problem:  $u'' + q(x)u + f(x) = 0$  mit stetigem  $q$  und  $f$ ; Existenzbew. für Lösung des AWP durch sukzessive Appr.; spezielles Randwertproblem, Greensche Funktion; DGl.mit Parameter, Lösungstheorie durch Zurückführung auf Integralgleichung). 113-149: „6.Lineare Gleichungssysteme mit unendlich vielen Unbekannten“ (Problem, Konvergenzbedingungen für ein Skalarprodukt; Höldersche und Minkowskische Ungleichung; präzisiertes Problem:  $x \in l^p$ , Zeilen des Koeffizientenschemas  $\in l^q$ ; der Raum  $l^p$ ; Entfernung; starke Konvergenz; Vollständigkeit; schwache Konvergenz; der duale Raum  $l^q$ ; lineare Operatoren in  $l^p$ ; Raum der beschränkten linearen Operatoren; starke und schwache Konvergenz in diesem Raum; inverser Operator; Auflösungstheorie linearer Systeme; vollstetige Operatoren). Inhalt der 2.Version von 1934: Bll.150-169: „Approximation“ (Abstandsbegriffe für Funktionen: Norm der gleichmäßigen Konvergenz,  $L^p$ -Norm; Sätze von Dini und Weierstraß über gleichmäßige Approximation; quadratische Approximation integrierbarer Funktionen durch stetige; vollständige Orthonormalsysteme). 170-186: „Lösung der Integralgleichung 2.Art (E.Schmidtsche Abspaltungsmethode)“ (Fredholmsche Alternative für lineare Gleichungssysteme; Fredholmsche Alternative für Integralgleichungen; Integralgleichungen mit Parameter, Eigenwerte, Eigenfunktionen). 187-225: „Symmetrische Kerne“ (2.Beweis der Fredholmschen Alternative und Darstellung der Lösungen (etwa wie Bll.40-65)). 226-261: „Differentialgleichungen mit Randbedingungen“ (bis Bl.244 etwa wie

Bll.90-112; ab Bl.245 Fall allgemeiner homogener linearer Randbedingungen).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Integralgleichungen; Folgenräume; Funktionenräume; Fredholmsche Theorie; orthonormale Funktionensysteme; Eigenfunktionen; lineare Operatoren; vollstetige Operatoren; gewöhnliche Differentialgleichungen; Randwertprobleme

### **NL Hausdorff: Kapsel 12: Fasz. 40**

Einführung in die Algebra : Vorlesung Univ. Greifswald WS 1915/16 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Greifswald], 1915/16, WS. – 96 Bll.

Gehalten auch WS 1920/21 (Angabe Bl.1) in Greifswald. Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise nummeriert: 1-26, entspr. Bll.1-96.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-9: „1.Gleichungen bis zum 4.Grade. Binomische Gleichungen“. 10-23: „2.Ganze Functionen“ (Teilbarkeit; Polynomdivision; Wurzeln; ggT, Euklidischer Algorithmus; Ableitungen;  $p$ -fache Wurzeln; Polynome in zwei Variablen; partielle Ableitungen; Formen; Polynome einer komplexen Variablen, Cauchy-Riemannsche DGl.). 24-31: „3.Der Fundamentalsatz der Algebra“ (Beweis nach Cauchy; Zerlegung in Linearfaktoren; Trennung der Wurzeln nach der Vielfachheit). 32-51: „4.Numerische Auflösung der Gleichungen“ (Zurückführung auf Bestimmung reeller Wurzeln reeller Gleichungen; Anzahl der Wurzeln in  $(a, b)$ ; Satz von Rolle; Zusammenhang mit den Wurzeln der Ableitung; Sturmscher Satz; Satz von Descartes; Näherungsmethoden: regula falsi, Newtonverfahren, Graeffesche Methode). 52-69: „5.Symmetrische Functionen“ (Hauptsatz; Potenzsummen, Newtonsche Formeln; zweiter Beweis des Hauptsatzes; Diskriminanten der Gleichungen 3. und 4. Grades; Diskriminanten im allgemeinen; Resultanten). 70-96: „6.Auflösung durch Radicale“ (Körperbegriff; Adjunktion; Irreduzibilität über  $K$ ; Zerlegung in irreduzible Faktoren, Folgerungen; Gestalt der Elemente einer einfachen algebraischen Erweiterung; Irreduzibilität der binomischen Gleichungen vom Primzahlgrad; Irreduzibilität über dem rationalen Zahlkörper, Satz von Gauß; Kroneckersches Verfahren der Faktorzersetzung; Irreduzibilität der Kreisteilungsgleichung; Eisensteinsches Kriterium; Begriff des Radikals, algebraisch auflösbare Gleichungen; quadratische Radikale, Konstruktionen mit Zirkel und Lineal; Auflösung der Kreisteilungsgleichungen durch Radikale; Konstruktion regulärer  $p$ -Ecke mit Z. und L.; Unmöglichkeitbeweise für Konstruktionen mit Z. und L.; Realitätsfragen).

SW: Algebra; algebraische Gleichungen; Polynome; Fundamentalsatz der Algebra; symmetrische Funktionen; Kreisteilung; Auflösung in Radikalen; Konstruktionen mit Zirkel und Lineal; Sturmscher Satz; Näherungsverfahren

### **NL Hausdorff: Kapsel 12: Fasz. 41**

Algebra : Seminar Univ. Greifswald SS 1916 / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – Greifswald, 1916, SS. – 106 Bll.

Das Seminar war als Anschluß an die im WS 1915/16 gehaltene Vorlesung „Einführung in die Algebra“ (Kapsel 12, Fasz. 40) gedacht (Angabe Bl.1). Das Manuskript ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1- 28, entspr. Bll.1-106.

Inhalt: Bll.1-12: „§1.Permutationsgruppen“ (Begriff; Untergruppen; Nebenklassenzerlegung; Normalteiler; einfache Gruppen; Zyklendarstellung; Einfachheit der alternierenden Gruppe ab  $n = 5$ ). 13-26: „§2.Mehrwertige Functionen“ (Anzahl der Werte von Polynomen in  $n$  Variablen bei Permutation der Variablen; Untergruppe der Permutationen, die eine Funktion invariant lassen; Satz von Lagrange; Resolvente einer Gleichung; Gleichung 3. Grades; rationaler Zusammenhang zwischen zwei Funktionen mit derselben Gruppe; Satz vom primitiven Element für den Grad  $n!$ ; zweiwertige Funktionen; Funktionen, die eine höchstens zweiwertige Potenz haben). 27-55: „§3.Die Galois'sche Gruppe“ (Definition der Galoisgruppe; Untergruppen der Galoisgruppe; Bestimmung der Galoisgruppe, Galoissche Resolvente; Eigenschaften der Galoisgruppe, transitive und intransitive Gruppen; zu einer  $k$ -wertigen Funktion gehört eine Untergruppe vom Grad  $\frac{q}{k}$ ; gegenseitige rationale Ausdrückbarkeit von Größen, die dieselbe Untergruppe gestatten; Reduzierung der Galoisgruppe durch Adjunktion; Normalteiler der Galoisgruppe, Partial- und Totalresolventen; Galoisgruppe einer Resolvente, Idee der sukzessiven Auflösung einer Gleichung durch Reduktion der Gruppe; natürliche und akzessorische Irrationalitäten). 56-89: „§4.Abelsche und cyklische Gleichungen. Kreisteilung“ (Galoissche Gleichungen; Abelsche Gleichungen; zyklische Gleichungen; Zurückführung Abelscher Gleichungen auf eine Reihe zyklischer; Zurückführung zyklischer Gleichungen auf binomische, Lagrangesche Resolvente; ausführliche Behandlung der Kreisteilungstheorie). 90-106: „§5.Auflösung durch Radicale“ (Darstellbarkeit der Wurzeln durch Radikale, metazyklische (algebraisch auflösbare) Gleichungen; notwendige und hinreichende Bedingung an die Galoisgruppe für algebraische Auflösbarkeit; irreduzible Gleichungen mit mindestens einer durch Radikale darstellbaren Wurzel sind auflösbar; auflösbare Gleichungen vom Primzahlgrad, Zusammenhang mit der linearen Gruppe; Auflösbarkeitssatz von Galois; Satz von Kronecker über reelle Wurzeln einer irreduziblen auflösbaren Gleichung von ungeradem Primzahlgrad; Auflösung durch reelle Radikale).

SW: Algebra; algebraische Gleichungen; Galoistheorie; Permutationsgruppen; Abelsche Gleichungen; zyklische Gleichungen; Auflösung durch Radikale; auflösbare Gleichungen; Kreisteilung

## NL Hausdorff: Kapsel 13: Fasz. 42

Mengenlehre und Theorie der reellen Functionen : Vorlesung Univ. Bonn WS 1921/22 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1921/22, WS. 248 Bll.

Die Teile „Mengen und ihre Verknüpfungen“, „Kardinalzahlen“, „geordnete Mengen, Ordnungstypen“ und „wohlgeordnete Mengen, Ordnungszahlen“ (Bll.1-97) wurden vermutlich auch in der Vorlesung „Mengenlehre“ vom WS 1930/31 benutzt (s. Kapsel 15, Fasz. 49). Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-67, entspr. Bll.1-248. Bll.199-210 nicht vorgetragen (Angabe Bl.199).

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-27: „I.Mengen und ihre Verknüpfungen“ (Mengenbegriff; Funktionsbegriff; Vereinigung; Durchschnitt; symmetrische Grundmengen; Mengenringe; Mengenkörper; Mengenfolgen, Sigma- und Delta- Systeme; der Suslinsche Prozeß; cartesisches Produkt und Potenz). 28-50: „II.Kardinalzahlen oder Mächtigkeiten“ (Begriff; abzählbare Mengen; Dedekinds Charakterisierung der unendlichen Mengen; Äquivalenzsatz von Bernstein; Vergleichbarkeit von Kardinalzahlen; Summe, Produkt, Potenz; Mächtigkeit der Potenzmenge; Satz von König; die Mächtigkeiten  $\aleph_0, \aleph, 2^{\aleph}$ ). 51-68: „III.Geordnete Mengen. Ordnungstypen“ (Ordnung; Ähnlichkeit; Ordnungstypus; Summe und Produkt von Typen; Typenklassen; unberandete und dichte Typen; Sprünge, Schnitte, Lücken; stetige Typen). 69-97: „IV.Wohlgeordnete Mengen. Ordnungszahlen“ (Begriff; Sätze über Summe und Produkt; Vergleichbarkeit; Wohlordnung der OZ; Limeszahlen; transfinitive Induktion; das Rechnen mit OZ; Produkt und Potenz; Wohlordnungssatz; Alephreihe; Zahlklassen). 98-180: „V.Punktmengen“ (Axiome einer Metrik; Beispiele für metrische Räume; Konvergenz, Fundamentalfolgen, Vollständigkeit; innere Punkte, Randpunkte, offene Mengen; Berührungspunkte, Häufungspunkte, Verdichtungspunkte; insichdichte, abgeschlossene, perfekte Mengen; Borelmengen und Suslinmengen; separable Räume; kompakte Mengen und vollständige Räume (hier u.a. Durchschnitts- und Überdeckungssätze sowie Sätze über die Mächtigkeit von abg. Mengen,  $G_\delta$ -Mengen, perfekten Mengen und Borelmengen in vollständigen Räumen; Mengen erster Kategorie; Charakterisierung abg. nirgends dichter Mengen); Zusammenhang (hier u.a. Zusammenhangskomponenten; Sätze über zusammenhängende Mengen; konvexe Mengen; Gebiete; natürliche Zerlegungen; lokal zusammenhängende Räume)). 181-248: „VI.Punktfunctionen“ (Abbildungen; Funktionen; stetige Funktionen; Homöomorphie; stetige Bilder zusammenhängender und kompakter Mengen; gleichmäßige Stetigkeit; stetige Funktionen auf Euklidischen Räumen, Invarianz der Dimension bei stetigen Bijektionen; Charakterisierung der Menge der Stetigkeitspunkte und der Menge der Unstetigkeitspunkte einer Funktion; punktweise unstetige Funktionen; Funktionenfolgen, die Baireschen Funktionenklassen im metrischen Raum; Punkte gleichmäßiger und uniformer Konvergenz einer Funktionenfolge; Kriterium für die Stetigkeit der Grenzfunktion einer Folge stetiger Funktionen; Cha-

Charakterisierung der Funktionen der ersten Baireschen Klasse in einem topologisch vollständigen Raum; Konvergenz- und Divergenzpunkte, Charakterisierung der Mengen der Konvergenz- und Divergenzpunkte einer Folge stetiger Funktionen bei vollständigem Bildraum; reelle Funktionen und ihre Lebesgueschen Mengen  $\{f(x) > y\}, \{f(x) \geq y\}$ ; die Funktionenklassen  $(M, *)$ ,  $(*, N)$ ,  $(M, N)$  ( $M$  und  $N$  gegebene Mengensysteme); halbstetige Funktionen; ein allgemeines Klassifikationsschema nach H. Lebesgue: Sur les fonctions représentables analytiquement. Journ. Math. (6) 1 (1905), S.139-216; Anwendung auf die Bairesche Klassifikation; reelle Funktionen erster Klasse; die Existenz der Baireschen Klassen für jedes  $\alpha$  aus der ersten oder zweiten Zahlklasse).

SW: Mengenlehre; Topologie; Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Kardinalzahlen; Ordnungstypen; Ordinalzahlen; Punktmengen; metrische Räume; Homöomorphismen; stetige Funktionen; Bairesche Klassen; Lebesguesche Mengen; Zusammenhang

### NL Hausdorff: Kapsel 13: Fasz. 43

Der moderne Integralbegriff : Vorlesung Univ. Bonn WS 1922/23 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1922/23, WS. – 210 Bl.

Gehalten auch WS 1927/28 in Bonn (Angabe Bl.1). Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise nummeriert: 0-34, entspr. Bl.1-135. In der Vorlesung vom WS 1927/28 wurden die Bögen 8-19 (Bl.27-74) und 25-27 (Bl.94-105) durch eine neue Version ersetzt. Diese folgt nach Bl.135: Bl.136-199, 200-210.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-11: „§1. Das Integral als Zuwachs der Stammfunktion“ (Definition für  $F'(x) = f(x)$  in  $(a, b)$ ; Fall, daß  $F'(x) = f(x)$  in  $(a, b)$  mit Ausnahme einer Menge  $S$  gilt; Diskussion, welche Ausnahmemengen  $S$  zulässig sind; Eigenschaften von Ableitungen, z.B. gleichmäßiger Limes von Ableitungen ist eine Ableitung; stetige Funktionen sind Ableitungen). 12-26: „§2. Das Riemannsches Integral“ (Definition; verschiedene Formen der Integrabilitätsbedingungen; Klassen integrierbarer Funktionen; Verhältnis von R-Integral und Integral als Zuwachs der Stammfunktion). 27-58: „§3. Inhalt und Maß“ (einführende Betrachtungen zum Flächeninhaltsproblem; äußerer Inhalt; äußeres Maß; Maßtheorie von Carathéodory nach C. Carathéodory: Vorlesungen über reelle Funktionen, Leipzig u. Berlin 1918; Jordanscher Inhalt; Lebesguesches Maß; Zusammenhang zwischen J-Inhalt und L-Maß; Existenz im Lebesgueschen Sinne nichtmeßbarer Mengen, Mächtigkeit der Klasse dieser Mengen; Problem der Erweiterungsmöglichkeit des L-Maßes auf alle beschränkten Mengen, Hausdorffsches Paradoxon). 59-74: „§4. Das Lebesguesche Integral“ (meßbare Funktionen; Klassen meßbarer Funktionen; Konvergenzsätze für meßbare Funktionen, Satz von Jęgorow; Definition des L-Integrals; Flächenmaß und Längenmaß; Integrabilitätskriterien; Konvergenzsätze für das L-Integral; das L-Integral als Funktion der oberen Grenze). 75-93: „§5. Lebesguesches Integral und Stammfunktion“ (die vier Hauptderivierten; Meßbarkeit von Derivierten; Sätze über den Zusammenhang von Derivierten und ihren ‚Stamm‘ funktionen bzw. deren Differenzenquo-

tienten; Derivation von L-Integralen, Existenz f.ü. einer integrierbaren Ableitung, Integration von Derivierten, Folgerungen). 94-105: „§6. Funktionen beschränkter Schwankung und totalstetige Funktionen“ (Funktionen beschränkter Schwankung; die Variation von  $F$  auf beliebigen Mengen; Totalstetigkeit; Totalstetigkeit ist notwendig und hinreichend, damit eine stetige Funktion beschränkter Schwankung ein Integral ist). 106-115: „§7. Das Perronsche Integral“ (Unter- und Oberfunktionen von  $f$ , finite Funktionen; unteres und oberes Perron-Integral, Perron-Integrierbarkeit; L-integrierbare Funktionen sind P-integrierbar; P-integrierbare nichtnegative Funktionen sind L-integrierbar). 116-135: „§8. Bedingt konvergente Integrale. Das Denjoesche Integral“ (Problem der Erweiterung eines Integralbegriffs; Dinische Erweiterung; Harnacksche Erweiterung; Denjoy-Integral; P-Integral ist ein Dinisches; Zusammenhang von Denjoeschem und Perronschem Integralbegriff). Inhalt der Anhänge: Anhang 1 (Bll. 136-199) gibt einen Zugang zum Lebesgue-Integral beschränkter Funktionen nach W.H. Young, bei dem man nicht vorher die Maßtheorie entwickeln muß (über unterhalbstetige Majoranten und oberhalbstetige Minoranten sowie unteres und oberes L-Integral). Danach wird über oberes und unteres L-Integral der charakteristischen Funktion einer Menge das äußere und innere L-Maß eingeführt; es folgt die Zurückführung der Integrale auf Maße (alles auf der Geraden). Schließlich Erweiterung auf mehrfache Integrale und unbeschränkte Funktionen. Bll. 200-210: Funktionen beschränkter Schwankung und totalstetige Funktionen (weicht nicht stark von Bll. 94-105 ab).

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; Maß; Integral; Jordan- Inhalt; Riemann-Integral; Lebesgue-Integral; Lebesgue-Maß; Duhamel-Serret-Integral; Perron-Integral; Denjoy-Integral; Dinische Erweiterung

### NL Hausdorff: Kapsel 13: Fasz. 44

Die Vertheilung der Primzahlen : Vorlesung Univ. Bonn SS 1924 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1924, SS. – 110 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-27, entspr. Bll. 1-110. Von Bogen 21 (Bll. 79-82) gibt es eine zweite Variante (Bll. 83-86).

Inhalt: Bll. 1-12: „§1. Elementares über Zählung der Primzahlen“ (die Funktion  $\pi(x)$ ; Formel für die Anzahl der Zahlen unterhalb  $x$ , die durch keine von  $n$  gegebenen Primzahlen  $< x$  teilbar sind; Benutzung dieser Formel zur genauen Berechnung von  $\pi(x)$  und zu einer asymptotischen Abschätzung; Eulersche Funktion;  $\mu$ -Funktion; Darstellung der Eulerfunktion; Umkehrformalismus). 13-28: „§2. Ergebnisse von Tschebyscheff“ (die drei Tschebyscheffschen Funktionen  $T(x)$ ,  $\vartheta(x)$ ,  $\psi(x)$  und ihre gegenseitigen Beziehungen; Abschätzungen für  $x \rightarrow \infty$ ; Zusammenhang mit dem Primzahlsatz; in jedem Intervall  $(x, tx]$  gibt es schließlich Primzahlen; Hinweis auf offene Probleme der Primzahltheorie). 29-54: „§3. Dirichletsche Reihen“ (Riemanns Zetafunktion; spezielle und allgemeine Dirichletreihen; Konvergenzverhalten, Konvergenzabszisse; Eigenschaften der durch eine Dirichletreihe dargestellten Funktion  $f(s)$ ; Eindeutigkeit der

Entwicklung in eine Dirichletreihe; absolute Konvergenz, absolute Konvergenzabszisse; die Dirichletsche Multiplikationsregel; Koeffizientensummen, Zusammenhang mit dem Konvergenzverhalten von  $f(s)$ ; Zetafunktion und ihr Zusammenhang mit den Primzahlen; logarithmische Ableitung der Zetafunktion, Zusammenhang mit  $\psi(x)$ , Verbesserung der Tschebyscheffschen Abschätzung; Identitäten, die sich für  $\zeta$  und damit zusammenhängende Funktionen aus der Dirichletschen Multiplikation ergeben). 55-86: „§4. Dirichlets Satz von der arithmetischen Progression“ (Problemstellung; elementarer Beweis, daß es unendlich viele Primzahlen der Form  $kx + 1$  gibt; Dirichlets Satz, Andeutung der verfolgten Beweisidee; Zusammenhang zwischen Reihen und Produkten, Anwendung auf Dirichletreihen, die Progressionen  $4x + 1$  und  $4x - 1$  als Beispiel; Charaktere modulo  $k$ ; Hauptcharakter, reelle Charaktere, komplexe Charaktere; die zu einem Charakter gehörige Dirichletsche L-Reihe, die Reihen erster, zweiter, dritter Art; Zurückführung des Problems auf Eigenschaften der L-Reihen, Durchführung des Beweises). 87-110: „§5. Dirichletsche Reihen mit einer komplexen Variablen. Beweis des Primzahlsatzes“ (Dirichletreihen im Komplexen, Konvergenzverhalten; Eigenschaften der durch eine Dirichletreihe dargestellten Funktion; analytische Fortsetzung, die Zetafunktion und ihre Eigenschaften; Integrale über vertikale Geraden; Beweis des Primzahlsatzes).

SW: Zahlentheorie; analytische Zahlentheorie; Primzahlverteilung; Dirichletreihen; arithmetische Progressionen; Primzahlsatz; Charaktere; Dirichletsche L-Reihen



## NL Hausdorff: Kapsel 14: Fasz. 45

Divergente Reihen : Vorlesung Univ. Bonn SS 1925 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1925, SS. – 197 Bll.

Gehalten auch WS 1929/30 in Bonn (Angabe Bl.1). Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-65, entspr. Bll.1-195. Nach Bl.195 zwei Bll. Ergänzungen zum Abschnitt „Umkehrsätze“, die Arbeit von S.Karamata: Über die Hardy-Littlewoodschen Umkehrungen des Abelschen Stetigkeitssatzes. Math. Z. 32 (1930), p.319-320 betreffend (datiert vom 4.6.1930), entspr. Bll.196-197. Die Vorlesung enthält im Text zahlreiche Verweise auf aktuelle einschlägige Arbeiten.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-38: „§1.Grundlagen. Limestreue Limitierungs- und Summierungsverfahren“ (historische Einführung, Problemstellung, Abel-Summierbarkeit; konvergenztreue diskrete Limitierungsverfahren, Toeplitzscher Permanenzsatz mit Anwendungen; konvergenztreue stetige Limitierungsverfahren; konvergenztreue diskrete und stetige Summierungsverfahren; die allgemeinste Form eines konvergenztreuen bzw. limestreuen Verfahrens). 39-77: „§2.Das Cesàrosche Verfahren“ (Hölder-Mittel; Cesàro-Mittel; Cesàrosches Limitierungsverfahren; Beziehungen zwischen Cesàro-Mitteln verschiedener Ordnung; Multiplikationssatz von Cesàro; eine Ordnungsbedingung für Cesàro-Limitierbarkeit; aus  $C_\alpha$ -Limitierbarkeit mit  $\alpha > -1$  folgt Abel-Limitierbarkeit (C-A-Satz), umgekehrt nicht; ein Spezialfall des Umkehrsatzes von M.Riesz: die Binomialreihe; Cesàro-Summierbarkeit der Fourierreihe einer integrierbaren Funktion für jedes  $\alpha > 0$ ; Vergleich von Mittelbildungen). 78-127: „§3.Die mit C vertauschbaren Matrizen“ (vgl. [27],I)(Differenzen einer Folge; Hölder- und Cesàrotransformation sind in den Differenzen multiplikativ; Aufstellen aller Transformationen A, die in den Differenzen multiplikativ sind; Zusammenhang mit den mit C vertauschbaren Matrizen; Bedingungen für die Konvergenztreue von A, total monotone Folgen; Beispiel: Eulersches Limitierungsverfahren; Bildung total monotoner Folgen; der Äquivalenzsatz von Knopp und Schnee; Cesàrotransformation für komplexe Ordnung; Stieltjes- Integrale; Auswahlssatz von E.Helly; Momentenfolge einer monotonen Belegung; total monotone Folgen sind Momentenfolgen; Multiplikatorfolgen konvergenztreuer Matrizen als Momentenfolgen von Funktionen beschränkter Schwankung; die Momentfunktion; Zusammenhang von total monotonen Folgen und total monotonen Funktionen, Gewinnung stärkerer Verfahren als die von Cesàro und Hölder). 128-147: „§4.Gestahlte Matrizen“ (Wiedergabe eines Teiles von R.Schmidt: Über divergente Folgen und lineare Mittelbildungen. Math.Z. 22 (1925), S.89-152 mit erheblichen Änderungen). 148-181: „§5.Umkehrsätze“ (Sätze vom Tauber-Typ von Tauber, Fejér, Landau, Hardy, Littlewood; Verallgemeinerungen des Hardy-Littlewoodschen A-K-Satzes; der Umkehrsatz von M.Riesz (Journ. Crelle 140 (1911), S.89-99)). 182-195: „§6.Das Borelsche Verfahren“ (die beiden Borel-Verfahren als Glieder einer Skala; Vergleich der Borel-Limitierbarkeit mit Abel- und Cesàro-Limitierbarkeit; Vergleich mit Euler-Limitierbarkeit; Kombinati-

on der Borel-Methode mit Cesàro-Mitteln); 196- 197: ein Zusatz zum Hardy-Littlewoodschen A-K-Satz.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; divergente Reihen; Limitierungsverfahren; Summierungsverfahren; Abel-Verfahren; Borel-Verfahren; Cesàro-Verfahren; Euler-Verfahren; Hölder-Verfahren; Momentfolgen; total monotone Folgen; Momentenproblem; Tauber-Theoreme; gestrahlte Matrizen

### **NL Hausdorff: Kapsel 14: Fasz. 46**

Hyperkomplexe Zahlen : Vorlesung Univ. Bonn WS 1926/27 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1926/1927, WS. – 141 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-35, entspr. Bll.1-141.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-7: „§1.Die gewöhnlichen komplexen Zahlen“ (Einführung über Zahlenpaare; Einführung als Algebra mit 2 Einheiten; Einführung als Restklassen modulo  $x^2 + 1$ ). 7-141: „Hyperkomplexe (höhere komplexe) Zahlen mit endlich vielen Einheiten“ mit den Paragraphen: 7-30: „§2.Grundlagen“ (Vektorraum der reellen  $n$ -tupel; Definition einer Multiplikation, Strukturkonstanten; Division, Nullteiler; die Haupteinheit; die Reziproke einer Zahl; Rang und Ranggleichung einer Zahl; Satz von Frobenius; Systeme mit komplexen Koeffizienten, äquivalente und reell-äquivalente Systeme; direkte Summe von Systemen, Reduzibilität, Irreduzibilität; reell-irreduzible Systeme; Multiplikation von Systemen). 31-49: „§3.Aufsuchung komplexer Zahlensysteme“ (Systeme vom Maximalrang, der Fall mehrfacher Wurzeln der Ranggleichung; Systeme vom Rang  $n - 1$ ; Systeme vom Rang 2; Aufstellung aller reell-irreduziblen Systeme mit 2, 3 und 4 Einheiten). 50-90: „§4.Matricensysteme“ (Menge der quadratischen Matrizen als hyperkomplexes System mit  $n^2$  Einheiten; Nullteiler, Bedeutung der Determinante; hyperkomplexe Systeme mit  $n$  Einheiten als Teilsysteme von Matrizenalgebren; Polynome mit Matrixkoeffizienten; charakteristische Gleichung und Ranggleichung einer Matrix; Ranggleichung einer Matrizenchar, zahlreiche Beispiele, Nichtquaternionensysteme; Rangpolynom einer direkten Summe; charakteristische Wurzeln, Satz von Frobenius über die charakteristischen Wurzeln eines Polynoms in  $k$  paarweise vertauschbaren Matrizen; Formen, lineare Transformationen; Bilinearformen; symmetrische und alternierende Matrizen; quadratische Formen; Automorphismen einer Bilinearform bzw. einer Matrix; Automorphismen von symmetrischen und alternierenden Matrizen; Spiegelungen; Automorphismen von symmetrischen Matrizen sind Produkte von Spiegelungen). 91-109: „§5.Die Quaternionen“ (historische Einführung; Skalar- und Vektorteil, Norm; Zusammenhang zum 4-Quadratesatz; die Cayleyschen Oktaven; geometrische Deutung der Quaternionen; orthogonale Transformationen, Eulersche Parameter; Zusammenhang mit Bewegungen in der nichteuklidischen Geometrie; Cliffordsche Biquaternionen). 110-141: „§6.Die Lipschitzschen Zahlensysteme“ (Definition; Normalform einer

Zahl; die zu einer Zahl symmetrische Zahl, gerade und ungerade Zahlen; die zu einer Zahl konjugierte und symmetrisch konjugierte Zahl; die Norm; Vektoren, reine Vektoren; die reellen Gestalten Lipschitzscher Algebren für  $n = 1, 2, 3$ ; der allgemeine Fall, die Charakteristik, Zerlegung Lipschitzscher Algebren; Transformatoren; notwendige und hinreichende Bedingungen dafür, daß ein reguläres Element ein Transformator ist; Automorphismen quadratischer Formen; die Studysche Nablafunktion; reelle Automorphismen, reelle Transformator-komponenten).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Zahlensysteme; Matrizenalgebren; Quaternionen; Lipschitzalgebren; quadratische Formen

### NL Hausdorff: Kapsel 14: Fasz. 47

Partielle Differentialgleichungen : Vorlesung Univ. Bonn WS 1927/28 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1927/1928, WS. – 200 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-49, entspr. Bll.1-200.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-13: „§1.Vorbemerkungen“ (Regularitätsvoraussetzungen für die auftretenden Funktionen; Auflösungssatz für implizite Funktionen; Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Funktionen). 14-84: „A.Die Dg.  $F(x, y, z, p, q) = 0$ “ mit den Paragraphen: Bll.14-38: „§2.Die Form der Lösungen“ (allgemeine Lösung; singuläre Lösung; reguläre und singuläre Flächenelemente, Elementvereine, Streifen; vollständige Lösungen, charakteristische Kurven). 39-68: „§3.Integration der Dg.  $F = 0$ “ (Zusammenhang von Systemen gewöhnlicher DGL. und linearen partiellen DGL.1.Ordnung; Integrabilitätsbedingungen; Jacobische Klammerausdrücke, Verträglichkeit von  $F = 0, G = 0$ ; Methode von Lagrange-Charpit; eine zweite Methode, eine vollständige Lösung von  $F = 0$  zu finden; charakteristische Kurven und Streifen, Bestimmung der Integralfläche durch eine gegebene Kurve). 69-84: „§4.Transformation der Dg.“ (Elementtransformationen, Berührungstransformationen; Legendre-Transformation; allgemeinere Auffassung des Integrationsproblems nach S.Lie; Darstellung von Berührungstransformationen, Punktflächentransformationen, Punktkurventransformationen, infinitesimale Berührungstransformationen). 85-158: „B.Die Dg.mit  $n$  unabhängigen Variablen“ mit den Paragraphen: Bll.85-118: „§5.Lineare Differentialgleichungen u.-systeme“ (Übertragung einiger für  $F(x, y, z, p, q) = 0$  gewonnener Resultate auf  $n$  Variable, Existenz der allgemeinen Lösung; lineare part. DGL.1. Ordnung, Zusammenhang mit Systemen gewöhnl.DGL.; inhomogene DGL.; Systeme von linearen partiellen DGL., Liesche Klammerausdrücke, involutorische Systeme; Jacobische und Poissonische Klammern; Erweiterung von Systemen, vollständige Systeme, Jacobische Systeme; Anzahl der unabhängigen Lösungen eines vollständigen Systems vom Rang  $m$  in  $n$  Variablen; Verallgemeinerung dieses Satzes für Jacobische Systeme; die Methode von A.Mayer; Systeme von totalen linearen

DGL., unbeschränkt integrable Systeme). 119-158: „§6.Die allgemeine Dg.“ (Begriff der vollständigen und der singulären Lösung; char. Kurven, char. Elementvereine; Übertragung der Lagrange-Charpit-Methode (zweite Jacobische Methode); Übertragung der Cauchyschen Methode (erste Jacobische Methode); Berührungstransformationen; Vergleich der ersten und zweiten Jacobischen Methode; Systeme von partiellen DGL. erster Ordnung; Übertragung der Lagrange-Charpit-Methode; kanonische DGL.-systeme, die Hamilton-Jacobi-Gleichung). 159-200: „C.Die partielle Dg.2.O. in 2 unabh.Var.“ mit den Paragraphen: Bll.159-189: „§7.“[ohne Überschrift] (ein Existenzsatz; Flächenelemente 2.Ordnung (Krümmungselemente), Krümmungselementvereine; das allgemeine Integrationsproblem; char. Krümmungselementvereine; Monge-Ampèresche DGL.; Monge-Ampère-Gleichungen mit Zwischenintegral; quasilinearer Fall der Monge-Ampère-Gleichung, hyperbolische, elliptische und parabolische Normalform; lineare DGL.2.Ordnung; hyperbolische DGL., ihre Invarianten; Bedingungen für Zurückführbarkeit auf Quadraturen, Laplacesche Kaskadenmethode). 190-200: „§8.Existenzbeweise“ (Majoranten, Cauchys Majorantenmethode; ein allgemeiner Existenzsatz).

SW: Analysis; Differentialgleichungen; partielle Differentialgleichungen; partielle Differentialgleichungen 1.Ordnung; partielle Differentialgleichungen 2.Ordnung; lineare partielle Differentialgleichungen; Charakteristiken; Elementvereine; Berührungstransformationen; Legendre-Transformation; Methode von Lagrange- Charpit; Methode von Jacobi; Methode von A.Mayer; Monge-Ampère-Gleichung; quasilineare Differentialgleichungen; Laplacesche Kaskadenmethode

## NL Hausdorff: Kapsel 15: Fasz. 48

Algebraische Gleichungen : Vorlesung Univ. Bonn WS 1928/1929 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – Bonn, 1928/1929, WS. – 242 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-55, entspr. Bll.1-238. Nach Bl.238 folgen 4 Bll. (239-242), die ursprünglich nach Bl.26 in Kapsel 12, Fasz. 41 lagen und dort nicht hinpassen. Sie gehören nach Papier, Tinte und Datierung (25.10.28) zum vorliegenden Fasz. 48 und würden inhaltlich nach Bogen 9 (nach Bl.37) folgen können.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-17: „§1.Existenz der Wurzeln“ (Wurzeln einer algebraischen Gleichung; komplexe Zahlen; Einheitswurzeln; Gleichungen der Grade 2, 3, 4; Fundamentalsatz der Algebra, Beweis nach Cauchy; Lagrangesche Interpolationsformel). 18-37: „§2.Teilbarkeit“ (Polynome über einem Zahl- oder Funktionenkörper; Irreduzibilität; Polynome über dem rationalen Zahlkörper, Satz von Gauß; ganzzahlige Reduzibilität bzw. Irreduzibilität; Irreduzibilitätskriterien; Euklidischer Algorithmus, Zerlegbarkeit in irreduzible Polynome; Wurzeln irreduzibler Gleichungen, einfache Körpererweiterungen). 38-66: „§3.Symmetrische Funktionen“ (Permutationen; symmetrische Funktionen; Hauptsatz über symmetrische Funktionen;  $n$ -wertige Funktionen; Potenzsummen, Newtonsche Formeln; Gewichts- und Gradungleichung, praktische Durchführung der Darstellung durch elementarsymmetrische Funktionen; Diskriminante; Resultante; Kriterium für die Existenz eines gemeinsamen Teilers vom Grad  $k$ ). 67-88: „§4.Vorläufiges über Auflösung durch Radikale“ (Radikalausdrücke über einem Körper; algebraisch auflösbare (metazyklische) Gleichungen; quadratische Radikale, Konstruktionen mit Zirkel und Lineal;  $p$ -te Einheitswurzeln; Darstellbarkeit der  $m$ -ten Einheitswurzeln durch Radikale von Graden  $< m$ ; geometrische Konstruierbarkeit regulärer  $p$ - Ecke; Satz von Kronecker über die reellen Wurzeln irreduzibler metazyklischer Gleichungen vom Primzahlgrad  $> 2$ ; Beispiel einer nicht algebraisch auflösbaren Gleichung 5.Grades). 89-102: „§5.Gruppen“ (Beispiele; abstrakter Gruppenbegriff; Untergruppen, Nebenklassen; Satz von Lagrange; konjugierte Untergruppen; Normalteiler; Faktorgruppen; Isomorphie, Homomorphie, Homomorphiesatz). 103-122: „§6.Permutationsgruppen“ (Zyklendarstellung; Einfachheit der alternierenden Gruppe für  $n > 4$ ; Lagrangesche Gleichungstheorie: Theorie der allgemeinen Gleichung  $n$ -ten Grades). 123-158: „§7.Die Galoissche Gruppe“ (Def. der Galoisgruppe als Permutationsgruppe; Verhalten bei Adjunktion; Untergruppen der Galoisgruppe; konjugierte Körper, Normalkörper; Automorphismengruppe eines Normalkörpers, Isomorphie zur Galoisgruppe; Satz vom primitiven Element; Gradsatz für Körpererweiterungen; Bestimmung der Galoisgruppe; Hauptsätze der Galoistheorie; Aufspaltung des Auflösungsproblems; natürliche und akzessorische Irrationalitäten; Bedeutung der Transitivität der Galoisgruppe; Transformation einer Galoisschen Gleichung). 159-192: „§8.Abelsche und zyklische Gleichungen. Kreisteilung“ (Begriffe; Zurückführung abelscher Gleichungen auf eine Reihe zyklischer; Zurückführung zyklischer Gleichungen auf

solche kleineren Grades, Gaußsche Perioden; Anwendung auf die Kreisteilung; Zurückführung zyklischer Gleichungen auf binomische; Kreisteilung; Gaußsche Summen; quadratisches Reziprozitätsgesetz). 193-238: „§9. Metazyklische Gruppen und Gleichungen“ (Def. der auflösbaren (metazykl.) Gruppen; Kriterien und Sätze für auflösbare Gruppen; auflösbare Gleichungen; Kriterien für Auflösbarkeit; Auflösung durch reelle Radikale; Gleichungen vom Primzahlgrad, Zusammenhang mit linearen Gruppen; das Galoissche und weitere Auflösbarkeitskriterien; Theorie der Gleichungen 5. Grades; Gleichungen vom Grad  $p^2$ ; Tripelgruppen, Wendepunkte einer ebenen Kurve 3. Grades).

SW: Algebra; algebraische Gleichungen; Galoistheorie; abelsche Gleichungen; zyklische Gleichungen; Lagrangesche Gleichungstheorie; Auflösung durch Radikale; Kreisteilung

### **NL Hausdorff: Kapsel 15: Fasz. 49**

Mengenlehre : Vorlesung Univ. Bonn WS 1930/1931 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1930/1931, WS. – 86 Bll.

Das Manuskript enthält auf Bl.1 die Überschriften der ersten vier Kapitel: I. Mengenverknüpfungen, II. Kardinalzahlen, III. Ordnungstypen und Ordnungszahlen, IV. Punktmengen. Die vorliegende Vorlesung enthält die Teile I.-III. nicht. Vermutlich hat Hausdorff die entsprechenden Abschnitte der Vorlesung von WS 1921/22 (Kapsel 13, Fasz. 42, Bll.1-97) beim Vortrag benutzt. Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-22, entspr. Bll.1-86.

Inhalt: Bll.1-24: „IV. Punktmengen“ (Beispiele metrischer Räume; offene und abgeschlossene Mengen;  $G_\delta$ - und  $F_\sigma$ -Mengen; stetige Funktionen; homöomorphe Räume; topologisch invariante Begriffe; stetige Bilder kompakter Mengen; Berührungspunkte, Häufungspunkte, Verdichtungspunkte, isolierte Punkte; insichdichte, abgeschlossene, perfekte Mengen; der insichdichte Kern, separierte Mengen; der perfekte Kern; separable Räume; Abzählbarkeitssätze für separable Räume, z.B. der isolierte Teil oder der separierte Teil einer Menge ist abzählbar, ein System disjunkter offener Mengen ist abzählbar; Durchschnittssatz für eine absteigende Folge kompakter Mengen; Borelscher Überdeckungssatz; Durchschnittssatz für vollständige Mengen; dyadische Mengen, dyadische Diskontinua, ihre Mächtigkeit; das Cantorsche Diskontinuum; Mengen von mindestens Kontinuumsmächtigkeit in einem vollständigen Raum, Satz von Young). 25-86: „V. Dimensionstheorie“ mit den Paragraphen: 25-39: „§1. Zusammenhang und Trennung“ (getrennte Mengen; zusammenhängende Mengen; Sätze über zusammenhängende Mengen; Komponenten, Quasikomponenten; Halbkontinua, Konstituanten; diskontinuierliche, zusammenhanglose, total zusammenhanglose, nulldimensionale Mengen; stetige Funktionen und Zusammenhang; Trennungssätze; Einschaltungssatz; Umgebungen und Dimensionstheorie, Aussagen vom internen und vom externen Typ). 40-58: „§2. Nulldimensionale Mengen“ (Grundidee der Urysohn-Mengerschen Dimensionstheorie; nulldimensionale Mengen; Sätze über nulldimensionale Mengen; Sätze über separable nulldi-

mensionale Räume, Zusammenhang zum Baireschen Nullraum; Nulldimensionalität und Zusammenhang). 59-70: „§3. Mengen endlicher Dimension“ (induktive Definition des Begriffs „höchstens  $n$ -dimensional“; Def. von  $\dim M = n$ ; Dimension als topologische Invariante; für ein Mengensystem reguläre Mengen; Normalbereiche; Sätze über Mengen, die für einen Normalbereich regulär sind; der Summensatz; der euklidische  $R^n$  ist höchstens  $n$ -dimensional; Dimension eines Produktes). 71-86: „§4. Der Zerlegungssatz“ (vorbereitende Sätze über Bedeckungen, der Zerlegungssatz; simpliziale Zerlegungen im  $R^n$ ; der Pflastersatz von Lebesgue; Beweis, daß  $R^n$   $n$ -dimensional ist).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Dimensionstheorie; induktive Dimension; Pflasterdimension; Punktmengen; separable Räume; vollständige Räume; dyadische Mengen; nulldimensionale Mengen; Zusammenhang; Lebesguescher Pflastersatz

### **NL Hausdorff: Kapsel 15: Fasz. 50**

Punktmengen : Vorlesung Univ. Bonn SS 1931 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1931, SS. – 181 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-44, entspr. Bll.1-181.

Inhalt: Bll.1-19: „§1. Mengen erster Kategorie“ (metrischer Raum  $E$ ; Grundbegriffe wie offen, abgeschlossen, kompakt, vollständig;  $\sigma$ - und  $\delta$ -Systeme, Borelsche Systeme; die Borelmengen von  $E$ ; dichte und nirgends dichte Mengen; Mengen von erster und zweiter Kategorie; Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie;  $\alpha$ -offene und  $\alpha$ -abgeschlossene Mengen;  $\alpha$ - und  $\beta$ -Mengen; Charakterisierung der  $\beta$ -Mengen). 20-45: „§2. Abbildungen“ (schlichte (injektive) Abb. eines metrischen Raumes auf einen metrischen Raum; stetige Abb.; Sätze über stetige Abb.; Youngsche Mengen, topologisch vollständige Räume;  $\alpha$ - und  $\beta$ -Funktionen und ihre Eigenschaften; Folgen von Funktionen; die Baireschen Klassen; die Eigenschaften der Funktionen erster Klasse; Grenzfunktionen von  $\beta$ -Funktionen; Charakterisierung von  $\beta$ -Funktionen). 46-181: „Theorie der linearen metrischen Räume“ mit den Paragraphen: Bll.46-67: „§3. Einführung“ (Vektorräume; Normen; Folgenräume; Funktionenräume; Matrizenräume; vollständige lineare Räume; lineare Teilräume, die lineare Hülle einer Menge; die abgeschlossene Hülle; Vollständigkeit linearer topologisch vollständiger Räume). 68-112: „§4. Stetige lineare Abbildungen“ (Stetigkeit lin. Abb. ist zur Beschränktheit äquivalent; Eigenschaften beschränkter linearer Operatoren; die Norm eines beschränkten lin. Operators; Raum der beschr. lin. Operatoren; Linearformen (lineare Funktionale), der duale Raum; Multiplikation von Operatoren; inverser Operator; Beispiel: lin. beschr. Operatoren in  $l^p$ , unendliche Matrizen; Problem der Stetigkeit des Inversen eines injektiven beschr. lin. Operators; Räume endlicher Dimension, Charakterisierung linearer Räume endlicher Dimension durch die Totalbeschränktheit jeder beschränkten Menge; Kriterien für die Stetigkeit des Inversen eines injektiven beschr. lin.

Operators; eine allgemeine Version des Satzes von der offenen Abbildung; Quotientenräume; eine allgemeine Version des Satzes von der stetigen Inversen, stetige lineare Bilder vollständiger linearer Räume; Existenz linearer Räume, die unvollständig und in sich von zweiter Kategorie sind; Satz von der gleichmäßigen Beschränktheit; Satz von Banach-Steinhaus). 113- 139: „§5.Linearformen. Konjugierte Räume“ (Beispiele; Fortsetzungssatz von Hahn-Banach, Folgerungen; schwache Konvergenz; Koordinaten; Räume mit abzählbarer Grundmenge, Separabilität; linear- separable Räume; Approximationssätze). 140-154: „§6.Konjugierte Abbildungen. Normale Auflösbarkeit“ (adjungierte Operatoren; normale Auflösbarkeit; Bedingungen für normale Auflösbarkeit, insbesondere in reflexiven Räumen; Bedingungen für die Injektivität eines beschr. lin. Operators bzw. des adjungierten Operators; Kriterien für eindeutige stetige Umkehrbarkeit). 155-181: „§7.Vollstetige Abbildungen“ (Begriff; der lineare Teilraum der vollstetigen Operatoren; Satz von Schauder; die vollstetigen Operatoren in  $l^p$ ; eine hinreichende Bedingung für Vollstetigkeit eines Operators in  $C[a, b]$ ; bei vollstetigem  $T$  wird durch  $S = I - T$  jeder vollständige Raum auf einen vollständigen abgebildet; direktes Produkt zweier linearer Räume; Gleichheit des Nulldefekts von  $S = I - T$  und dessen Adjungierten bei vollstetigem  $T$ ; Elemente der Riesz- Schauderschen Auflösungstheorie für  $S$ ).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Punktmengen; lineare normierte Räume; Banachräume; Hilberträume; Folgenräume; Funktionenräume; lineare Operatoren; lineare Funktionale; vollstetige Operatoren



## NL Hausdorff: Kapsel 16: Fasz. 51

Zahlentheorie : Vorlesung Univ. Bonn WS 1931/1932 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1931/32, WS. – 265 Bll.

Die Vorlesung besteht aus den Teilen „Elementare Zahlentheorie“ (Bll.2-82) und „Algebraische Zahlentheorie“ (Bll.83-265). Sie wurde im SS 1932 fortgesetzt (s. Kapsel 16, Fasz. 52). Sie ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-66, entspr. Bll.1-265. Bll.258-265 nicht vorgetragen (Angabe Bl.258). Einige Bll. sind verschmutzt oder beschädigt.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-25: „§1.Zerlegung in Primfaktoren“ (Grundbegriffe; Euklidischer Algorithmus; Eindeutigkeit der Primzerlegung; vollkommene Zahlen;  $\mu$ -Funktion, Umkehrformalismus; Eulersche Funktion; elementare Abschätzungen für  $\pi(x)$ ). 26-53: „§2.Kongruenzen“ (Restklassen; Rechenregeln; Polynomkongruenzen; lineare Kongruenzen; Satz von Euler-Fermat; Wilsonscher Satz; Summen zweier Quadrate; Systeme von Kongruenzen; Polynomkongruenzen mod  $p$ ; binomische Kongruenzen;  $n$ -te Potenzreste; Vierquadrate Satz von Lagrange; Waringsches Problem). 54-65: „§3.Quadratische Reste“ (Legendre-Symbol; Reziprozitätsgesetz und Ergänzungssätze; Jacobi-Symbol). 66-82: „§4.Exponentialkongruenzen“ (Ordnung eines Elements in der Gruppe der primen Restklassen; die zu einem Exponenten gehörigen Zahlen; Primitivzahlen mod  $m$ ; Anwendung auf die Dezimalbruchentwicklung; Anzahl der Primitivzahlen mod  $p$ ; primitive Einheitswurzeln; Kreisteilungspolynome mod  $p$ ; es gibt unendlich viele Primzahlen der Form  $kn + 1$ ; Indices). 83-94: „§5.Der Gaußsche Zahlkörper“ (Norm; Einheiten; unzerlegbare Zahlen; Ring der ganzen Gaußschen Zahlen als Hauptidealring; eindeutige Primzerlegung; Hinweis auf die Probleme damit in anderen Zahlkörpern). 95-149: „§6.Algebraische Zahlen und Zahlkörper“ (Polynome über einem Zahlkörper; algebraische Zahlen, ganze algebraische Zahlen; Satz von Hurwitz-Kronecker, Satz von Gauß als Spezialfall; Polynomzerlegung nach Kronecker; Teilbarkeit ganzer algebraischer Zahlen, Einheiten; endliche algebraische Erweiterungen eines Körpers; lineare Unabhängigkeit, Körpergrad; konjugierte Zahlen und Körper; Normalkörper; Spur, Norm, Different; Diskriminante von  $m$  Zahlen; Ganzheitsbasis, Körperdiskriminante, Index; Beispiele: quadratische Zahlkörper, Körper der  $p$ -ten Einheitswurzeln). 150-167: „§7.Moduln“ ( $m$ -gliedrige Moduln; Basis eines Moduls, Normalbasis; Bestimmung einer Ganzheitsbasis des Körpers). 168-204: „§8.Ideale“ (Idealbegriff; Diskriminante eines Ideals; Index; Idealbasis; Norm; Addition und Multiplikation von Idealen; Teilbarkeitsgesetze; ggT; Primideale; die Hauptordnung eines algebraischen Zahlkörpers; jedes Ideal ist zweigliedrig darstellbar; Multiplikativität der Norm; Normen von Primidealen, Grad eines Primideals; Idealklassen; Endlichkeit der Klassenzahl; die Idealklassengruppe; die einem Ideal assoziierte ideale Zahl im Sinne Kummers; assoziierte Ideale, algebraischer Wert). 205-234: „§9.Kongruenzen“ (Polynomkongruenzen nach einem Ideal; Verallgemeinerung der Eulerfunktion für Ideale; Satz von Euler-Fermat; Lineare Kongruenzen; Polynomkongruenzen nach Primidealen;  $n$ -te Potenzreste; Übert-

ragung des Legendre- und des Jacobi-Symbols; die Problematik allgemeiner Reziprozitätsgesetze; die zu einem Exponenten gehörigen Zahlen nach einem Primideal; Polynomkongruenzen nach einer Primzahl; Galoisfelder; der Körper der primen Restklassen nach einem Primideal). 235-265: „§10.Primideale“ (gewöhnliche Primzahlen und außergewöhnliche Primzahlen (ständige Indexteiler); Auffinden der Primidealzerlegung von  $(p)$  für eine gewöhnliche Primzahl; notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß  $(p)$  unverzweigt ist (Diskriminantenansatz von Dedekind); Beispiele: quadratische Körper, Körper der  $p$ -ten Einheitswurzeln; Beweis des Satzes von Dedekind; Kriterium dafür, daß eine Primzahl kein ständiger Indexteiler ist; Beispiele für die Anwendung).

SW: Zahlentheorie; Algebra; elementare Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Polynomkongruenzen; Reziprozitätsgesetze; algebraische Zahlkörper; Moduln; Ideale; Gaußscher Zahlkörper; quadratische Zahlkörper; Kreisteilungskörper; Primidealzerlegung; Galoisfelder

### NL Hausdorff: Kapsel 16: Fasz. 52

Algebraische Zahlen : Vorlesung Univ. Bonn SS 1932 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1932, SS. – 311 Bll.

Diese Vorlesung ist die Fortsetzung der Vorlesung „Zahlentheorie“ vom WS 1931/32 (Kapsel 16, Fasz. 51). Sie ist von Hausdorff nur bogenweise nummeriert: 1-72, entspr. Bll.1-311. Bll.45-47, 260-266, 292-311 wurden nicht vorgetragen (Angaben auf Bll.45, 260, 292).

Inhalt: Bll.1-47: „§11.Allgemeine Aufstellung der Primideale“ (abstrakter Körperbegriff, Charakteristik; Polynome über einem Körper; Polynome in  $n$  Unbestimmten über einem algebraischen Zahlkörper  $k$ ; primitive Polynome, Satz von Gauß; Inhalt eines Polynoms; Spur, Norm Diskriminante, Differenten eines Polynoms; Norm des Inhalts = Inhalt der Norm; Polynomkongruenzen nach einem Primideal; Basisformen eines algebraischen Zahlkörpers; die Primidealzerlegung von  $(p)$  für beliebiges  $p$  (nach K. Hensel); die Differenten (Grundideal) von  $k$ ; Kriterium für Teilbarkeit der Differenten durch ein gegebenes Primideal; der Dedekindsche Diskriminantenansatz). 48-67: „§12.Weiteres über die Differenten“ (gebrochene Ideale; komplementäre Moduln und Ideale; Einführung der Körperdifferenten nach Dedekind; die Differenten als ggT aller Zahldifferenten). 68-102: „§13.Die Einheiten“ (Minkowskischer Linearformensatz mit Anwendungen; die Einheiten des Körpers, die nebst ihren konjugierten den Betrag 1 haben; Dirichletscher Einheitensatz; ein zweiter, logarithmenfreier Beweis des Einheitensatzes). 103-129: „§14.Die Fermatsche Vermutung“ (pythagoräische Tripel; Fermat-Vermutung; Eulers Beweis für  $n = 4$ ; die Kummerschen Sätze über die Unlösbarkeit von  $x^n + y^n + z^n = 0$  in ganzen Zahlen des Körpers der  $l$ -ten Einheitswurzeln ( $l$  ungerade Primzahl) für gewisse Klassen von Exponenten). 130-159: „§15.Das Eisensteinsche Reziprozitätsgesetz“ (Potenzreste nach Primidealen im Körper  $k$  der  $l$ -ten Einheitswurzeln; das Eisensteinsymbol; konjugierte Zahlen und Ideale in  $k$ ; Verhalten des Eisensteinsymbols bei Automorphismen

des Körpers; weitere Sätze über das Eisensteinsymbol; das Reziprozitätsgesetz von Eisenstein; Anwendung auf die Fermat-Vermutung). 160-213: „§16. Die Klassenzahl“ (mehrfache Integrale; asymptotische Formel für die Anzahl der durch ein Ideal teilbaren Hauptideale mit Norm  $\leq t^n$ ,  $n$  Körpergrad; asymptotische Formel für die Anzahl der Ideale mit Norm  $\leq t$ ; Dirichletreihen; Dedekindsche Zetafunktion; unendliche Produkte; Produktdarstellung der Zetafunktion; Existenz unendlich vieler Primideale 1. Grades in jedem Körper; Gruppencharaktere; Charaktere mod  $k$ ; Dirichletsche L-Reihen). 214-311: „§17. Die Klassenzahl spezieller Körper“ (ein impliziter Ausdruck für die Klassenzahl im Körper der  $m$ -ten Einheitswurzeln; Dirichlets Satz von der arithmetischen Progression; der Körper  $k$  der  $l$ -ten Einheitswurzeln,  $l$  Primzahl  $> 3$ : Kriterium für die Teilbarkeit des ersten Faktors der Klassenzahl durch  $l$ ; Bernoullische Zahlen; Kriterium für die Teilbarkeit des zweiten Faktors der Klassenzahl durch  $l$ ; Kriterien für die Teilbarkeit der Klassenzahl durch  $l$ ; Sätze über die Einheiten in  $k$  im regulären Fall (Klassenzahl nicht durch  $l$  teilbar); primäre Zahlen im regulären Fall; Kummer-Symbol, Kummersches Reziprozitätsgesetz; quadratische Körper: Zetafunktion; Charaktere modulo  $|d|$ ; Bestimmung der Klassenzahl für imaginäre und für reelle Körper; Vorzeichenbestimmung der Gaußschen Summen; Geschlechter in quadratischen Körpern).

SW: Zahlentheorie; Algebra; algebraische Zahlentheorie; analytische Zahlentheorie; Primidealzerlegung; Einheitensatz; Fermatproblem; Reziprozitätsgesetze; Klassenzahlbestimmung; Kreisteilungskörper; quadratische Körper; Dirichletreihen; Charaktere; Geschlechter in quadratischen Körpern

## NL Hausdorff: Kapsel 17: Fasz. 53

Reelle Funktionen und Maßtheorie : Vorlesung Univ. Bonn WS 1932/1933 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1932/33, WS. – 295 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 0-73, entspr. Bll.1-295. Nach Bogen 64 liegen zwei keinem Bogen zugeordnete Blätter (Bll.256-257), die inhaltlich an Bl.250 anschließen und eine Ergänzung darstellen. Im Text gibt es zahlreiche Hinweise auf aktuelle Arbeiten.

Inhalt: Bll.1-2: Literatur. 3-46: „§1.Einiges aus der Mengenlehre“ (metrische Räume;  $\sigma$ - und  $\delta$ - Systeme; Borelmengen; dichte Mengen; separable Räume; Heine-Borelscher Überdeckungssatz; Mengen erster und zweiter Kategorie; Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie;  $\alpha$ - und  $\beta$ -Mengen; Abbildungen; Stetigkeit;  $\alpha$ - und  $\beta$ -Funktionen (Kuratowski); höchstens punktweise unstetige Funktionen; Funktionenfolgen; Bairesche Klassifikation; Charakterisierung der Funktionen der ersten Klasse;  $\beta$ -Funktionen als Bairesches System). 47- 141: „§2.Additive Mengenfunktionen (Masse)“ (endlich additive und additive ( $\sigma$ -additive) Mengenfunktionen; Zurückführung additiver Mengenfunktionen auf monotone additive; das Problem der Konstruktion monotoner additiver Mengenfunktionen, Unmöglichkeit der Konstruktion für alle beschränkten Mengen; Caratheodorys Maßtheorie: Einführung von Maßen über äußere Maße, Meßbarkeit, inneres Maß, Nullmengen; Sonderfälle der Caratheodoryschen Theorie: das Lebesgue-Maß, Intervalle als überdeckende Mengen, Überdeckungen mit anderen Mengen als Intervallen; das Lebesgue- Stieltjes-Maß; Beispiele im Lebesgueschen Sinn nicht meßbarer Mengen; der Peano-Jordan-Inhalt; ein allgemeines Prinzip der Konstruktion äußerer Maße in einem metrischen Raum,  $q$ -dimensionale Maße im  $p$ -dimensionalen Raum, der Fall  $q = 1$ , Hinweis auf nicht ganzzahlige  $q$  (Hausdorff-Dimension); das Lebesgue-Maß im Folgenraum; die Existenz maßtreuer injektiver Abbildungen von Räumen verschiedener Dimension, das Maß im Baireschen Nullraum). 142-184: „§3.Lineare Funktionale (Integrale)“ (additive Funktionale, Definition des Integrals als additives Funktional auf einem Funktionensystem  $\Phi$ , Forderungen an das System  $\Phi$  der integrierbaren Funktionen; Darstellung als Differenz zweier monotoner additiver Funktionale; Konstruktion additiver monotoner Funktionale, Übergang vom Maß zum Integral: meßbare Funktionen, punktweise Konvergenz und Konvergenz dem Maß nach, Satz von Jęgorow, Satz von Lusin, Treppenfunktionen, Lebesgue-Stieltjes-Integral einer Treppenfunktion, integrierbare Treppenfunktionen, Definition des Integrals, Integrierbarkeitsbedingungen, Konvergenzsätze; oberes und unteres Integral, die Riemann-Darboux-Integrale; Integrale über meßbare Mengen). 185-259: „§4.Integration und Differentiation“ (Ableitung, Stammfunktion, bestimmtes (Duhamel-Cauchy)-Integral; Eigenschaften von Ableitungen; nirgends konstante Funktionen, deren Ableitungen in jedem Intervall Nullstellen haben ( $K$ -Funktionen);  $K$ -Funktionen, die in keinem Teilintervall monoton sind; stetige nirgends differenzierbare Funktionen; die vier Hauptderivierten einer Funktion; die Eigenschaften der Derivierten stetiger Funktionen; die Existenz einer

Perronschen Oberfunktion zu einer integrierbaren Funktion; das L-Integral über eine integrierbare Derivierte; L- Integral als Funktion der oberen Grenze; Zusammenhang zwischen Integralfunktionen, stetigen Funktionen mit beschränkter Schwankung und stetigen Funktionen mit integrierbarer Derivierter; Funktionen beschränkter Schwankung; totalstetige Funktionen; die Klasse der totalstetigen Funktionen ist mit der Klasse der Integralfunktionen identisch). 260-283: „§5. Die Verteilung der Derivierten“ (Beweis des Denjoyschen Verteilungssatzes mit Folgerungen). 284-295: „§6. Das Perronsche Integral“ (Begriff des P-Integrals; Verhältnis von P-Integral und L- Integral; Eigenschaften P-integrierbarer Funktionen; Dinische Integrale, L- Integral ist kein Dinisches, P-Integral ist ein Dinisches Integral).

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; reelle Funktionen; Topologie; Punktmengen; Lebesgue-Stieltjes-Maß; Hausdorff-Dimension; Lebesgue-Stieltjes-Integral; Derivierte; Denjoyscher Verteilungssatz; Perron-Integral

#### **NL Hausdorff: Kapsel 17: Fasz. 54**

[Infinitesimalrechnung I] : Vorlesung Univ. Bonn SS 1933 / Felix Hausdorff. Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], [1933, SS]. – 114 Bll.

Bogen 1 mit der sonst üblichen Überschrift und Zeitangabe fehlt. Im Vorlesungsverzeichnis der Univ. Bonn wird von Hausdorff für das SS 1933 „Infinitesimalrechnung I“ angekündigt. Die Vorlesung ist gehalten worden, denn Bl. 102 trägt den Vermerk „Schluss 28/7 33“. Die Vorlesung ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 2-27, entspr. Bll.1- 114.

Inhalt: Bll.1-20: reelle Zahlen (Unvollständigkeit des Bereichs der rationalen Zahlen; Zahlengerade, anschauliche Einführung der reellen Zahlen; Dedekindsche Schnitte; Vollständigkeit des Systems der reellen Zahlen; Rechenoperationen mit reellen Zahlen; unendliche Dezimalbrüche; absoluter Betrag). 21-56: „§2. Grenzwerte“ (Grenzwert einer Folge; beschränkte Folgen; bestimmt divergente Folgen; Nullfolgen; Grenzwertsätze; Verhalten monotoner Folgen; arithmetisch-harmonisches und arithmetisch-geometrisches Mittel; Lösung quadratischer Gleichungen; Kettenbrüche; monotone Teilfolgen in beliebigen Zahlenfolgen; Häufungspunkte, Satz von Bolzano-Weierstraß; Cauchysches Konvergenzkriterium; Andeutung der Möglichkeit, die reellen Zahlen über Fundamentalfolgen einzuführen; Exponentialfunktion; die Zahl e; natürlicher Logarithmus). 57-94: „§3. Unendliche Reihen“ (Konvergenz, Divergenz; Beispiele; erlaubte Operationen mit konvergenten Reihen; Reihen mit positiven Gliedern, Vergleichskriterien; Wurzel- und Quotientenkriterium; Raabesches Kriterium; Reihen mit beliebigen Gliedern, absolute Konvergenz; absolute = unbedingte Konvergenz; Erreichen eines beliebigen Verhaltens einer bedingt konvergenten Reihe durch Umordnen; die Euler-Mascheronische Konstante; Multiplikation absolut konvergenter Reihen; Anwendung auf Dirichletreihen; Zusammenhang

zur Zahlentheorie; Funktionalgleichung der Exponentialreihe; Hyperbelfunktionen). 95-114: „§4. Potenzreihen“ (Konvergenzverhalten, Konvergenzradius; Binomialreihe; hypergeometrische Reihe; Inversion einer Potenzreihe).

SW: Analysis; reelle Zahlen; unendliche Reihen; Potenzreihen

## NL Hausdorff: Kapsel 18: Fasz. 55

Einführung in die kombinatorische Topologie : Vorlesung Univ. Bonn SS 1933 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1933, SS. – 153 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff bogenweise numeriert: 1-38, entspr. Bll.1-153. Das Fasz. 55 enthielt zahlreiche Studien zur Topologie aus dem Zeitraum April-Dezember 1940 sowie einige undatierte Studien. Da diese Teile mit Hausdorffs Lehrtätigkeit nicht in Beziehung stehen und vom Charakter her zu den Studien und Referaten gehören, wurden sie dort eingeordnet (Kapsel 43), auch wenn sich eine dieser Studien expressis verbis auf den §4 der Vorlesung (Bll.113-153) bezieht.

Inhalt: Bll.1-36: „§1.Komplexe“ (der  $R^n$ , Teilräume des  $R^n$ ; Simplexe; baryzentrische Koordinaten, innere und Randpunkte eines Simplex; exklusive Simplexe, simpliziale Komplexe; Homöomorphie zwischen zwei  $m$ -dimensionalen Simplexen; Schema eines Komplexes (abstrakter Komplex); topologische Komplexe; Orientierung, orientierte Simplexe; Einführung eines alternierenden Produktes der Ecken, der (nichtkommutative) Ring der Polynome in  $s$  Ecken mit ganzzahligen Koeffizienten;  $m$ -Ketten als homogene Polynome in  $m$  Variablen; der Randoperator, Rand eines Simplex; Zyklen; die zu einem Komplex gehörenden Polynome, Ketten, Ränder, Zyklen; Homologie; Beispiele: Kreisring, projektive Ebene, Torus, Möbiusband; Komponenten eines Komplexes). 37-69: „§2.Abelsche Gruppen“ (Gruppenbegriff; additiv geschriebene abelsche Gruppen; Homomorphismen, Faktorgruppen; direkte Produkte; Basis einer Gruppe, Gruppen endlicher Basis als direktes Produkt zyklischer Gruppen; Gruppen vom Range  $0, p, \infty$ ; freie Gruppen; Rang einer Faktorgruppe; die Invarianten einer Gruppe mit endlicher Basis, die kanonische direkte Produktzerlegung, kanonische Basis; Hilfssätze aus der Matrizen Theorie; der Hauptsatz über abelsche Gruppen mit endlich vielen Erzeugenden). 70-112: „§3.Homologiegruppen“ (Definition der  $m$ -ten Homologiegruppe und der  $m$ -ten Bettischen Zahl eines Komplexes; Euler-Poincaré-Charakteristik eines Komplexes; Beispiele:s.o.; die Summen-Durchschnittsformel für die Euler-Poincaré-Charakteristik; Bestimmung der Homologiegruppen mittels Inzidenzmatrizen, die  $m$ -dimensionalen Torsionszahlen eines Komplexes; die Homologiegruppen eines Sterns und der  $n$ -Sphäre; Pseudomannigfaltigkeiten; randlose und berandete, orientierbare und nicht orientierbare Pseudomannigfaltigkeiten; Bestimmung des Ranges von  $H_n$  und der Invarianten von  $H_{n-1}$ ; der Fall  $n = 2$ , Beispiele; Homologiegruppen modulo  $p$ , insbesondere für eine Primzahl  $p$ ; der Fall  $p = 2$ : die  $m$ -te Zusammenhangsgruppe, die  $m$ -te Zusammenhangszahl eines Komplexes, Beispiele). 113-153: „§4.Die topologische Invarianz der Homologiegruppen“ (simpliziale Abbildungen; Verfeinerungen, Verhalten der Homologiegruppen dabei; Unterteilungen, Isomorphie der Homologiegruppen eines Komplexes und des daraus durch einfache Unterteilung entstehenden Komplexes; Normalunterteilung (derivierter Komplex); Abschätzung für den Durchmesser der Normalunterteilung; baryzentrische Sterne; Normalunterteilung als wiederholte einfache Un-

terteilung; Folgerung: ursprünglicher Komplex und derivierter Komplex haben isomorphe Homologiegruppen; Gruppenfolgen, Fundamentalfolgen; Komplexfolgen; Raumzerlegung und ihre Nerven; Verfeinerung einer Zerlegung; Zerlegungsfolgen, Homologiegruppen von Zerlegungsfolgen; kompakte Räume; ineinander überführbare Zerlegungsfolgen, reguläre und kanonische Zerlegungsfolgen; Homologiegruppen kompakter Räume; Isomorphie der Homologiegruppen zweier kanonischer Zerlegungsfolgen; Isomorphie der Homologiegruppen zweier homöomorpher kompakter Räume, topologische Invarianz der Homologiegruppen).

SW: Topologie; algebraische Topologie; abelsche Gruppen; Homologie

### **NL Hausdorff: Kapsel 18: Fasz. 56**

Divergente Reihen : Vorlesung Univ. Bonn WS 1933/1934 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1933/1934, WS. – 166 Bll.

Die Vorlesung ist von Hausdorff bogenweise numeriert: 1-40, entspr. Bll.1- 153. Nach Bl.153 folgt ein keinem Bogen zugeordnetes Blatt (Bl.154) „Das Lambertsche Summierungsverfahren“, welches inhaltlich an Bogen 11 (Bl.46) anschließt. Das folgende Bl.155 ist ein Zusatz zu Bl.105, Mitte. Nach Bl.155 (Bll.156-166) folgt eine alte Version der Bögen 26-28, d.h. der Blätter 103-108.

Inhalt: Bll.1-50: „§1.Grundlagen. Limestreue Limitierungs- und Summierungsverfahren“ (der Vektorraum der Folgen; lineare Funktionale; allgemeiner Begriff des Limitierungsverfahrens, limestreue Verfahren; Fortsetzungssatz von Hahn-Banach mit Folgerungen für die Existenz limestreuer Verfahren; Mittelbildung, Hölder-Mittel, Cesàro-Mittel; weitere Hilfssätze über lineare Funktionale auf dem Teilraum der Nullfolgen; diskrete Limitierungsverfahren: hinreichende und notwendige Bedingungen an die transformierende Matrix für Konvergenztreue (Toeplitzcher Permanenzsatz); Bedingungen für Nulltreue und Limestreue; allgemeine Mittelbildungen, Beispiele, ein Beispiel von Mazur; kontinuierliche Limitierungsverfahren: Begriff; notwendige und hinreichende Bedingungen für Konvergenztreue; das Abelsche Limitierungsverfahren; das Borelsche Limitierungsverfahren; Limitierungs- und Summierungsverfahren, diskrete Summierungsverfahren, Bedingungen für Konvergenztreue; das Taylorsche Summierungsverfahren; kontinuierliche Summierungsverfahren; die Summierungsverfahren von Abel, Dirichlet, Borel, Riemann und Lambert (Bl.154); allgemeine Anforderungen an brauchbare Limitierungs- und Summierungsverfahren; die Verschiebbarkeit eines Verfahrens); 51-86: „§2.Die Cesàroschen Mittel“ (Cesàro-Mittel  $\alpha$ -ter Ordnung,  $\alpha > -1$ ; Cesàro-Verfahren ist verschiebbar; Hilfssätze aus der Theorie der Eulerschen Integrale; mit Cesàro-Mittel  $\alpha$ -ter Ordnung konvergiert jedes Mittel  $\beta$ -ter Ordnung bei  $\beta > \alpha$  nach demselben Grenzwert; der Multiplikationssatz von Cesàro, Folgerungen; die endliche Größenordnung der Cesàro-Mittel, notwendige Bedingungen für Cesàro-Summierbar- oder Limitierbarkeit; Sätze von Fatou und Riesz über Verhalten



von Potenzreihen bzw. Cesàro-Summierbarkeit von Potenzreihen im Einheitskreis; die Binomialreihe; aus Cesàro-Limitierbarkeit folgt Abel-Limitierbarkeit (C-A-Satz); Umkehrung gilt nicht, Satz von Littlewood; Vergleich limestreuer Mittelbildungen); 87-108: „§3. Umkehrsätze“ (A-K-Satz von Tauber; A-K-Satz von Fejér; H-K-Satz von Landau; A-K-Satz und A-H-Satz von Hardy-Littlewood, Folgerungen, die Riemannsche Zetafunktion). 109-137: „§4. Die mit C vertauschbaren Matrizen“ (s. auch [27], I) (Momentbildung; die Differenzen einer Folge; Ausdruck der Cesàro- und der Hölder-Transformation in den Differenzen; Transformationen, die in den Differenzen multiplikativ sind, die Matrix einer Multiplikatorfolge, Eigenschaften dieser Matrizen; Kriterium für Konvergenztreue dieser Transformationen, total monotone Folgen; das Eulersche Limitierungsverfahren; Vergleich des Borelschen Verfahrens mit dem Eulerschen; Bildung total monotoner Folgen mittels Momenten; Äquivalenzsatz von Knopp und Schnee; allgemeiner Äquivalenzsatz von Hausdorff). 138-153: „§5. Das Borelsche Verfahren“ (die Borelverfahren; Vergleich mit anderen Verfahren; Summierung von Potenzreihen durch Fakultätenreihen).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; divergente Reihen; Limitierungsverfahren; Summierungsverfahren; Hölder-Verfahren; Cesàro-Verfahren; Abel-Verfahren; Euler-Verfahren; Borel-Verfahren; Momentenfolgen; Äquivalenzsatz von Hausdorff; Tauber-Theoreme

## NL Hausdorff: Kapsel 19: Fasz. 57

Infinitesimalrechnung I : Vorlesung Univ. Bonn WS 1933/1934 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1933/1934, WS. – 265 Bll.

Die Vorlesung wurde im SS 1934 fortgesetzt (s. Kapsel 19, Fasz. 58). Sie ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-67, entspr. Bll.1-257. Nach Bl.257 folgen zwei Bögen „Übungen zu Inf.rechnung I“ (Bll.258- 265).

Inhalt: Bll.1-23: „§1.Variable und Funktion“ (axiomatische Charakterisierung der reellen Zahlen; Dedekindsche Schnitte; Vollständigkeit des Systems der reellen Zahlen; Variable, Intervalle; Infimum und Supremum; Funktionsbegriff, Graph einer Funktion; Polynome; rationale Funktionen; Betrag; Potenzen und Wurzeln). 24-41: „§2.Grenzwerte von Folgen“ (Begriff des Grenzwerts; Sätze über konvergente Folgen; eigentlich divergente Folgen; Konvergenzverhalten monotoner Folgen; Dezimalbruchdarstellung reeller Zahlen; Intervallschachtelungen; monotone Teilfolgen einer Folge; Satz von Bolzano- Weierstraß; Cauchysches Konvergenzkriterium). 42-70: „§3.Grenzwerte von Funktionen  $f(x)$ “ (Definition über Folgen; einseitige Grenzwerte; Grenzwertsätze; eigentliche Divergenz;  $\epsilon - \delta$ -Kriterium; Begriff der Stetigkeit; Sätze über im abgeschlossenen Intervall stetige Funktionen; Zwischenwertsatz; schlichte (injektive) Funktionen; die inverse Funktion einer stetigen schlichten Funktion; trigonometrische und zyklometrische Funktionen; Exponentialfunktion und Logarithmus). 71-102: „§4.Das Differenzieren“ (Geschwindigkeitsbegriff; die Steigung einer Kurve; Begriff der Ableitung; Ableitungsregeln; logarithmische Ableitung; Ableitung der elementaren Funktionen; Ableitung der Inversen; weitere elementare Funktionen; Kettenregel; höhere Ableitungen). 103-127: „§5.Der Mittelwertsatz. Unbestimmte Formen. Extrema“ (notwendige Bedingung für Extrema; Mittelwertsatz; verallgemeinerter Mittelwertsatz; Folgerungen; Unstetigkeiten erster Art (Sprünge) und zweiter Art; Unstetigkeiten von Ableitungen; unbestimmte Ausdrücke; l’Hospitalsche Regel; hinreichende Bedingungen für Extrema; Fermatsches Prinzip und Brechungsgesetz). 128-153: „§6.Unendliche Reihen“ (Konvergenz und Divergenz, Beispiele; Reihen mit positiven Gliedern: Vergleichskriterien; Wurzel- und Quotientenkriterium; Raabesches Kriterium; Doppelreihen; Doppelreihensatz; Multiplikationssatz; Reihen mit beliebigen Gliedern: absolute Konvergenz; absolute Konvergenz = unbedingte Konvergenz; Übertragung der Vergleichskriterien, des Doppelreihensatzes und des Multiplikationssatzes auf absolut konvergente Reihen). 154-199: „§7.Potenzreihen“ (Konvergenzverhalten, Konvergenzradius; Differentiation von Potenzreihen; Transformation auf einen neuen Mittelpunkt; Entwicklung der elementaren Funktionen; Multiplikation von Potenzreihen; Division durch Potenzreihen; Kotangensreihe, Bernoullische Zahlen; Entwicklung zusammengesetzter Funktionen; der Abelsche Stetigkeitssatz; die Binomialreihe; Taylorformel mit Restglied). 200-211: „§8.Differentialquotienten und Differentiale“ (Differenzen verschiedener Ordnung; Auffassung der  $n$ -ten Ableitung als Grenzwert des  $n$ -ten Differenzenquotienten; Differentiale; 1.Ableitung als Quotient der Differentiale; höhere

Differentiale). 212-257: „§9.Ebene Kurven“ (Kurvenbegriff; Tangente und Normale; Bogendifferential; Asymptoten; zahlreiche Beispiele ebener Kurven; Polarkoordinaten; Spiralen; Kardioiden; Lemniskaten; Fußpunktkurven; Krümmung; natürliche Gleichung einer Kurve; Krümmungskreis; Evoluten und Evolventen; Kettenlinie als Evolute der Traktrix; Zykloiden; singuläre Punkte). 258-265: Übungen.

SW: Analysis; Differentialrechnung; unendliche Reihen; Potenzreihen; Differentialgeometrie; ebene Kurven

### **NL Hausdorff: Kapsel 19: Fasz. 58**

Infinitesimalrechnung II : Vorlesung Univ. Bonn SS 1934 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1934, SS. – 193 Bll.

Die Vorlesung ist eine Fortsetzung von „Infinitesimalrechnung I“ (Kapsel 19, Fasz. 57). Sie wurde ihrerseits im WS 1934/35 fortgesetzt (s. Kapsel 19, Fasz. 59). Sie ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-43, entspr. Bll.1-181. Nach Bl.181 liegen 3 Bögen „Aufgaben zur Infinitesimalrechnung II“ (Bll.182-193). Von den Bögen 21,22 (Bll.86- 93) gibt es eine zweite Variante (Bll.94-99). Bll.94, 95, 98, 100, 108, 111 sind stark verschmutzt.

Inhalt: Bll.1-65: „§10.Funktionen von mehreren Variablen“ (Konvergenz für Funktionen zweier Variabler; Stetigkeit; abgeschlossene und offene Mengen in der Ebene; Sätze über auf kompakten Mengen stetige Funktionen, gleichmäßige Stetigkeit; partielle Ableitungen; totale Differenzierbarkeit, Sätze darüber; Invarianz des totalen Differentials bei Variablentransformationen; höhere partielle Ableitungen; Satz von Schwarz; Taylorsche Formel und Taylorreihe in 2 Variablen; Formen in 2 Variablen, definite, semidefinite, indefinite Formen; Extrema, notwendige und hinreichende Bedingungen; Beispiele: Extremaleigenschaft des Schwerpunkts für das Trägheitsmoment, Hauptträgheitsachsen und Hauptträgheitsmomente; implizite Funktionen: in  $f(x, y) = 0$  enthaltene Kurvenzweige; Raumkurven, in  $f(x, y, z) = 0, g(x, y, z) = 0$  enthaltene Kurvenzweige; Flächen; reguläre und singuläre Punkte ebener Kurven; Andeutungen über Extreme unter Nebenbedingungen). 66-110: „§11.Integration als Umkehrung der Differentiation“ (Stammfunktion, unbestimmtes Integral; bestimmtes Integral als Zuwachs einer Stammfunktion; Integration einiger elementarer Funktionen und Integrationsregeln; Anwendung: Wallissche und Stirlingsche Formel; Integration durch Substitution; Integration von Potenzreihen; Integration rationaler Funktionen, Partialbruchzerlegung; Integration der einfachsten algebraischen Funktionen, elliptische Integrale). 111-160: „§12.Das Integral als Grenzwert von Summen (Riemannsches Integral)“ (Motivation: für eine Stammfunktion  $F(x)$  zu stetigem  $f(x)$  läßt sich  $F(b) - F(a)$  als Grenzwert von Summen auffassen; Definition des Riemann- Integrals; geometrische Veranschaulichung, Definition des Flächenbegriffs; Integrabilitätskriterien; Klassen integrierbarer Funktionen; unteres und oberes Darboux-Integral; erster Mittelwertsatz; Zusammenhang von Differentiation und Integration, die Ableitungen der Darboux-Integrale;

der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung; Integralform des Restglieds in der Taylorreihe; partielle Integration; Integration durch Substitution; Integration von Reihen, gleichmäßige Konvergenz; Grenzübergang unter dem Integral; Kriterien für gleichmäßige Konvergenz; Verhältnisse bei Potenzreihen; Entwicklung von Sinus und Kosinus in unendliche Produkte). 161-181: „§13.Geometrische Anwendungen bestimmter Integrale“ (Quadraturen; Schwerpunkte; Rektifikation ebener Kurven; Lemniskatenbogen und Zusammenhang zum arithmetisch-geometrischen Mittel; Kubatur von Rotationskörpern). 182-193: Aufgaben.

SW: Analysis; Differentialrechnung; Integralrechnung; unendliche Reihen; Raumkurven

### **NL Hausdorff: Kapsel 19: Fasz. 59**

Infinitesimalrechnung III : Vorlesung Univ. Bonn WS 1934/1935 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], 1934/1935, WS. – 40 Bll.

Die Vorlesung ist eine Fortsetzung von „Infinitesimalrechnung II“ (Kapsel 19, Fasz. 58). Diese Vorlesung und möglicherweise (lt. Vorlesungsverzeichnis) die „Einführung in die Funktionentheorie“ (Kapsel 9, Fasz. 33) waren Hausdorffs letzte Vorlesungen, da er am 31.3.1935 von den Nationalsozialisten zwangserititert wurde. Wahrscheinlich wurde er schon während des Semesters am Abhalten von Vorlesungen gehindert, denn Bl.16 trägt den Vermerk „abgebrochen 20.11.“. Das Manuskript ist von Hausdorff nur bogenweise numeriert: 1-10, entspr. Bll.1-40.

Inhalt: Bll.1-32: „§14.Uneigentliche Integrale“ (Wiederholung des Riemann-Integrals; Integrale über unendliche Intervalle: Begriff, Beispiele; absolute Konvergenz, ein Vergleichskriterium; Fresnel-Integrale; Bogenlänge der Klothoide; Zusammenhang von Reihen und Integralen; gliedweise Integration einer Reihe über unendliche Intervalle; Integrale über unbeschränkte Funktionen: Begriff des Integrals; Kombination beider Arten uneigentlicher Integrale; Beta- und Gammafunktion und damit zusammenhängende Integrale). 33-40: „Anhang: Genäherte Berechnung von Integralen“ (Trapezregel, Keplersche Faßregel, Simpsonsche Regel; Verallgemeinerung der Idee dieser Regeln durch Polynomapproximation  $n$ -ten Grades nach der Lagrangeschen Interpolationsformel).

SW: Analysis; Integralrechnung; uneigentliche Integrale; numerische Quadratur

## NL Hausdorff: Kapsel 20: Fasz. 60

[Curven- und Flächentheorie] : Vorlesung [Univ. Leipzig SS 1898] / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], [1898, SS]. – 188 Bll.

Bl.1 mit Überschrift und Datumsangabe fehlt (siehe dazu aber Kapsel 24, Fasz. 70). Laut Archiv der Univ. Leipzig (Personalakte Hausdorff) hat Hausdorff im SS 1898 eine Vorlesung „Curven- und Flächentheorie“ vor 19 Zuhörern und im SS 1899 unter demselben Titel eine Vorlesung vor 21 Zuhörern gehalten. Daß es sich hier tatsächlich um diese Vorlesung handelt, zeigt die Datumsangabe „25.6.99“ auf Bl.85. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Nach Bl.13 folgen drei unpaginierte Bll., entspr. Bll.13a-13c; Bll.32-36 und 73-80 fehlen (keine inhaltlichen Lücken); nach Bl.110 zwei unpaginierte Bll., entspr. Bll.110a-110b; nach Bl.113 fünf unpaginierte Bll., entspr. Bll.113a-113e; nach Bl.114 eine zweite Version der Vorlesung von Bl.46 an (46-123), entspr. Bll.115-192. Die erwähnte Datumsangabe zeigt, daß diese zweite Version die ältere ist.

Inhalt: Bll.2-31: „I.Ebene Curven“ (analytische Darstellung einer Kurve; Tangente und Normale; Asymptoten; Bogenelement, Bogenlänge; Enveloppe und Trajektorien einer Kurvenschar; Berührungsordnung; Krümmungskreis, Krümmungsradius; die natürliche Gleichung einer Kurve; Evolute und Evolvente; mechanische Erzeugung und analytische Bestimmung der Evolvente; singuläre Punkte. Alles ist an zahlreichen Beispielen ebener Kurven verdeutlicht). 37-72: „II.Raumcurven“ (analytische Darstellung; Tangente, Richtungskosinus; Normalebene; Krümmungsradius, Hauptnormale, Krümmungsmittelpunkt einer Kurve; Schmiegungebene, Krümmungskreis, Binormale, Polargeade; Torsion, Torsionsradius; Frenetsche Formeln; Einschub über die Bewegung von Koordinatensystemen; natürliche Gleichung; Berührung von Kurven mit Kurven, oskulierende Gerade, oskulierender Kreis; Berührung von Kurven mit Flächen, oskulierende Ebene, oskulierende Kugel; Berührung von Flächen mit Flächen; Enveloppe einer Flächenschar, Rückkehrkurve; abwickelbare Flächen; die von den Geraden und Ebenen des Hauptdreikants einer Raumkurve erzeugten Flächen; Evolute und Evolvente). 81-114: „III.Flächen im Raume“ (Tangentialebene; Normale; Linienelement; Parameterdarstellung, Parameterkurven; Flächenelement, die Gaußschen Fundamentalgrößen; Gesamtkrümmung; Gaußsche Krümmung  $K$ ;  $K = 0$  für abwickelbare Flächen; Ausdruck von  $K$  durch die Fundamentalgrößen 1.Ordnung und ihre Ableitungen;  $K$  ist biegungsinvariant, aufeinander abwickelbare Flächen; Rotationsflächen konstanten  $K$ , die Pseudospäre; Dupinsche Indikatrix; Hauptkrümmungsradien, Hauptkrümmungen; mittlere Krümmung, Minimalflächen; DGL. der Krümmungslinien; Krümmung von Kurven auf der Fläche, Satz von Meusnier; Normalschnitte, Hauptschnitte; konjugierte Linien und Richtungen; Asymptotenlinien; geodätische Linien; geodätisches Orthonormalsystem; Geometrie auf Flächen konstanten  $K$ , Zusammenhang zur nichteuklidischen Geometrie; Minimallinien und isometrische Kurven). Die erste Version (Bll.115-192) enthält darüber hinaus die Mainardi-Codazzischen Gleichungen, etwas über dreifach orthogonale Flächensysteme,

über die Zentrafläche und über Differentialparameter; sie ist dafür in anderen Punkten etwas knapper.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; ebene Kurven; Raumkurven; Flächentheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 20: Fasz. 61**

Zahlentheorie : [Vorlesung] / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig oder Bonn], [zwischen 1905 und 1914]. – 168 Bll.

Das Manuskript ist bogenweise numeriert: 1-43, entspr. Bll.1-168. Bl.1 enthält keine Datierung und keine Angaben, wann und wo die Vorlesung gehalten wurde. Nach Tinte und Papier zu urteilen ist das Ms. vor dem ersten Weltkrieg entstanden, vermutlich aber nach 1905, denn erst ab WS 1905/1906 beginnt Hausdorff mit der Gewohnheit, bogenweise zu numerieren; vorher hat er blattweise paginiert. Nach eigenen Angaben bzw. nach den Vorlesungsverzeichnissen hat Hausdorff in der Zeit vor dem ersten Weltkrieg im WS 1906/07, SS 1909 und SS 1913 „Zahlentheorie“ und im WS 1909/10 und WS 1913/14 „Algebraische Zahlen“ gelesen. Die zugehörigen Vorlesungsmanuskripte sind Kapsel 5, Fasz. 21, Kapsel 7, Fasz. 26 und Kapsel 22, Fasz. 65. Möglicherweise ist die vorliegende Vorlesung gar nicht gehalten worden. Dafür würde auch sprechen, daß sie fast ausschließlich (Bll.29-168) die klassische Gaußsche Theorie der binären quadratischen Formen behandelt, was Hausdorff - vergleicht man seine anderen Vorlesungen über Zahlentheorie - schließlich für eine Vorlesung als zu speziell erschienen sein mag.

Inhalt: Bll.1-28: elementare Zahlentheorie (Primzahlzerlegung und Folgerungen; Euler-Funktion;  $\mu$ -Funktion; Riemannsche Zeta-Funktion; Verallgemeinerung der Euler-Funktion; Kongruenzen; simultane Kongruenzen; Funktionenkongruenzen mod  $p$ ; Primitivwurzeln mod  $p$  und Indices; quadratische Reste; Legendre-Symbol; Kroneckers Ausdruck für das Legendre-Symbol, quadratisches Reziprozitätsgesetz). 29-107: binäre quadratische Formen (Grundbegriffe, Diskriminante; Darstellung von Zahlen durch Formen, Äquivalenz; Pellische Gleichung; Klasseneinteilung der quadratischen Formen gegebener Diskriminante; Endlichkeit der Klassenzahl; Sätze über die Darstellbarkeit von Zahlen durch Formen, Zusammenhang mit den quadratischen Resten; Kettenbrüche; äquivalente Zahlen; quadratische Irrationalitäten; Zusammenhang zur Pellischen Gleichung; die reduzierten quadratischen Formen, Fall negativer Diskriminante, Fall positiver Diskriminante; Zusammenhang der Reduktionstheorie mit den Kettenbrüchen; Komposition der quadratischen Formen, die Klassengruppe; Geschlechtertheorie der quadratischen Formen (nach St. Smith und H. Minkowski); Charaktere, Charaktere von Formen des gleichen Geschlechts). 108-168: Klassenzahl quadratischer Formen (Sätze über die Anzahl der Serien von Darstellungen einer Zahl durch Formen gegebener Diskriminante; Dirichletreihen; geometrische Vorbereitungen über Gitterpunktanzahlen; Ausdruck der Klassenzahl durch eine

unendliche Reihe bei negativer Diskriminante; der Fall positiver nichtquadratischer Diskriminante; endliche Ausdrücke für die Klassenzahl, Zusammenhang mit der Theorie der Kreisteilung, Gaußsche Summen, Problem ihrer Vorzeichenbestimmung; Umformungen der Ausdrücke für die Klassenzahl in ganzrationale (im Fall  $D < 0$ ) bzw. rationale Ausdrücke (im Fall  $D > 0$ ); die Klassenzahl der uneigentlich primitiven Formen).

SW: Zahlentheorie; elementare Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; quadratische Formen; quadratische Zahlkörper; Klassenzahlbestimmung; Geschlechtertheorie quadratischer Formen

### **NL Hausdorff: Kapsel 20: Fasz. 62**

Fouriersche Reihen : [Vorlesung Univ. Bonn WS 1911/1912] / Felix Hausdorff. Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], [1911/1912, WS]. – 148 Bll.

Zeit und Ort der Vorlesung sind nicht angegeben. Laut Vorlesungsverzeichnissen hat Hausdorff im WS 1911/12 in Bonn und im SS 1920 in Greifswald jeweils eine Vorlesung unter dem Titel „Fouriersche Reihen und verwandte Entwicklungen“ angekündigt. Das vorliegende Ms. ist vermutlich (Tintenvergleich) zu großen Teilen die Vorlesung von 1911/12; es enthält aber auch einige Passagen, die vermutlich aus der Greifswalder Zeit stammen. Die Vorlesung ist bogenweise numeriert: 1-31, entspr. Bll.1-80, 88-138. Fünf Bögen (vermutl. aus der Greifswalder Zeit) sind ohne Numerierung eingefügt (Bll.81-87, 139-148).

Inhalt: Bll.1-16: „§1.Trigonometrische Reihen“ (periodische Vorgänge; trigonometrische Reihen; Konvergenzproblematik; Beispiele, Charakter der dargestellten Funktionen im Vergleich etwa mit analytischen Funktionen; vier Grundprobleme in der Theorie der trigonometrischen Reihen; hinreichende Konvergenzbedingungen; eine notwendige Konvergenzbedingung (Satz von Cantor)). 17-64: „§2.Fouriersche Reihen“ (Problem der Entwicklung einer periodischen Funktion; heuristische Gewinnung der Fourierkoeffizienten durch gliedweise Integration, Kritik dieses Verfahrens; Herleitung der Fourierkoeffizienten bei gleichmäßiger Konvergenz der Reihe mit der Methode der Mittelwerte; das Problem der Darstellbarkeit einer integrierbaren Funktion durch ihre Fourierreihe; Umformung der Partialsummen, das Dirichletsche Integral; Besselsche Ungleichung, Besselsche Gleichung; hinreichende Bedingungen für die Konvergenz des Dirichletschen Integrals: die Lipschitzsche Bedingung, Folgerungen, Beispiele; die Dirichletsche Bedingung; Beispiel einer stetigen Funktion, deren Fourierreihe nicht überall konvergiert; die Partialsummenmittel, gleichmäßige Approximation stetiger periodischer Funktionen durch trigon. Polynome; Folgerungen daraus, Approximationssatz von Weierstraß). 65-87: „3.Entwickelbarkeit in eine trigonometrische Reihe“ (Riemanns Idee von 1854; die generalisierte 2.Ableitung einer Funktion; Satz von Schwarz; die Summe  $f(x)$  einer überall konvergenten trigon. Reihe ist generalisierte 2.Abl. einer stetigen Funktion  $F(x)$ ; ein hinreichendes und notwendiges Kriterium dafür, daß  $f(x)$  die Summe einer überall konvergenten trigon. Reihe ist; Satz von P. Du Bois-Reymond; weiteres zur

Riemannschen Theorie der trigon. Reihen). 88-99: „4. Trigonometrische Reihen und complexe Potenzreihen“ (Real- und Imaginärteil einer Potenzreihe als trigon. Reihen; Verhalten auf dem Konvergenzkreis, Satz von Abel; das Poissonintegral, Lösung der ersten Randwertaufgabe der Potentialtheorie für den Kreis; Sprungstellen der Randwerte). 100-116: „5. Orthogonalsysteme“ (Orthogonalität der trigon. Funktionen; Orthonormalsysteme von Funktionen, Besselsche Ungleichung; Konvergenzsätze für Entwicklungen nach Orthonormalsystemen; abgeschlossene Orthonormalsysteme; lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Funktionensystemen; die Gramsche Determinante, ein Kriterium für lineare Unabhängigkeit in  $C[a, b]$ ; Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren, die Legendre-Polynome; verschiedene Klassen von Orthonormalsystemen; Skalarprodukte mit Gewicht, Laguerresche und Hermitesche Polynome). 117-138: „6. Integralgleichungen“ (Ausgangspunkt: Existenz von stetigen Funktionen mit vorgeschriebenen Fourierkoeffizienten; Transformation des Problems in eine Integralgleichung 2. Art; Integralgleichungen mit Parameter, Eigenwerte; Lösungstheorie für die Integralgleichungen 2. Art mit symmetrischem Kern nach E. Schmidt, grundlegende Sätze über Eigenwerte und Eigenfunktionen, Entwicklung der Lösungen nach Eigenfunktionen). 139-148: „Das Fouriersche Doppelintegral“ (Darstellung nichtperiodischer Funktionen, Fouriertransformation).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; trigonometrische Reihen; Fourierreihen; Orthonormalsysteme; Integralgleichungen; Fouriertransformation



### NL Hausdorff: Kapsel 21: Fasz. 63

Fouriersche Reihen : [Vorlesung Univ. Bonn SS 1922] / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], [1922, SS]. – 123 Bll.

Zeit und Ort der Vorlesung sind nicht angegeben. Laut Vorlesungsverzeichnis hat Hausdorff in Bonn im SS 1922 eine Vorlesung „Fouriersche Reihen und verwandte Entwicklungen“ und im WS 1925/26 eine Vorlesung „Fouriersche Reihen“ gehalten. Nach der Tinte zu urteilen hat Hausdorff die Ausarbeitung bereits in Greifswald begonnen und dann in Bonn fortgesetzt. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-23, entspr. Bll.1-123. Nach Bogen 20 (Bl.97) folgt eine zweite Variante der Bögen 18-20 (Bll.98- 112). Auf Bl.59 findet sich die Datumsangabe „1925/26“.

Inhalt: Bll.1-7: „§1.Trigonometrische Reihen“ (Begriff; die Grundprobleme der Theorie; hinreichende Konvergenzbedingungen; eine notwendige Konvergenzbedingung (Satz von Cantor)). 8-17: „§2.Fouriersche Reihen“ (Problem der Entwickelbarkeit einer Funktion, die Fourierkoeffizienten; Herleitung der Fourierkoeffizienten bei gleichmäßiger Konvergenz der Reihe, Methode der Mittelwerte, praktische Berechnung der Fourierkoeffizienten; das Problem der Darstellbarkeit einer integrierbaren Funktion durch ihre Fourierreihe; Besselsche Ungleichung, Besselsche Gleichung; Umformung der Partialsummen, das Dirichletsche Integral); 18-52: „§3.Das Dirichletsche Integral. Hinreichende Bedingungen für die Convergenz der Fourierreihe“ (Dirichletsche Bedingung; Lipschitzsche Bedingung, Beispiele für deren Anwendung, Diskussion des Charakters der durch Fourierreihen dargestellten Funktionen; die Dirichletsche Bedingung, Funktionen beschränkter Schwankung; das Gibbs'sche Phänomen). 53-58: „§4.Beispiele divergenter Fourierreihen“ (Beispiel einer stetigen Funktion, deren Fourierreihe an 0 divergiert, Bemerkungen zur Menge der Divergenzstellen; Beispiel einer überall divergenten trigon. Reihe, deren Koeffizienten gegen 0 konvergieren). 59- 67: „§5.Die Mittel der Partialsummen einer FR“ (Konvergenz der Partialsummenmittel, Satz von Fejér; Folgerungen, insbesondere Gültigkeit der Besselschen Gleichung für stetige  $f$ ; Gültigkeit der Besselschen Gleichung für integrierbare  $f$ ; Weierstraßscher Approximationssatz). 68-74: „§6.Trigonometrische Interpolation“ (Problem der Approximation einer periodischen Funktion durch ein trigon. Polynom; Interpolationsformel von Jackson). 75-86: „§7.Trigonometrische Reihen und Potenzreihen“ (Real- und Imaginärteil einer Potenzreihe als trigon. Reihen; Verhalten auf dem Konvergenzkreis, Satz von Abel; Konstruktion einer analytischen Funktion zu vorgelegter Fourierreihe als Realteil, das Poissonintegral; Annäherung an den Kreisrand, Lösung der ersten Randwertaufgabe der Potentialtheorie für den Kreis). 87-97: „§8.Trigonometrische Reihen. Der Eindeutigkeitssatz“ (Problem der Entwickelbarkeit einer periodischen Funktion in eine trigon. Reihe, die Ideen von Riemanns Habilitationsschrift; die generalisierte 2.Ableitung, Satz von Schwarz; notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß  $f(x)$  die Summe einer überall konvergenten trigon. Reihe ist; der Eindeutigkeitssatz; Satz von P.Du Bois-Reymond; ein weiteres hinreichendes

und notwendiges Kriterium für Entwickelbarkeit). 98-112: zweite Version der Bll.87-97 mit der Verschärfung, daß Ausnahmestellen (höchstens abzählbar viele) zugelassen werden; 113-123: „§9. Das Fouriersche Doppelintegral“ (Übergang zu nichtperiodischen Funktionen; Verallgemeinerung der Grenzwertformeln für das Dirichletintegral; Darstellung einer Funktion, die Umkehrformeln (Fouriertransformation)).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; trigonometrische Reihen; Fourierreihen; trigonometrische Interpolation; Fouriertransformation

### **NL Hausdorff: Kapsel 21: Fasz. 64**

[Wahrscheinlichkeitsrechnung] : [Vorlesung Univ. Bonn SS 1923] / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Bonn], [1923, SS]. – 227 Bll.

Zeit und Ort der Vorlesung sind nicht angegeben. Laut Vorlesungsverzeichnis hat Hausdorff in Bonn im SS 1923 und im SS 1931 eine Vorlesung „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ gehalten. Das Ms. ist nur bogenweise numeriert: 1-48, entspr. Bll.1-217. Es folgen drei unnummerierte Bögen Übungen, entspr. Bll.218-227. Im SS 1931 hat Hausdorff Bll.116-164 weggelassen und ist gleich zum Abschnitt „Das Momentenproblem. Zweiter Grenzwertsatz“ übergegangen (Angabe Bl.104v). Für den Abschnitt über die Gaußverteilung und den zentralen Grenzwertsatz hat er dafür eine zweite Version erarbeitet (Bll.181-195), die bei Bl.178, Mitte, einzuschieben ist.

Inhalt: Bll.1-26: „1.Elementare Wahrscheinlichkeiten“ (Ereignisalgebra, Wahrscheinlichkeit als normierte additive Funktion auf den Ereignissen; vollständige Disjunktion gleichwahrscheinlicher Ereignisse, der Laplacesche W.-begriff; bedingte Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeit; Bernoullischema, Gesetz der großen Zahl; verallgemeinertes Bernoullischema; Ziehen mit Zurücklegen; Bayesche Formel mit Anwendungen). 27-44: „§2.Momente elementarer Verteilungen“ (Verteilungen diskreter Zufallsvariabler mit endlich vielen möglichen Werten; Momente der Verteilung; Tschebyscheffsche Ungleichung; momenterzeugende Funktion, Semiinvarianten; Zufallsvektoren, Unabhängigkeit; Additivität der Semiinvarianten bei unabhängigen Zufallsvariablen; Gesetz der großen Zahl, Poissonsches und Bernoullisches Gesetz der großen Zahl als Spezialfälle; Semiinvarianten eines Variablenpaares, Korrelationskoeffizienten). 45-60: „§3.Zufallsspiele. Etwas über Versicherungsrechnung“ (Einsatz, Gewinn, Risiko; Roulette; Lotterie; Ruin eines Spielers; Versicherungsrechnung). 61-71: „§4.Allgemeine Wahrscheinlichkeiten“ (Ereignisfolgen; Wahrscheinlichkeit als normierte  $\sigma$ -additive Funktion auf den Ereignissen; starkes Bernoullisches Gesetz der großen Zahl; eine Form des 0-1-Gesetzes). 72-115: „§5.Allgemeine Verteilungen und ihre Momente. Additive Mengenfunktionen und Stieltjes-Integrale“ (Elementarereignisse, Übergang von der Ereignisalgebra zu einer Mengenalgebra; Wahrscheinlichkeit als nichtnegative normierte  $\sigma$ -additive Mengenfunktion, erklärt auf einem  $\sigma$ -Körper von meßbaren Mengen; Verteilungsfunktion

eines W.-maßes auf der reellen Geraden; diskrete Verteilungen; stetige Verteilungen, Dichte; Existenz eines Maßes zu vorgegebener Verteilung, die meßbaren Mengen; das System der Borelmengen; meßbare Funktionen; Treppenfunktionen, meßbare Funktionen als gleichmäßiger Limes meßbarer Treppenfunktionen; Lebesgue-Stieltjes- Integral, integrable Funktionen; Satz von der monotonen Konvergenz; Integrale über meßbaren Mengen; Nullmengen; das Lebesgue-Stieltjes-Integral einer nichtnegativen integrablen Funktion als Mengenfunktion, seine Verteilung; oberes und unteres Integral; Intervallintegrale). 116-137: „§6.Vertheilung eines Variablenpaares“ (Borelmengen der Ebene, Maße in der Ebene; Verteilungsfunktionen in zwei Variablen; Randverteilungen; unabhängige Variable, Produktmaße; Momente, Semiinvarianten; bedingte Verteilungen). 138-164: „§7.Das Exponentialgesetz. Der Grenzwertsatz von Liapunoff“ (Eulersche Integrale; Gaußverteilung; Entwicklung einer Verteilung in eine Gram-Charlier-Reihe (Brunssche Reihe); zentraler Grenzwertsatz nach Ljapunow- Lindeberg, Sätze von Poisson und Moivre-Laplace). 165-195: „§8.Das Momentproblem. Zweiter Grenzwertsatz“ (hinreichende Bedingungen für die Lösbarkeit und Bestimmtheit des Momentenproblems; Gaußverteilung; zentraler Grenzwertsatz nach Tschebyscheff). 196-217: „§9.Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung. Methode der kleinsten Quadrate“ (empirische Momente; Schätzungen nach der Methode der kleinsten Quadrate, Beispiele). 218-227: Übungen.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Maßtheorie; mathematische Statistik; Verteilungen; Gesetze der großen Zahl; Momentenproblem; zentraler Grenzwertsatz; Methode der kleinsten Quadrate

## NL Hausdorff: Kapsel 22: Fasz. 65

Algebraische Zahlen : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1909/1910 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1909/1910, WS. – 203 Bll.

Die Vorlesung wurde auch im [WS 1913/14] in Greifswald und im [SS 1928 und WS 1930/31] in Bonn gehalten. Zahlreiche Einschübe und Ergänzungen sind in Fasz. 66 zusammengefaßt. Das Ms. ist von Hausdorff bogenweise numeriert: 1-48, entspr. Bll.1-203.

Inhalt: Bl.1: Literatur. 2-16: „§1.Die complexen Zahlen von Gauß“ (ganze Zahlen; Norm; euklidischer Algorithmus; Primzahlen; Einheiten; eindeutige Primfaktorzerlegung; Auseinanderfallen der Begriffe unzerlegbar und prim in anderen quadratischen Körpern, Motivation für die Einführung von Idealen). 17-58: „§2.Algebraische Zahlen u.Zahlkörper“ (Polynome über dem rationalen Zahlkörper; symmetrische Funktionen; Fundamentalsatz der Algebra; algebraische Zahlen, ganze algebraische Zahlen; Satz von Hurwitz-Kronecker, Satz von Gauß; Einheiten, assoziierte Zahlen; algebraische Zahlkörper endlichen Grades, die Struktur ihrer Elemente; konjugierte Zahlen und Körper; Norm; primitive Elemente; lineare Unabhängigkeit, Körpergrad  $m$ ; Diskriminante von  $m$  Zahlen; Ganzheitsbasis, Körperdiskriminante; Index; Beispiele: quadratische Zahlkörper, Körper der  $q$ -ten Einheitswurzeln ( $q$  ungerade Primzahl); konstruktive Verfahren zur Feststellung der Irreduzibilität (Kronecker) und zum Auffinden einer Ganzheitsbasis). 59-92: „§3.Theorie der Ideale“ (Begriff; Hauptideale; Multiplikation von Idealen, Teilbarkeit; Addition von Idealen; Basis und Diskriminante eines Ideals; Normalbasis; Teilbarkeitsgesetze für Ideale, Primideale, eindeutige Zerlegbarkeit in Primideale; Kongruenzen nach Idealen, die Norm eines Ideals; Darstellung eines Ideals durch zwei seiner Zahlen, Multiplikativität der Norm; Normen von Primidealen, Grad eines Primideals; Äquivalenz von Idealen, Idealklassen; Endlichkeit der Klassenzahl; die Idealklassengruppe; ggT zweier Zahlen, Repräsentant eines Ideals, ideale Zahlen, algebraischer Wert; konstruktive Verfahren zum Auffinden der Normalbasis eines Ideals). 93-117: „§4.Weiteres über Congruenzen“ (Polynomkongruenzen nach Idealen; Systeme von Kongruenzen; die Eulerfunktion für ein Ideal, ihr Wert für Primideale, ihre allgemeine Bestimmung aus der Primidealzerlegung, Fermatscher Satz; lineare Kongruenzen; Anzahl der Wurzeln einer Polynomkongruenz nach einem Primideal; Wilsonscher Satz; Sätze über Kongruenzen nach einem Primideal, zum Exponenten  $a$  gehörige Zahlen nach einem Primideal, Primitivwurzeln; Einschub: Möbiusfunktion, Umkehrformalismus, Anwendung auf die Kreisteilungspolynome; die Höhe einer Zahl und die Gaußschen Perioden einer Zahl nach einem Primideal; der Restklassenkörper nach einem Primideal als Galoisfeld). 118-167: „§5.Primideale“ (abstrakter Körperbegriff; Charakteristik; Polynome über einem Körper; Polynome in mehreren Unbestimmten; primitive Polynome; Primideale für reguläres  $p$ ; Charakterisierung der Primzahlen, die verzweigt sind; Beispiele: quadratische Körper, Körper der  $q$ -ten Einheitswurzeln; allgemeine Aufstellung der Primideale unter Einschluß der ständigen In-

dexteiler). 168-183: „§6.Die Einheiten“ (Minkowskischer Linearformensatz; Anwendung auf die Ideale eines algebraischen Zahlkörpers; Klassifizierung der Einheiten eines Körpers; Dirichletscher Einheitensatz, Struktur der Einheitengruppe; der Regulator des Körpers). 184-195: „§7.Ein Teil des Fermatschen Satzes“ ( $x^n + y^n + z^n = 0$  ist im Körper der  $n$ -ten Einheitswurzeln in ganzen Zahlen unlösbar, falls  $n$  ungerade Primzahl ist, die nicht in der Klassenzahl des Körpers aufgeht). 196-203: „§8.Weiteres über die Differenten  $\mathfrak{D}$ “ (gebrochene Ideale; das zu einem Ideal gehörige komplementäre Ideal; die Differenten).

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; algebraische Zahlkörper; Idealtheorie; Primidealzerlegung; Einheitentheorie; quadratische Körper; Kreisteilungskörper; Fermatscher Satz

### NL Hausdorff: Kapsel 22: Fasz. 66

Algebraische Zahlen : Ergänzungen, Einschübe und umgearbeitete Teile zur Vorlesung „Algebraische Zahlen“ (Kapsel 22, Fasz. 65) / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – [Bonn], [1928, SS; 1930/31, WS]. – 195 Bll.

Bis auf einen Bogen zum Minkowskischen Linearformensatz (Bll.90-93) stammen alle Ausarbeitungen aus der Bonner Zeit. Bl.1 trägt das Datum „16.Dez.30“. Bl.189 ist von unbekannter Hand; Bll.190-195 stammen vermutlich von Dr.U.Wegner (dieser Name steht auf Bl.193r).

Bll.1-22: „Der Kummersche Körper“ (Kummerscher Körper über dem Körper der  $l$ -ten Einheitswurzeln; Sätze über Untergruppen der Einheitengruppe eines Kummerschen Körpers; Kriterium für die Teilbarkeit der Klassenzahl des  $l$ -ten Kreisteilungskörpers durch  $l$ ). 23-46: „§7\* Das Eisensteinsche Reziprozitätsgesetz“ (Sätze über die Primidealzerlegung im  $q$ -ten Kreisteilungskörper; die Primzahlen  $p = kq + 1$ ; Potenzcharaktere nach einem Primideal; das Eisensteinsche Reziprozitätsgesetz; Anwendungen auf die Fermatgleichung). 47-61: „Die drei einfachsten Reziprozitätsgesetze“ (das quadratische R. im Körper der rationalen Zahlen, Beweis mittels trigonometrischer Funktionen; das biquadratische R. im Gaußschen Zahlkörper, Beweis mittels elliptischer Funktionen; das kubische R. im Körper der dritten Einheitswurzeln, Beweis mittels elliptischer Funktionen). 62-89: „Kreisteilungsbeweise der drei einfachsten Reziprozitätsgesetze“ (Beweise mittels Gaußscher Summen). 90-93: „Der Minkowski'sche Satz“ (Linearformensatz). 94- 114: „Der Dedekindsche Diskriminantenatz“ (zwei Versionen). 115- 149: „Die zu einem Primideal gehörigen Gruppen im Galoisschen Körper“ (die Zerlegungsgruppe, die Trägheitsgruppe, die Verzweigungsgruppe eines Primideals; Zusammenhänge zwischen diesen Gruppen, die Faktorgruppe der Zerlegungsgruppe nach der Trägheitsgruppe, die Faktorgruppe der Trägheitsgruppe nach der ersten Verzweigungsgruppe, die Faktorgruppe der  $h$ -ten nach der  $(h + 1)$ -ten Verzweigungsgruppe; Zerlegungskörper, Trägheitskörper, Verzweigungskörper; ab Bl.130 eine zweite Version mit dem Vermerk „Verbessert“). 150-168: eine zweite Version zum Eisensteinschen Reziprozitätsgesetz (s.Bll.23-46). 169-180: „Differenten“ (das zu einem System von

$m$  linear unabhängigen Zahlen eines Körpers  $m$ -ten Grades gehörige komplementäre System; die Differente (Grundideal) des Körpers; Norm der Differente ist Betrag der Körperdiskriminante; die Differente ist ggT der Differenten aller ganzen Zahlen des Körpers; ein weiterer Beweis des Dedekindschen Diskriminantensatzes). 181-188: Notizen verschiedener Art (Ringe  $R[\theta]$  ganzer Zahlen, der Führer eines Ringes  $R[\theta]$ ; die Körperdifferente als ggT aller Zahldifferenten; Galoisfelder; andere Fassung des Dedekindschen Diskriminantensatzes; gebrochene Ideale). 189 (von fremder Hand): Tabelle der Galoisfelder  $GF(p^n)$  für  $p = 2, n = 2, 3, 4, 5; p = 3, n = 2, 3; p = 5, 7, 11, n = 2$ . 190-195: Ausarbeitung (vermutlich von U. Wegner) zum Dedekindschen Diskriminantensatz.

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Kummersche Körper; Reziprozitätsgesetze; Dedekindscher Diskriminantensatz; Galoissche Zahlkörper; Galoisfelder; Differente; Kreisteilungskörper

## NL Hausdorff: Kapsel 23: Fasz. 67

Kartenprojection : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1895/1896 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript. – [Leipzig], 1895/1896, WS. – 47 Bll.

Die Ausarbeitung auf A-4-Format ist in 5 Abschnitte gegliedert; jeder Abschnitt ist von Hausdorff, bei 1 beginnend, neu paginiert worden.

Inhalt: Bll.1-3: Einführung (Begriff der Karte, Problem der Kartenprojektion; das allgemeine Problem der Flächenabbildung; Koordinaten auf der Kugel; Koordinaten auf dem Rotationsellipsoid; Begriff der winkeltreuen und der flächentreuen Abb.; Literatur). 4-23: „Winkeltreue Projectionen“ (Behandlung des allgemeinen Problems der konformen Abb. einer Fläche auf eine andere nach Gauß (dazu ein Einschub über Funktionen komplexer Variabler); konforme Abb. einer Rotationsfläche auf eine Ebene; Fall des Rotationsellipsoids und der Kugel; Spezialisierung der Abbildungsgleichungen einer Rotationsfläche auf die Fälle: 1) Anfangsmeridian und Gesetz der Breitenänderung auf diesem sind auf der Karte vorgeschrieben; 2) (Hauptfall) Bilder der Meridiane und Parallelkreise sollen auf der Karte Kreise sein ( $r = \infty$  zugelassen), Anwendung auf das Rotationsellipsoid, die Lagrangeschen Projektionsgleichungen, der Exponent  $c$  einer solchen Projektion, der Fall  $c = 0$  (Mercatorprojektion), Diskussion anderer Spezialisierungen, der Fall  $c = 1$  für die Kugel (stereographische Projektion), die Lambertsche konforme Kegelprojektion, andere Spezialisierungen der allgemeinen Lagrangeschen Projektionsgleichungen: eigener Ort hat die geringste Verzerrung (Lagrange), Tschebyscheffsche Spezialisierung für Länder ellipsenähnlicher Gestalt; die Lambertsche konforme Zylinderprojektion; das Problem der konformen Abb. eines dreiaxigen Ellipsoids in die Ebene). 24-31: „Flächentreue Projectionen“ (das Flächenelement in der Gaußschen Flächentheorie, die Flächenvergrößerung einer Abb., Begriff der flächentreuen Abb.; Zurückführung des Problems auf eine partielle DGL. 1.Ordnung; Beispiele: 1) Lamberts flächentreue Zylinderprojektion; 2) flächentreue Projektionen, bei denen die Parallelkreise der Meridiane Geraden sind (Proj. von Sanson-Flamsteed, Mollweide-Babinet, Collignon, Albers, flächentreue Kegelproj., flächentreue Zenitproj. von Lambert); 3) flächentreue Projektionen, bei denen die Parallelkreise konzentrische Kreise sind). 32-41: „Kegel- und Cylinderprojectionen. Zenithprojectionen. Perspektivische Projectionen“ (Erläuterung dieser Begriffe für die Kugel; Perspektivische Abbildungen: Zentralprojektion, stereographische Proj., orthogonale Proj., allgemeine perspektivische Proj. mit den Fällen perspektivische Polarproj. und perspektivische Meridianproj.; Zenitprojektionen; Zylinderprojektionen; Kegelprojektionen, insbes. die beiden Lambertschen; unechte Kegelprojektionen, polykonische Projektionen). 42-47: „Untersuchung der Verzerrungen bei der Abbildung des Rotationsellipsoids auf die Ebene“ (Winkelverzerrung, Zusammenhang mit der Längenverzerrung; Abb. eines Meridianzweiecks geringer Längendifferenz (Amerika); Abb. einer schmalen Zone längs eines Parallelkreises (Nordafrika); Abb. eines beiderseits wenig ausgedehnten Landes (Frankreich, Spanien).

SW: angewandte Mathematik; Kartographie; Kartenprojektionen; konforme Abbildungen; Lagrangesche Projektionsgleichungen; Mercatorprojektion; längentreue Projektionen; flächentreue Projektionen; Kegelprojektionen; Zenitprojektionen; Perspektivische Projektionen; Verzerrungsverhältnisse von Projektionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 23: Fasz. 68**

Figur und Rotation der Himmelskörper : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1895/1896 / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitungen. – [Leipzig], 1895/1896, WS. – 113 Bll.

Laut Archiv der Univ. Leipzig (PA Hausdorff) hat Hausdorff im WS 1895/96 eine Vorlesung „Figur und Rotation der Himmelskörper“ vor einem Zuhörer gehalten. In Kapsel 23 befinden sich 7 jeweils für sich paginierte Mappen im Format A-4, die inhaltlich zum Thema dieser Vorlesung gehören. Die erste ist überschrieben „Vorlesung Wintersemester 1895/96. Figur und Rotation der Himmelskörper“.

Inhalt: Mappe 1 (Bll.1-8): „Figur und Rotation der Himmelskörper“ (Literatur; einführende Bemerkungen; Newtonsches Potential; Massenpunktsysteme; Kinematik starrer Körper, Eulersche Drehungskomponenten). Mappe 2 (Bll.9-24): ohne Titel (d’Alembertsches Prinzip; Impuls- und Drallsatz; Drallsatz im beweglichen Bezugssystem, Liouvillesche Gleichungen; Hauptträgheitsachsen, mittlere Achsen, Eulersche Kreiselgleichungen; das Integrationsproblem; starrer Körper bei äußeren Gravitationskräften; das System Erde-Sonne-Mond, Präzession und Nutation; Präzession durch die Planeten; Durchführung der approximativen Integration; Hauptglieder von Präzession und Nutation; die durch Sonne und Mond verursachten Bewegungen der Rotationsachse der Erde). Mappe 3 (Bll.25-42): „Allgemeine Eigenschaften des Potentials“ (Gaußscher Satz und Greensche Formeln; Eigenschaften von Potentialfunktionen; Volumen- und Flächenpotential; Laplace-Gleichung und Poisson-Gleichung, orthogonale Transformation dieser Gleichungen; das Potential eines homogenen dreiaxigen Ellipsoids; das Potential eines Ellipsoids nach Ivory und Chasles; Anziehung eines homogenen unendlichen elliptischen Zylinders; Potential des homogenen Ellipsoids auf sich selbst). Mappe 4 (Bll.43-61): „Die Entwicklung des Potentials nach Kugelfunktionen“ (Legendresche Kugelfunktionen; Potenzreihenentwicklung, Zusammenhang mit der hypergeometrischen Reihe; weitere Entwicklungen; Darstellung durch bestimmte Integrale; DGl. und Rekursionsformel der Kugelfunktionen; Entwicklung gegebener Funktionen nach Kugelfunktionen; Additionstheorem der Kugelfunktionen; Entwicklung einer auf der Kugeloberfläche gegebenen Funktion; Potential von Rotationskörpern; Potential zweier Körper). Mappe 5 (Bll.62-84): „Elemente der Hydrodynamik“ (Dehnungstensor; Bewegungsgleichungen einer Flüssigkeit; Wirbelfäden; kompressible und inkompressible Flüssigkeiten; Hydrostatik, Gleichgewicht einer rotierenden Flüssigkeit, verschiedene Ellipsoide als mögliche Gleichgewichtsfiguren; die Dirichletsche stationäre Strömung; Gleichgewicht einer rotierenden



Flüssigkeit bei gegebenen Drehmomenten; Gleichgewicht eines rotierenden elliptischen Zylinders; Stabilitätssatz von Poincaré; Druck im Mittelpunkt einer homogenen Kugel). Mappe 6 (Bll.85-101): „Gleichgewichtsfigur einer nicht homogenen Flüssigkeit. Clairauts Theorie“ (Behandlung des inhomogenen Falls, näherungsweise Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen, Clairautsches Theorem; Grenzen der Abplattung; Clairautsches DGL.; Lösungen der Clairautschen DGL., die Hypothesen von Laplace-Legendre, Roche, Lipschitz, Lévy; Variation der Schwere im Erdinnern; die Schwerezunahme an der Oberfläche; der Fall un stetigen Dichteverlaufs). Mappe 7 (Bll.102-113): „Die Laplacesche Theorie; Gleichgewichtsfigur eines Sphäroids“ (Annahmen über die Flächen gleicher Dichte, die Relationen für den Trägheitstensor; Gleichgewicht eines rotierenden Sphäroids, Oberflächenbedingungen, Clairautsches Theorem; Bedingungen im Innern; Konvergenzfragen).

SW: angewandte Mathematik; Astronomie; Astrophysik; Mechanik; Himmelsmechanik; Potentialtheorie; Hydrodynamik; Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten; Figur der Himmelskörper; Kugelfunktionen; starre Körper; Kreisel; Stabilität

### **NL Hausdorff: Kapsel 23: Fasz. 69**

Die partielle Differentialgleichung erster Ordnung in drei Veränderlichen : Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. erste Hälfte der 1890-er Jahre]. – 6 Bll.

Bei den Vorlesungsvorbereitungen der Kapsel 23 für das WS 1895/96 (das erste Vorlesungssemester Hausdorffs) lag ein Ms. unter obigem Titel, welches inhaltlich zu keiner der Vorlesungen Hausdorffs in den ersten Jahren paßt. Hausdorff hatte S.Lie versprochen, sich an der Ausarbeitung von dessen Theorien und deren Anwendungen zu beteiligen (Briefe Hausdorffs an Lie). Möglicherweise ist das Ms. eine Probe solch einer Ausarbeitung, denn es enthält auf Bl. 4 und 5 ergänzende Randbemerkungen von fremder Hand. Es könnte sich auch um einen Seminarvortrag handeln.

Inhalt: Flächenelemente im Raum; die Pfaffsche Gleichung; das allgemeine Integrationsproblem für  $F(x, y, z, p, q) = 0$ ; charakteristische Streifen; DGL. der Charakteristiken; Zusammenfassung der charakteristischen Streifen zu Integralen, die Methoden von Chauchy, Jacobi und A.Mayer; die Lagrangesche Methode.

SW: Analysis; Differentialgleichungen; partielle Differentialgleichungen 1.Ordnung

### **NL Hausdorff: Kapsel 24: Fasz. 70**

Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie : Deckblatt einer Vorlesung vom SS 1898 / Felix Hausdorff. – Hs. Literaturangaben und Stichpunkte. – [Leipzig], 1898, SS. – 2 Bl.

Im Gutachten der Fakultät zu Hausdorffs Berufung vom 5.Nov.1901 (Archiv der Univ. Leipzig, PA Hausdorff) werden die von Hausdorff bis dahin gehaltenen Vorlesungen aufgezählt. Eine Vorlesung obigen Titels hat Hausdorff nicht gehalten. Im SS 1898 las er „Curven- und Flächentheorie“ (Kapsel 20, Fasz. 60). Das vorliegende Bl.1 ist vermutlich das dort fehlende Deckblatt; es enthält hauptsächlich Literatur zur Differentialgeometrie. Bl.2 ist überschrieben mit „Diff.-Int.-rechnung. Bei Wiederholung der Vorlesung zu ändern.“ Dieses Bl. hat vom Inhalt her mit Bl.1 kaum etwas zu tun; es enthält Stichpunkte, welche Teile einer Vorlesung über Infinitesimalrechnung zu ändern sind. Einige dieser Stichpunkte stammen, nach der Tinte zu urteilen, aus der Geifswalder Zeit.

SW: Analysis; Differentialgeometrie; Differentialrechnung; Integralrechnung

### **NL Hausdorff: Kapsel 24: Fasz. 71**

Zeit und Raum : Vorlesung Univ. Leipzig WS 1903/1904 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript, z.T. stichpunktartig; Fragment. – [Leipzig], 1903/1904, WS. – 68 Bl.

Im Vorlesungsverzeichnis wurde die Vorlesung mit dem Zusatz „Auch für Nicht-mathematiker“ angekündigt. Hausdorff gibt auf Bl.2 folgende Disposition: I.Das formale Problem: Raum und Zeit als logisch-mathematische Konstruktionen. II.Das objektive Problem: Raum und Zeit als physische und metaphysische Realitäten. III.Das subjektive Problem: Raum und Zeit als psychologische Erscheinungen auf physiologischer Basis. Das Ms. ist insofern ein Fragment, als III. nicht behandelt wird und möglicherweise II. nicht zu Ende geführt ist; der vorhandene Teil ist lückenlos. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert.

Inhalt: Bl.1-2: Einführung in das Problem, beteiligte Wissenschaften; Disposition der Vorlesung. 3-52: Teil I.(s.o.) mit den Kapiteln: 3-6: „1.Der Formalismus“ (Grundbegriffe (Indefinable) und Axiome; Formalismus, das Wesen der reinen Mathematik, ihre Beziehung zur Logik, das Transformationsprinzip; angewandte Mathematik). 7-24: „2.Analyse des Zeitbegriffs“ (Ziel: Aufstellung eines Axiomensystems für „Zeit“; teilbare Zeiteile und Momente; Axiom 1): Zeit als total geordnete Menge von Momenten; Diskussion des Problems der Zyklizität und der Umkehrbarkeit der Zeit; die Einsinnigkeit der Zeit, das Problem der Erfüllung der Zeit; Einschub: binäre Relationen, Eigenschaften wie symmetrisch, antisymmetrisch, reflexiv, transitiv; Definition von Gegenwart, Vergangenheit und Zukunft in der nach Axiom 1) eingeführten Zeit; Axiom 2): die Zeit ist eine überall dichte Menge; Erläuterung von „überall dicht“ an den rationalen Zahlen, Notwendigkeit der Vervollständigung zu den reellen Zahlen; Axiom 3): Dedekindsches Vollständigkeitsaxiom; Einschub: Grundbegriffe der

Mengenlehre, Kardinalzahl, Ordnungstypus, der Ordnungstypus des Linearkontinuums; Axiom 4): Jede Zeitstrecke hat den gleichen Ordnungstypus (Homogenität der Zeit); Eindimensionalität und Unendlichkeit der Zeit (Axiom 5)); Meßbarkeit der Zeit, Archimedisches Axiom; Fazit: die Zeit ist ein bijektives und ähnliches Bild von  $(-\infty, \infty)$ , die Länge einer Zeitstrecke zwischen zwei Momenten ist die Differenz der zugeordneten reellen Zahlen). 25-52: „3. Analyse des Raumbegriffs“ (der euklidische Raum: Diskussion der Grundbegriffe, Beispiele für Axiome, insbesondere verschiedene Formulierungen des Parallelenaxioms und des Kongruenzaxioms, Verweis auf Hilbert, die Axiomengruppen, das Transformationsprinzip (Wechsel der Grundelemente), Problem der Widerspruchsfreiheit der Axiome; die sphärische und die pseudosphärische Geometrie: Diskussion der Möglichkeit nichteuklidischer Geometrien, ihre erkenntnistheoretische Bedeutung, Diskussion des Parallelenaxioms und seiner Alternativen, die sphärische Geometrie, Gaußsche Krümmung als der Fläche immanente Größe, Flächen variabler Krümmung, Problem der freien Beweglichkeit starrer Körper, Riemanns Idee der Ausdehnung der Krümmung auf den Raum, die elliptische Geometrie, die hyperbolische Geometrie; sonstige geometrische Systeme: es werden mögliche Abweichungen vom euklidischen dreidimensionalen Raum diskutiert in Bezug auf Krümmung, freie Beweglichkeit, Zusammenhang, Stetigkeit, Dimensionszahl). 53-68: Teil II (s.o.) mit den Paragraphen: 53-55: „§1. Die Lehre Kants“ (insbesondere Kants Anschauungen über Raum, Zeit und Mathematik). 56-62: „§2. Formalismus und Empirismus“ (Gewißheit der reinen Mathematik beruht ausschließlich auf logischer Widerspruchsfreiheit, Auswahl eines mathematischen Modells aus der Fülle der möglichen zur Beschreibung der Wirklichkeit beruht z.T. auf Erfahrung, z.T. auf Konvention). 63-68: „Der Idealismus“ (Kritik der Ansicht, daß Raum und Zeit metaphysische Realität haben; das Bewußtseinsbild, welches ein Raum samt physischem Inhalt erzeugt und sein Verhalten bei Transformationen des Raumes, der konventionelle Spielraum bei der mathematischen Beschreibung).

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Geometrie; Mengenlehre; Raum; Zeit; Axiomatik; euklidische Geometrie; nichteuklidische Geometrie

### NL Hausdorff: Kapsel 24: Fasz. 72

Politische Arithmetik : Vorlesung Handelshochschule Leipzig [WS 1901/1902] / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript; Fragment. – [Leipzig], [1901/1902, WS]. – 60 Bll.

An der Handelshochschule Leipzig absolvierten die Studenten einen viersemestrigen Kurs in kaufmännischem Rechnen und Mathematik. Das vierte Semester dieses Kurses war „Politische Arithmetik“ und wurde von Hausdorff laut Vorlesungsverzeichnis der Handelshochschule von WS 1901/02 bis SS 1910 ohne Unterbrechung in jedem Semester, teils drei-, teils vierstündig gelesen. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Bl.16 ist leer; auf Bl.22 folgt ein unpag. Bl., entspr. Bl.22a; auf Bl.30 folgen 2 unpag. Bll., entspr. Bll.30a-30b; auf Bl.34 folgt ein

unpag. Bl., entspr. Bl.34a; auf Bl.40 folgen 4 unpag. Bll., entspr. Bll.40a-40d. Das Ms. bricht auf Bl.52 nach der Überschrift „Prämienzuschlag und Bruttoprämien“ ab; bis dahin ist es lückenlos.

Inhalt: Bll.1-4: „Potenzen, Wurzeln, Logarithmen“. 5-10: „Zinsrechnung“ (einfacher Zins; Zinseszinsformel; Endwert und Barwert, Auf- und Abzinsen; Diskont; vor- und nachschüssige Verzinsung; Umrechnung von Zinssätzen auf konforme; Vergleich des Kapitalzuwachses bei einfachem Zins und bei Zinseszins). 11-17: „Rentenrechnung“ (die verschiedenen Arten von Renten; gleiche Zahlungen, Endwerte und Barwerte im vorschüssigen und im nachschüssigen Fall; Umwandlung einer Jahresrente in eine in Jahresbruchteilen zu zahlende konforme Rente). 18-40d: „Anleihentilgung“ (Beispiele von Tilgungsplänen für Annuitäten- und für Ratentilgung; arithmetisch steigende und fallende Tilgungen; regelloser Tilgungsplan; allgemeine Theorie eines Tilgungsplans mit Beispielen; mittlerer Zahlungstermin; Anwendung der allgemeinen Formeln, insbesondere auf Annuitätentilgung; zahlreiche Beispiele; Kurse von Anleihen; Berechnung der Kurse bei Annuitäten-, Raten- und einmaliger Tilgung in Abhängigkeit von der Tilgungsfrist; Konvertierung; Prämienanleihen). 41-52: „Lebensversicherung“ (Sterbetafeln; Versicherung auf Erlebensfall gegen einmalige und gegen jährliche Prämie; Versicherung auf Todesfall gegen einmalige und gegen jährliche Prämie; gemischte Kapitalversicherungen; Prämienrückgewähr; Prämienreserve).

SW: angewandte Mathematik; Finanzmathematik; politische Arithmetik; Versicherungsmathematik; Zinseszinsrechnung; Rentenrechnung; Tilgungspläne; Anleihen

### **NL Hausdorff: Kapsel 24: Fasz. 73**

Einführung in die Versicherungsmathematik : Vorlesung Handelshochschule Köln WS 1910/1911 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript; Fragment. – Köln, 1910/1911, WS. – 67 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff bogenweise numeriert: 1, 4-19, entspr. Bll.1-67. Bogen 2 und 3 fehlen. Bll.14, 18, 22, 34, 38 sind stark verschmutzt.

Inhalt: Bll.1-3: Einführung; Literatur; Zitate aus dem Handelsgesetz; 4-5: Beginn Zinsrechnung, Zinseszinsformel; es folgt eine Lücke; 6: Rest von Erläuterungen über Sterbetafeln; 7-21: Versicherung auf einzelne Leben bei einmaliger Prämie (Kapitalversicherung auf Erlebensfall; Rentenversicherung: sofort beginnende jährliche Rente, aufgeschobene Rente, zeitweilige Rente, veränderliche Renten, unterjährige Renten; Kapitalversicherung auf Todesfall; aufgeschobene Kapitalversicherung auf Todesfall; gemischte Kapitalversicherung auf Todes- und Erlebensfall; der Fall veränderlicher Versicherungssummen; Prämienrückgewähr); 22-27: Versicherung auf einzelne Leben bei Jahresprämien (Problemstellung; Kapitalversicherung auf Erlebensfall; aufgeschobene Rente; Kapitalversicherung auf Todesfall; veränderliche Prämien; Prämienrückgewähr); 28-37:

Versicherung verbundener Leben (Erläuterung des Problems; Erlebensfall: Verbindungsrenten, Überlebensrenten, gegenseitiges und einseitiges Überlebenskapital; gemischte Versicherung; Verteilung der Prämie bei Gütertrennung der Versicherten; drei Leben); 38-52: die Prämienreserve (Erläuterung des Begriffs, zahlreiche Beispiele; Reserve innerhalb des Jahres; natürliche Prämien; Risiko-prämie und Sparprämie, Beispiele; Gewinn oder Verlust durch Sterblichkeit); 53-59: Bruttoprämien (die Unkosten der Versicherungsgesellschaft, ihre Umlage auf die Prämien; Berücksichtigung bei der Prämienreserve); 60-67: das Risiko (Versicherung als Zufallsspiel, Vergleich mit einer Lotterie; Begriff des Risikos; Beispiele seiner Berechnung für einzelne Versicherungen; das Risiko der Gesellschaft; partielle Risiken).

SW: angewandte Mathematik; Versicherungsmathematik; Kapitalversicherung; Renten; Prämien; Risiko

#### **NL Hausdorff: Kapsel 24: Fasz. 74**

Politische Arithmetik : Vorlesung Handelshochschule Köln SS 1911 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript; Fragment. – Köln, 1911, SS. – 4 Bll.

Das Fragment enthält nur den Beginn der Vorlesung. Bl.1 enthält eine Disposition mit den Punkten: Zinsrechnung, Rentenrechnung, Anleihentilgung, Kursberechnung, Lotterien u.a. Zufallsspiele, Versicherungsrechnung.

Inhalt: Bll.1-4: Disposition; Zinsrechnung, Zinseszinsformel; Vergleich des Kapitalwachstums bei einfachem Zins und bei Zinseszins.

SW: angewandte Mathematik; Finanzmathematik; politische Arithmetik; Zinseszinsrechnung

#### **NL Hausdorff: Kapsel 24: Fasz. 75**

Analytische Geometrie / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript; Fragment. – [vermutl. Greifswald], 1921, SS. – 20 Bll.

Bl.1 trägt den Titel „Analytische Geometrie. SS 1921 3st“. Hausdorff hatte für das SS 1921 in Greifswald „Analytische Geometrie der Ebene“ (3-stündig) angekündigt. Er wurde am 1.4.1921 nach Bonn berufen. Dort las im SS 1921 Müller „Analytische Geometrie des Raumes“ als Fortsetzung einer Vorlesung „Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes“ vom WS 1920/21. Hausdorff hat also in seinem ersten Semester als Bonner Ordinarius ziemlich sicher nicht analytische Geometrie gelesen. Das vorliegende Ms. ist vermutlich der Beginn der Ausarbeitung der Greifswalder Vorlesung; diese Arbeit hat Hausdorff dann vermutlich eingestellt, als er wußte, daß er in Greifswald nicht mehr lesen würde. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, 5-11, entspr. Bll.1-20. Bogen 4 fehlt (2 Bll.).

Inhalt: Bll.1-20: „1.Geometrie auf der Geraden“ (Koordinaten und Koordinatentransformationen auf der Geraden; Teilverhältnisse; der unendlich ferne Punkt der Geraden; Schwerpunkt, baryzentrische Koordinaten; es folgt eine Lücke; die

6 Werte des Doppelverhältnisses; harmonische und äquianharmonische Lage von 4 Punkten; Winkel; Doppelverhältnis im Geradenbüschel; Satz des Pappos; Zentralprojektion; projektive Abbildung einer Geraden auf eine andere; das vollständige Viereck, Bemerkungen zu den Beziehungen zwischen Punktreihe und Geradenbüschel; Projektivität einer Geraden in sich; Involutionen, hyperbolischer und elliptischer Fall; homogene Koordinaten).

SW: Geometrie; analytische Geometrie; projektive Geometrie

### **NL Hausdorff: Kapsel 24: Fasz. 76**

Integrale und Fouriersche Reihen : Vorlesung Univ. Bonn SS 1930 / Felix Hausdorff. – Hs. Vorlesungsmanuskript; Fragment. – [Bonn], 1930, SS. – 59 Bl.

Die Vorlesung ist bogenweise numeriert: 1-15, entspr. Bl.1-59. Sie bricht auf Bl.59 ab; dort hat Hausdorff notiert: „Weiter folgte: Integrale über beliebige Mengen, Transformation der Doppelintegrale, Volumina, Integrale über krumme Flächen wie in Diff. u. Int.rechnung II. Zuletzt §4: Fourierreihen; die Hauptsätze (Bedingungen von Dini, Lipschitz, Jordan; Fejérsche Mittel).“ Der vorliegende Text ist lückenlos.

Inhalt: Bl.1-20: „§1.Das Riemannsches Integral“ (Riemannsches Summen, die Integraldefinition; Definition des Flächeninhalts; die Darbouxschen Summen; verschiedene Integrabilitätskriterien; Klassen integrierbarer Funktionen; Sätze über integrierbare Funktionen; der erste Mittelwertsatz; Differentiation und Integration, der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung; partielle Integration; zweiter Mittelwertsatz; Substitution neuer Variabler; Vertauschen von Integral und Limes, gleichmäßige Konvergenz). 21-39: „§2.Uneigentliche Integrale“ (unendliche Intervalle; absolute Konvergenz; Beispiele; Reihen und Integrale, Eulersche Konstante, gliedweise Integration bei unendlichem Intervall; unbeschränkte Funktionen; die Eulerschen Integrale: Betafunktion, Gammafunktion). 40-59: „§3.Das Riemannsches Doppelintegral“ (Riemannsches Summen in der Ebene, Integralbegriff; Integrabilitätsbedingungen; Klassen integrierbarer Funktionen; erster Mittelwertsatz; Differentiation und Integration; Doppelintegrale und iterierte Integrale; Vertauschen von Integration und Differentiation).

SW: Analysis; Integralrechnung; Riemann-Integral; uneigentliche Integrale; Betafunktionen; Gammafunktion; Doppelintegrale

## NL Hausdorff: Kapsel 25: Fasz. 77

Übungen, Seminare und Vortragsseminare : SS 1902 bis WS 1934/35 / Felix Hausdorff. – Hs. Notizen. – [Leipzig, Bonn, Greifswald, Bonn], 1902, SS - 1934/35, WS. – 354 Bll.

Die Aufzeichnungen zu den einzelnen Übungen und Seminaren enthalten meist auch Ergebnislisten. Die bis zum Ende der Greifswalder Zeit benutzte Bezeichnung „Seminar“ bedeutet Aufgabenübung. Einige Notizen sind auf der Rückseite von Einladungen, Rundschreiben oder Geschäftsempfehlungen geschrieben, z.B. ist Bl.34r ein Rundschreiben des Herausgebers des „Simplicissimus“, Albert Langen, an seine Autoren vom 8.1.1896.

Inhalt: Bll.1-12: Seminar über gewöhnliche DGL., SS 1902; 13-21: Sem. über analytische Mechanik, WS 1902/03; 22-28: Sem. über Differentialgeometrie, SS 1903; 29-39: Sem. zur analytischen Geometrie, SS 1904; 40-49: Sem. zur Differential- und Integralrechnung, WS 1904/05; 50-60: Sem. zur Differential- und Integralrechnung, WS 1907/08; 61-75: Sem. über DGL., SS 1908; 76-88: Sem. zur Differentialgeometrie, WS 1909/10; 89-97: Sem. zur Differential- und Integralrechnung I, SS 1910; 98-110: Sem. zur Differential- und Integralrechnung II, WS 1910/11; 111-133: Sem. zur analytischen Geometrie, WS 1912/13, 1915/16, 1916/17, 1917/18, SS 1921; 134- 150: Sem. zur Differentialgeometrie, SS 1913; 151-162: Sem. zur Differential- und Integralrechnung I, WS 1914/15; 163-189: Sem. zur Differential- und Integralrechnung II, SS 1915; 190-207: Sem. zur Funktionentheorie, WS 1916/17; 208: Ergebnisliste einer Übung vom SS 1919; 209-217: Vortragsthemen von Vahlen und Hausdorff für die Vortragsseminare von SS 1920 und WS 1920/21 mit Notizen zu Hausdorffs Themen; 218-220: Übg. zur Differentialgeometrie, WS 1920/21; 221-224: Vortragsthemen von Vahlen und Hausdorff für das Vortragsseminar vom SS 1921 mit Notizen zu Hausdorffs Themen; 225-238: Aufgabensammlung zur Differential- und Integralrechnung und Übg. zur Differentialrechnung, SS 1922; 239-241: Übg. zur Differentialrechnung, SS 1925; 242-249: Übg. zur Differential- und Integralrechnung, WS 1925/26; 250-256: Übg. zu DGL., SS 1926; 257-259: Vortragsseminar, WS 1927/28 (Bl.259 ist von E.A.Weiß' Hand); 260-279: Übg. zu partielle DGL., WS 1927/28; 280-284: Themen und Bem. dazu für das Vortragsseminar SS 1929, Bl.284 enthält die Themen von Toeplitz und Wegner; 285-291: Übg. zur Differential- und Integralrechnung I, SS 1929; 292-295: Themen und Bem. dazu für das Vortragsseminar WS 1929/30, Bl. 295 enthält die Themen von Müller und A. Schur; 296-311: Übg. zur Differential- und Integralrechnung II, WS 1929/30; 312-317: Themen für die Vortragsseminare SS 1930, WS 1930/31, SS 1931, WS 1931/32, SS 1932, WS 1932/33, SS 1933; 318- 321: Übg. zu unendliche Reihen, SS 1933; 322-323: Themen für die Vortragsseminare WS 1933/34 und SS 1934; 324-350: Übg. zur Funktionentheorie, WS 1934/35; 351-354: Aufgaben über lineare Räume, undatiert, vermutlich Anfang der dreißiger Jahre.

SW: Übungen; Seminare; Vortragsthemen

### **NL Hausdorff: Kapsel 25: Fasz. 78**

Assistentenaufzeichnungen zu Übungen : SS 1922- WS 1927/28 / Weiss, Ernst August; Schur, Axel. – Hs. Notizen. – [Bonn], 1922, SS bis 1927/28, WS. – 71 Bl.

Es handelt sich um Aufzeichnungen der Assistenten Axel Schur (Bl.1-12) und Ernst August Weiss (Bl.13-71), die zu Hausdorffs Vorlesungen Übungen abhielten. Die Aufzeichnungen bestehen vor allem aus Listen der Ergebnisse der Studenten und Mitteilungen über typische Fehler.

Inhalt: Bl.1-6: Übg. zur Differentialrechnung, SS 1922; 7-12: Übg. zur Differential- und Integralrechnung, WS 1922/23; 13-19: Übg. zu DGL., SS 1924; 20-31: Übg. zur Differentialrechnung, SS 1925; 32-40: Übg. zur Differential- und Integralrechnung, WS 1925/26; 41-49: Übg. zu DGL., SS 1926; 50-59: Übg. zur Funktionentheorie, WS 1926/27; 60-71: Übg. zu partielle DGL., WS 1927/28.

SW: Übungen



### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 79**

Das Raumproblem / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – [Leipzig], [Sommer 1903]. – 28 Bll.

Es handelt sich mit ziemlicher Sicherheit um eine Ausarbeitung in Vorbereitung auf die Antrittsvorlesung Hausdorffs an der Univ. Leipzig, die am 4.7.1903 unter dem Titel „Das Raumproblem“ gehalten wurde. Diese Antrittsvorlesung wurde in den „Annalen der Naturphilosophie“ ([10]) veröffentlicht. Die vorliegende Ausarbeitung überdeckt inhaltlich in etwa die Seiten 1-9, 13.Z.v.u. von [10] und ist dabei um einiges ausführlicher. Einige Sätze der publizierten Antrittsvorlesung stimmen wörtlich oder fast wörtlich mit Passagen des vorliegenden Ms. überein. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Es bricht bei Bl.28 etwas unvermittelt ab, der auf Bl.4 angekündigte zweite Teil ist nicht vorhanden. Bl.19 enthält eine Lücke.

Inhalt: Bll.1-3: die Aufgabe der verschiedenen beteiligten Wissenschaften bei der Analyse des Raumproblems; 4-5: Absicht des Vortrags; die drei Seiten des Problems: der mathematische Raum, der Erfahrungsraum oder empirische Raum, der objektiv-naturwissenschaftliche Raum; 6-8: philosophische Differenzen bezüglich des Raumproblems, die Wahlfreiheit verschiedener Hypothesen in bezug auf den mathematischen und in bezug auf den objektiv-naturwissenschaftlichen Raum; 8-13: die euklidische Geometrie als eine von unendlich vielen denkmöglichen Geometrien; der philosophische Streit um die Vorstellbarkeit nichteuklidischer Geometrien, Hinweis auf Helmholtz' Auseinandersetzung damit; 13-16: nichteuklidische Geometrie und Erfahrungsspielraum; 16-19: die Bedeutung der systematischen Untersuchung der nichteuklidischen Geometrien für das Verständnis der euklidischen Geometrie. Lücke S.19 unten: Hier sollten die charakteristischen Eigenschaften des Raumes genannt werden, die im folgenden zu untersuchen sind (vgl. [10], S.7, Z.4 ff). Es wird im Ms. im folgenden nur das Problem des Krümmungsmaßes untersucht: 20-21: euklidischer Raum als Raum mit Krümmung 0; 21-28: das Parallelenproblem, die Entstehung der hyperbolischen Geometrie; erkenntnistheoretische Tragweite der Entdeckung der hyperbolischen Geometrie; die hemmende Wirkung des Axioms von der Unendlichkeit der Geraden für die Entdeckung der sphärischen Geometrie; Bemerkungen zur Widerspruchsfreiheit der nichteuklidischen Geometrien.

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Psychologie; Geometrie; euklidische Geometrie; nichteuklidische Geometrie; Raumproblem

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 80**

Aus der Mengenlehre / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – [Leipzig oder Bonn], [zwischen 1905 und 1914]. – 36 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-10, entspr. Bll.1-36. Nach dem Titel „Aus der Mengenlehre“ folgt der Satz: „Klärung und Berichtigung der Meinungen, die

sich auf naive Anschauung stützen“. Das Ms. ist nicht datiert und ein Verwendungszweck ist nicht angegeben. Da es bogenweise numeriert ist, dürfte es nach 1905 entstanden sein. Der Tinte nach zu urteilen, ist es vor dem ersten Weltkrieg entstanden. Inhaltlich handelt es sich um die Grundbegriffe und ersten Sätze der mengentheoretischen Topologie. Die Begriffsbildungen und Bezeichnungen sind identisch mit denen in [44], Kapitel 7, nur daß im vorliegenden Ms. alles für Punktmengen der euklidischen Ebene, in den [44] alles viel allgemeiner für Hausdorffsche Räume gemacht wird. Für eine Veröffentlichung wird das Ms. deshalb wohl kaum gedacht gewesen sein. Es ist möglich, daß es für Seminarvorträge gedient hat; darauf würde auch der oben zitierte erste Satz hinweisen.

Inhalt: Bll.1-12: Vereinigung, Durchschnitt, Komplement; abzählbare Mengen, die beiden Diagonalverfahren; Umgebungen, innere Punkte, Randpunkte; offene Mengen; Berührungspunkte, Häufungspunkte, abgeschlossene Hülle und Ableitung einer Punktmenge; abgeschlossene Mengen; Zusammenhang von offenem Kern, abgeschlossener Hülle und Rand; Dualität; Relativbegriffe; 13-22: zusammenhängende Mengen, Sätze über zusammenhängende Mengen; Zusammenhangskomponenten; zusammenhängende Mengen auf der Geraden; Zusammenhang konvexer Mengen der Ebene; Zusammenhangskomponenten einer offenen Menge; Streckenzüge, Kriterium für den Zusammenhang von Mengen in der Ebene; die Gestalt der offenen bzw. der abgeschlossenen Mengen der Geraden; das Cantorsche Diskontinuum; 23-27: beschränkte Mengen; Satz von Bolzano-Weierstraß; konvergente Punktfolgen, Zusammenhang mit den Häufungspunkten; bestimmt divergente Punktfolgen; Überdeckungssatz von Heine-Borel; 28-36: Funktionen, umkehrbare Funktionen; Stetigkeit in einem Punkt, Stetigkeit in einer Menge; Sätze über stetige Funktionen auf kompakten Mengen; Invarianz des Zusammenhangs bei stetigen Abbildungen; einfache stetige Kurven, Orientierung (hier bricht das Ms. ab).

SW: Topologie; Punktmengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 81**

Über dichte Ordnungstypen : Vortrag auf der DMV-Tagung in Dresden am 18.9.1907 / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – Dresden, 18.9.1907. – 15 Bll.

Das Ms. ist bis auf zwei geringe Abweichungen auf den Bll.13 und 15 mit der Publikation [17] identisch.

Edition: Jahresbericht der DMV 16 (1907), S.541-546.

Lit.: Bespr.: Jahrbuch Fortschritte der Mathematik 38 (1907), S.98.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 82**

Summationsmethoden und Momentfolgen : Vortrag auf der DMV-Tagung in Bad Nauheim am 24.9.1920 / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – Bad Nauheim, 24.9.1920. – 14 Bll.

Bll.1-2 (A-4, beidseitig beschrieben) enthalten eine vermutlich für den Vortrag bestimmte etwas kürzere Fassung der auf den Bll.3-14 folgenden Ausarbeitung.

Inhalt: Das Ms. enthält grundlegende Begriffe und Resultate aus der viel umfangreicheren Publikation [27] I, II (eingegangen bei der Math. Z. am 11.2.1920 bzw. 8.9.1920).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Limitierungsverfahren; Momentfolgen; Momentenproblem

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 83**

Über convexe Körper : Notiz Hausdorffs über eine Mitteilung von Radon auf der Tagung der DMV in Bad Nauheim am 24.9.1920 / Felix Hausdorff. – Hs. Notiz. – Bad Nauheim, 24.9.1920. – 1 Bl.

Inhalt: Es wird ein Beweis des folgenden Satzes gegeben: Es sei eine beliebige Menge konvexer Körper (konvexer kompakter Mengen) im  $n$ -dimensionalen Euklidischen Raum gegeben. Wenn je  $n + 1$  dieser Körper einen nichtleeren Durchschnitt haben, so haben alle diese Körper einen nichtleeren Durchschnitt.

SW: Geometrie; euklidische Geometrie; konvexe Körper

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 84**

Zum Stieltjeschen Momentenproblem : Vortrag im Oberseminar / Felix Hausdorff. – Hs. Vortragsmanuskript. – [Bonn], 11.11.1921. – 14 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-6, entspr. Bll.1-14.

Inhalt: Bll.1-10: das Stieltjes-Integral; das Stieltjesche Momentenproblem; Lösbarkeitsfrage, Bestimmtheitsfrage; Hinweis auf die Erweiterung des Problems durch H.Hamburger in den Arbeiten „Über eine Erweiterung des Stieltjeschen Momentenproblems“, I,II,III, Mathematische Annalen 81 (1920), S.235-319, 82 (1921), S.120-164, 168-187; Hinweis auf „eine demnächst erscheinende Arbeit von Herrn M.Riesz, mir aus mündlicher Mitteilung bekannt“ (es müßte sich um „Sur le problème des moments“, I,II,III, Ark.för Mat., Astron. och Fys. 16, Nr.12, 16, Nr.19 (1922), 17, Nr.16 (1923) handeln), wo eine vereinfachte Methode unter Umgehung der Kettenbrüche gegeben wird; Referierung der Grundidee von Riesz; Bll.10-14: Hausdorff referiert seine eigene Lösung aus [27].

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 85**

Über Fourierkonstanten : Vortrag auf der DMV-Tagung in Leipzig am 19.9.1922 / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – Leipzig, 19.9.1922. – 18 Bll.

Bll.12-18 haben A-4-Format.

Inhalt: Bll.1-4: die Fourierkoeffizienten einer Dichte bzw. einer Belegung; Kriterien dafür, daß eine vorgegebene Zahlenfolge die Folge der Fourierkoeffizienten einer Belegung oder einer Dichte ist; 5-8: Resultate aus der Arbeit [28] (eingegangen bei der Math. Z. am 20.5.1922); 9-11: Zusammenhang von Hausdorffs Momentenproblem mit der Arbeit von C. Caratheodory „Über die Fourierschen Koeffizienten monotoner Funktionen“, Sitzungsber. der Preußischen Akademie der Wissensch., 1920, S.559- 573; 12-18: zweite Version von Bll.1-8 mit nur ganz geringfügigen Abweichungen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Fourierreihen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 86**

[Über Schiefkörper] : Seminarvortrag, 27.7.1928 / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung. – [Bonn], 27.7.1928. – 16 Bll.

Das Ms. ist ohne Titel. Es ist bogenweise numeriert:1-3, entspr. Bll.1-16.

Inhalt: Bll.1-7: Begriff des Schiefkörpers (Quasikörper bei Hausdorff); Polynome über einem Schiefkörper, Primpolynome; linker und rechter ggT zweier Polynome; konjugierte Elemente, konjugierte Polynome, Klassen konjugierter Polynome; Zentrum eines Schiefkörpers, Zentrumspolynome, Sätze über Zentrumspolynome; Problematik des Einsetzens von Schiefkörperelementen in Polynome, Bedeutung der Zentrumspolynome; 7-8: Gruppenbegriff, Nebenklassenzerlegung, konjugierte Untergruppen; 8-12: Charakteristik, rationale Elemente, Elementenzahl eines endlichen Schiefkörpers; Elementenzahl eines Teilschiefkörpers; Struktur und Teilkörper von endlichen Körpern; isomorphe und homomorphe Abbildungen zwischen Schiefkörpern; 13- 16: Satz von Wedderburn (jeder endliche Schiefkörper ist ein Körper) mit Beweis nach E. Artin „Über einen Satz von Herrn J.H.Maclagan Wedderburn“, Abhandl. aus dem Mathem. Seminar der Hamburgischen Universität 5 (1927), S.245-250.

SW: Algebra; Schiefkörper; Satz von Wedderburn

### **NL Hausdorff: Kapsel 26a: Fasz. 87**

Funktionen mit symmetrischer Ableitung : Vortrag im Seminar / Felix Hausdorff. – Hs. Vortragsmanuskript. – [Bonn], 14.7.1933. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12.

Inhalt: Begriff der symmetrischen Ableitung, Eigenschaften symmetrisch differenzierbarer Funktionen; Referierung eines Satzes von A.Khintschine aus der Arbeit „Recherches sur la structure des fonctions mesurables“, Fundamenta

Math.9 (1927), S.212-279: Ist  $f$  meßbar und existiert fast überall die symmetrische Ableitung, so existiert auch f.ü. die gewöhnliche Ableitung (S.217); Referierung eines Satze von St.Mazurkiewicz aus der Arbeit „Sur la dérivée première généralisée“, Fundamenta Math.11 (1928), S.145-147: Eine meßbare Funktion, für die die symmetrische Ableitung überall existiert, hat eine nirgends dichte Menge von Unstetigkeiten (S.145); Referierung eines Satzes von W.Sierpiński aus der Arbeit „Sur une hypothèse de M. Mazurkiewicz“, Fundamenta Math.11 (1928), S.148-150: Eine meßbare Funktion, für die die symmetrische Ableitung überall null ist, hat höchstens abzählbar viele Unstetigkeiten (S.148); Beweis des Satzes:  $f$  sei eine Funktion mit symmetrischer Ableitung 0,  $D$  die Menge ihrer Unstetigkeitspunkte. Wenn es ein Intervall  $U = (a, b)$  mit höchstens abzählbarem  $D \cap U$  gibt, so ist  $D$  höchstens abzählbar; Hinweis auf schärfere diesbezügliche Resultate in den Arbeiten: Z.Charzynski „Sur les fonctions dont la dérivée symétrique est partout finie“, Fundamenta Math.21 (1933), S.214-225; E.Szpilrajn „Remarque sur la dérivée symétrique“, Fundamenta Math.21 (1933), S.226-228.

SW: Analysis; reelle Funktionen; symmetrische Ableitungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 88**

Das Parallelenaxiom / [vermutl. Felix Hausdorff]. – Hs. Ausarbeitung, Figurenzeichnungen nicht ausgeführt. – [Leipzig], [nach 1898]. – 44 Bll.

Das Ms. trägt die Überschrift „II. Das Parallelenaxiom“. Es ist nicht von Hausdorffs Hand, nicht datiert und ein Verwendungszweck ist nicht angegeben. Vom Charakter her ist es für breitere Kreise verständlich; es war offenbar für eine Publikation bestimmt, denn auf Bl.39 wird an die „Phantasie des Lesers“ appelliert. Es ist 1898 oder später entstanden, denn auf Bl.3 wird eine Publikation von 1898 erwähnt. Der Schreiber muß das vorliegende Ms. von einer fertigen Vorlage abgeschrieben haben, denn im Text wird (z.B. auf Bl.19) sehr detailreich auf Figurenzeichnungen eingegangen, die im vorliegenden Ms. fehlen, wofür aber jeweils Platz gelassen ist; sie sollten also offenbar noch eingefügt werden und müssen auf einer Vorlage schon existiert haben. Der Inhalt steht in Beziehung zu Hausdorffs Studien zum Raumproblem (Kapsel 24, Fasz. 72; Kapsel 26a, Fasz. 79), und mancher charakteristische Gedanke des vorliegenden Ms. tritt in den von Hausdorff stammenden Manuskripten bzw. der veröffentlichten Antrittsvorlesung auch auf, z.B. die Betrachtungen über die hemmende Wirkung des Axioms von der Unendlichkeit der Geraden für die Erkenntnis, daß die Geometrie auf der Kugel eine nichteuklidische Geometrie ist. All dies führt zur Vermutung, daß das vorliegende Ms. von Hausdorff stammt und von jemand anders abgeschrieben wurde. Die Handschrift hat Ähnlichkeit mit der von Hausdorffs Frau; allerdings steht nur eine Schriftprobe von Charlotte Hausdorff aus viel späterer Zeit zur Verfügung. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-11, entspr. Bll.1-44.

Inhalt: Bll.1-15: das Parallelenpostulat bei Euklid, seine Problematik bereits in der Antike; Beweisversuche und ihre typischen Fehler; Entdeckung einer nichteuklidischen Geometrie im 1.Drittel des 19. Jahrhunderts; Rolle des Axioms von der Unendlichkeit der Geraden, damit zunächst Ausschluß der spärlichen Geometrie; weitere Bemerkungen zur historischen Entwicklung; 16- 39: Grundtatsachen der hyperbolischen Geometrie der Ebene; 39-44: Bemerkungen zur hyperbolischen Geometrie im Raum.

SW: Geometrie; nichteuklidische Geometrie; hyperbolische Geometrie; Parallelenaxiom

### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 89**

Grundzüge einer Theorie der geordneten Mengen / Felix Hausdorff. – Hs. Veröffentlichungsmanuskript. – Leipzig, 1907. – 142 Bll.

Das vorliegende Ms. weicht nur in geringfügigen Details von der Publikation ab, z.B. auf den Bll.3, 5, 18, 27, 32, 34, 40, 50, 54, 58, 60, 68, 71, 76, 80, 87, 93, 95, 107, 110, 125, 127, 130, 138, 142. Bl.1 trägt den handschriftlichen Vermerk Hilberts „Nov. 1907 Angenommen Hilbert“.

Edition: Mathematische Annalen 65 (1908), S.435-505.

Lit.: Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 39 (1908), S.99.

SW: Mengenlehre; geordnete Mengen; Ordnungstypen

**NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 90**

Die Graduierung nach dem Endverlauf / Felix Hausdorff. – Hs. Veröffentlichungsmanuskript. – [Leipzig], 1909. – 44 Bll.

Das vorliegende Ms. weicht nur in wenigen Details, z.B. auf den Bll. 2, 4, 21, von der Publikation ab. Das Format ist A-4.

Edition: Abhandlungen der Mathematisch-Physischen Klasse der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig 31, VI (1909), S. 295-334.

Lit.: Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 40 (1909), S.446-447.

SW: Mengenlehre; Analysis; Graduierung; Skalen; halbgeordnete Mengen; Pantachien; Hausdorffscher Maximalmengensatz

**NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 91**

Dimension und äußeres Maß / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Greifswald, 1918/15.3.1924. – 2 Bll.

Das Ms. enthält den Text der ersten Seite (S.157) der gleichbetitelten Veröffentlichung [23]. Bl.1 trägt den folgenden Vermerk von Caratheodorys Hand: „Angenommen für Mathem. Annalen. Ms. u. Korr. a. d. Verfasser Prof. Hausdorff Greifswald Graben 5. Die Arbeit soll möglichst noch in das nächste Heft aufgenommen werden. C.Caratheodory 20.3.18“. Auf der Rückseite der beiden Bll. ist unter dem Datum 15.3.1924 ein Umkehrsatz aus der Limitierungstheorie bewiesen.

SW: Analysis; Maßtheorie; Hausdorffdimension; Maß; Limitierungstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 92**

Bemerkungen über Hermitesche Matrizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Greifswald, [1918]. – 13 Bll.

Das Ms. besteht aus drei Paragraphen. §1 (Bll.1-6) ist, etwas gekürzt, veröffentlicht ([24]).

Inhalt der §§2 und 3: §2 (Bll.7-10): Es wird folgender Satz bewiesen: Beliebige viele Hermitesche Matrizen  $A, B, C, \dots$  sind genau dann gleichzeitig unitär in Diagonalmatrizen überführbar, wenn sie paarweise vertauschbar sind. §3 (Bll.10-13): Es wird folgender Satz bewiesen: Beliebige viele Hermitesche Matrizen  $A, B, C, \dots$  sind genau dann gleichzeitig unitär in Diagonalmatrizen überführbar, wenn es eine positiv definite Hermitesche Matrix  $H$  gibt mit  $AHB = BHA, AHC = CHA, BHC = CHB, \dots$ . Dann wird eine hinreichende

Bedingung dafür angegeben, daß sich in einer linearen Mannigfaltigkeit Hermitescher Matrizen eine positiv definite findet.

Lit.: Referat zur Publikation: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 47 (1919-20), S.88.

SW: lineare Algebra; Funktionalanalysis; Hermitesche Matrizen; Bilinearformen; konvexe Mengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 93**

Mehrdeutige Bilder Suslinscher Mengen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Bonn, [nach 1921]. – 4 Bl.

Unter dem Titel steht auf Bl.1 „Von F. Hausdorff (Bonn)“. Das deutet darauf hin, daß das Ms. zur Veröffentlichung bestimmt war. Es ist nur der Anfang eines §1 vorhanden. Das Ms. ist nicht datiert. Bl.4r trägt die Bemerkung „Stetige (Moore, Vietoris) Zerlegungen“. Die einschlägige Arbeit von Vietoris dazu erschien 1921, Arbeiten von Moore 1916 und 1922. Das Ms. ist also nach 1921 entstanden. Auf Bl.2 wird in einer Bleistiftnotiz auf Mengers „Dimensionstheorie“ (1928) verwiesen; diese Notiz kann aber später eingefügt sein. Das Ziel der Arbeit ist im ersten Satz folgendermaßen formuliert: „Wir untersuchen im Folgenden das Verhalten Suslinscher Mengen bei mehrdeutiger Abbildung, wodurch sowohl für die Ezeugungungsweise als für die bekannten Eigenschaften dieser Mengen Verallgemeinerungen erzielt werden.“. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert.

Inhalt: Metrisierung des cartesischen Produkts  $C$  zweier metrischer Räume  $A, B$  mittels  $d((x, y), (u, v)) = d(x, u) + d(y, v)$ ; Definition einer beliebigen Teilmenge  $R$  dieses Produkts als Abbildung zwischen  $A$  und  $B$ , damit auch mehrdeutige Abb. erfaßt; Begriffe Bild, Urbild, Projektion. In Verallgemeinerung der Stetigkeit bei eindeutigen Abb. sollen Abb. mit einer der drei folgenden Eigenschaften untersucht werden: (1) Jede in  $B$  offene Menge hat ein in  $A$  offenes Urbild, (2) Jede in  $B$  abgeschlossene Menge hat ein in  $A$  abgeschlossenes Urbild, (3) Die die Abb. definierende Menge  $R$  ist in  $C$  abgeschlossen. Nach einigen naheliegenden Feststellungen über diese drei Eigenschaften bricht das Ms. ab.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; metrische Räume; mehrdeutige Abbildungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 94**

[Über Normaltypen] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1924]. – 18 Bl.

Das Ms. hat keinen Titel und ist nicht datiert; ein Verwendungszweck ist nicht angegeben. Gedacht war es vermutlich für eine Veröffentlichung in der Zeitschrift *Fundamenta Mathematicae*, denn der Text beginnt mit „Im Folgenden möchte ich zeigen, daß einige in dieser Zeitschrift behandelte Fragen sich mit Hilfe derjenigen Ordnungstypen unmittelbar beantworten lassen, die ich als ...



Normaltypen eingeführt habe“ und nimmt im weiteren auf Arbeiten in Fund. Math. von 1922 und 1924 Bezug. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-6, entspr. Bll.1-18.

Inhalt: Definition der regulären Anfangszahlen, der regulären Alephs, der  $\epsilon_\nu$ -Mengen, der  $\epsilon_\nu$ -Mengen im weiteren Sinne, der  $\eta_\nu$ -Mengen; Kriterium, wann eine Menge eine  $\eta_\nu$ -Menge ist; Sätze: (1) Ist  $M$  eine  $\epsilon_\nu$ -Menge im weiteren Sinne,  $N$  eine  $\eta_\nu$ -Menge, so ist  $M$  einer Teilmenge von  $N$  ähnlich; (2) Zwei Mengen, die gleichzeitig  $\eta_\nu$ -Mengen und  $\epsilon_\nu$ -Mengen im weiteren Sinne sind, sind ähnlich; Existenz einer „Normalmenge“, die zugleich  $\eta_\nu$ -Menge und  $\epsilon_\nu$ -Menge im weiteren Sinne ist, Normaltypen; Mächtigkeitsaussagen für  $\eta_\nu$ -Mengen und  $\epsilon_\nu$ -Mengen im weiteren Sinne; Anwendungen (u.a. im Anschluß an die Arbeiten von P.Urysohn „Un théorème sur la puissance des ensembles ordonnés“, Fundamenta Math. 5 (1924), S.14-19 und W.Sierpiński „Sur un problème concernant les sous-ensembles croissants du continu“, Fundamenta Math. 3 (1922), S.109-112; „Sur l’hypothèse du continu“, Fundamenta Math. 5 (1924), S.177-187).

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Normaltypen; Mächtigkeitsaussagen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 95**

Erweiterung einer Homöomorphie / Felix Hausdorff. – Veröffentlichungsmanuskript, handschr., mit zahlreichen, z.T. stichpunktartigen Vorläufern und späteren Ms. zum selben Problem. – Bonn, 1925-1932. – 58 Bll.

Bl.1 trägt den Vermerk „Umgearbeitet, an Sierpiński geschickt 30.6.30“. Bll.1-12 lagen der Publikation [35] zugrunde; es gibt Abweichungen in der Anordnung des Beweises und bei einzelnen der zahlreichen Abschätzungen. Bll.13-22 stellen eine bogenweise numerierte (Bogen I-III) spätere Version dar; sie stammt von 1932, denn auf Bl.21 mit dem Datum 3.5.32 geht Hausdorff auf eine Frage von G.Nöbeling ein, ob man bei separablem  $E$  und totalbeschränktem homöomorphen Bild der abgeschlossenen Teilmenge  $F$  von  $E$  auch den erweiterten Raum totalbeschränkt machen kann. Hausdorff kann sie nicht beantworten. Bll.23-26: Beweisskizzen vom 27.6.30; Bll.27-30: Beweisskizzen vom 26.6.30; Bll.31-33: Beweisskizzen vom 25.6.30; Bll.34-38: Version von Satz und Beweis vom 20.2.28; Bll.39-40: Version von Satz und Beweis vom 22.2.25, dort wird noch die Beschränktheit des homöomorphen Bildes von  $F$  vorausgesetzt; Bll.41-42: Versuch vom 18.12.25; Bll.43-52: Version von Satz und Beweis vom 5.12.25; Bll.53-54 (vom 30.11.25): Beweis des Satzes: Ein Raum, der nicht bedingt kompakt ist, ist immer mit einem unvollständigen Raum homöomorph; Bll.55-58: ein neuer Versuch, unter der Voraussetzung, daß  $E$  und das homöomorphe Bild von  $F$  separabel und beschränkt sind, mit anderen Methoden, datiert vom 17.8.32. Hausdorff kommt aber mit dieser neuen Methode auch nicht zur Lösung der o.g. Frage von Nöbeling. Die Faszikel 95 zeigt eindrucksvoll, wie Hausdorff über Jahre mit einem Problem gerungen hat und immer wieder die Beweise verbessert hat, bis sie seinen Anforderungen an eine Publikation genügten.

Edition: Fundamenta Mathematicae 16 (1930), S.353-360.

Lit.: Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 56 (1930), S.508.

SW: Topologie; metrische Räume; Ummetrisierung; Homöomorphismen;  
Erweiterung von Homöomorphismen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 96**

Zur Projektivität der  $\delta s$ -Funktionen / Felix Hausdorff. – Hs. Veröffentlichungsmanuskript. – Bonn, 1932. – 13 Bll.

Bl.1 trägt den Vermerk: „gekürzt und vereinfacht, an Sierpiński geschickt 29.8.32“. Das Ms. enthält über die Publikation [37] hinaus die Definition der  $\delta s$ -Funktionen und eine eingehendere Aufzählung der bis dahin erzielten Resultate anderer Autoren. In der Anordnung der einzelnen Teile unterscheidet es sich wesentlich von der Publikation. Der Hauptsatz wird im Ms. für abgeschlossene, in der Veröffentlichung für offene Mengen bewiesen; der Beweis ist in letzterem Fall ein wenig kürzer.

Edition: Fundamenta Mathematicae 20 (1933), S.100-104.

Lit.: Referate: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 59 (1933), S.885; Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete 7 (1934), S.241.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; topologische Räume; projektive Mengen;  $\delta s$ -Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 97**

Die schlichten stetigen Bilder des Nullraums / Felix Hausdorff. – Hs. Ausarbeitung, z.T. stichpunktartig. – Bonn, 1937, [1936 oder 1937]. – 16 Bll.

Bl.1 mit dem Vermerk „Umredigiert, 24.3.37 an Kuratowski geschickt.“ Bll.1-4 liegen dem Anfang der gleichbetitelten Publikation [42] zugrunde (bei einigen Abänderungen). Bll.5-16, auf dunklerem Papier, sind drei Bögen Vorstudien zum Thema der genannten Publikation. Bl.16 wird ein Ms. vom 1.5.36 erwähnt, also sind diese Vorstudien auf 1936 oder 1937 zu datieren. Sie waren noch nicht zur Veröffentlichung bestimmt, denn auf Bl.5 steht z.B. als Fußnote „vgl. auch mein Ms 1/5 35: Entwicklung der Borelschen Mengen. Dies und das Gegenwärtige wäre ev. zusammenzuarbeiten“ und auf Bl.13 findet man die Bemerkung „(Dies alles ist ein bischen schlampig, weil  $\alpha + 1$  und Limeszahl nicht unterschieden wird. Es wäre auch besser, allgemeine Sätze über Ringe und Körper herauszupräparieren. Lassen sich die Borelschen Funktionen ev. durch Bairesche in den Hilbertschen Raum ersetzen? Wodurch manches vielleicht einfacher wird.)“

Inhalt: Bll.5-16: injektive Abbildungen der Klasse  $\alpha, \beta$  und einige ihrer Eigenschaften; Beweis unter anderem folgender Sätze über metrische Räume: 1. Ein

vollständiger separabler insichdichter Raum entsteht aus dem Baireschen Nullraum  $N$  durch eine Abb. der Klasse  $0, 1$ ; 2. zwischen zwei vollständigen separablen Räumen gleicher Mächtigkeit besteht immer eine Abb. der Klasse  $1, 1$ ; 3. das direkte Produkt höchstens abzählbar vieler separabler, bzw. vollständiger, bzw. 0-dimensionaler Räume hat auch diese Eigenschaften; 4. Ist  $A$  ein überabzählbares  $F_\alpha$ ,  $\alpha > 1$ , so gibt es ein abzählbares  $D$ , so daß  $A - D$  aus  $N$  durch eine Abb. der Klasse  $0, \alpha - 1$  entsteht; 5. zu jedem Paar  $\alpha, \beta (< \Omega)$  gibt es eine Abb.  $f$  von  $N$  auf sich, die genau von der Klasse  $\alpha, \beta$  ist. Die vollständige Charakterisierung der mit  $N$  homöomorphen Räume, die in der Veröffentlichung gegeben wird, fehlt hier noch.

Edition: Fundamenta Mathematicae 29 (1937), S.151-158.

Lit.: Referate: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 63 (1937), S.931; Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete 17 (1938), S.59.

SW: Topologie; metrische Räume; vollständige Räume; separable Räume; Bairescher Nullraum; stetige Abbildungen; Abbildungen der Klasse  $\alpha, \beta$

#### **NL Hausdorff: Kapsel 26b: Fasz. 98**

Erweiterung einer stetigen Abbildung / Felix Hausdorff. – Hs. Veröffentlichungsmanuskript. – [Bonn], 21.5.1937. – 12 Bll.

Das vom 21.5.1937 datierte Ms. trägt auf Bl.1 den Vermerk „Umgearbeitet, 13.9. an Kuratowski geschickt.“ Es ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-12. Die gleichbetitelt Publikation [43] ist etwas ausführlicher und in den Details mehr ausgearbeitet als das Ms., ferner wird in der Publikation über das Ms. hinausgehend noch bewiesen, daß sich eine homöomorphe Abb. einer im metrischen Raum  $E$  abgeschlossenen Menge  $F$  auf einen metrischen Raum  $F'$  zu einer Homöomorphie von  $E$  auf einen geeigneten Erweiterungsraum  $E'$  von  $F'$  fortsetzen läßt.

Edition: Fundamenta Mathematicae 30 (1938), S.40-47.

Lit.: Referate: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 64 (1938), S.621; Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete 18 (1938), S.277.

SW: Topologie; metrische Räume; Erweiterung stetiger Abbildungen; Erweiterung von Homöomorphismen

### **NL Hausdorff: Kapsel 27: Fasz. 99**

Grundzüge der Mengenlehre : Veröffentlichungsmanuskript, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn, Greifswald], [1912-1914]. – 487 Bll.

Vorliegendes Fasz. ist das Ms. der Kapitel 1-6 von [44]. Das Ms. der Kapitel 7-10, in denen Hausdorff die Theorie der topologischen Räume begründet hat, ist nicht vorhanden. Es gibt zwei nennenswerte Abweichungen von Ms. und Buch: Bl.244 (entspr. S.108 von [44]) ist im Buch ein Abschnitt von 7 Zeilen eingefügt, der im Ms. nicht vorhanden ist; Bl.344 (entspr. S.148 von [44]) ist eine im Ms. vorhandene Zeichnung nebst Erläuterung im Buch weggelassen. Alle übrigen Abweichungen, etwa auf den Blättern 1, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 45, 74, 80, 98, 113, 117, 121, 124, 136, 139, 146, 156, 157, 159, 163, 164, 167, 169, 172, 181, 191, 207, 221- 224, 226, 227, 231, 240, 245, 246, 249, 250, 257, 275, 282, 289, 293, 296, 304, 305, 311, 312, 321, 324, 327, 340, 341, 356, 362, 367, 372, 379, 383, 387, 401, 405, 414, 418, 421, 422, 424- 428, 448, 462, 465, 471, 475, 476 sind kleine Korrekturen oder betreffen nur unwesentliche Details. Das Ms. ist vorwiegend mit schwarzer Tinte geschrieben; es gibt Korrekturen mit blauer Tinte. Einige Abschnitte und sogar ganze Paragraphen (Kap.1, §1, §11, Kap.2, §1-3, Kap.4, §3-5) sind mit blauer Tinte geschrieben und sind deshalb vermutlich neuere Fassungen eines älteren Ms.

Edition: Grundzüge der Mengenlehre. W.de Gruyter, Leipzig 1914.

Lit.: Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 45 (1914-15), S.123.

SW: Mengenlehre; Topologie

**NL Hausdorff: Kapsel 28: Fasz. 100**

Mengenlehre : 2.Auflage / Felix Hausdorff. – Bogenkorrektur. – Bonn, 1926. – 282 S.

Das Fasz. enthält, mit Ausnahme des Vorworts, einen kompletten Satz Korrekturbögen von [45] mit den handschriftlichen Korrekturen Hausdorffs. Die Korrekturen erfolgten im Oktober, November und Dezember 1926.

Edition: Mengenlehre. Zweite, neubearbeitete Auflage. W.de Gruyter & Co., Berlin und Leipzig 1927.

Lit.: Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 53 (1927), S.169.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 28: Fasz. 101**

Mengenlehre : 2.Auflage / Felix Hausdorff. – Zweite Bogenkorrektur. – Bonn, 1926. – 285 S.+1 hs.Bl.

Das Fasz. enthält ein vollständiges Exemplar der zweiten Bogenkorrektur, die bis auf ganz geringfügige Korrekturen mit dem gedruckten Buch übereinstimmt. Nach S.70 ein Bl. mit handschriftlichen Notizen Hausdorffs, u.a. zum Beweis der Alephgleichung.

Edition: Mengenlehre. Zweite, neubearbeitete Auflage. W.de Gruyter & Co., Berlin und Leipzig 1927.

Lit.: Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 53 (1927), S.169.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume

### **NL Hausdorff: Kapsel 29: Fasz. 102**

Grundzüge der Mengenlehre / Felix Hausdorff. – Bogenkorrektur, Fragment. – [Greifswald], Sept.1913-März 1914. – 380 S.

Das Fasz. enthält die Bogenkorrektur der Seiten 97-476 von [44] mit nur noch sehr wenigen Korrekturen.

Edition: Grundzüge der Mengenlehre. W.de Gruyter, Leipzig 1914.

Lit.: Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 45 (1914-15), S.123.

SW: Mengenlehre; Topologie

### **NL Hausdorff: Kapsel 29: Fasz. 103**

Mengenlehre : 3.Auflage / Felix Hausdorff. – Fahnen- und Bogenkorrekturen. – Bonn, 1935. – 38 Bll. +35 S.

Das Fasz. enthält zweimal die Fahnenkorrekturen des Vorworts, des 10., bei der 3.Auflage neu hinzugefügten Kapitels und der Nachträge von [46], eine Korrektur des Registers mit Ergänzungen von Hausdorffs Hand sowie die Bogenkorrektur des 10. Kapitels und der Nachträge.

Edition: Mengenlehre. 3. Auflage. W.de Gruyter & Co, Berlin und Leipzig 1935.

Lit.: Selbstanzeige Hausdorffs: Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete 12 (1936), S.203. Referat: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 61 (1935), S.60.

SW: Mengenlehre; Topologie; Bairesche Bedingung; halbschlichte Abbildungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 29: Fasz. 104**

[Vorbereitungen zu den verschiedenen Auflagen der „Mengenlehre“] / Felix Hausdorff. – Zeichnungen, hs. Notizen. – [Greifswald, Bonn], [1913- 1935]. – 34 Bll.

Auf Bl.16 findet sich u.a. eine private Notiz „Zum 1.12.26 eingeladen:“ (es folgen 10 Namen, darunter Philippsen und Kahle).

Inhalt: Bll.1-8: Figurenzeichnungen (Reinzeichnungen) für die Kapitel 7-10 von [44]; 9-12: Figurenzeichnungen Hausdorffs für [45]; 13: Erklärung von Ausdrücken und Bezeichnungen (nur 5 Zeilen); 14: kurze Mitteilungen an den Setzer; 15-16: unter der Überschrift „Menger“: stichwortartige Notizen zum Inhalt von Mengers „Dimensionstheorie“ (1928); 17: Zettel mit einigen Stichpunkten; 18: unter der Überschrift „Fund. Math.“: Liste von Arbeiten aus den Fundamenta Mathematicae, dahinter meist Paragraphenangaben wie z.B. §30,4,VII, die angeben, wo in [45] diese Dinge behandelt werden; 19: unter der Überschrift „Sierpiński“ eine Liste von Arbeiten von Sierpiński, auf 18r auch von anderen Mathematikern, ebenfalls mit Paragraphenangaben wie bei Bl.18; 20-22 unter

der Überschrift „Mengenlehre, 2.Aufl.“ eine Liste mit Stichworten und Bemerkungen zum Inhalt; 24-25: Stichworte zu den Themen „Homöomorphie“ und „Bairesche Bedingungen“; 26-33: Inhaltsverzeichnis zu [45] mit knappen Angaben zum Inhalt der einzelnen Paragraphen; relativ ausführlich sind die Angaben zu den Paragraphen 35-44; 34: Notizen zu den Paragraphen 45 und 46 und zu den Nachträgen von [46].

SW: Mengenlehre; Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 30: Fasz. 105**

Über dichte Ordnungstypen / Felix Hausdorff. – 2 Fahnenkorrekturen, eine Bogenkorrektur. – [Leipzig], 1907. – 6 Bll.+ 6 S.

Nähere Angaben: Kapsel 26a, Fasz. 81.

**NL Hausdorff: Kapsel 30: Fasz. 106**

Grundzüge einer Theorie der geordneten Mengen / Felix Hausdorff. – 3 Bogenkorrekturen. – [Leipzig], Februar-März 1908. – 213 S.

Nähere Angaben: Kapsel 26b, Fasz. 89

**NL Hausdorff: Kapsel 30: Fasz. 107**

Die Graduierung nach dem Endverlauf / Felix Hausdorff. – Fahnenkorrektur. [Leipzig], März 1909. – 23 Bll.

Nähere Angaben: Kapsel 26b, Fasz. 90

**NL Hausdorff: Kapsel 30: Fasz. 108**

Erweiterung einer Homöomorphie / Felix Hausdorff. – 2 Bogenkorrekturen. – [Bonn], Oktober 1930. – 16 S.

Auf den druckfertigen Bogen hat Hausdorff geschrieben: „Bitte um 200 (zweihundert) Separatabdrücke.“

Nähere Angaben: Kapsel 26b, Fasz. 95

**NL Hausdorff: Kapsel 30: Fasz. 109**

Zur Projektivität der  $\delta s$ -Funktionen / Felix Hausdorff. – 2 Bogenkorrekturen. – [Bonn], November 1932. – 10 S.

Nähere Angaben: Kapsel 26b, Fasz. 96



### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 110

[Über Abbildungen geordneter Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Leipzig], Dezember 1907. – 2 Bll.

Inhalt: Seien  $M$  und  $N$  geordnete Mengen,  $f$  eine Abbildung von  $M$  in  $N$ . Ist  $M_1 \subseteq M_2$  und  $N^{f(M_1)} = \{y \in N; y < f(M_1)\}$ ;  $N_{f(M_1)} = \{y \in N; y > f(M_1)\}$ ;  $N(M_1) = N \setminus (N^{f(M_1)} \cup N_{f(M_1)})$ , so hat man folgende Zerlegung von  $N$ :  $N = N^{f(M_1)} + N(M_1) + N_{f(M_1)}$  und es gilt: Aus  $M_1 \subset M_2$  folgt  $N^{f(M_1)} \supseteq N^{f(M_2)}$ ,  $N_{f(M_1)} \supseteq N_{f(M_2)}$ ,  $N(M_1) \subseteq N(M_2)$ .

SW: Mengenlehre; geordnete Mengen; Abbildungen geordneter Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 111

Algebra und finale Rangordnung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], 19.5. 1908. – 8 Bll.

Ähnliche Betrachtungen, jedoch für Zahlenfolgen, halbgeordnet nach dem schließlichen Vorzeichen ihrer Differenz, finden sich im §3 (S.310-319) von [19] (vgl. auch Kapsel 26b, Fasz. 90).

Inhalt: Halbordnung reeller stetiger Funktionen auf  $(0, \infty)$  nach dem schließlichen Vorzeichen ihrer Differenz; Bereiche (geordnete Teilmengen in der halbgeordneten Menge der Funktionen); Pantachien (maximale geordnete Teilmengen); rationale Bereiche, rationale Pantachien; algebraische Gleichungen über rationalen Bereichen; Definition ihrer reellen stetigen Wurzeln; Teilbarkeit von Polynomen über rationalen Bereichen, Reduzibilität und Irreduzibilität; eindeutige Zerlegung in irreduzible Polynome; Satz: Sind  $f, g$  Polynome über einem rationalen Bereich und ist  $\alpha$  reelle stetige Wurzel der Gleichung  $f(x) = 0$ , so ist  $g(\alpha)$  mit 0 vergleichbar; algebraische Bereiche; Satz: Adjungiert man zu einem rationalen Bereich alle reellen Wurzeln von Polynomen über diesem Bereich, so entsteht ein algebraischer Bereich; Erweiterung von algebraischen Bereichen, die noch keine Pantachien sind, Konstruktion algebraischer Pantachien.

SW: Mengenlehre; Algebra; Analysis; halbgeordnete Mengen; Graduierung; Pantachien; finale Ordnung

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 112

[Bemerkungen über Erzeugungs- und Vernichtungsprinzipien] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], Dezember 1908. – 1 Bl.

Inhalt: Hausdorff bemerkt, daß „Erzeugungsprinzipien“ folgender Art bedenklich sind: Es sei ein Verfahren gegeben, den Zahlen der zweiten Zahlklasse Elemente  $a(\alpha)$  zuzuordnen derart, daß  $a(\alpha)$  erst bestimmt werden kann, nachdem sämtliche Elemente  $a(\beta)$  mit  $\beta < \alpha$  gefunden worden sind. Es ist dann fraglich, ob die Menge aller  $a(\alpha)$  widerspruchsfrei ist. Ein „Vernichtungsprinzip“ dieser Art ist dagegen nicht bedenklich: Streicht man aus einer wohldefinierten Menge  $M$  eine gewisse Teilmenge und nennt den Rest  $M_0$  usw., so erhält man Mengen

$M_0, M_1, M_2, \dots, M_\omega \dots, M_\alpha \dots, M_\Omega$  ist dann sicher widerspruchsfrei. Hausdorff weist auf Zermelo hin, der nur Mengen aus bereits vorhandenen Mengen neu bildet.

SW: Mengenlehre; Axiomatik; Antinomien; Erzeugungsprinzipien; Vernichtungsprinzipien

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 113**

[Ein Satz über Ordnungstypen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], 14.5.1907. – 1 Bl.

Inhalt: Es wird der Satz „In einem überall dichten Typus ohne  $\omega\omega^*$ -Limites und ohne  $\omega\omega^*$ -Lücken ist jeder Typus zweiter Mächtigkeit als Teilmenge enthalten“ direkt bewiesen; in [16] hat Hausdorff diesen Satz in Teil V (S.127) auf dem Umweg über die  $H$ - Typen bewiesen. Hausdorff verweist noch auf eine Verallgemeinerung in einem Ms. vom 19.5.1907, welches aber nicht vorhanden ist.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; überall dichte Ordnungstypen

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 114**

Zum Problem der  $\Omega\Omega^*$ -Lücken : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], 29.6.1907. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff konstruiert in einer Pantachie von rationalen Zahlenfolgen eine  $\Omega\Omega^*$ -Lücke.

SW: Mengenlehre; halbgeordnete Mengen; Pantachien; Pantachietypen

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 115**

Überalldichte unbegrenzte Typen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], 27.-29.7.1907. – 3 Bll.

Inhalt: Zunächst folgert Hausdorff aus den Eigenschaften isomerer Typen den Satz: Der Typenring, der alle Typen bis zur Mächtigkeit des Kontinuums inklusive umfaßt, muß eine Basis von mindestens  $\aleph_1$  Typen haben. Es folgen Bemerkungen über die Anzahl der Spezies überalldichter unberandeter Typen, die Definition der regulären Typen und der Satz, daß jeder  $\eta$ - Typus, der Maximalreihen von endlichem Index enthält, reguläre Stücke enthält. Schließlich ergibt sich der Satz, daß ein Typenring, der alle Typen bis zu einer gewissen Mächtigkeit inklusive umfaßt, in seiner Basis mindestens soviele reguläre Typen enthalten muß, als es verschiedene Spezies regulärer Typen dieser Mächtigkeit gibt.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; überall dichte Ordnungstypen; Typenringe; Mächtigkeitsaussagen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 116

Pantachieproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], 1.1.-4.1.1908. – 8 Bll.

Inhalt: Hausdorff bemerkt zunächst, daß die Existenz einer Pantachie ohne  $\Omega\Omega^*$ -Lücken die Ungleichung  $2^{\aleph_0} > \aleph_1$ , d.h. die Widerlegung der Cantorsche Kontinuumhypothese, nach sich ziehen würde. Er schildert dann einen Beweisversuch dafür, daß Pantachien keine  $\Omega\Omega^*$ -Lücken haben und setzt auseinander, warum dieser scheiterte. Schließlich wird über mehrere Schritte der Satz bewiesen: In jeder Pantachie existiert sicher eins der fünf Gebilde:  $\Omega$ -Limes,  $\Omega^*$ -Limes,  $\omega\Omega^*$ -Lücke,  $\Omega\omega^*$ -Lücke,  $\Omega\Omega^*$ -Lücke. Am Schluß eine Bleistiftnotiz Hausdorffs: „Verschärfung dieser Betrachtungen s. 23/25 Januar. Es kann die Existenz von  $\Omega\Omega^*$ -Lücken bewiesen werden“ (ein Ms. vom 23./25.1.1908 ist nicht vorhanden). Ähnliche Betrachtungen einschließlich des Existenzbeweises für  $\Omega\Omega^*$ -Lücken finden sich in [19] auf den Seiten 320-327.

SW: Mengenlehre; halbgeordnete Mengen; Pantachien; Pantachietypen; Kontinuumhypothese

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 117

Zum Fermatschen Satz : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], 9.1.1910. – 4 Bll.

Inhalt: Hausdorff referiert zahlreiche Fehler in dem Werk von F.Lindemann „Über den sogenannten letzten Fermatschen Satz“, Leipzig, Veit & Co 1909.

SW: Zahlentheorie; Fermatproblem

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 118

[Eine] stetige nirgends differenzierbare Funktion : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 1.5.1914. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff modifiziert das von Weierstraß gegebene Beispiel dahingehend, daß  $f(x)$  an jeder Stelle  $x$  keine endliche rechtsseitige Ableitung besitzt.

SW: Analysis; reelle Funktionen; stetige nirgends differenzierbare Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 119

[Über Fourierreihen] : Notizen u.Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [Mai 1914]. – 17 Bll.

Das Material ist lt.G.Bergmann von Hausdorff selbst zu einem Fasz. zusammengefaßt. Auf Bl.11 steht das Datum 16.5.14. Die Bögen sind meist beidseitig beschrieben; da die Tinte durchschlägt, ist das Ms. schlecht lesbar und nicht kopierbar.

Inhalt: Bll.1-10: Notizen, teilweise kritische Bemerkungen und eigene Vorschläge für Verallgemeinerungen zu Arbeiten über Fourierreihen in London

Math.Soc.Proceedings (2) 12 (1913), und zwar von W.H.Young (S.41-70, 71-88, 433-452), E.W.Hobson (S.156-173, 297-308) und G.H.Hardy (S.174-180, 365- 372). Bll.11-13: Beweis des Satzes: Die Fourierreihe einer L-integrablen beschränkten Funktion  $f(x)$  ist bis auf eine Menge vom Maß Null summierbar, d.h. ihre Féjérschen Mittel konvergieren bis auf eine Nullmenge gegen  $f(x)$ . Vor dem Beweis steht die Bemerkung „Beweis von Lebesgue (nach de la Vallée-Poussin)(von mir vereinfacht)“. Bll.14-16: Beweis des Satzes:  $\cos x + \cos 2x + \dots$  ist  $C_\delta$ -summierbar für jedes  $\delta > 0$  (mit Bemerkungen zu Resultaten von Hardy und Littlewood aus der Arbeit „Trigonometrical series which converge nowhere or almost nowhere“, London Math.Soc.Proceedings (2) 12 (1913), S.XXIX-XXX). Bl.17: Ganz kurze Notizen zu Arbeiten von J.E.Rowe, R.D.Carmichael, T.H.Gronwall, H.Blumberg, H.S.Vandiver, C.N.Moore und L.L.Smail im Bull. of the Amer. Math. Soc. 20 (1914).

SW: Analysis; trigonometrische Reihen; Fourierreihen; Limitierungstheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 120

[Sätze aus der deskriptiven Mengenlehre] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 7.8.1914, 8.2.1915, 24.12.1916. – 9 Bll.

Der Umschlag trägt die Überschrift „Nichtarchimedische Größensysteme. Transfinite Rationalzahlen.“ Der Inhalt gehört aber nicht zu dieser Überschrift.

Inhalt: Hausdorff beweist zunächst den Satz: Gehören zu einer wohlgeordneten Menge von Ordnungszahlen der zweiten Zahlklasse absteigende Mengen  $A_0 \supseteq A_1 \supseteq \dots \supseteq A_\omega \supseteq \dots \supseteq A_\xi \supseteq \dots$ , die schließlich leer werden und ist

$$M = (A_0 - A_1) + (A_2 - A_3) + \dots + (A_\omega - A_{\omega+1}) + \dots = \sum (A_{2\xi} - A_{2\xi+1}), (1)$$

so gilt für das Komplement  $E - M = N$

$$N = \sum (B_{2\xi} - B_{2\xi+1})$$

mit  $B_\eta = \cap_{\xi < \eta} A_\xi$  und  $B_0 = E$ . Sind die  $A_\alpha$  abgeschlossen, so ist  $M$  eine reduzible Menge (d.h. gleichzeitig ein  $G_\delta$  und ein  $F_\sigma$ ). Sind die  $A_\alpha$   $G_\delta$ -Mengen, dann ist  $M$  gleichzeitig ein  $G_{\delta\sigma}$  und ein  $F_{\sigma\delta}$ ; sind die  $A_\alpha$   $F_{\sigma\delta}$ -Mengen, so ist  $M$  ein  $F_{\sigma\delta\sigma}$  und zugleich ein  $G_{\delta\sigma\delta}$  usw. Hausdorff stellt nun die Frage, ob diese Behauptungen umkehrbar sind. Für reduzible Mengen  $M$  hatte er in [44], S.461-462, eine Darstellung (1) für  $M$  bewiesen. Es wird dann mittels der Hessenbergschen Summen von Ordinalzahlen bewiesen, daß der Durchschnitt zweier  $M$  wieder ein  $M$  ist, wenn die  $A_\alpha$  einem Mengenring entnommen sind. Sind die  $A_\alpha$  einem  $\delta$ -Ring entnommen, so bilden die Mengen  $M$  einen Körper.

SW: Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre; reduzible Mengen; Differenzenketten; Hessenbergsche Summen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 121

Analysis situs : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn, Greifswald], 2.3.1912, 30.5.1915, 4.1.u.19.11.1916. – 22 Bll.

Bll.5-16 nehmen Bezug auf das Buch von H.Weyl „Die Idee der Riemannschen Fläche“, Leipzig 1913.

Inhalt: Bl.1 (vom 2.3.1912): Es wird eine Idee skizziert, auf einer Riemannschen Fläche die Begriffe „Zusammenhangszahl“ und „Entfernung“ zu definieren. Bll.2-4 (vom 30.5.1915): Hausdorff definiert eine Fläche als topologischen Raum, in dem jede Umgebung einer ebenen offenen Kreisscheibe homöomorph ist. Er beweist, daß das erste Abzählbarkeitsaxiom für jede Fläche gilt und zeigt durch ein Gegenbeispiel, daß das zweite Abzählbarkeitsaxiom i.a. nicht gilt. Es werden desweiteren folgende Sätze bewiesen: Sei auf einer Fläche  $F$   $V$  das stetige bijektive Bild einer ebenen abgeschlossenen Kreisscheibe mit Mittelpunkt  $x$ . Dann ist das Bild von  $x$  innerer Punkt von  $V$ . Seien  $U, V$  Punktmenge auf zwei Flächen  $F, G$ , und  $V$  sei stetiges bijektives Bild von  $U$ . Dann entspricht jedem inneren Punkt von  $U$  ein innerer Punkt von  $V$ . Bll.5-16 (vom 19.11.1916) unter der Überschrift „Weyl, Riemannsche Flächen“: Begriff der zweidimensionalen Mannigfaltigkeit; Begriff der Kurve auf  $F$ ; Charakterisierung zusammenhängender Gebiete auf  $F$ ; gebietsstetige Funktionen; Dreiecke auf  $F$ , Triangulationen; Riemannsche Flächen: Charakterisierung der in einem Gebiet  $G$  einer Fläche  $F$  regulären Funktionen, Ortsuniformisierende; Riemannsche Flächen; konform äquivalente Riemannsche Flächen. Bll.17-22 (vom 4.1.1916) unter der Überschrift „Die Invarianz der Dimensionszahl, nach H.Lebesgue, Sur la non-applicabilité [de deux domaines appartenant respectivement à des espaces à  $n$  et  $n + p$  dimensions], Math. Ann. 70 (1911)[S.166-168]“: Hausdorff zeigt durch eine geeignete Aufteilung des Würfels im  $R^n$  in Teilwürfel hinreichend kleiner Kantenlänge, daß der Würfel im  $R^n$  mindestens die Dimension  $n$  hat. Daraus folgert er, daß das auch für jede beschränkte Menge des  $R^n$  mit inneren Punkten gilt. Eingangs meint Hausdorff, daß die Aussage für den Würfel „einen rein arithmetisch- kombinatorischen Beweis zulasse“, d.h. daß man beweisen kann: Bildet man ein  $n$ -dimensionales Schema von natürlichen Zahlen so, daß keine Zahl zugleich in der ersten und letzten Schicht auftritt, dann gibt es mindestens zwei benachbarte Schichten (für jeden Index), deren Durchschnitt mindestens  $n + 1$  verschiedene Zahlen enthält.

SW: Topologie; Funktionentheorie; Dimensionstheorie; Abzählbarkeitsaxiome; Riemannsche Flächen; Pflasterdimension

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 122

Zusammenhang : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 4.10.1915. – 3 Bll.

Unter dem Datum hat Hausdorff bemerkt „(schon 6/8. 13 bewiesen)“. Ferner steht über dem Titel mit Bleistift „Janiszewski, Randsatz.“ (Vgl. S.Janiszewski

„Sur les continus irréductibles entre deux points“, Journal de l'École Polytechnique (2), 16 (1912), S.79-170).

Inhalt: Aus Überlegungen, wie sie ähnlich auch in [44], Kap.VIII, §4 und §11 durchgeführt sind, folgert Hausdorff folgenden Satz für die Euklidische Ebene: Ein Kontinuum, das einen Punkt  $a$  innerhalb und einen Punkt  $b$  außerhalb des Kreises  $K$  verbindet, enthält ein Teilkontinuum, das  $a$  mit einem Punkt des Kreises  $K$  verbindet und keinen Punkt außerhalb des Kreises enthält.

SW: Topologie; Zusammenhang; Kontinua; Randsatz von Janiszewski; Unikohärenz

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 123**

Der „Raum“ der meßbaren beschränkten Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 3.11.1915. – 8 Bll.

Inhalt: Hausdorff definiert als Entfernung zweier meßbarer beschränkter Mengen das Maß ihrer symmetrischen Differenz. Mengen mit Entfernung 0 (die sich also nur durch Nullmengen unterscheiden) nennt er kongruent. Diese Entfernung genügt der Dreiecksungleichung. Der so eingeführte Mengenraum ist separabel. Hausdorff nennt eine Mengenfolge stark konvergent, wenn die Differenz von  $\limsup$  und  $\liminf$  (diese Begriffe im mengentheoretischen Sinne) kongruent 0 ist, er nennt sie konvergent, wenn sie im Sinne der eingeführten Metrik konvergiert. Jede stark konvergente Folge ist konvergent. Hausdorff zeigt durch die Konstruktion eines Gegenbeispiels, daß das Umgekehrte nicht gilt, aber: jede konvergente Folge enthält eine stark konvergente Teilfolge mit demselben Limes. Jede Fundamentalfolge konvergiert; der entstandene Mengenraum ist also vollständig. Er ist aber nicht kompakt, auch dann nicht, wenn man sich auf das System der meßbaren Teilmengen einer einzigen beschränkten Menge eingrenzt.

SW: Topologie; Maßtheorie; metrische Räume; Metrisierung

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 124**

[Sätze über divergente Reihen und divergente trigonometrische Reihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 4.12.-7.12.1915. – 8 Bll.

Inhalt: Hausdorff beweist folgenden Satz: Wenn eine Reihe  $u_1 + u_2 + \dots$  stetiger Funktionen in einer Menge positiven Maßes divergiert, so gibt es (eventuell nach Übergang von  $u_i$  zu  $cu_i$ ) auch eine abgeschlossene Menge positiven Maßes, in der die Reihe  $u_{\mu_1+1} + \dots + u_{\nu_1} + u_{\mu_2+1} + \dots + u_{\nu_2} + \dots$  divergiert und zwar in der Weise, daß in jeder Gruppe  $u_{\mu_k+1} + \dots + u_{\nu_k}$  für jedes  $x$  mindestens eine Teilsumme  $> 1$  ist. Unter Verwendung der Tatsache, daß man auf dem Kreis zwei meßbare Mengen  $A$  und  $B$  der Maße  $\alpha$  und  $\beta$  so gegeneinander verschieben kann, daß ihr Durchschnitt das Maß  $\alpha\beta$  hat, folgt daraus für trigonometrische Reihen: Wenn man eine trigonometrische Reihe mit konvergenter Quadratsumme der Koeffizienten konstruieren kann, die in einer Menge positiven Maßes divergiert, so kann man auch eine konstruieren, die fast überall divergiert. Daraus folgt:

Damit es trigonometrische Reihen mit konvergenter Quadratsumme der Koeffizienten gibt, die in einer Menge positiven Maßes divergieren, ist notwendig und hinreichend, daß zu beliebig gegebenen  $0 < m < 2\pi$  und  $\epsilon > 0$  ein trigonometrisches Polynom ohne konstantes Glied existiert, dessen Quadratsumme der Koeffizienten  $< \epsilon$  ist und von dem in einer Menge vom Maß  $\geq m$  mindestens eine Teilsumme  $> 1$  ist.

SW: Analysis; Maß; trigonometrische Reihen; divergente Reihen; divergente trigonometrische Reihen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 125

Zur Analysis situs der Ebene : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 23.-24.12.1915. – 9 Bll.

Bei der Formulierung von Satz I hat Hausdorff mit Bleistift ergänzt „(Janiszewski)“ (s. Fasz. 122, Kapsel 31). Auf Bl.2v befindet sich eine Notiz mit violetter Tinte, also vermutlich nach 1917, in der gezeigt wird, daß Satz I für die Ebene charakteristisch ist und in höherdimensionalen Räumen nicht gilt.

Inhalt: Es wird für die Euklidische Ebene folgender Satz I bewiesen:  $F_1, F_2$  seien zwei abgeschlossene beschränkte Mengen, deren Durchschnitt entweder leer oder zusammenhängend ist. Wenn dann zwei Punkte  $x, y$  weder durch  $F_1$  noch durch  $F_2$  getrennt werden, so werden sie auch durch  $F_1 \cup F_2$  nicht getrennt. Man kann dann auch für unbeschränkte Mengen folgendes beweisen: Wenn die abgeschlossenen Mengen  $F_1, F_2$  disjunkt sind und keine von ihnen die Punkte  $x, y$  trennt, so trennt auch  $F_1 \cup F_2$  die Punkte  $x, y$  nicht. Im Anschluß daran gelingt es, die Sätze III-XII des §11, Kap.VIII von [44] zu verallgemeinern und von der Einschränkung auf beschränkte Mengen zu befreien. Der Satz XIII aus Kap.VIII, §11 ist für unbeschränkte Gebiete nicht richtig.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Zusammenhang; Unikohärenz

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 126

[Polygonapproximation von Gebieten in der Ebene] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 31.12.1915-1.1.1916. – 6 Bll.

Inhalt: Mittels auch an sich interessanter Hilfssätze wird folgendes Resultat bewiesen: Ist  $G$  ein einfach zusammenhängendes Gebiet der Ebene mit beschränkter Grenze  $H$ , so lassen sich in  $G$  liegende Polygone  $P_n$  angeben, die im Sinne der Entfernungen gegen  $H$  konvergieren. Die durch  $P_n$  bestimmten Gebiete  $M_n$ , die in  $G$  liegen und in denen  $H$  nicht liegt, konvergieren im Sinne der Entfernungen gegen  $G$ . Es ist  $G = M_1 \cup M_2 \cup \dots$ .

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Polygonapproximation von Gebieten

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 127**

[Rationale Ordnungszahlen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 22.3.1916. – 4 Bll.

Inhalt:  $W$  sei die Menge aller Ordnungszahlen  $< \omega_\sigma$  mit einer Anfangszahl  $\omega_\sigma > \omega$ . Aufgrund der Darstellung jeder Ordnungszahl durch endlich viele Potenzen von  $\omega$  mit natürlichen Koeffizienten kann jeder Ordnungszahl  $\in W$  ein Elementkomplex mit dem Argument  $W^*$  zugeordnet werden, der aus Nullen und endlich vielen natürlichen Zahlen  $\neq 0$  besteht. Mittels dieser Komplexe erklärt Hausdorff auf einheitliche Weise die Hessenbergsche Summe und das Hessenbergsche Produkt und insbesondere auch rationale Ordnungszahlen.

SW: Mengenlehre; Ordnungszahlen; Hessenbergsche Summe; Hessenbergsches Produkt; rationale Ordnungszahlen

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 128**

[Untersuchungen über Komplexmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 22.-23.3.1916. – 19 Bll.

Auf Bl.1 befindet sich der Vermerk „Erledigt (Verbesserung 3/4-7/4 16)“. Die verbesserte Fassung vom 3.-7.4.1916 ist das Fasz. 130, Kapsel 31.

SW: Mengenlehre; Ordnungszahlen; rationale Ordnungszahlen; Komplexmengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 129**

Nichtarchimedische Größensysteme : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 25.-27.3.1916. – 12 Bll.

Inhalt: Bll.1-8: Eine geordnete Menge, in der eine normale Addition (s. [44], S.196) erklärt ist, heißt ein Größensystem. Ist  $A$  eine wohlgeordnete Teilmenge positiver Größen des Größensystems, so sind auch  $A^n = \{a_1 + \dots + a_n; a_i \in A\}$  und sogar  $S = A \cup A^2 \cup A^3 \cup \dots$  wohlgeordnet.  $S$  hat ferner die Eigenschaft, daß jedes ihrer Elemente nur in endlich vielen der Mengen  $A^k$  vorkommt. Mittels dieser Sätze kann Hausdorff die Theorie der Division in einem Komplexsystem ([44], S.206-209) vervollständigen und vereinfachen. Bll.9- 11: Hausdorff verzichtet darauf, daß das Argument der Komplexe ein Größensystem ist und verlangt nur eine „quasinormale“ Addition, bei der auf die Umkehrbarkeit der Addition verzichtet wird; auch hier führt er eine Division über die (geordnete) Menge der Paare ein und untersucht den Typus von  $M$ . Bl.12: Übersicht über verschiedene Typen von Komplexmengen und Formulierung offener Fragen.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Komplexmengen; Größensysteme; nichtarchimedische Größensysteme



### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 130

[Untersuchungen über rationale Ordnungszahlen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 3.-7.4.1916. – 22 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff bogenweise numeriert: I-VI, entspr. Bll.1-22; die einzelnen Bögen sind datiert.

Inhalt: Über die Hessenbergsche natürliche Multiplikation wird für Paare von Ordnungszahlen Gleichheit, Größer-Beziehung, Addition, Multiplikation und Division definiert, alles in Anlehnung an die Rechenregeln für gewöhnliche rationale Zahlen.  $M$  sei die Menge aller dieser Brüche, wo Zähler und Nenner kleiner sind als eine gegebene reguläre Anfangszahl  $\omega_\sigma$ . Mittels Einbettung von  $M$  in eine geeignete Komplexmenge und unter Verwendung der Überlegungen aus §5, Kap.VI (S.161-167) von [44] wird folgendes abschließende Resultat bewiesen:  $M$  hat nur Elemente vom Charakter  $c_{\sigma\sigma}$  und Lücken von den Charakteren  $c_{00}, c_{11}, \dots, c_{\tau\tau}, \dots$  ( $\omega_\tau < \omega_\sigma; \omega_\sigma > \omega$ ).

SW: Mengenlehre; geordnete Mengen; Ordnungstypen; Ordnungszahlen; rationale Ordnungszahlen; Komplexmengen; Hessenbergsche Multiplikation

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 131

[Approximation stetiger Funktionen durch lineare Aggregate von Potenzen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 10.10.1916. – 3 Bll.

Die Notiz bezieht sich auf die Arbeit von O.Szász „Über die Approximation stetiger Funktionen durch lineare Aggregate von Potenzen“, Math. Ann. 77 (1916), S.482-496. Die Bll. sind doppelseitig beschrieben; die Tinte schlägt durch, deshalb kaum kopierbar.

Inhalt: Es geht um die Frage, unter welchen Bedingungen an die  $p_i > 0$  jede stetige Funktion im Intervall  $(0, 1)$  durch die Potenzfolge  $1, x^{p_1}, x^{p_2}, \dots$  gleichmäßig approximierbar ist. Hausdorff findet, daß unter der Bedingung  $p_i > p > 0$  die Divergenz von  $\sum \frac{1}{p_i}$  notwendig und hinreichend ist. (Das Szászsche Kriterium ist etwas umständlicher).

SW: Analysis; reelle Funktionen; Approximation stetiger Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 132

Lineare Mittelbildung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 25.2.1917. – 6 Bll.

Nach der Überschrift ergänzt Hausdorff „(frei nach Toeplitz, Prac Matematyczno-Fizycznych, tom XXII).“ Gemeint ist die Arbeit von O.Toeplitz „Über allgemeine lineare Mittelbildungen“, Prace Mat.- Fiz. 22 (1911), S.113-119.

Inhalt: Hausdorff findet vier Bedingungen an die unendliche Matrix  $A$ , die notwendig und hinreichend dafür sind, daß ein mit  $A$  gebildetes Limitierungsverfahren limestreu ist (ein Satz vom Typ des Toeplitzschens Permanenzsatzes). Beispiele: Cesàro-Mittel, Abel-Summation, Borel-Summation.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Limitierungsverfahren; Toeplitzschers Permanenzsatz

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 133**

Convexe Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vor 2.1.1918] Teile vom 2.1.1918 u. 21.3.1918. – 15 Bll.

Die Studie besteht aus drei Teilen. Die ersten beiden Teile (Bll.1-10 und Bll.11-12) sind nicht datiert. Der dritte Teil (Bll.13-15) ist vom 2.1.1918 bzw. (Bll.14r-15) vom 21.3.1918.

Inhalt: Erklärung der Mengen  $\lambda A$ ,  $A+B$  für Mengen  $A, B$  im euklidischen Raum  $R^n$ ; mit  $A, B$  konvex ist auch  $\lambda A + \mu B$  konvex; mit  $A, B$  ist auch  $A + B$  kompakt; Bemerkungen über Entfernungen und Konvergenz von Mengen (vgl. [44], Kap.VIII, §4); Stützfunktionen, Stützebenen; konvexe Hülle einer beschränkten Menge; Eigenschaften von Stützfunktionen; äußere Ebenen, Randebenen und innere Ebenen eines konvexen Körpers; Randebenen und Stützebenen sind identisch; trifft jede Stützebene nur einen einzigen Randpunkt von  $A$  und  $B$ , so trifft jede Stützebene auch nur einen einzigen Randpunkt von  $\lambda A$  resp.  $A + B$ ; durch analytische Funktionen definierte Ovaloide und ihre Stützebenen; 11-12: nach oben und nach unten konvexe Funktionen; 13-14: ist ein Punkt  $x$  Linearkombination von  $q$  Punkten, so nennt Hausdorff ihn aus diesen Punkten linear abgeleitet, ist er konvexe Linearkombination, nennt er ihn konvex abgeleitet; jeder aus  $q$  Punkten konvex ableitbare Punkt ist aus gewissen linear unabhängigen dieser Punkte ableitbar; die konvexe Hülle von  $A$  besteht aus allen aus Punkten von  $A$  konvex ableitbaren Punkten; sukzessive Erzeugung der konvexen Hülle in endlich vielen Schritten; Randpunkte der konvexen Hülle von  $A$  sind aus  $n$  oder weniger Punkten von  $A$  ableitbar; 15: eine spezielle Ähnlichkeitstransformation von Simplexen.

SW: Geometrie; euklidische Geometrie; konvexe Mengen; konvexe Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 134**

Polare Körper : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 15.3.1918. – 1 Bl.

Inhalt: Hausdorff zeigt, daß man ausgehend von einem konvexen Körper  $A$  einen konvexen Körper  $B$  konstruieren kann, so daß  $A$  und  $B$  gegenseitig Polarkörper voneinander sind, d.h. die Stützebenen des einen sind die Polarebenen (bzgl. der Einheitskugel) der Randpunkte des anderen.

SW: Geometrie; euklidische Geometrie; konvexe Körper

**NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 135**

Funktionen mit vorgeschriebenem Regularitätsgebiet : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 14.9.1918. – 4 Bll.

Inhalt: Sei  $G$  ein zusammenhängendes Gebiet der Ebene,  $H$  sein Rand und  $A$  eine abzählbare in  $H$  dichte Menge:  $A = a_1, a_2, \dots$ . Hausdorff konstruiert eine in  $G - A$  reguläre Funktion, die an den Stellen  $a_n$  vorgeschriebene Hauptteile hat, z.B. einfache Pole mit vorgeschriebenen Residuen. Er diskutiert weitere Möglichkeiten, in  $G$  reguläre Funktionen zu konstruieren, die über  $G$  hinaus nicht analytisch fortsetzbar sind.

SW: Analysis; Funktionentheorie; reguläre Funktionen; natürliche Grenzen; Regularitätsgebiet

**NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 136**

[Zum Waringschen Problem] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 2.11.1918. – 3 Bll.

Inhalt: Hausdorff referiert zunächst einen Beweis von E.Fischer für die grundlegende Gleichung (6) in seiner eigenen Arbeit [20] und kommentiert ihn so: „Mein Beweis ist viel einfacher als dieser Umweg über quadratische Formen.“ Hausdorff verallgemeinert dann die genannte Identität (6) ziemlich weitgehend.

SW: Zahlentheorie; Analysis; Waringsches Problem

**NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 137**

Lambertsche Reihen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 15.11.1918. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff zeigt, daß eine rationale Funktion, die im Endlichen bis auf Pole an Einheitswurzeln regulär ist und für die die Koeffizienten ihrer Lambertschen Reihe beschränkt und nichtnegativ sind, eine endliche Lambertsche Reihe hat. Eine unendliche Lambertsche Reihe mit ganzen, beschränkten, nichtnegativen Koeffizienten stellt keine rationale Funktion dar (das löst eine Aufgabe von Polya im Archiv f. Math.u.Physik 27 (1918), S.161-162, Aufg.562).

SW: Analysis; Funktionentheorie; Lambertsche Reihen

**NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 138**

[Verallgemeinerte Lambertsche Reihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 18.11.1918. – 3 Bll.

Inhalt: Hausdorff beweist für verallgemeinerte Lambertsche Reihen Resultate, die denen für gewöhnliche Lambertsche Reihen in Fasz. 137, Kapsel 31 analog sind. Auch dieses Resultat beantwortet eine Frage von Polya (Archiv für Math.u. Physik 27 (1918), S.161-162, Aufg.Nr.562), ob gewisse Reihen rationale Funktionen darstellen können.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Lambertsche Reihen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 139

[Approximation von Funktionen durch halbstetige Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 6.7.1919. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff beweist folgenden Satz:  $\varphi(x)$  sei eine beliebige beschränkte Funktion in einem metrischen Raum  $R$ :  $\lambda \leq \varphi \leq \mu$  und  $x$  sei ein Punkt mit folgender Eigenschaft: Es gebe eine Umgebung  $U_x$ , eine unterhalb stetige Funktion  $g_x$  mit  $\alpha \leq g_x \leq \beta$ , eine oberhalb stetige Funktion  $h_x$  mit  $\gamma \leq h_x \leq \delta$  und es sei in  $U_x$ :  $|\varphi - g_x - h_x| \leq \epsilon$ . Dann bilden die Punkte  $x$  mit dieser Eigenschaft eine offene Menge  $B$  und es gibt eine unterhalb stetige Funktion  $g$  mit  $\alpha \leq g \leq \beta$  und eine oberhalb stetige Funktion  $h$  mit  $\gamma \leq h \leq \delta$ , so daß in ganz  $B$  gilt  $|\varphi - g - h| \leq \epsilon$ .

SW: Analysis; reelle Funktionen; halbstetige Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 140

[C-Folgen und C-Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 28.-29.4.1920. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff formuliert und beweist einige Ergänzungen zu §9 seiner Arbeit [27],I (eingegangen bei Math.Z. am 11.2.1920).

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Momentfolgen; C-Folgen; C-Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 141

Summationsverfahren : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 24.6.1920. – 4 Bll.

Inhalt: Hausdorff geht aus von den Funktionaltransformationen, die der Cesàro- bzw. der Hölder-Mittelbildung entsprechen, und leitet daraus nach der Methode der Riesz'schen Mittelbildung (M.Riesz „Sur les series de Dirichlet“, Comptes rendus 148 (1909), S.1658-1660, und „Sur la sommation des séries de Dirichlet“, Comptes rendus 149 (1909), S.18- 21) zum Cesàro-Verfahren respektive zum Hölder-Verfahren analoge Riesz- Verfahren her.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summationsverfahren; Riesz-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 142

Riesz-Stieltjes : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 27.-28.6.1920. – 31 Bll.

Die Überschrift „Riesz-Stieltjes“ ist mit Blaustift vermutlich nachträglich eingefügt. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-8, entspr. Bll.1-31.

Inhalt: Bll.1-13: Herleitung einer Transformationsmatrix  $(\lambda_{p,m})$  aus Interpolationsformeln (wie in §1 von [27],II); Diskussion des Zusammenhangs mit der Riesz'schen Mittelbildung und Beweis des Satzes: Genau dann ist die in die Matrix  $(\lambda_{p,m})$  eingehende Multiplikatorenfolge  $\mu_n$  eine C-Folge, wenn  $\sum_{m=0}^p |\lambda_{p,m}|$

beschränkt ist. 13-18: total monotone Folgen; Momente einer in  $(0, 1)$  monotonen und an 0 stetigen Belegung liefern eine total monotone Folge; ist  $\mu_n = \int_0^1 u^{tn} d\chi(u)$  (1) und  $\chi(u)$  von beschränkter Schwankung, so ist  $\mu_n$  eine C-Folge, ist ferner  $\chi(u)$  an  $u = 0$  stetig, so ist  $\mu_n$  eine reine C-Folge; 18-21: Beispiele für spezielle  $\chi(u)$ , insbesondere Cesàro- und Hölder-Verfahren; 21-22: Beweis des Knopp-Schneeschen Äquivalenzsatzes für jedes  $\alpha > -1$ ; 23- 27: Jede C-Folge ist die Momentfolge (1) einer Funktion  $\chi(u)$  beschränkter Schwankung, insbesondere ist jede total monotone Folge die Momentfolge einer monotonen Funktion; 27-31: Limesdarstellungen von  $\mu(t) = \int_0^1 u^t d\chi(u)$ , Folgerungen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; C-Folgen; total monotone Folgen; Momentfolgen; Äquivalenzsatz von Knopp-Schnee

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 143

[Bemerkungen zu Summationsmethoden und Momentfolgen II] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Fragment. – [Greifswald], 8.9.1920. – 2 Bll.

Inhalt: Es sind Teile des Inhalts von §10 der Arbeit[27],II enthalten; auf Bl.1v wird eine dort benötigte Identität direkt bewiesen.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summationsverfahren; C-Matrizen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 144

[Nach  $u$  monotone Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 4.12.1920. – 2 Bll.

Inhalt: Definition der Begriffe „monoton nach  $u$ “, „monoton nach  $v$ “ und „monoton nach  $u, v$ “ einer im Einheitsquadrat definierten Funktion  $X(u, v)$ ; Beweis des Satzes: Durchlaufen  $\alpha$  und  $\beta$  in  $[0, 1]$  dichte Mengen, zu denen 0, 1 gehören, und ist  $Y(\alpha, \beta)$  nach  $\alpha$  und nach  $\beta$  monoton, so läßt sich  $Y$  zu einer im abgeschlossenen Einheitsquadrat definierten nach  $u$  und nach  $v$  monotonen Funktion  $X(u, v)$  erweitern (dasselbe gilt für „monoton nach  $u, v$ “).

SW: Analysis; reelle Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 145

[Sprünge, Sprungsummen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], 13.3.1921-3.1.1941. – 15 Bll.

Es handelt sich um verschiedene Studien, die sich um die Themen „Sprünge reeller Funktionen, Summen von Sprüngen“ gruppieren; sie sind lt. G.Bergmann von Hausdorff selbst zu einem Faszikel zusammengefaßt worden.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 23.6.1921) unter dem Titel „Funktionen mit rechts- und linksseitigen Grenzwerten“: Es werden reelle Funktionen  $f(x)$  in  $[0, 1]$  betrachtet, für die  $f(x + 0)$  und  $f(x - 0)$  überall existieren. Die Sprungfunktion  $\delta(x) = f(x + 0) - f(x - 0)$  ist dann an höchstens abzählbar vielen Stellen  $x_n$  von

Null verschieden und es ist  $\delta(x_n) \rightarrow 0$ . Beweis der Umkehrung: Sei  $\{x_1, x_2, \dots\}$  eine abzählbare Menge in  $(0, 1)$  und  $\delta_n \neq 0$  eine Zahlenfolge mit  $\delta_n \rightarrow 0$ , so gibt es eine linksstetige Funktion  $f(x)$ , die an  $x \neq x_n$  auch rechtsstetig ist und an  $x_n$  den Sprung  $\delta_n$  macht. Auf Bl.4 befindet sich eine Notiz vom 3.1.1941, in der ein Zusammenhang zur Denjoeschen Totalisation von Reihen und Funktionen hergestellt wird. Bll.5 (vom 13.3.1921) u.6-7 (vom 10.6.1921) unter der Überschrift „Summen von beliebigem Ordnungstypus“: Bl.5 sind Probleme aufgelistet, die auf Summen von Sprüngen führen (ein Problem mit Datierung 4.11.1934), z.T. mit Kommentaren wie „sehr schwierig damit zu arbeiten“, „Nicht aussichtslos“, „Noch schwieriger“. 6-7: Hausdorff versucht Summen der Art  $\sum_T a_n$  zu definieren, wo  $T$  eine beliebige abzählbare geordnete Menge ist. Er stellt dafür 5 Axiome auf und behandelt drei Beispiele; es werden im Anschluß an das dritte Beispiel offene Fragen formuliert, z.B. über den Zusammenhang zur Perronschen Integration oder zur Baireschen Klassifikation. Bll.8-10 (ohne Datum) unter der Überschrift „Bedingt konvergente Summen“:  $f(x)$  sei eine reelle Funktion, für die für jedes  $\delta > 0$  die Menge  $\{x; |f(x)| \geq \delta\}$  endlich ist. Das Problem ist, wie man die Summe der in das Intervall  $a \leq x < b$  fallenden von Null verschiedenen Werte von  $f(x)$  definieren kann. Es werden verschiedene Möglichkeiten und ihre gegenseitigen Beziehungen erörtert. Bll.11-15 (ohne Datum, ohne Überschrift): Ist  $f(x)$  eine in  $[0, 1)$  monoton wachsende Funktion und  $\alpha > 1$ ;  $\sigma_\alpha$  sei die untere Grenze von  $\sum_{i=1}^n (f(x_i) - f(x_{i-1}))^\alpha$  über alle Intervallteilungen  $\{x_i\}$ . Dann ist  $\sigma_\alpha$  die Summe der  $\alpha$ -ten Potenzen der Sprünge von  $f(x)$ . Für beliebige reelle Funktionen in  $[a, b]$  seien  $X_{\alpha, \delta}, Y_{\alpha, \delta}$  die untere bzw. die obere Grenze von  $\sum_{i=1}^n |f(x_i) - f(x_{i-1})|^\alpha$  über alle Intervallteilungen  $x_i - x_{i-1} \leq \delta$ . Es werden verschiedene Sätze über  $\lim_{\delta \rightarrow 0} X_{\alpha, \delta}$  bzw.  $\lim_{\delta \rightarrow 0} Y_{\alpha, \delta}$  bewiesen, z.B. für den Fall, daß  $f$  eine stetige Funktion beschränkter Schwankung ist.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Mengenlehre; Ordnungstypen; Totalisation nach Denjoy; Sprungsummen; Summen von beliebigem Ordnungstypus; Funktionen von beschränkter Schwankung

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 146

Fréchet'sche Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.9.1921. 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff nimmt Bezug auf seine kurze Besprechung der Fréchet-Räume in [44], S.265-267, erwähnt, daß die Menge der Berührungspunkte einer Menge  $A$  in einem solchen Raum nicht abgeschlossen zu sein braucht und gibt eine in der zweiten Zahlklasse verbleibende transfiniten Konstruktion der abgeschlossenen Hülle. Dann wird gezeigt, daß es Fréchet-Räume  $E$  mit folgender Beschaffenheit gibt: Für jede Zerlegung  $E = A + B$  ist die abgeschlossene Hülle von  $A$  gleich  $E$  oder die von  $B$  gleich  $E$  (oder beides). In einem solchen Raum gibt es keine anderen stetigen Funktionen als Konstante. Er erfüllt das Hausdorffsche Trennungssaxiom nicht, aber ein schwächeres ( $x$  ungleich  $y$ , so existiert  $U(x)$ , die  $y$  nicht enthält).

SW: Topologie; Funktionalanalysis; Fréchet-Räume; Trennungsaxiome

**NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 147**

[Schlichte Abbildungen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.7.1922-12.12.1923. – 23 Bll.

Inhalt: Bl.1 (undatiert) unter der Überschrift „Schlichte beschr. Abb.“: Es werden für eine in  $|z| < 1$  schlichte beschränkte Abbildung  $w = z + a_2 z^2 + \dots$  Verzerrungssätze von Pick und Koebe diskutiert. Bll.2-9 (vom 7.7.1922) unter der Überschrift „Schlichte Abbildungen. Bieberbachs Beweis des Koebeschen Verzerrungssatzes“: Es geht außer um den genannten Beweis auch um die Koeffizientenabschätzung ( $|a_n| \leq r_n$  mit einer gewissen Folge  $r_n$  war bewiesen, auf Bl.5r schreibt Hausdorff „Vielleicht  $r_n = n?$ “) und um die Koebe-Konstante. Bll.10-14 (vom 13.7.1922) unter der Überschrift „Verzerrungs- und Drehsatz für schlichte Abbildungen“: die Beweise von Bieberbach werden von Hausdorff vereinfacht. Bll.15-18 (vom 12.12.1923) unter der Überschrift „Zusammensetzung von Abbildungen“: Hausdorff gewinnt aus dem Studium zusammengesetzter Abbildungen  $(f_1 f_2 \dots f_n)(w)$  eine Abschätzung, aus der sich der Koeffizientensatz von Bieberbach und der von Löwner als Folgerung ergeben. Bll.19-20 (undatiert) unter der Überschrift „Schlichte Abbildung“: Hausdorff entwickelt verschiedene Abschätzungen, um den Löwnerschen Koeffizientensatz zu beweisen; es gelingt ihm aber nicht. Bl.21 (undatiert) unter der Überschrift „Schlichte Abbildungen“: Es geht um Abschätzungen für in  $|z| > 1$  reguläre schlichte Funktionen. Bll.22-23 (undatiert, ohne Überschrift): Hausdorff resümiert Resultate aus den Arbeiten: L.Bieberbach „Über einige Extremalprobleme im Gebiete der konformen Abbildung“, Math. Ann. 77 (1916), S.153-172; G.Pick „Über die konforme Abbildung eines Kreises auf ein schlichtes und zugleich beschränktes Gebiet“, Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie zu Wien, Abt.IIa, 126 (1917), S.247-263; G.Pick „Ein Abschätzungssatz für positive Newtonsche Potentiale“, Jahresber. der DMV 24 (1915), S.329-332 und G.Pick „Über positive harmonische Funktionen“, Math. Zeitschrift 1 (1918), S.44-51.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Geometrische Funktionentheorie; konforme Abbildungen; schlichte Abbildungen; Koebescher Verzerrungssatz; Bieberbachsche Vermutung; Löwnerscher Koeffizientensatz; Pickscher Verzerrungssatz

**NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 148**

Summierbarkeit : Exzerpte, Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], 21.1.1920-10.8.1922. – 35 Bll.

Von Hausdorff selbst unter der Überschrift „Summierbarkeit (Excerpte)“ in einem Faszikel zusammengefaßt, und zwar in zeitlich rückläufiger Anordnung. Es handelt sich um Notizen zu einschlägigen Arbeiten, um Bearbeitungen und Vereinfachungen mit gelegentlichen Kommentaren.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 10.8.1922) unter der Überschrift „Hardy- Littlewoodscher Satz über Potenzreihen mit positiven Koeffizienten“: Hausdorff nimmt Bezug auf den Beweis bei E.Landau „Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie“, Berlin, 1916, S.48-50 und bringt dann nach der Bemerkung „Dieser komplizierte Beweis lässt sich erheblich vereinfachen“ seinen eigenen Beweis. Bll.3- 6 (undatiert): zum Hardyschen Satz: Wenn  $\sum a_n (C_r)$ -summierbar ist ( $r = 1, 2, \dots$ ) und  $na_n$  beschränkt, so konvergiert  $\sum a_n$  (G.H.Hardy „Theorems relating to the summability and convergence of slowly oscillating series“, Proc.Lond.Math.Soc. (2) 8 (1910), S.301- 320) sowie zu Erweiterungen und Verfeinerungen dieses Satzes in den einschlägigen Arbeiten von G.H.Hardy „An extension of a theorem on oscillating series“, Proc.Lond.Math.Soc. (2) 12 (1912), S.174-180, von E.Landau „Über die Bedeutung einiger neuerer Grenzwertsätze der Herren Hardy und Axer“, Prace Mat.-Fiz. 21 (1910), S.97-177, von J.E.Littlewood „The converse of Abel’s theorem on power series“, Proc.Lond.Math.Soc. (2) 9 (1911), S.434-448, von G.H.Hardy u. J.E.Littlewood „Tauberian theorems concerning power series and Dirichlet’s series whose coefficients are positive“, Proc.Lond.Math.Soc. (2) 13 (1914), S.174-191 und von Ch.J. de la Vallée Poussin „Cours d’Analyse II“, 2.Aufl., Paris 1912, Nr.151. Bl.7 (undatiert): zu I.Bendixson „Sur une extension à l’infini de la formule d’interpolation de Gauss“, Acta math. 9 (1887), S.1-34. Bl.8 (undatiert): zu S.N.Bernstein „Sur la définition et les propriétés des fonctions analytiques d’une variable réelle“, Math.Ann. 75 (1914), S.449-468. Bll.9-10 (undatiert): es geht wieder um obigen Hardyschen Satz und Verallgemeinerungen und Analogie, wenn man Riesz-Summierbarkeit voraussetzt (M.Riesz „Sur la sommation des séries de Dirichlet“, Comptes rendus 149 (1909), S.18-21). Bll.11-13 (undatiert): zu G.H.Hardy „Generalisation of a limit theorem of Mr.Mercer“, Quarterly Journ.43 (1912), S.143-150. Bll.14-17 (vom 6.5.1920): zu G.H.Hardy „On certain oscillating series“, Quarterly Journ.38 (1907), S.269-288. Bll.18-19 (undatiert): zu G.H.Hardy „The application to Dirichlet’s series of Borel’s exponential method of summation“, Proc.Lond.Math.Soc. (2) 8 (1910), S.277-300. Bll.20-23 (undatiert): zu G.H.Hardy u. S.Chapman „A general view of the theory of summable series“, Quarterly Journ.42 (1911), S.181-215. Bll.24-26 (undatiert) zur selben Arbeit von Hardy u.Chapman mit dem Vermerk „Umgeformte Bearbeitung“. Bll.27-31 (vom Dez.1919): zu G.H.Hardy u. J.E.Littlewood „Some problems of Diophantine approximation“, Acta math.37 (1914), S.155-239. Bll.32-35 (vom 21.1.1920): zu G.H.Hardy u. J.E.Littlewood „The relation between Borel’s and Cesàro’s methods of summation“, Proc.Lond.Math.Soc. (2) 11 (1911), S.1 -16.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Tauber-Theoreme

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 149

[Cesàro-Hölder’sche Mittel von negativer Ordnung] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.8.-23.8.1922. – 12 Bll.



Es handelt sich um vier Studien, in denen Hausdorff wesentliche Ideen seiner späteren Arbeit [34] entwickelt.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Äquivalenzsatz von Knopp-Schnee; Äquivalenzsatz von Hausdorff; Cesàro-Verfahren; Hölder-Verfahren

#### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 150**

[Funktionen, die die Bairesche Bedingung erfüllen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.10.1923. – 1 Bl.

Inhalt: Eine Funktion  $f$  erfüllt in einer Menge  $A$  die Bairesche Bedingung, wenn in  $A$  eine Menge  $P$  erster Kategorie existiert, so daß die Einschränkung von  $f$  auf  $A - P$  stetig ist. Hausdorff beweist den Satz, daß eine Funktion, die in jeder perfekten Menge die Bairesche Bedingung erfüllt, diese auch in jeder abgeschlossenen Menge erfüllt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; metrische Räume; reelle Funktionen; Bairesche Bedingung

#### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 151**

[Y-Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.10.1923. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff nennt eine Menge  $A$  eines metrischen Raumes in sich überall von zweiter Kategorie oder eine Y-Menge, wenn jeder Durchschnitt von  $A$  mit einer nichtleeren offenen Menge  $G$  von zweiter Kategorie ist. Er gibt notwendige und hinreichende Bedingungen für diese Eigenschaft und zeigt, daß alle Youngschen Mengen Y-Mengen sind, aber nicht umgekehrt. Hausdorff vermutete, daß jede Y-Menge eines vollständigen Raumes aus einer Borelmenge durch Weglassen einer Menge erster Kategorie entsteht. Er zeigt, daß diese Vermutung falsch war.

SW: Analysis; Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Y-Mengen; Youngsche Mengen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 152**

[Topologische Invarianz von Mengenklassen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.6.1921-9.10.1924. – 12 Bll.

Lt. G.Bergmann von Hausdorff selbst zu einem Faszikel zusammengefaßt (in im wesentlichen) rückläufiger zeitl.Reihenfolge.

Inhalt: Bl.1 (undatiert): 5 Zeilen Stichpunkte zu Problemen der deskriptiven Mengenlehre mit Kommentaren „falsch“, „richtig“. Bl.2 (vom 27.10.1923): Bei einer Homöomorphie zwischen  $A$  und  $B$  entsprechen einander auch die Residuen von  $A$  und  $B$ , wenn  $A$  und  $B$  kompakten Räumen angehören, insbesondere ist die Eigenschaft einer Menge, reduzibel zu sein, topologisch invariant. Bll.3-4 (vom 9.10.1924) unter der Überschrift „Invarianz der Residuen“: außer dem

Satz in der Überschrift noch Verhalten einer Differenz kompakter abgeschlossener Mengen bei homöomorpher Abb., Bemerkungen zu lokalkompakten Räumen und zur Invarianz isolierter Mengen. Bll.5-8 (vom 30.9.1923) unter der Überschrift „Topologische Invarianz von Mengenklassen“: Es wird ein allgemeiner Mengenbildungsprozeß eingeführt, der sich von der Idee her schon bei Sierpiński „Sur les ensembles mesurables B“, Comptes rendus 171 (1920), S.24-26, findet, und aus dem z.B. die Suslinschen Mengen bzw. die Komplemente Suslinscher Mengen durch Spezialisierung gewonnen werden können. Das Hauptergebnis ist die topologische Invarianz dieser Mengenform. Bll.9-12 (vom 11.-23.6.1921): Es werden verschiedene Klassen von Funktionen eingeführt, z.B. die Funktionen  $\rho$  (das sind Funktionen der Klasse  $(R, R)$ , wo  $R$  eine reduzible Menge ist), die Funktionen  $\delta$  (Summen von absolut konvergenten Reihen stetiger Funktionen), die Funktionen  $\lambda$  (Funktionen, die überall links- und rechtsseitige Grenzwerte haben). Es folgen zahlreiche Sätze zur Charakterisierung dieser Klassen und ihrer gegenseitigen Beziehungen, z.B.: Jede Funktion mit höchstens abzählbarer Wertmenge ist ein  $\delta$ ; jede Funktion  $\lambda$  ist ein  $\delta$ ; jede Funktion  $\lambda$  hat in  $[a, b]$  nur endlich viele Stellen mit  $|f(x+0) - f(x)| \geq \epsilon > 0$ ; die Mengen  $\{\delta > 0\}$  liefern alle  $F_\sigma$ , die Mengen  $\{\delta \geq 0\}$  alle  $G_\delta$ ; es gibt Funktionen  $\lambda$ , für die in jedem noch so kleinen Intervall die Beträge der Sprünge eine divergente Reihe bilden, u.a. Sätze.

SW: Analysis; Topologie; Funktionalanalysis; Metrische Räume; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 153

[Bemerkung über zusammenhängende Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.10.1923. – 2 Bll.

Inhalt: Es gibt zusammenhängende Mengen, die nach Tilgung eines einzigen Punktes zerstreut werden, d.h. in einpunktige Komponenten zerfallen. Hausdorff referiert ein Beispiel von B.Knaster und C.Kuratowski aus der Arbeit „Sur les ensembles connexes“, Fund. Mathematicae 2 (1921), S.206-255.

SW: Topologie; Zusammenhang; zerstreute Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 154

[Über Randmengen] : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 24.10.1923. – 2 Bll.

Hausdorff bezieht sich auf die Arbeit von W.Sierpiński „Sur une propriété des ensembles frontières“, Fund. Mathematicae 3 (1922), S.7- 13.

Inhalt: Umgearbeiteter Beweis des Hauptsatzes der gen.Arbeit von Sierpiński, der lautet: Jede Randmenge des  $R^n$  ist einer nirgendsdichten Menge des  $R^n$  homöomorph.

SW: Topologie; euklidische Räume; Homöomorphismen; Randmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 155

[Ein Satz von Fubini] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.10.1923. – 1 Bl.

Inhalt: Hausdorff gibt einen Beweis des Fubinisches Satzes, daß eine konvergente Reihe monoton wachsender Funktionen fast überall gliedweise differenziert werden kann und ein interessantes Beispiel als Anwendung.

SW: Analysis; reelle Funktionen; unendliche Reihen; gliedweise Differenzierbarkeit

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 156

[Eine Halbordnung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.11.1923. – 1 Bl.

Inhalt:  $C$  sei in  $[a, b]$  irreduzibel. Dann sei  $x < y$ , wenn es ein Kontinuum  $A_x$  (das  $a, x$  enthält) und ein Kontinuum  $B_y$  (das  $b, y$  enthält) gibt mit  $A_x \cap B_y = \emptyset$ . In der so definierten Halbordnung ist die Relation „ $x$  mit  $y$  unvergleichbar“ nicht transitiv.

SW: Topologie; Mengenlehre; irreduzible Mengen; halbgeordnete Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 157

[Zerlegung von Kontinua] : Studie, Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.10.1921; 25.11.1923. – 3 Bll.

Die Studie vom 29.10.1921 (Bl.2) ist in das Doppelblatt 1/3 eingelegt.

Inhalt: Bl.2 : Es wird bewiesen, daß ein Euklidischer Raum nicht als Summe abzählbar vieler, paarweise fremder, abgeschlossener und nichtleerer Mengen darstellbar ist (darunter eine Notiz aus späterer Zeit mit einer wesentlichen Verallgemeinerung). Bll.1 u.3 (vom 25.11.1923): Hausdorff referiert ein Resultat aus W.Sierpiński „Un théorème sur les continus“, Tôhoku Math. Journ. 13 (1918), S.300-303, und zwar: Ein beschränktes Kontinuum im Euklidischen Raum  $R^n$  kann nicht Summe von abzählbar vielen, paarweise fremden, abgeschlossenen und nichtleeren Mengen sein.

SW: Topologie; euklidische Räume; Kontinua

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 158

[Zerlegung von Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.3.1924. – 2 Bll.

Bl.1 trägt den Bleistiftvermerk „Hängt mit Hurewicz zusammen“ (das könnte sich beziehen auf W.Hurewicz „Über eine Verallgemeinerung des Borelschen Theorems“, Math.Zeitschrift 24 (1925), S.401-421).

Inhalt: Es werden spezielle Zerlegungen einer Menge  $A$  eingeführt. Die Existenz von solchen Zerlegungen mit gewissen Abgeschlossenheitseigenschaften ist dann

notwendig und hinreichend dafür, daß etwa  $A$  ein  $F_{\sigma\delta}$  oder daß  $A$  eine Suslinsche Menge ist.

SW: deskriptive Mengenlehre; Mengenerlegungen; Suslinmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 159

[Bemerkungen über Dirichletreihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.3.1924. – 2 Bll.

Inhalt: Bemerkungen zur Mittelbildung bei Dirichletreihen u. zur Mittelbildung nach G.H.Hardy „Theorems relating to the summability and convergence of slowly oscillating series“, Proc.Lond.Math.Soc.(2) 8 (1910), S.301-320; Ziel ist u.a. die Ergründung des asymptotischen Verhaltens von  $\sum_{k=1}^n \frac{\mu(k)}{k}$ , wo  $\mu(k)$  die Möbiussche  $\mu$ -Funktion ist.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Summierungsverfahren; Dirichletreihen; Möbius-Funktion

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 160

[Erzeugung von Borelmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.4.1924. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird das von einem Mengensystem erzeugte Borelsche Mengensystem induktiv definiert (durch transfiniten Induktion).

SW: deskriptive Mengenlehre; Borelmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 161

Alefsätze : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.-16.4.1924. – 3 Bll.

Auf Bl.3 heißt es: „(Die Sätze (4) und (5), letzterer für  $\alpha = 0$ , sind mir von A.Tarski mit Aufforderung zum Beweise mitgeteilt worden. Brief vom 24.3.1924). Brief an Tarski, 20/4 24“

Inhalt: Nach vorbereitenden Sätzen beweist Hausdorff die Alephrelationen (4): Für  $\aleph_\gamma \geq \bar{\beta}$  ist  $\aleph_{\alpha+\beta}^{\aleph_\gamma} = \aleph_\alpha^{\aleph_\gamma} \cdot \aleph_{\alpha+\beta}^{\bar{\beta}}$  und (5): Für eine Limeszahl  $\beta$  ist  $\prod_{\eta < \beta} \aleph_{\alpha+\beta} = \aleph_{\alpha+\beta}^{\bar{\beta}}$ . Dabei ist  $\bar{\beta}$  die Mächtigkeit von  $\beta$ .

SW: Mengenlehre; Alefsätze

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 162

[Ein separabler Universalraum] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.-15.8.1924. – 6 Bll.

Inhalt: Hausdorff bemerkt zunächst, daß der Raum der beschränkten Zahlenfolgen mit der Abstandsdefinition  $d(\xi, \eta) = \sup |x_n - y_n|$  ein Universalraum in dem Sinne ist, daß er zu jedem vorgegebenen separablen metrischen Raum eine isometrische Teilmenge enthält. Dieser Raum ist aber nicht separabel. Hausdorff gibt dann nach der Bemerkung „10/8 24. Ich fand heute einen separablen Universalraum“ einen solchen an. Es folgt ein Beispiel und eine Verallgemeinerung der Konstruktion, die zu einem homogenen Universalraum führt.

SW: Topologie; Universalräume; metrische Räume; separable Räume

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 163

[Darstellung Suslinscher Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.4.1924. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff stellt eine Suslinsche Menge und ihr Komplement jeweils als Summe von  $\aleph_1$  Borelschen Mengen dar und zieht daraus einige Folgerungen.

SW: deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Borelmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 164

[Abstands- und Entfernungsräume] : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.5.1924. – 5 Bll.

Es handelt sich um ein Referat zu: Chittenden, E.W. „On the equivalence of écart and voisinage“, Transact. of the American Math. Soc. 18 (1917), S.161-166. Hausdorff vermerkt auf Bl.1: „Freie und einfachere Wiedergabe“. Er übersetzt „écart“ mit „Entfernung“, „voisinage“ mit „Abstand“.

Inhalt: Es wird bewiesen, daß jeder Abstandsraum einem Entfernungsraum homöomorph ist.

SW: Topologie; metrische Räume; Abstandsräume; Entfernungsräume; Homöomorphie

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 165

[Metrisierung kompakter und normaler Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.-22.7.1924. – 3 Bll.

Das Format ist A-4.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 10.7.1924) unter der Überschrift „Metrisierung kompakter Räume“: Hausdorff konstruiert in einem kompakten topologischen Raum mit abzählbarer Basis eine Fréchet'sche „voisinage“; daraus folgt nach Chittenden (s. Fasz. 164) die Metrisierbarkeit. Bl.3 (vom 22.7.1924) unter der Überschrift „Metrisierung normaler Räume“: Nach der Definition und der Diskussion einiger

Eigenschaften normaler Räume gibt Hausdorff einen Beweis des Metrisationssatzes von Urysohn: Ein topologischer Raum mit abzählbarer Basis ist genau dann metrisierbar, wenn er normal ist.

SW: Topologie; kompakte Räume; normale Räume; Metrisierung

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 166**

Der metrische separable Universalraum : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Bad Nauheim, Mitte August 1924. – 2 Bl.

Es handelt sich um eine verbesserte Version von Fasz. 162. Bl.1 trägt den Vermerk „Nauheim, Mitte August. (Urysohn + 17.8.) 1924“. Das Format ist A-4.

Inhalt: Hausdorff konstruiert einen separablen vollständigen metrischen Raum  $V$ , der zu jedem separablen metrischen Raum eine isometrische Teilmenge enthält. Er zeigt, daß  $V$  homogen ist.

SW: Topologie; Universalräume; metrische Räume; separable Räume

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 167**

Convergenzmengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.10.1924. 2 Bl.

Inhalt:  $f(x, y)$  sei eine für reelle  $x$  und positive  $y$  definierte reelle Funktion. Es wird die Menge  $C$  der Punkte  $\xi$  auf der  $x$ -Achse betrachtet, für die  $f(x, y)$  bei  $(x, y) \rightarrow (\xi, 0)$  einen Grenzwert hat. In Abhängigkeit von der Art der Annäherung von  $(x, y)$  an  $(\xi, 0)$  ergeben sich verschiedene Aussagen über den Charakter von  $C$ , z.B.: nähert sich  $(x, y)$  beliebig, so ist  $C$  ein  $G_\delta$ ; nähert sich  $(x, y)$  in einem festen Winkelraum mit Scheitel  $(\xi, 0)$ , so ist  $C$  ein  $F_{\sigma\delta}$ , falls  $f(x, y)$  bezüglich  $x$  stetig ist. Weitere Resultate dieses Typs.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Konvergenzmengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 168**

[Kanonische Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.10.1924. – 1 Bl.

Inhalt: Zwischen den Mengen  $X$  und  $Y$  sei eine allgemeine (in beiden Richtungen mehrdeutige) Abbildung  $y = f(x), x = \varphi(y)$  gegeben. Hausdorff betrachtet Mengen  $A$ , für die  $\varphi(f(A)) = A$  ist. Vereinigung und Durchschnitt beliebig vieler solcher Mengen liefern wieder solche Mengen. Der Durchschnitt  $X(a)$  aller solcher  $A$ , die ein gegebenes Element  $a \in X$  enthalten, heiße eine kanonische Menge von  $X$ . Hausdorff konstruiert eine Äquivalenzrelation in  $X$ , deren Klassen gerade die  $X(a)$  sind.

SW: Mengenlehre; mehrdeutige Abbildungen; kanonische Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 169

[Über Suslinsche Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.10.1924. – 4 Bll.

Inhalt: Hausdorff beweist mittels der Lusinschen Indices, daß es in einem vollständigen Raum mit insichdichtem nichtleerem Kern Suslinmengen gibt, die keine Borelschen Mengen sind. Auf Bl.4 kommentiert er: „Dieser Beweis ist doch etwas umständlich“.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Borelmengen; vollständige Räume

### NL Hausdorff: Kapsel 31: Fasz. 170

[Varia] : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – Saßnitz, [Bonn], 5.9.1920-12.10.1924. – 10 Bll.

Es handelt sich um eine in Bl.1 (A-4) eingelegte Sammlung von Studien und Notizen zu verschiedenen Themen.

Inhalt: Bl.1 (vom 12.10.1924): Es wird u.a.bewiesen: Ist  $f$  eine Bairesche Funktion in einem separablen vollständigen Raum,  $S$  eine Suslinsche Menge, dann ist  $f(S)$  wieder eine Suslinsche Menge. Ist  $f$  zudem injektiv, so ist mit  $B$  auch  $f(B)$  eine Borelmenge. Bl.2 (undatiert): stichpunktartige Übersicht über den Gegenstand der Abbildungen in [44]. Bll.3-5 (Saßnitz, 5.9.1920) unter der Überschrift „Unzerlegbare Kontinua“: Referat zu S.Mazurkiewicz „Un théorème sur les continus indécomposables“, Fundamenta Math. 1 (1920), S.35-39 und Z.Janiszewski; C.Kuratowski „Sur les continus indécomposables“, ebd., S.210-222; Bl.6 (undatiert): 5 Zeilen stichpunktartige Notizen, insbesondere zur Erweiterung von Abbildungen. Bl.7 (undatiert) unter der Überschrift „Zum §: Lebesguesche Mengen“: für sich genommen fragmentarische Bemerkungen; hängt inhaltlich mit Hausdorffs Arbeit [26] zusammen; Bl.8 (undatiert): einige Bemerkungen über stetige Abbildungen; Bll.9-10 (undatiert) unter der Überschrift „Lineare Mengen positiven Maßes“: Ausgehend von einem eigenen Resultat und einem Satz von Steinhaus aus H.Steinhaus „Sur les distances des points des ensembles de mesure positive“, Fundamenta Math.1 (1920), S.93-104, gibt Hausdorff Anwendungen, z.B. daß jede meßbare Hamel-Basis das Maß 0 hat (mit Bezugnahme auf W.Sierpiński „Sur la question de la mesurabilité de la base de M. Hamel“, Fundamenta Math. 1 (1920), S.105-111), oder daß eine Hamel-Basis keine Suslinsche Menge sein kann. Ferner wird mit Bezug auf W.Sierpiński „Sur l'équation fonctionnelle  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ “, Fundamenta Math. 1 (1920), S.116-122, gezeigt, daß jede meßbare Lösung von  $f(x + y) = f(x) + f(y)$  die Form  $f(x) = cx$  hat.

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; Maßtheorie; reelle Funktionen; Bairesche Funktionen; Suslinmengen; Borelmengen; unzerlegbare Kontinua; Erweiterung von Abbildungen; Lebesguesche Mengen; Hamel-Basen; nicht meßbare Mengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 171**

Finale Rangordnung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vor Juni 1907]. – 2 Bll.

Auf Bl.2 steht die Bemerkung „Dazu eine Verbesserung 29.6.07“ (siehe Fasz. 114).

Inhalt: Bl.1 unter der Überschrift „Finale Rangordnung“: Es werden Pantachien aus Folgen natürlicher Zahlen betrachtet, wobei  $X < Y$ , wenn schließlich  $x_n < y_n$ , und es wird festgestellt, daß eine solche Pantachie ein H-Typus ist. Bl.2 unter der Überschrift „Finale Rangordnung bei Reihen rationaler positiver Zahlen“: Es werden Folgen positiver rationaler Zahlen betrachtet, halbgeordnet wie in Bl.1 nach der finalen Rangordnung. Jede Pantachie in der Menge dieser Folgen ist ein H-Typus. Hausdorff zeigt, daß es Pantachien mit  $\Omega\Omega^*$ -Lücken gibt.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Pantachien; halbgeordnete Mengen; finale Rangordnung; H-Typen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 172**

Potenzen eines Typus mit wohlgeordneten Exponenten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1907]. – 15 Bll.

Bll.1-14 sind von Hausdorff paginiert; mit Rotstift auf Bl.1 die Bemerkung „Untersuchungen I, S.116-17.“ Hausdorff bezieht sich hier auf seine Arbeit [15]. Bl.15 trägt den Vermerk „Zum Satze C (Unters.II,§2)“. Hausdorff bezieht sich hier auf [15], S.130.

Inhalt: Bll.1-14: Definition der Potenzen eines Ordnungstypus für Exponenten aus der 1. und 2. Zahlklasse bei gegebenem Hauptelement; Potenzgesetze; Zusammenhang mit Cantors Potenzbegriff (Hauptelement ist das erste Element der Basis); zahlreiche Berechnungen von  $\omega$ -ten Potenzen von linearen und quadratischen Polynomen in  $\omega$ ;  $\omega$ -te Potenzen von beliebigen Polynomen in  $\omega$ ;  $\omega$ -te Potenzen von beliebigen Zahlen der zweiten Zahlklasse; Bl.15: es geht um die Frage, ob es sich bei ähnlicher Abbildung des Typus  $\mu(\alpha)$  auf sich selbst stets so einrichten läßt, daß ein Hauptintervall niemals ein Bild gleicher Ordnung hat (vgl. [15], S.126-131).

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Potenzen von Ordnungstypen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 173**

[Anzahl der Geschlechter und Spezies] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1907-1908]. – 6 Bll.

Auf Bl.1 steht mit Bleistift die Bemerkung „Ann.arb. §22“; Hausdorff bezieht sich hier auf seine Arbeit [18], und zwar auf §22 (S.484- 487).



Inhalt: Es werden aus einer kombinatorischen Fragestellung Funktionen gewonnen, die geeignet sind, um die Anzahl der Geschlechter und Spezies für endliche Randzahlen zu berechnen. Für Randzahlen bis 3 sind die Rechnungen ausgeführt.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; dichte Typen; Spezies dichter Typen; Geschlechter dichter Typen

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 174

Weiteres über Zahlenpaare  $(\alpha | \beta)$  : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1908]. – 33 Bll.

Es handelt sich um von Hausdorff selbst unter obigem Thema zu einem Fasz. zusammengefaßte Studien, Notizen und Versuche zur Problematik einer Theorie transfiniter Rationalzahlen. Etwas davon findet sich in [15] auf S.144 ff und in [44], S.185-189.

Inhalt: Bll.1-4 unter der Überschrift „Zur Theorie der Zahlenpaare“: Beispiele und Notizen zur transfiniten Kettenbruchentwicklung von Zahlenpaaren; Bll.5-12 unter der Überschrift „Das Rechnen mit Zahlenpaaren“: Einführung von Summe und Produkt von Zahlenpaaren unter gewissen Bedingungen; kommensurable Zahlen; Versuche, Summen und Produkte von Zahlenpaaren als neue Objekte einzuführen und sie mit den Zahlenpaaren in eine Rangordnung zu bringen, Diskussion der dabei auftretenden Schwierigkeiten; Bll.13-16: Summen- und Produktdarstellung von Zahlen der zweiten Zahlklasse; Kettenbruchentwicklung für Paare transfiniter Zahlen der zweiten Zahlklasse, Beispiele; Bll.17-21 unter der Überschrift „Zahlenpaare oder Brüche  $(\alpha | \beta)$ “: Normalzahlen (Brüche mit natürlichem Nenner), benachbarte Normalzahlen, infinitesimale Zahlen (0 ist die nächste Normalzahl); Bestimmung der benachbarten Normalzahl; Brüche als Summen oder Differenzen zwischen einer Normalzahl und einer infinitesimalen Zahl; Aufzählung der Rechengesetze für ganze transfinite Zahlen, deren Permanenz man beim Übergang zu transfiniten Rationalzahlen fordern sollte; Definition von „unendlich kleiner“ für Zahlenpaare; Bl.22: es wird gezeigt, daß zwischen  $(1 | 2)$  und  $(2 | 3)$  kein Paar  $(\alpha | \beta)$  liegt, wo  $\beta$  zu  $\omega + 1$  kommensurabel ist; Bl.23: Versuch, Dedekinds Idealbegriff auf transfinite Zahlen zu übertragen; Bll.24-25 unter der Überschrift „Transfinite Rat.zahlen“ (Seiten 5-8 einer Ausarbeitung mit dem Vermerk „1-4 vernichtet“): Einführung von Rechenoperationen für Paare; Diskussion der Fälle, in denen  $\vartheta\xi' = \xi$  durch ein Paar  $\vartheta = (\alpha, \alpha')$  gelöst wird; Diskussion einer Klasseneinteilung für Paare in zwei Klassen, falls das nicht möglich ist (je nachdem  $\vartheta\xi' <$  oder  $>$   $\xi$  ist); Bll.26-33 unter der Überschrift „Weiteres zur Theorie der transfiniten Zahlenpaare“: die von einem Zahlenpaar bewirkte Klasseneinteilung der Paare in drei Klassen, Bestimmung derselben; Herleitung von Bedingungen dafür, daß zwei Zahlenpaare dieselbe Klasseneinteilung bewirken.

SW: Mengenlehre; Ordnungszahlen; transfinite Rationalzahlen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 175**

Litteratur zu „Untersuchungen über Ordnungstypen“: Literaturlisten, Notizen, Exzerpte / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig, einige Notizen in Stenographie. – [Leipzig], [1906, 1907]. 23 Bll.

Bl.11r enthält eine Mahnung an Hausdorff, endlich sein Versäumnis nachzuholen und das Leipziger Bürgerrecht zu beantragen.

Inhalt: Bll.1-2: Literaturlisten (Bl.1 mit der Bemerkung „Citanda“); 3-5: fragmentarische, z.T. stenographische Stichpunkte zu Arbeiten von T.Levi-Civita, C.Burali-Forti, A.N.Whitehead, O.Stolz und S.Pincherle; 6-7: etwas ausführlichere Notizen zu den Arbeiten von A.Pringsheim „Allgemeine Theorie der Divergenz und Convergenz von Reihen mit positiven Gliedern“, Math. Ann. 35 (1890), S.297-394; „Über die sogenannte Grenze und die Grenzgebiete zwischen Convergenz und Divergenz“, Sitzungsberichte der math.-phys.Klasse der königl.-bayrischen Akademie der Wissenschaften zu München 26 (1896), S.605-624; „Über die Du Bois- Reymond'sche Convergenzgrenze und eine besondere Form der Convergenz- Bedingungen für unendliche Reihen“, Sitzungsberichte der math.- phys.Klasse der königl.-bayrischen Akademie der Wissenschaften zu München 27 (1897), S.303-334; sowie zu J.Thomae „Elementare Theorie der analytischen Funktionen einer complexen Veränderlichen“, Halle 1880; 8- 9: sehr kritische Bemerkungen zu einer Stelle bei E.Borel „Leçons sur la théorie des fonctions“, Paris 1898, sowie ganz kurze Notizen zu Arbeiten von G.Cantor, G.Vivanti, O.Stolz, P.Du Bois-Reymond und A.Pringsheim; 10: Postkarte von unbek.Hand an Hausdorff, auf dem ihm die bibl.Daten einer Arbeit von E.Bortolotti mitgeteilt werden; 11: kurze Notizen zu Arbeiten von E.Bortolotti, P.L.Boutroux, S.Pincherle, E.Borel und J.Thomae; 12-15: Notizen zu E.Borel „Leçons sur séries à termes positifs“, Paris 1902; 16-17: Notizen zu R.Baire „Leçons sur les fonctions discontinues“, Paris 1905; 18: kritische Bemerkungen zu den Arbeiten: E.W.Hobson „On the general theory of transfinite numbers and order types“, London Math.Soc.Proc. (2) 3 (1905), S.170-188, und P.Du Bois-Reymond „Über die Paradoxen des Infinitärkalküls“, Math. Ann. 11 (1877), S.149-167; 19: Notizen zu R.Baire „Sur la théorie des ensembles“, Comptes rendus 129 (1899), S.946-949; 20-23 (unter der Überschrift „Cantor“): Ausarbeitung über die grundlegenden Begriffe und Sätze von Cantors Theorie der Punktmengen.

SW: Mengenlehre; Analysis; Topologie; Funktionentheorie; Ordnungstypen; Pantachien; Infinitärkalkül; unendliche Reihen; Punktmengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 176**

Zur Theorie der H-Typen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1907-1909]. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird der Satz bewiesen, daß ein H-Typus H-Typus bleibt, wenn man ihn als geordnete Menge abzählbar begrenzter Stücke darstellt. Dabei heißt ein

Typus abzählbar begrenzt, wenn er mit 1 oder mit  $\omega^*$  koinitial und gleichzeitig mit 1 oder mit  $\omega$  konfinal ist. Es wird eine Anwendung auf die Darstellung einer homogenen Pantachie gegeben unter der Voraussetzung, daß Cantors Kontinuumhypothese zutrifft.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; H-Typen; Pantachien; Kontinuumhypothese

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 177**

[Bemerkung zur Kontinuumhypothese] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1908]. – 1 Bl.

Inhalt: Während Hausdorff in seinen Veröffentlichungen die Konstruktion von Typen, deren Existenz die Kontinuumhypothese entscheiden würde, *expressis verbis* beiseite ließ, da es eine „dringend gebotene Vorsichtsmaßregel [sei], mit der Kontinuumfrage äquivalente Probleme wegen ihrer mutmaßlichen Unzugänglichkeit beiseite zu lassen“ ([16], S.85), wird hier ein Typus der Spezies IV 16 untersucht, der jeden Typus der Mächtigkeit  $\aleph_1$  als Teilmenge enthält. Wenn sich beweisen ließe, daß er nicht jeden Typus der Mächtigkeit  $\aleph$  als Teilmenge enthält, wäre Cantors Kontinuumhypothese widerlegt. Hausdorff kann zeigen, daß dieser Typus sein eigenes Quadrat als Teilmenge enthält.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Kontinuumhypothese

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 178**

[Über infinitäre Pantachien] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1908]. – 5 Bl.

Inhalt: Bl.1-4 unter der Überschrift „Die infinitäre Pantachie“: Definition von „infinitär gleich“, „infinitär größer bzw. kleiner“ und „unvergleichbar“ für reelle Zahlenfolgen; Konstruktion einer Klasse von Folgen, die alle vergleichbar sind; solche Konstruktionen erzeugen mit  $\omega$  konfinale Typen, deshalb meint Hausdorff „man muß die inf. Pantachie preisgeben“. Bl.5: es wird zunächst gezeigt, daß es unstetige Funktionen gibt, die mit keiner stetigen Funktion infinitär vergleichbar sind, was einen Satz von Borel und Schoenflies, das es zu jeder unstetigen Funktion eine infinitär gleiche stetige gibt, hinfällig macht. Dann versucht Hausdorff den Satz zu beweisen, daß ein Bereich stetiger Funktionen, der durch keine stetige Funktion erweitert werden kann, bereits eine Pantachie ist. Satz und Teile des Beweises hat Hausdorff später mit dicken Fragezeichen versehen.

SW: Mengenlehre; halbgeordnete Mengen; Pantachien; Infinitärkalkül

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 179

[Varia] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1909]. – 3 Bll.

Inhalt: Bl.1: Notizen zum Thema Pantachien; Bl.2: später durchgestrichene Ausarbeitung zum Thema „Finale Rangordnung bei Reihen rationaler positiver Zahlen“; Bl.3 unter der Überschrift „Anhang“: Stichpunkte zu einem Anhang (in den einschlägigen Publikationen kommt aber kein Anhang vor).

SW: Mengenlehre; Pantachien

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 180

Die Operation  $\mu^{\omega^*}$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1908]. – 4 Bll.

Inhalt: Bll.1-2: Es werden die Potenzen  $\mu_\alpha = \mu^{(\omega^\alpha)^*}$  für  $\alpha$  aus der zweiten Zahlklasse definiert und es wird bewiesen, daß entweder alle diese Typen voneinander verschieden sind, oder eine Zahl  $\alpha$  aus der zweiten Zahlklasse existiert, so daß  $\mu_\beta = \mu_\alpha$  für alle  $\beta > \alpha$ ; Bl.3: Bemerkungen zu vorigem und Formulierung offener Probleme; Bl.4: Aus  $\alpha n = \alpha$  ( $n$  endlich) folgt  $\alpha 2 = \alpha$ , daran schließt Hausdorff die Frage an, ob man auch aus  $\mu^n = \mu$  auf  $\mu^2 = \mu$  schließen kann.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 181

[Über Potenzen eines Ordnungstypus] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1908]. – 2 Bll.

Inhalt: Für die Potenzen  $\mu(\alpha)$  eines Typus  $\mu$  gibt es folgende Möglichkeiten: A) Alle  $\mu(\alpha)$  ( $\alpha > 1$ ) sind von  $\mu$  verschieden. B) Es sind nicht alle  $\mu(\alpha)$  von  $\mu$  verschieden. Im Falle B) sind entweder alle Potenzen identisch, oder sie nehmen zwei Werte an, einen für Limeszahlen und einen für Nichtlimeszahlen, oder sie sind periodisch mit endlicher Periode  $n$ :  $\mu(\alpha + n) = \mu(\alpha)$  ( $\alpha$  Nichtlimeszahl).

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 182

Verallgemeinerung des Prinzips der ersten Differenzen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl. um 1906-1908]. – 2 Bll.

Inhalt:  $A$  und  $M$  seien geordnete Mengen. Es wird in der Menge der Belegungen von  $A$  durch Elemente von  $M$  in Verallgemeinerung der lexikographischen Ordnung eine Halbordnung nach der Rangordnung der Anfangsstücke eingeführt. In dieser Halbordnung sind alle diejenigen Belegungen, die irgendeiner Potenz  $\mu_m(\alpha)$  angehören, vergleichbar. Es wird eine Beziehung zur finalen Rangordnung von Funktionen hergestellt.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; halbgeordnete Mengen; Pantachien

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 183**

Mengenlehre : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig, Bonn?], [vermutl. Jahrzehnt vor 1914]. – 14 Bll.

Inhalt: Bl.1 unter der Überschrift „Mengenlehre. Weitere Themata“: Hausdorff notiert 6 Themen, die er möglicherweise noch bearbeiten wollte; zu zwei der Themen auch Bemerkungen; Bl.2 unter der Überschrift „Niedrigste Typen od. Elementartypen“: Definition von Elementartypen und Universaltypen mit Beispielen; Bl.3 unter der Überschrift „Immatura“: es werden 6 Probleme bzw. Themen formuliert, mit deren Bearbeitungsstand Hausdorff offenbar noch unzufrieden war; Bl.4: Hausdorff zeigt: wenn  $\alpha$  einem Anfangsstück von  $\beta$ ,  $\beta$  einem Endstück von  $\alpha$  ähnlich ist, so sind  $\alpha$  und  $\beta$  ähnlich; Bl.5 unter der Überschrift „Etwas für die Philosophen“: Hausdorff gibt ein scheinbares Paradoxon des Unendlichen an; Bl.6 unter der Überschrift „Theilmengen von Ordnungstypen“: Versuche, für Teilmengen  $A$  einer geordneten Menge  $M$  die Begriffe „ $A$  ist in  $M$  abgeschlossen“ und „ $A$  ist in  $M$  dicht“ zu definieren; Bl.7 unter der Überschrift „Perfekte Typen“: eine Möglichkeit der Konstruktion perfekter Typen mit Beispielen; Bl.8 unter der Überschrift „Belegungsmengen“: Hausdorff studiert die Gesamtheit derjenigen Belegungen einer geordneten Menge  $A$  mit Elementen aus einer geordneten Menge  $M$ , worin die Nebenelemente eine wohlgeordnete Menge vom Typus  $\beta$  bilden; Bll.9-12 unter der Überschrift „Sammlung homogener Typen“: es werden 28 Beispiele homogener Typen angegeben, eine Reihe davon ist mit Fragezeichen versehen; Bl.13: wenige Zeilen Notizen zu den Begriffen primitive und imprimitive Typen; Bl.14: Sätze über Produkte und Potenzen unberandeter Typen.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; homogene Typen; perfekte Typen; unberandete Typen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 184**

Transfinite Zahlkörper : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Leipzig, Bonn?], [vermutl. vor 1914]. – 3 Bll.

Inhalt: Notizen zur Idee, die Menge von Belegungen, welche eine Potenz eines Typus repräsentiert, als hyperkomplexes System aufzufassen (die Belegungselemente sollen Zahlen sein); Überlegungen zur Frage, wann Division möglich ist.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Algebren

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 185**

Relativkörper : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. um 1909, vor 1922]. – 4 Bll.

Hausdorff begann 1909 mit Vorlesungen über algebraische Zahlen; damit im Zusammenhang könnten die Studien in Fasz. 184 und 185 entstanden sein. G.Bergmann gibt als Entstehungszeit vor 1922 an.

Inhalt: Einfache algebraische Erweiterung eines algebraischen Zahlkörpers, sein Grad über dem Grundkörper; Relativnorm, Relativdiskriminante, Relativnorm eines Ideals; Ideale in einem Relativkörper und die ihnen zugeordneten „absoluten Ideale“.

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; algebraische Zahlkörper

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 186**

[Zur Differente eines Zahlkörpers] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. um 1909, vor 1922]. – 4 Bl.

Vgl. Fasz. 185, Kapsel 32.

Inhalt: Definition der Differente; Beweis, daß ihre Norm gleich dem absoluten Betrag der Diskriminante ist; Differente als g.g.T aller Zahlendifferenten.

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; algebraische Zahlkörper; Differenten

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 187**

Zur Eulerschen Summenformel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. Greifswald], [vermutl. nach 1914, vor 1922]. – 1 Bl.

Hausdorff wandte sich in Greifswald nach Publikation seiner „Grundzüge“ u.a. analytischen Themen zu; G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Hausdorff beweist für stetig differenzierbares  $f$  die Eulersche Summenformel  $\sum_{\alpha}^{\beta} f(n) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) \cos 2k\pi x dx$ .

SW: Analysis; Eulersche Summenformel

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 188**

Geometrisches : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. Leipzig oder Bonn], [vermutl. zwischen 1905 und 1914]. – 4 Bl.

Die Studie könnte mit Hausdorffs ausführlicher Beschäftigung mit quadratischen Formen zusammenhängen (vgl. Kapsel 20, Fasz. 61 und die dortigen Bemerkungen zur Datierung); G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Hausdorff stellt zwischen den quadratischen Formen mit ganzzahligen Koeffizienten und den rationalen Punkten der projektiven Ebene eine eindeutige Beziehung her. Den Formen mit  $D = 0$  entspricht ein Kegelschnitt in der Ebene, den definiten Formen entsprechen Punkte im Innern des Kegelschnitts, den indefiniten Formen Punkte im Äußeren. Dieser Kegelschnitt wird untersucht, insbesondere bei Kollineationen, die ihn festlassen und innere Punkte in innere überführen.

SW: Geometrie; projektive Geometrie; Zahlentheorie; quadratische Formen

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 189

Quadratische Formen und Gitter : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. Leipzig oder Bonn], [vermutl. zwischen 1905 und 1914]. – 16 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 188, Kapsel 32.

Inhalt: Bll.1-7: Punktgitter; die zu einem Punktgitter gehörenden Parallelogitter; Übergang von einem Parallelogitter zum anderen durch unimodulare Substitutionen; Repräsentation einer Klasse quadratischer Formen durch Punktgitter und Kegelschnitt; Umkehrung der Frage: Wie muß das Gitter gewählt werden, damit zu einer gegebenen quadratischen Form ein gegebener Kegelschnitt gehört (Beschränkung auf den Kreis für  $D < 0$ , die gleichseitige Hyperbel für  $D > 0$ ); Einführung der komplexen Ebene, Zusammenhang mit den doppeltperiodischen Funktionen, Gitterzahlen. 8-16: Interpretation der Komposition der quadratischen Formen als Komposition der Gitter und geometrische Interpretation der Idealtheorie in quadratischen Zahlkörpern (nach Felix Klein: „Ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie“, Vorl.WS 1895/96 und SS 1896, (autographiert) 2.Aufl., Leipzig 1907).

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; quadratische Formen; quadratische Zahlkörper; Gitter

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 190

[Rationale Punkte auf einer Fläche] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. vor 1922]. – 1 Bl.

G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Jeder rationale Punkt auf der Fläche  $x^3 + y^3 + z^3 = 1$  liefert eine Lösung der diophantischen Gleichung  $a^3 + b^3 + c^3 = d^3$  (Punkt I.Art) oder der diophantischen Gleichung  $a^3 + b^3 = c^3 + d^3$  (Punkt II.Art). Man bekommt aus einem rationalen Punkt unendlich viele andere, wenn man von ihm eine Tangente mit rationalen Verhältnissen der Richtungskosinus an die Fläche legt und den dritten Schnittpunkt mit der Fläche bestimmt. Hausdorff zeigt, daß dieses Verfahren unendlich viele Punkte I.Art und auch unendlich viele Punkte II.Art liefern kann. Er weist auf ein weiteres Verfahren hin, rationale Punkte zu gewinnen (Sekantenmethode).

SW: Zahlentheorie; diophantische Gleichungen; rationale Punkte

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 191

Zum Fermatschen Satz : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. vor 1922]. – 27 Bll.

Es handelt sich um eine Sammlung von Studien zum Fermatschen Satz, davon 4 Bögen mit  $a_1 - a_4$  numeriert, entspr. Bll.1-15, 2 Bögen mit  $b_1 - b_2$  numeriert, entspr. Bll.16-23, und ein unnumerierter Bogen, entspr. Bll.24-27. G.Bergmann gibt eine Entstehungszeit vor 1922 an.

Inhalt: Bll.1-8: Darstellung von  $x^n + y^n$  durch die elementarsymmetrischen Funktionen  $x + y, xy$ ; Herleitung notwendiger Bedingungen, denen paarweise teilerfremde ganze Zahlen  $x, y, z$ , die  $x^n + y^n + z^n = 0$  erfüllen, genügen müssen (Hausdorff nennt sie Abelsche Formeln); weitere Folgerungen aus den Abelschen Formeln; 9-15: ausgehend von der Darstellung von  $x^n + y^n$  durch die elementarsymmetrischen Funktionen werden durch Differenzieren weitere Identitäten gewonnen und es werden dann mit deren Hilfe Kongruenzen abgeleitet, denen drei Zahlen  $p, q, r$ , die mitsamt ihren Differenzen nicht durch  $n$  teilbar sind und die die Kongruenz  $p^{n^2} + q^{n^2} + r^{n^2} \equiv 0 \pmod{n^3}$  erfüllen, genügen müssen; 16-23: ein anderer Weg zur Herleitung notwendiger Bedingungen und sein Zusammenhang mit den notwendigen Bedingungen, die Kummer angegeben hat; Herleitung weiterer Kongruenzen, falls  $x^l + y^l + z^l = 0$  für eine ungerade Primzahl  $l$  eine Lösung hat und Aufwerfen der Frage, ob man für die Primzahlen  $l \equiv -1 \pmod{3}$  ohne Kummers transzendente Mittel auskommen kann; 24-27: Ableitung einer Kongruenz aus der Annahme, daß  $x^p + y^p + z^p = 0$  ( $p$  ungerade Primzahl) in drei durch  $p$  nicht teilbaren ganzen Zahlen besteht; Hausdorff wirft die Frage auf, ob es für die Primzahlen der Form  $3k - 1$  möglich ist, zu beweisen, daß diese Kongruenz nicht bestehen kann, was den Fermat-Satz für diese Primzahlen beweisen würde (ohne Kummers transzendente Mittel); für die Primzahlen 5,11,17,23,29 führt Hausdorff den Unmöglichkeitbeweis auf diesem elementaren Wege durch.

SW: Zahlentheorie; Fermatproblem

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 192

[Bemerkung zum Fermatschen Satz] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.vor 1922]. – 4 Bll.

G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Sei  $R_p$  die Resultante von  $(1+x)^{p-1} - 1$  und  $x^{p-1} - 1$ . Hausdorff berechnet für  $p = 5, 11$  und  $17$  die Größe  $-\frac{R_p}{p^{p-2}}$  und wirft im Hinblick auf Anwendungen auf das Fermatsche Problem die Frage auf, ob für  $p \equiv -1 \pmod{3}$  stets  $-\frac{R_p}{p^{p-2}}$  gleich einer Potenz von  $\frac{2^p-1}{p}$ , multipliziert mit einer durch  $p$  nicht teilbaren rationalen Zahl, wird (für  $p = 5, 11, 17$  ist das der Fall).

SW: Zahlentheorie; Algebra; Fermatproblem; Resultanten

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 193

Iterationen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.vor 1922]. – 3 Bll.

G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Hausdorff betrachtet ein Bernoulli-Schema;  $m$  sei eine feste Zahl.  $w_n(x)$  sei die Wahrscheinlichkeit dafür, daß in  $n$  Versuchen  $x$  Serien der Länge  $m$  aus lauter  $A$  oder aus lauter  $B$  auftreten ( $P(A) = p, P(B) = q = 1 - p$ ).  $\alpha_n(x)$  sei die Wahrscheinlichkeit von  $x$  Serien der Länge  $m$  mit letztem Element  $A$ ,



$\beta_n(x)$  entsprechend die mit letztem Element  $B$ . Es ist  $w_n(x) = \alpha_n(x) + \beta_n(x)$ . Es werden die erzeugenden Funktionen von  $\alpha_n(x)$  und  $\beta_n(x)$  untersucht.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Bernoulli-Schema; Erfolgsserien

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 194

Zerfällungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. vor 1922]. – 2 Bll.

G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt:  $p_k(n)$  sei die Anzahl der Zerfällungen von  $n$  in eine Summe natürlicher Summanden, die alle  $\geq k$  sind. Es gilt dann  $p_k(n) - p_{k+1}(n) = p_k(n - k)$  für  $n > k$ ;  $p_n(1) = 1$ . Hausdorff gibt ein Verfahren an, wie man  $p_k(n)$  und schließlich  $p(n) = p_1(n)$  rasch mittels eines Tableaus berechnen kann.

SW: Zahlentheorie; Partitionen

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 195

Invarianten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. Leipzig], [vermutl. vor 1910]. – 6 Bll.

Vom Thema her scheint die Studie in der Leipziger Zeit entstanden zu sein, wahrscheinlich relativ früh. Nach G.Bergmann vor 1922 entstanden.

Inhalt: Bemerkungen zur Anzahl der Invarianten einer Form  $p$ -ten Grades in  $n$  Variablen; Begriffe Invariante, absolute Invariante; Invariante eines Systems von Formen; Kovarianten, Emananten, Hessesche Kovariante; kontragrediente Substitutionen, Kontravarianten; Methoden der Invariantenbildung: durch symmetrische Funktionen, durch Differentialoperationen, Bestimmung aus den Differentialgleichungen der Invarianten; entsprechendes für Kovarianten.

SW: Algebra; Invarianten; Kovarianten

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 196

[Über Partitionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. vor 1922]. – 1 Bl.

G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Es werden asymptotische Abschätzungen für  $\log p_n$  angegeben, wo  $p_n$  die Anzahl der Partitionen der natürlichen Zahl  $n$  ist.

SW: Zahlentheorie; Partitionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 197**

Einiges über unendliche Produkte : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermut. vor 1922]. – 9 Bll.

G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Zusammenstellung einiger Grundtatsachen aus der Theorie der unendlichen Produkte mit Beispielen (in zwei Versionen).

SW: Analysis; unendliche Produkte

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 198**

Thetafunktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. Bonn], [vermutl. um 1911/12]. – 9 Bll.

Hausdorff hat erstmals 1911/12 in Bonn Funktionentheorie und 1912 Elliptische Funktionen gelesen; damit im Zusammenhang könnte die Studie entstanden sein. G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Bll.1-5: Verallgemeinerung der elliptischen Funktionen: ellipt. Funktionen 2. und 3. Art; Index und Charakter solcher Funktionen; gleichändrige und verwandte Funktionen; 6-9: Bestimmung der Perioden bei gegebenen Invarianten.

SW: Analysis; Funktionentheorie; elliptische Funktionen; Thetafunktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 199**

Das Riemann-Stieltjessche Integral : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. vor 1922]. – 2 Bll.

G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Definition des Riemann-Stieltjes-Integrals.

SW: Analysis; Integrationstheorie; Riemann-Stieltjes-Integral

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 200**

Reguläre Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. Bonn oder Greifswald], [vermutl. vor 1922, nach 1911]. – 3 Bll.

Vgl. Fasz. 198, Kapsel 32. G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Konvergenzverhalten einer Potenzreihe; Cauchysche Koeffizientenabschätzung; Übertragung auf  $n$  Variable; reguläre Funktionen von  $n$  Variablen; Transformation einer Potenzreihe von zwei Variablen auf einen neuen Mittelpunkt.

SW: Analysis; Funktionentheorie; reguläre Funktionen mehrerer Variabler

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 201

[Einfache Beweise für die Höldersche und die Minkowskische Ungleichung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.Greifswald], [vermutl. zwischen 1914 und 1921]. – 1 Bl.

Von der Tinte her vermutl. aus der späteren Greifswalder Zeit; G.Bergmann vermutet eine Entstehungszeit vor 1922.

Inhalt: Hausdorff gewinnt aus einer Abschätzung sehr kurze Beweise für die Höldersche und für die Minkowskische Ungleichung.

SW: Analysis; Höldersche Ungleichung; Minkowskische Ungleichung

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 202

Differentialparameter : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.Greifswald], [vermutl.zwischen 1914 und 1921]. – 12 Bll.

Nach der Tinte zu urteilen, vermutlich in Greifswald nach 1914 entstanden; G.Bergmann gibt Entstehungszeit vor 1922 an.

Inhalt: Differentialparameter 1.Ordnung; Darstellung des Linienelements; Bedingung für Minimallinien und für geodätisch parallele Kurven; Differentialparameter 2.Ordnung; Analoga auf einer Fläche für die Cauchy- Riemannschen DGl. und für die Laplace-Gleichung; DGl.der Geodätischen; Striktionslinien einer Kurvenschar; Kriterien für Abwickelbarkeit.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Differentialparameter

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 203

[ $C_\alpha$ -Summierbarkeit von Fourierreihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.Greifswald], [vermutl.zwischen 1914 und 1921]. – 2 Bll.

Zur Datierung s.Bem. in Fasz. 202.

Inhalt: Hausdorff beweist ein Resultat von G.H.Hardy, nämlich daß jede Fourierreihe fast überall  $C_\alpha$ -summierbar ist für jedes positive  $\alpha$ . Dabei bezieht er sich auf eine Idee von W.H.Young in der Arbeit „On infinite integrals involving a generalisation of the sine and cosine functions“, Quarterly Journ. 43 (1912), S.161-177.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Fourierreihen; Cesàro-Verfahren

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 204**

Summierbarkeit der Fourierreihen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.Greifswald], [vermutl. zwischen 1914 und 1921]. – 2 Bl.

Zur Datierung s.Bem. in Fasz. 202.

Inhalt: Hausdorff betrachtet ein zu  $C_\alpha$  äquivalentes Verfahren und wendet dies auf die Partialsummenfolge einer Fourierreihe an.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Fourierreihen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 205**

Gesimsflächen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.Greifswald], [vermutl.zwischen 1914 und 1921]. – 4 Bl.

Zur Datierung s.Bem. in Fasz. 202.

Inhalt: verschiedene Definitionen der Gesimsflächen; analytische Behandlung; Typen von Gesimsflächen.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Gesimsflächen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 206**

[Bemerkungen zur Konsistenz und Äquivalenz von Summierbarkeitsdefinitionen] : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Greifswald], [nach 1917]. – 1 Bl.

Inhalt: Bemerkungen zur Arbeit: W.A.Hurwitz; L.L.Silverman „On the consistency and equivalence of certain definitions of summability“, Transact. of the Americ.Math.Soc. 18 (1917), S.1-20.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 207**

[Bemerkungen über divergente Reihen] : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [nach 1920]. – 4 Bl.

Inhalt: Hausdorff referiert die Arbeit von O.Perron „Ein Beitrag zur Theorie der divergenten Reihen“, Math.Zeitschr.6 (1920), S.286-310.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; divergente Reihen; Summierungsverfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 208

[Ein Satz über divergente Reihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl. Greifswald], [vermutl. zwischen 1914 und 1921]. – 1 Bl.

Zur Datierung vgl. Fasz. 202.

Inhalt: Sei  $d_n > 0$ ,  $\sum d_n$  divergent,  $D_n = \sum_{k=0}^n d_k$ ,  $A_n = \frac{\sum_{k=0}^n a_k d_k}{D_n}$ . Dann beweist Hausdorff den Satz: Ist  $(a_n - a_{n+1}) \frac{D_{n-1}}{d_n} \leq c$  ( $c > 0$ ) und  $A_n \rightarrow \alpha$ , so ist  $\limsup a_n \leq \alpha$ .

SW: Analysis; Limitierungstheorie; divergente Reihen

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 209

Inversion, Isothermflächen u.dgl. : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [nach 1912]. – 4 Bll.

Nach der Überschrift steht „(vgl. Rothe, Math. Ann. 72)“. Gemeint ist die Arbeit von R. Rothe „Über die Inversion einer Fläche und die konforme Abbildung zweier Flächen aufeinander mit Erhaltung der Krümmungslinien“, Math. Ann. 72 (1912), S. 57-77.

Inhalt: Notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß eine Fläche isotherm ist; notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß zwei Flächen mit Erhaltung der Krümmungslinien konform aufeinander abgebildet werden können; eine hinreichende Bedingung für isotherm; Inversion, Invarianten bei Inversion; Differentialparameter.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; isotherme Flächen; Inversion

### NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 210

Die Borelsche Summation und ihre Verallgemeinerung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [nach 1917]. – 5 Bll.

Eingangs verweist Hausdorff auf die Arbeit: G. Sanna „Nuovo metodo di somministrazione delle serie: estensione del metodo di Borel“, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 42 (1917), S. 303-322.

Inhalt: Definition von „ $(B, r)$ -summierbar“ (Borel selbst hat  $(B, 0)$ - und  $(B, 1)$ -Summierbarkeit); jede konvergente Reihe ist  $(B, r)$ -summierbar für jedes  $r$ ;  $(B, r)$ -Summierbarkeit zieht  $(B, r - 1)$ -Summierbarkeit nach sich;  $(B, t)$ -Summierbarkeit der Produktreihe, falls die Ausgangsreihen  $(B, r)$ - bzw.  $(B, s)$ -summierbar sind, Ausdruck von  $t$  durch  $r$  und  $s$ .

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Borelverfahren

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 211**

Die Brunssche Reihe : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Greifswald oder Bonn], [vermutl. nach 1920]. – 5 Bll.

Von der Tinte her nach 1920 entstanden.

Inhalt: Bll.1 u.5: stichpunktartige Aufzählung von Themen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Aufzählung von Autoren zur Wahrscheinlichkeitsrechnung; 2-3: Herleitung der Brunsschen Reihe, Konvergenzfragen; zweite Herleitung der Brunsschen Reihe. Bl.4 enthält eine Bemerkung zu „Wahrsch.r. §5, (22) usw.“; es ist unklar, worauf sich das bezieht.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Brunssche Reihe; Gram-Charlier-Reihen

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 212**

Lineare Substitutionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald oder Bonn], [vermutl. nach 1920]. – 2 Bll.

Von der Tinte her nach 1920 entstanden. Auf die Überschrift folgt der Zusatz „nach F.Riesz“. Hausdorff bezieht sich hier vermutlich auf F.Riesz „Über lineare Funktionalgleichungen“, Acta Math. 41 (1916), S.71-98.

Inhalt: Definition eines beschränkten linearen Operators  $A$  im  $l^2$ ; starke Konvergenz, mit  $x_n$  konvergiert auch  $Ax_n$  stark; schwache Konvergenz, mit  $x_n$  konvergiert auch  $Ax_n$  schwach; transponierter Operator.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Folgenräume; lineare Operatoren

### **NL Hausdorff: Kapsel 32: Fasz. 213**

Integralgleichungen nach Courant : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [vermutl.Bonn], [vermutl.1923 oder später]. – 1 Bl.

Hausdorff bezieht sich hier vermutl. auf R.Courant „Zur Theorie der linearen Integralgleichungen“, Math.Annalen 89 (1923), S.161-178.

Inhalt: Bemerkung zum Lösungsverhalten von Integralgleichungen 2.Art mit ausgeartetem Kern.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Integralgleichungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 214**

[Bemerkungen über topologische Räume] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], 6.11.1925. – 1 Bl.

Die Faszikeln 214-231 sind von Hausdorff unter dem Titel „Zur Axiomatik (Metrische u. topologische Räume etc.)(Jordansche Curven)“ in zeitlich rückläufiger Reihenfolge (mit Ausnahmen) in einer Mappe vereinigt worden.

Inhalt: Stichpunkte zu Definitionen und Sätzen der Topologie und zum Ursprung der Theorie der Suslinschen Mengen.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 215**

[Linienstücke, Primteile] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.3.1925. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Bll.1-3: Charakterisierung topologischer Räume, die man als Linienstück zwischen zwei Punkten  $a, b$  auffassen kann; Charakterisierung der zu  $[0, 1]$  homöomorphen Räume; 4-6: Primteile eines kompakten Kontinuums; Metrisierung des Raumes der Primteile; Beweis, daß dieser Raum lokal zusammenhängend ist.

SW: Topologie; Linienstücke; Jordanbögen; Primteile; kompakte Kontinua; Metrisierung

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 216**

Über irreduzible Kontinua : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.2.1923. – 9 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Hausdorff referiert in einer eigenen Version die Arbeit von H.Hahn „Über irreduzible Kontinua“, Sitzungsber. der Akad. der Wiss. zu Wien 130 (1921), S.217-250.

SW: Topologie; Primteile; kompakte Kontinua; irreduzible Kontinua

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 217**

[Über Linienstücke] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 27.6.1918. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Auf Bl.1 der Vermerk Hausdorffs: „Zu einem Brief von L.Vietoris, Wien (27.6.1918)“.

Inhalt: Definition des Begriffs „Linienstück zwischen  $a$  und  $b$ “, Eigenschaften; Vietoris' Vermutung: Ein Kontinuum, das  $a, b$  enthält, enthält ein Linienstück

zwischen  $a$  und  $b$ . Hausdorff beweist den schwächeren Satz: Jedes  $a, b$  enthaltende Kontinuum besitzt ein von  $a$  nach  $b$  irreduzibles Teilkontinuum; natürliche Ordnung eines Liniestücks; Beispiele für nicht abgeschlossene und nicht beschränkte Liniestücke; Vermutung: ein beschränktes abgeschlossenes Liniestück ist ein Jordanscher Kurvenbogen.

SW: Topologie; Liniestücke; irreduzible Kontinua; Jordanbögen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 218**

[Über Jordanbögen] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [nach 1922]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Das Bl. ist undatiert; oben links der Vermerk „Rosenthal S.912 ff“. Gemeint ist der Artikel „Die Punktmengen“ von L.Zoratti und A.Rosenthal in „Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften“, Bd.II,3, Leipzig 1923-1927, S.852- 1030.

Inhalt: Stichpunktartige Notizen zu Resultaten über Jordanbögen, Liniestücke, irreduzible Kontinua.

SW: Topologie; Jordanbögen; Liniestücke; irreduzible Kontinua

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 219**

Starke und schwache Konvergenz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [zwischen 1915 und 1918]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Ms. ist undatiert; in der Mappe ist es zwischen 1915 und 1918 eingeordnet.

Hausdorff diskutiert an 6 Beispielen (bzw. wirft die Frage auf), ob der Auswahlssatz gilt, d.h. ob man aus einer schwach konvergenten Folge stets eine stark konvergente Teilfolge auswählen kann.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; starke Konvergenz; schwache Konvergenz; Auswahlssatz

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 220**

Zerlegung in Kern und separierten Bestandteil : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [zwischen 1915 und 1918]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Ms. ist undatiert; in der Mappe ist es zwischen 1915 und 1918 eingeordnet.

Inhalt: Hausdorff beweist verschiedene Sätze aus der Punktmengentopologie, z.B. daß die Menge der isolierten Punkte im separierten Bestandteil dicht ist, daß jede separierte Menge ein  $G_\delta$  ist, woraus folgt, daß jede Menge mit verschwindendem Kern ein  $G_\delta$  ist.

SW: Topologie; Punktmengen; separierte Mengen



### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 221**

[Darstellung durch symmetrische Grundmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [zwischen 1915 und 1918]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Ms. ist undatiert; in der Mappe ist es zwischen 1915 und 1918 eingeordnet.

Inhalt: Eine Summe von paarweise fremden Differenzen wird durch eine Differenzenkette mit den symmetrischen Grundmengen dargestellt.

SW: Mengenlehre; Mengenalgebra; symmetrische Grundmengen; Differenzenketten

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 222**

[Zu einem Satz von Young] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.1.1913. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Hausdorff zeigt, daß Theorem 14, S.91 in dem Buch von W.H.Young „The Theory of Sets of Points“, Cambridge 1906, falsch ist.

SW: Analysis; Maßtheorie; Inhalt

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 223**

Metrische und topologische Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 25.5.1915. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Hausdorff konstatiert folgende Sätze für metrische Räume: 1) In jeder unendlichen kompakten Menge eines metrischen Raumes ist eine abzählbare Menge dicht. 2) In einem separablen metrischen Raum gilt das zweite Abzählbarkeitsaxiom. 3) In jedem metrischen Raum, der nicht aus lauter isolierten Punkten besteht, gibt es konvergente Teilmengen. 4) In einem metrischen Raum ist jede abgeschlossene Menge eine Ableitung. 5) In einem metrischen Raum ist jede abgeschlossene Menge ein  $G_\delta$ , jede offene Menge ein  $F_\sigma$ . Hausdorff zeigt durch Gegenbeispiele, daß 1)- 5) in beliebigen topologischen Räumen nicht zu gelten brauchen. Ferner zeigt er durch ein Gegenbeispiel, daß in einem topologischen Raum aus „ $A$  kompakt“ nicht zu folgen braucht, daß auch die abgeschlossene Hülle von  $A$  kompakt ist.

SW: Topologie; topologische Räume; metrische Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 224**

Umgebungsaxiome : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Bad Reichenhall, 10.9.1917. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Hausdorff bemerkt, daß man aus den Axiomen (A),(B),(D) ([44], S.213) ein Umgebungssystem ableiten kann, welches auch Axiom (C) erfüllt.

SW: Topologie; topologische Räume; Umgebungsaxiome

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 225**

[Fréchet'sche Entfernungsbegriffe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [1915]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Ms. ist nicht datiert; in der Mappe ist es zwischen 25.5.1915 und 18.7.1915 eingeordnet.

Inhalt: Hausdorff zeigt, daß Fréchet's „voisinage“ keine stetige Funktion des Punktepaares zu sein braucht, während Fréchet's „écart“ die übliche Entfernung ist.

SW: Topologie; metrische Räume; Entfernungsbegriffe

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 226**

[Über natürliche Zerlegungen einer Menge] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 18.7.1915. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Es wird ein topologischer Raum mit zusammenhängenden Umgebungen vorausgesetzt. Eine Zerlegung von  $A$  heißt natürlich, wenn sie keine zusammenhängende Teilmenge von  $A$  zerstückelt. Hausdorff zeigt, daß bei einer natürlichen Zerlegung die inneren Punkte der Menge identisch sind mit den inneren Punkten der Teilmengen und die Randpunkte der Menge identisch sind mit den Randpunkten der Teilmengen. Die Grenzpunkte der Menge sind die Grenzpunkte der Teilmengen und die Häufungspunkte dieser Grenzpunkte. Hausdorff zieht dann noch Folgerungen für offene Mengen.

SW: Topologie; topologische Räume; natürliche Zerlegungen von Mengen; Zusammenhang

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 227**

[Ein Satz über zusammenhängende Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 17.7.1915. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen: Die zusammenhängende Menge  $C$  zerfalle durch Tilgung zweier Punkte in zwei Komponenten. Dann bleibt  $C$  durch

Tilgung eines Punktes noch zusammenhängend und zerfällt durch Tilgung von drei Punkten in drei Komponenten.

SW: Topologie; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 228**

[Charakterisierung einer geschlossenen Jordankurve] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 12.-13.7.1915. – 9 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen: Eine abgeschlossene beschränkte und zusammenhängende Menge im Euklidischen Raum, die nach Tilgung eines Punktes noch zusammenhängend bleibt, nach Tilgung zweier Punkte in zwei Komponenten zerfällt, ist eine geschlossene Jordankurve.

SW: Topologie; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; geschlossene Jordankurven

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 229**

[Charakterisierung einer geschlossenen Jordankurve] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 12.5.1914. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Das vorliegende Ms. ist ein Vorläufer von Fasz. 228.

SW: Topologie; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; geschlossene Jordankurven

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 230**

[Abgeschlossene Mengen als Ableitungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [1915]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214. Das Ms. ist nicht datiert; in der Mappe ist es zwischen 23.5.1915 und 12.7.1915 eingeordnet.

Inhalt: Hausdorff zeigt, daß man in Satz IX, S.273 von [44] auf Separabilität verzichten kann. Desweiteren wird in einem metrischen Raum die Grenze einer offenen Menge  $G$  als Ableitung einer Teilmenge von  $G$  dargestellt.

SW: Topologie; metrische Räume; abgeschlossene Mengen; Ableitungen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 231**

Zum 2. Abzählbarkeitsaxiom : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 23.5.1915. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 214.

Inhalt: Hausdorff zeigt durch ein Gegenbeispiel, daß in einem beliebigen separablen topologischen Raum das zweite und sogar das erste Abzählbarkeitsaxiom nicht zu gelten brauchen.

SW: Topologie; topologische Räume; separable Räume; Abzählbarkeitsaxiome

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 232**

Funktionen und Urbildmengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.1.1925. – 1 Bl.

Das Bl. trägt den Vermerk „Ergänzungen zu Kap.IX, §: Funktionen und Urbildmengen“ und mit andersfarbigem Stift „Erledigt“. Es handelt sich um ein Ergebnis, das Hausdorff in Kap.IX, §41 von [45] eingearbeitet hat.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Funktionen der Klasse  $(P, Q)$

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 233**

Lineare Funktionale : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.1.1925. – 4 Bll.

Inhalt: Hausdorff betrachtet ein System  $\Phi$  reeller Funktionen, welches linear ist und abgeschlossen gegenüber Betragsbildung und gegenüber dem Limes monotoner beschränkter Folgen.  $M(f)$  sei ein lineares, absolut additives Funktional auf  $\Phi$ . Ist  $f \in \Phi$  fest, so wird das Funktional  $P(f) = \sup M(g), 0 \leq g \leq f, g \in \Phi$  untersucht und darüber eine Reihe von Sätzen bewiesen, z.B. daß es endlich und ein lineares, absolut additives Funktional ist. Das zu  $\Phi$  assoziierte Mengensystem ist definiert als System aller Mengen  $\{x; f(x) = 1\}, f \in \Phi$ . Es ist ein  $\delta$ -Körper.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; absolut additive lineare Funktionale

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 234**

Additive Mengenfunktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.1.1925. – 4 Bll.

Inhalt:  $\mu(X)$  sei eine  $\sigma$ -additive Mengenfunktion auf einem  $\delta$ -Körper  $K$ . Hausdorff betrachtet  $\pi(X) = \sup \mu(Y)$ ; dabei ist  $Y \in K; Y \subseteq X$ . Es wird gezeigt, daß  $\pi(X)$  endlich ist, daß es eine  $\sigma$ -additive Mengenfunktion ist, daß das Supremum für ein  $Y \subseteq X$  angenommen wird; Folgerungen aus letzterem. Desweiteren geht es um die Erweiterung einer Intervallfunktion  $\mu([\alpha, \beta)) = F(\beta) - F(\alpha)$ , wo  $F(x)$  monoton und linksstetig ist.

SW: Analysis; Maßtheorie; additive Mengenfunktionen; Erweiterung von Mengenfunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 235**

Lineare Funktionale : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.2.1925. – 3 Bll.

Inhalt: Auf den Intervallen  $I = [\alpha, \beta)$  sei eine  $\sigma$ -additive Funktion  $m(I)$  gegeben (realisiert etwa als  $m(I) = \varphi(\beta) - \varphi(\alpha)$  mit einer monotonen linksstetigen Punktfunktion  $\varphi(x)$ ). Hausdorff konstruiert ein Funktionensystem  $\Phi$  mit den Eigenschaften wie in Fasz. 233, dem die charakteristischen Funktionen  $\varphi_I$  der

Intervalle angehören und worauf ein lineares Funktional  $M(f)$  definiert ist derart, daß  $M(\varphi_I) = m(I)$  ist.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; absolut additive lineare Funktionale

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 236

[Eine Bemerkung über Ableitungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.6.1925. – 2 Bll.

Inhalt:  $f'(x)$  sei die Ableitung von  $f(x)$ ;  $f'(0) = 0$ . Hausdorff geht der Frage nach, ob an allen Stetigkeitsstellen von  $f'(x) \mid f'(x) \mid > c > 0$  sein kann.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Ableitung einer Funktion; Mengen erster Kategorie

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 237

Summation von Potenzreihen durch Fakultätenreihen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.8.1925. – 15 Bll.

Inhalt: Bll.1-4: Eine Potenzreihe läßt sich formal (durch symbolische Ersetzung von  $a_n$  durch  $a^n$ ) in eine Fakultätenreihe umwandeln. Das liefert eine Transformation, die jeder Potenzreihe (p) eindeutig eine Fakultätenreihe (f) zuordnet. Aus (p) konvergent folgt (f) konvergent, das Verfahren ist also limes-treu. Es kann aber (f) konvergieren, während (p) divergiert. Das Verfahren liefert also ein Summationsverfahren F. Dieses Verfahren F ordnet z.B. der Reihe  $1 - 1! + 2! - 3! + \dots$  die Summe  $\int_0^\infty \frac{e^{-t}}{1+t} dt$  zu. Bll.4-7: die Fakultätenreihe wird durch eine allgemeinere Reihe ( $\beta$ -Reihe) ersetzt; die Transformation der  $\beta$ -Reihe in eine  $\gamma$ -Reihe ( $\gamma > \beta$ ) liefert ein Summierungsverfahren für die  $\beta$ -Reihe. Bll.8-15: zweite verbesserte Version des Inhalts der Bll.1-7.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Fakultätenreihen; Potenzreihen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 238

[Über geradlinig erreichbare Punkte einer kompakten Menge der Ebene] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Locarno, 24.9.1925. – 2 Bll.

Inhalt: Sei  $F$  eine kompakte Menge der Ebene. Es wird u.a. bewiesen, daß die Menge der Punkte von  $F$ , die geradlinig erreichbar sind, d.h. Endpunkte einer  $F$  nicht treffenden Strecke sind, eine Suslinsche Menge ist.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslin-Mengen; Topologie der Ebene

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 239

Erweiterung von monotonen Mengenfunktionen und Funktionalen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.10.1925. – 4 Bl.

Inhalt: Ausgehend vom Mengenkörper der Intervallsummen und einer darauf gegebenen  $\sigma$ -additiven Mengenfunktion  $m(A)$  werden die Treppenfunktionen  $f = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_{K_i}$ , ( $\varphi_{K_i}$  charakteristische Funktion von  $K_i$ ) eingeführt und ein lineares Funktional  $M(f) = \sum_{i=1}^n \alpha_i m(K_i)$  auf den Treppenfunktionen definiert. Es geht dann um die Erweiterung des Funktionensystems und des Funktionals durch „Extrapolation“ und „Interpolation“.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; Integralkonstruktionen; lineare Funktionale

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 240

Herleitung von linearen Funktionalen aus Intervallfunktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 23.10.1925. – 3 Bl.

Bezüglich der Faszikeln 235 (vom 13.2.1925) und 240 ist folgende Bemerkung Hausdorffs auf Bl.3 interessant: „Übrigens vgl. mein Ms. vom 13.2. und das schliesslich dort auftretende Hindernis (ich konnte und kann nicht beweisen, daß die finiten F.  $f_1 \leq f_2 \leq \dots \rightarrow f$ , für die  $M(f_n)$  beschränkt ist, einen finiten Limes haben. Und zur Zulassung von  $\infty$  kann ich mich nicht entschliessen.“

Inhalt: Auf den Intervallen  $I = [\alpha, \beta)$  ist eine  $\sigma$ - additive Mengenfunktion  $m(I)$  gegeben;  $m(I)$  kann als Funktional  $M(\varphi_I)$  auf den charakteristischen Funktionen  $\varphi_I$  von  $I$  aufgefaßt werden.  $M$  soll ohne Umweg über das Maß zu einem linearen Funktional  $M(f)$  für alle  $f$  eines Funktionensystems  $\Phi$  integrierbarer Funktionen (s.Fasz. 233) erweitert werden.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; Integralkonstruktionen; lineare Funktionale

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 241

[Quasiintegrale Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.10.1925. – 1 Bl.

Inhalt: Hausdorff hat in verschiedenen Studien (Fasz. 233-235, 239-240) die Idee verfolgt, ausgehend von einem  $\delta$ -Körper meßbarer Mengen  $A$  und dem Maß  $m(A)$  mittels Skalenfunktionen (Funktionen mit abzählbar vielen Werten) ein System integrierbarer Funktionen und darauf ein Integral zu konstruieren, und zwar wurde für meßbares und finites  $f$  definiert  $M(f) = \lim M(g_n)$ . Dabei sind  $g_n$  integrierbare Skalenfunktionen mit  $|f - g_n| \leq h_n$ ;  $h_n \geq 0$  sind integrierbare Skalenfunktionen mit  $\lim h_n = 0$ . Verlangt man nicht mehr  $\lim h_n = 0$ , sondern nur noch  $\lim M(h_n) = 0$ , so kommt man zu einem erweiterten Funktionensystem; diese Funktionen nennt Hausdorff quasiintegrierbar. Es wird gezeigt: Dafür, daß

jede quasiintegrale Funktion integrabel ist, ist notwendig und hinreichend, daß jede Teilmenge einer Menge vom Maß Null meßbar ist.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; quasiintegrale Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 242**

[Einseitige und zweiseitige Funktionensysteme] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], November 1925. – 3 Bll.

Inhalt: Ein System  $\{f\}$  von Funktionen heißt zweiseitig (später in [45], S.235, nennt Hausdorff es ein gewöhnliches Funktionensystem), wenn (a) jede Konstante ein  $f$  ist; (b) Maximum und Minimum zweier  $f$  ein  $f$  ist; (c) Summe, Differenz, Produkt und Quotient zweier  $f$  ein  $f$  ist. Bei einem einseitigen System wird für (c) ein schwächeres Axiom verwendet. Hausdorff geht der Frage nach, wie man aus einem einseitigen System ein zweiseitiges erhalten kann. Bl.3 (unter der Überschrift „Nichtseparabler metr. Raum“): im Raum der beschränkten Funktionen, versehen mit der Supremumsnorm, wird eine Menge  $A$  konstruiert, für die nur ein einziger ihrer Verdichtungspunkte zu  $A$  gehört.

SW: Analysis; Topologie; reelle Funktionen; Funktionensysteme; metrische Räume

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 243**

Beweis der einen Hälfte des Baireschen Theorems : Studie / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Bonn], 11.11.1925. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird bewiesen: Ist der Raum  $A$  separabel,  $f$  eine auf  $A$  definierte Funktion, und enthält jede in  $A$  abgeschlossene nichtleere Menge  $F$  wenigstens einen Stetigkeitspunkt von  $f(x | F)$ , so ist  $f$  von erster Klasse.

SW: Analysis; Topologie; Bairesche Klassen; Bairesche Bedingung

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 244**

Einschiebungssatz für Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.11.1925. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird ein Einschiebungssatz von Sierpiński für Mengen bewiesen; daraus ergibt sich ein neuer Beweis von Satz IX, §41 von [45], ferner die gleichmäßige Approximation von Funktionen der Klasse  $(M^*, N^*)$  durch Treppenfunktionen derselben Klasse.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Funktionenklassen; Einschiebungssatz

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 245**

[Über gewöhnliche Funktionensysteme] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 15.11.1925. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird gezeigt, daß die absolut konvergenten Reihen stetiger Funktionen ein gewöhnliches Funktionensystem (vgl. Fasz. 242) darstellen. Auch die Differenzen  $g - g'$  mit unterhalb stetigen  $g, g'$  stellen ein solches System dar. Ist  $f$  eine Funktion erster Klasse, die nur die Werte 0, 1 annimmt, so ist  $f$  Differenz unterhalb stetiger Funktionen, die aber i.a. nicht mehr beschränkt zu sein brauchen.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Funktionensysteme; unterhalb stetige Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 246**

Verallgemeinerung der Youngschen Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.11.1925. – 2 Bll.

Inhalt: Eine Menge  $A$  heißt eine  $F_{II}$ -Menge, wenn in ihr jede abgeschlossene nichtleere Menge in sich von 2.Kategorie ist, sie heißt eine  $G_{II}$ -Menge, wenn in ihr jede offene nichtleere Menge in sich von 2.Kategorie ist. Hausdorff zeigt, daß jede Youngsche Menge ein  $F_{II}$ , jedes  $F_{II}$  ein  $G_{II}$  ist, aber jeweils nicht umgekehrt. Diese Verallgemeinerung ist berücksichtigt in §42, Sätze VI und VIII von [45], S.254-255, die Hausdorff ursprünglich vermutl. nur für Youngsche Mengen formuliert hatte.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Bairesches Theorem; Youngsche Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 247**

Nichtreelle Bairesche Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.1.-10.1.1926. – 3 Bll.

Inhalt: Es werden Ideen der Baireschen Klassifikation auf den Fall übertragen, daß die Werte der über einem metrischen Raum  $A$  definierten Funktionen in einem beliebigen metrischen Raum  $Y$  liegen.

SW: Topologie; metrische Räume; Bairesche Klassen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 248**

Ein Satz über Riemannsche Integrale : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.2.1926. – 4 Bll.

Inhalt: Über mehrere vorbereitende Sätze beweist Hausdorff den Satz: Sind die R-integrablen Funktionen  $f_n$  gleichmäßig beschränkt und konvergieren sie gegen die integrable Funktion  $f$ , so gilt  $\int_a^b f_n(x)dx \rightarrow \int_a^b f(x)dx$ . Hausdorff verweist auf Beweise dieses Satzes von Arzelà, Osgood, Bieberbach, Landau und F.Riesz.

SW: Analysis; Integrationstheorie; Riemann-Integrale



**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 249**

Jede Menge  $F_{\sigma\delta}$  ist Konvergenzmenge einer Folge stetiger Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.3.1926. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird der in der Überschrift genannte Satz bewiesen.

SW: Analysis; Topologie; reelle Funktionen; stetige Funktionen; Konvergenzmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 250**

Differenzierbare, nichtkonstante Funktion, deren Ableitung an überall dicht liegenden Stellen verschwindet : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.-14.3.1926. – 4 Bll.

Inhalt: H.A.Schwarz hat in seiner Arbeit „Beispiel einer stetigen Funktion reellen Arguments, für welche der Grenzwert des Differenzenquotienten in jedem Theile des Intervalles unendlich oft gleich Null ist“, Sitzungsberichte der Königl. Preußischen Akademie der Wiss. zu Berlin 32 (1910), S.592-593, ein Beispiel einer solchen Funktion angegeben; ebenso R.Remak in der Arbeit „Über eine von Herrn H.A.Schwarz angegebene Funktion“, Journal für die reine und angewandte Math.141 (1912), S.77-95. Hausdorff vereinfacht in zwei Versionen die Schwarzsche Methode.

SW: Analysis; reelle Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 251**

Differenzierbare, nirgends monotone Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.3.1926. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird eine differenzierbare, in keinem Intervall monotone Funktion konstruiert.

SW: Analysis; reelle Funktionen; differenzierbare nirgends monotone Funktionen; Köpcke-Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 252**

[Spezielle Funktionalgleichungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.5.1926. – 1 Bl.

Inhalt:  $f(x)$ , ( $0 < x < 1$ ) genüge den beiden Funktionalgleichungen  $f(\frac{x}{2}) = f(\frac{x+1}{2}) = \frac{1}{2}f(x)$ . Hausdorff zeigt: Für alle rationalen, aber nicht dyadisch rationalen Zahlen in  $(0, 1)$  ist  $f(x) = 0$ . Setzt man  $f(x)$  beschränkt voraus, so ist auch für alle irrationalen  $x$  in  $(0, 1)$   $f(x) = 0$ . Hausdorff erläutert, wie diese Betrachtungen mit seinem Versuch zusammenhängen, konvergente Summen von beliebigem abzählbarem Ordnungstypus zu definieren.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Mengenlehre; Funktionalgleichungen; Summen von beliebigem Ordnungstypus

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 253

Ein metrischer Raum von  $\aleph_0$  Dimensionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.5.1926. – 2 Bl.

Inhalt: Im Raum der reellen Zahlenfolgen  $x = (x_1, x_2, \dots)$  wird der Betrag durch

$$|x| = \inf_n (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 + \frac{1}{n^2})^{\frac{1}{2}}$$

oder durch

$$|x| = \inf_n \max[|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|, \frac{1}{n}]$$

definiert. Hausdorff zeigt, daß dies beidemale Metrisierungen des Raumes liefert und daß die entstehenden Räume vollständig und separabel sind.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Topologie; metrische Räume; Folgenräume; Metrisierung

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 254

[Versuche, den Stetigkeitsbegriff für reelle Funktionen zu erweitern] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.-20.6.1926. – 2 Bl.

Inhalt: Für reelle Funktionen, etwa auf einem metrischen Raum, werden die Begriffe „II-stetig“ und „(bis auf I)-stetig“ definiert und einige Sätze bewiesen. In einer Ergänzung vom 20.6. zeigt Hausdorff, daß „II-Stetigkeit“ kein fruchtbarer Begriff ist, da die Summe zweier in einem Punkt  $a$  II-stetiger Funktionen in  $a$  nicht II-stetig zu sein braucht. Demselben Mangel unterliegt Sierpińskis „Eigenschaft P“ (vgl. W.Sierpiński „Sur une généralisation de la notion de la continuité approximative“, Fundamenta Math. 4 (1923), S.124-127). Die „(bis auf I)-Stetigkeit“ hat keine Bedeutung, da aus  $f$  ist überall (bis auf I)-stetig folgt:  $f$  ist stetig.

SW: Analysis; Topologie; reelle Funktionen; metrische Räume; stetige Funktionen; Erweiterung des Stetigkeitsbegriffs

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 255

Lineare Funktionen von abzählbar vielen Variablen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 31.5.1926. – 3 Bl.

Inhalt: Hausdorff betrachtet lineare Funktionale auf linearen Mengen komplexer Zahlenfolgen, z.B. das Funktional  $L(x) = \lim x_n$  auf der Menge aller konvergenten  $x = (x_1, x_2, \dots)$ . Für Ordnungszahlen  $\beta$  der zweiten Zahlklasse wird induktiv

$$L^\beta(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} L_n(x)$$

definiert, wo  $L_n(x)$  Funktionale vom Typ  $L^\alpha(x)$  mit  $\alpha < \beta$  sind und  $L^0(x) = a_0x_0 + \dots + a_nx_n$  eine endliche Linearkombination ist. Das führt auf eine Klassifikation analog der Baireschen. Es besteht ein Zusammenhang zur Limitierungstheorie. Von Interesse in dem iterierten Limesprozeß sind nur die finalen linearen

Funktionale, die vom Anfang der Folge nicht abhängen, wie z.B.  $L(x) = \lim x_n$ .  
Die Untersuchung bricht ab.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; lineare Funktionale;  
Bairesche Klassen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 256**

[Denjoyscher Verteilungssatz; approximativ stetige Funktionen] : Referate, Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 20.6.1926. – 14 Bll.

Inhalt: Bll.1-6 (undatiert): Referat zu A.Denjoy „Mémoire sur les nombres dérivées des fonctions continues“, Journ. de Math. pures et appliquées VII(1),(1915), S.105-240. Es geht um die Eigenschaften der vier Derivierten einer stetigen Funktion und den Denjoyschen Verteilungssatz. Bll.7-14 (vom 20.6.1926) unter der Überschrift „Denjoy II“: Referat zu A.Denjoy „Sur les fonctions dérivées sommables“, Bull. Soc. Math. de France 43 (1915), S.161-248. Es geht um Denjoys Begriff der approximativ stetigen Funktionen und Sätze über solche Funktionen. Hausdorff nennt eine differenzierbare, in keinem Intervall monotone Funktion eine Köpckesche Funktion. Er verwendet die Denjoysche Theorie der approximativ stetigen Funktionen zur Konstruktion von Köpckeschen Funktionen; diese Konstruktion ist einfacher als die komplizierten Konstruktionen von Köpcke, Schoenflies u.a.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Derivierte; Denjoyscher Verteilungssatz;  
approximative Stetigkeit; Köpcke-Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 257**

[Eine Erweiterung des Stetigkeitsbegriffs] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.6.1926. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird für reelle Funktionen der Begriff „quasistetig“ definiert, dann aber gezeigt, daß der Begriff geringe Bedeutung hat, da jede überall quasistetige Funktion stetig ist.

SW: Analysis; reelle Funktionen; quasistetige Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 258**

[Orthogonale Polynome u.a.] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., ein Bl. Stichpunkte. – [Bonn], 26.6.1926. – 17 Bll.

Die Datierung steht auf Bll.12; Bll.1-11 sind aber vermutl. im selben Zeitraum entstanden, denn sie lagen nach einem Ms. vom 22.6.1926.

Inhalt: Bl.1: Stichpunkte zum Thema Interpolation und orthogonale Polynome. Bll.2-4 unter der Überschrift „Jacobische Polynome“: Über einen allgemeinen Konstruktionsprozeß, der für jedes  $n$  zu  $1, x, \dots, x^{n-1}$  orthogonale Funktionen  $f_n(x)$  erzeugt, werden durch Spezialisierung der Dichtefunktion die Jacobischen Polynome erzeugt. Bl.5: Notiz über die Entwicklung von  $\cos \log(1 - t)$  und

$\sin \log(1-t)$  in Potenzreihen mit beschränkten Koeffizienten. Bll.6-11 unter der Überschrift „Jacobische Polynome“: Orthogonalisierung von  $1, x, x^2, \dots$  mit der Dichte  $x^{\gamma-1}(1-x)^{\beta-1}$ , ( $\gamma, \beta > 0$ ) in  $[0, 1]$  liefert direkt die Jacobischen Polynome; Herleitung der erzeugenden Funktion der Jacobischen Polynome über die Lagrangesche Reihe; Zusammenhang mit den Legendre-Polynomen und mit der hypergeometrischen Reihe; Rekursionsformeln für die Jacobischen Polynome; spezielle Jacobische Polynome. Bll.12-15 unter der Überschrift „Orthogonalpolynome“: Orthogonalisierung der Potenzen von  $x$  mittels einer monotonen Belegung  $\chi$  in  $[a, b]$  liefert orth. Polynome  $f_n(x)$ ; Rekursionsformeln und weitere Eigenschaften dieser Polynome; Reihenentwicklungen nach diesen Polynomen; die zu den  $f_n$  „assozierten Funktionen“  $g_n(y) = \int_a^b \frac{f_n(x)}{x-y} d\chi(x)$ ; Rekursionsformeln für die  $g_n$ ; Andeutung der Idee, mittels des Cauchyschen Integrals Entwicklungssätze für eine Funktion  $f(z)$  nach den  $f_n(z)$  und  $g_n(z)$  zu erhalten. Bll.16-17 unter der Überschrift „Orthogonalpolynome“: Es wird gezeigt, daß sich die Nullstellen von  $f_{n-1}(x)$  und  $f_n(x)$  gegenseitig trennen; Darstellung des allgemeinsten Polynoms  $n$ -ten Grades, das in  $[0, 1]$  zu  $1, x, \dots, x^{n-1}$  orthogonal ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; orthogonale Polynome; Orthogonalisierung; Momente; Jacobische Polynome; Interpolation

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 259**

[Reguläre Funktionen mit vorgeschriebenem Regularitätsgebiet] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1927 oder später]. – 2 Bll.

Das Ms. ist undatiert; es wird die Arbeit von A.Pringsheim „Über bemerkenswerte Singularitätenbildungen bei gewissen Partialbruchreihen“, Sitzungsber. der math.-naturwiss. Abt. der Bayr. Akademie der Wiss. zu München (1927), S.145-164, erwähnt.

Inhalt: Ist  $G$  ein Gebiet der Ebene,  $H$  seine Begrenzung, so wird mittels des Begriffs „direkt erreichbarer Punkt von  $H$ “ eine in  $G$  reguläre Funktion konstruiert, für die eine dichte Menge von Punkten von  $H$  (nämlich gerade die direkt erreichbaren Punkte von  $H$ ) singuläre Punkte sind, die also über  $G$  hinaus nicht analytisch fortsetzbar ist.

SW: Analysis; Funktionentheorie; reguläre Funktionen; Funktionen mit vorgeschriebenem Regularitätsgebiet

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 260**

[Darstellung von Borelmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.4.1929. – 4 Bll.

Inhalt: Ergänzende Bemerkungen zum Konstruktionsprozeß der von einem Mengensystem  $\mathcal{M}$  erzeugten Borelmengen (vgl. [45], S.85ff).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Borelmengen;  $\delta s$ -Funktionen;  $\sigma d$ -Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 261

[Über Arbeiten von Hurewicz] : Referate, Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms.,z.T. Stichpunkte. – Bonn, Pontresina, 12.9.1926-7.1.1935. – 27 Bll.

Von Hausdorff selbst unter dem Titel „W.Hurewicz“ zu einem Fasz. zusammengefaßt. Bll.10-27 stellen ein zusammengehöriges, von Hausdorff bogenweise nummeriertes, aber undatiertes Ms. dar; es muß 1927 oder später entstanden sein, da auf eine Publikation von 1927 verwiesen wird. Bll.1-6 hat Hausdorff selbst in dieser Reihenfolge paginiert, d.h. 4-6 ist Fortsetzung von 1-3.

Inhalt: Bll.1-3 (vom 12.9.1926) unter der Überschrift „(W.Hurewicz)“: Es geht zunächst um den Satz, daß ein Raum  $E$ , der in sich von erster Kategorie ist, eine abzählbare, relativ zu  $E$  perfekte Teilmenge enthält. Bll.4-6 (vom 25.9.1926): Verallgemeinerung von „relativ abgeschlossen“ zu „relatives  $F_\sigma$ “; Verallgemeinerung des letztgenannten Satzes. Bl.7 (undatiert): Stichpunkte zum Inhalt von W.Hurewicz „Relativ perfekte Teile von Punktmengen und Mengen (A)“, Fundamenta Math. 12 (1928), S.78-109. Bl.8 (undatiert) unter der Überschrift „Hurewicz“: Notizen zum Problem der Existenz relativ perfekter abzählbarer Mengen. Bl.9 (vom 7.1.1935): Bemerkungen zu dem Satz auf S.107 der bei Bl.7 genannten Arbeit von Hurewicz. Bll.10-27: Studie zu folgenden Arbeiten: K.Menger „Über einige Überdeckungssätze der Punktmengenlehre“, Sitzungsber. der Akad. der Wiss. zu Wien 133 (1924), S.421-444; W.Hurewicz „Über eine Verallgemeinerung des Borelschen Theorems“, Math.Zeitschrift 24 (1926), S.401-421; W.Hurewicz „Über Folgen stetiger Funktionen“, Fundamenta Math. 9 (1927), S.193-204.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Analysis; Überdeckungssätze; relativ perfekte Mengen; reelle Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 262

Über die Mächtigkeit gewisser Punktmengen : Referate, Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.10.1926. – 2 Bll.

Inhalt: Studie zu Ergebnissen aus folgenden Arbeiten: W.Sierpiński „Sur les ensembles hyperboreliens“, Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, Classe III, 19 (1926), S.16-25; K.Kuratowski „Un théorème concernant la puissance d'ensembles des points“, Ebenda, S.25-35; W.Sierpiński „Sur la puissance des ensembles d'une certaine classe“, Fundamenta Math. 9 (1927),S.45- 49.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; hyper-Borelsche Mengen; hyper-Suslinsche Mengen; Mächtigkeit von Punktmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 263

Universale abgeschlossene Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.1.1928. – 1 Bl.

Inhalt: Ist  $A$  ein separabler Raum,  $B$  der Bairesche Nullraum, so wird im Produktraum  $(A, B)$  eine abgeschlossene Menge  $U$  konstruiert, die nach Durchschnitt mit  $(A, y)$  und Projektion auf  $A$  jede abgeschlossene Menge von  $A$  erzeugen kann. In „Sur un ensemble fermé conduisant à un ensemble non mesurable (B)“, Fundamenta Math.7 (1925), S.198-202, hat W.Sierpiński auf S.199 ff eine solche Menge für den Fall konstruiert, daß  $A$  ein Quadrat in der Ebene ist.

SW: Topologie; separable Räume; universale abgeschlossene Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 264

Die Bairesche Bedingung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.10.1926. – 5 Bll.

Inhalt: In einem metrischen Raum  $E$  untersucht Hausdorff die gegenseitigen logischen Abhängigkeiten folgender Aussagen ( $A \subseteq E$ ,  $B$  Komplement von  $A$ ,  $P$  eine perfekte Menge): (1) Jede perfekte Menge ist von der Form  $P = C + D$ ,  $D$  ein  $P_I$ ,  $AC$  in  $C$  abgeschlossen. (2) Jede in  $A$  perfekte Menge  $Q$  ist von der Form  $Q = C + D$ ,  $D$  ein  $Q_I$ ,  $C$  ein  $G_\delta$ . (3) Die Menge der Punkte von  $BP$ , in denen  $AP$  ein  $P_{II}$  ist, ist ein  $P_I$  (man sagt  $A \subseteq M$  ist in  $x$  ein  $M_{II}$ , falls eine Umgebung  $U_x$  existiert mit  $AU_x$  ist ein  $M_{II}$ ). (4) Ist  $AP$  in allen Punkten von  $P$  ein  $P_{II}$ , so ist  $BP$  ein  $P_I$ . (5) Die Menge der Punkte von  $P$ , in denen  $AP$  oder  $BP$  ein  $P_I$  ist, ist in  $P$  dicht.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Bairesche Bedingung

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 265

[Geschlossene volle Systeme offener Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.10.1926 u. 24.3.1938. – 2 Bll.

Bl.2v enthält den Vermerk „etwas bessere Fassung (28.5.27 an Alexandroff geschickt)“, ferner eine Bemerkung zu einer Vereinfachung des Beweises vom 24.3.1938.

Inhalt: In einem topologischen Raum mögen die Umgebungen  $U$  ein Teilsystem des Systems der offenen Mengen bilden. Die  $U$  bilden ein volles System offener Mengen, wenn jede offene Menge, die  $x$  enthält, ein  $U_x$  enthält. Ein solches System heißt geschlossen, wenn für jede absteigende Folge von nichtleeren  $U$  der Durchschnitt ihrer abgeschlossenen Hüllen nicht leer ist. Die Eigenschaft eines Raumes, ein geschlossenes System offener Mengen zu besitzen, ist topologisch invariant. Der Hauptinhalt ist der Beweis des Satzes, daß ein metrischer Raum genau dann ein absolutes  $G_\delta$  ist, wenn er ein geschlossenes volles System offener Mengen besitzt. Hausdorff vereinfacht und verschärft ein Resultat von P.Alexandroff aus „Sur les ensembles de la première classe et les espaces abstraits“, Comptes Rendus 178 (1924), S.185-187. Dabei spielt der Begriff eines teilweise wohlgeordneten Mengensystems eine wesentliche Rolle.

SW: Topologie; topologische Räume; metrische Räume; teilweise wohlgeordnete Mengensysteme; geschlossene volle Systeme offener Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 266**

[ $\alpha$ - und  $\beta$ -Stetigkeit] : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.7.1927. – 3 Bll.

Inhalt: Referat zu C.Kuratowski „Sur les fonctions représentables analytiquement et les ensembles de première catégorie“, Fundamenta Math. 5 (1924), S.75-86. Den Beweis, daß jede  $\beta$ -stetige Funktion Limes einer konvergenten Folge  $\alpha$ -stetiger Funktionen ist, führt Hausdorff für reelle Funktionen auf beliebigen metrischen Räumen, während Kuratowski Separabilität voraussetzt.

SW: Analysis; reelle Funktionen; metrische Räume;  $\alpha$ -Stetigkeit;  $\beta$ - Stetigkeit

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 267**

[Bemerkungen über Kontinua] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.7.1927. – 2 Bll.

Inhalt: Ist  $C$  ein kompaktes, zwischen  $a, b$  irreduzibles Kontinuum vom Ordnungstypus  $\vartheta$  und  $C = \sum C_t$  seine Kuratowskische Schichtung, so hatte Hausdorff vermutet, daß die Menge  $T_1$  der  $t$ , denen mehrpunktige  $C_t$  entsprechen, von erster Kategorie in  $T = [0, 1]$  ist. Mit anderer Tinte ist vermerkt „Stimmt nicht. Knaster hat ein Gegenbeispiel“. Hausdorff zeigt, daß  $T_1$  ein  $F_\sigma$  ist. Sei ferner  $C$  in der Ebene durch  $a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq h(x)$  definiert mit beschränkten Funktionen  $g$  und  $h$ . Hausdorff zeigt, daß  $C$  abgeschlossen genau dann ist, wenn  $g$  unterhalb stetig und  $h$  oberhalb stetig ist. Desweiteren wird die Irreduzibilität von  $C$  untersucht.

SW: Topologie; Punktmengen; irreduzible Kontinua; halbstetige Funktionen; Kuratowskische Schichten

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 268**

Mehrdeutige Funktionen : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Vulpera, Bonn, 24.8.-10.10.1927. – 9 Bll.

Bll.1-7 stellen ein zusammengehöriges Ms. dar und sind von Hausdorff seitenweise paginiert: 1-11.

Inhalt: Bll.1-7: Sind  $A, B$  topologische Räume, so wird eine allgemeine Abbildung (Funktion) als Teilmenge von  $A \times B$  erklärt. Ziel ist u.a. die Einführung eines passenden Stetigkeitsbegriffes für solche (i.a.mehrdeutige) Funktionen. Es werden hinreichende und notwendige Bedingungen dafür angegeben, daß (1) jede in  $B$  offene Menge ein in  $A$  offenes Urbild hat; daß (2) jeder in sich kompakten Menge des einen Raumes eine abgeschlossene Menge des anderen entspricht. Es folgen dann Sätze für den Fall, daß  $A$  der Bairesche Nullraum ist, z.B. über die Bilder Suslinscher Mengen; desweiteren Bemerkungen über sogen. halbstetige

oder oberhalbstetige Zerlegungen des Raumes (nach R.L.Moore „Concerning upper semi-continuous collections of continua“, Transactions of the American Math.Soc. 27 (1925), S.416-428; P.Alexandroff „Über stetige Abbildungen kompakter Räume“, Math.Ann. 96 (1927), S.555-571; L.Vietoris „Über stetige Abbildungen einer Kugelfläche“, Verhandlungen Konigl. Akad. Wetenschapen, Ser. Wiskunde & Naturk. 29 (1926), S.443-453; C.Kuratowski „Théorie des continus irréductibles entre deux points II“, Fundamenta Math. 10 (1927), S.225-275). Bll.8-9:  $A, B$  metrische Räume,  $C$  Suslinmenge im Produktraum  $(A, B)$ , dann folgen Sätze u.a. über den Charakter der Projektion von  $C$  auf  $B$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; mehrdeutige Abbildungen; topologische Räume; Bairescher Nullraum; halbstetige Zerlegungen; Suslinmengen; Projektionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 269**

[Bemerkungen zu topologischen Themen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 2.10.-11.10.1927. – 10 Bll.

Inhalt: Bl.1: Ist  $\Phi$  als Teilmenge von  $A \times B$  eine Abbildung zwischen den metrischen Räumen  $A$  und  $B$ ,  $\Phi(x)$  das Bild von  $x$ , so wird im Produktraum die Funktion  $w(x, y)$  als untere Entfernung im Raum  $B$  zwischen  $y$  und der Menge  $\Phi(x)$  definiert. Es wird u.a. eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür angegeben, daß  $w(x, y)$  oberhalbstetig ist. Bll.2-4: Vergleich der topologischen Stetigkeit und der Folgenstetigkeit bei eindeutigen Abbildungen;  $\lambda$ -Stetigkeit in  $L$ - Räumen. Bll.4-5:  $L$ -Räume;  $\lambda$ -Punkte; Beispiel eines  $L$ -Raumes, der  $(T_2)$  nicht erfüllt, wo aber der Limes eindeutig ist u.a. Bem. über  $L$ - Räume. Bll.6-10: über halbstetige (oberhalbstetige) Zerlegungen (vgl. Fasz. 268).

SW: Topologie; topologische Räume; Produkträume; mehrdeutige Abbildungen;  $L$ - Räume; halbstetige Zerlegungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 270**

Projektive Mengen : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], 7.11.1928. – 4 Bll.

Inhalt: Notizen zu folgenden Arbeiten von W.Sierpiński: „Sur un ensemble fermé conduisant à un ensemble non mesurable (B)“, Fundamenta Math. 7 (1925), S.198-202; „Sur une classe d'ensembles“, Fundamenta Math. 7 (1925), S.237-243; „Sur une propriété des ensembles (A)“, Fundamenta Math. 8 (1926), S.362-369; „Sur quelques propriétés des ensembles projectifs“, Comptes Rendus 185 (1927), 2, S.833-835; „Sur les projections des ensembles complémentaires aux ensembles (A)“, Fundamenta Math. 11 (1928), S.117-122; „Sur les produits des images continues des ensembles  $C(A)$ “, Fundamenta Math. 11 (1928), S.123-126.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; projektive Mengen; Suslinmengen; Borelmengen



### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 271

[Reelle Suslinmengen als Wertemengen reeller Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.3.1927. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff gibt für Satz X auf S.266 seines Buches [45] einen anderen Beweis, der auf einer Idee von W.Sierpiński in „Sur une propriété caractéristique des ensembles analytiques“, Fundamenta Math. 10 (1927), S.169-171, beruht.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; reelle Suslinmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 272

[Ausgeglichene Umgebungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.3.1927. – 2 Bll.

Inhalt: In einem metrischen Raum kann man jedem Punkt  $x$  eine Umgebung  $U(x)$  derart zuordnen, daß mit  $y \in U(x)$  auch  $x \in U(y)$  ist (z.B. die Kugeln mit festem Radius). Solche Umgebungen nennt Hausdorff ausgeglichen. Es werden nun Folgerungen gezogen für den Fall, daß in einem topologischen Raum eine solche Wahl von  $U(x)$  möglich ist. Hausdorff versucht auf diesem Wege ein Metrisierbarkeitskriterium zu gewinnen, was aber nicht gelingt.

SW: Topologie; metrische Räume; topologische Räume; ausgeglichene Umgebungen; Metrisierung

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 273

Räume  $E^*$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.6.-28.6.1927. 6 Bll.

Inhalt: Hausdorff untersucht metrische Räume, die er Räume  $E^*$  nennt, in denen die Dreiecksungleichung in der schärferen Form  $\rho(x, z) \leq \max[\rho(x, y), \rho(y, z)]$  gilt, und beweist eine Reihe von Sätzen in solchen Räumen bzw. zur Charakterisierung solcher Räume.

SW: Topologie; metrische Räume mit verschärfter Dreiecksungleichung; punkthafte Räume; nulldimensionale Räume; Bairescher Nullraum

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 274

[Sätze über Projektionen] : Studie / Felix Hausdorff. – [Bonn], 5.1.1928. – 4 Bll.

Bl.1 ist stark verschmutzt und beschädigt.

Inhalt: Bll.1-2: Für eine ebene Menge  $A$  sei  $M(A)$  die Menge derjenigen reellen Zahlen  $b$ , für welche  $A \cap [y = b]$  eine Punktfolge vom Typus  $\omega$  enthält. Hausdorff zeigt mit Bezug auf W.Sierpiński „Sur quelques propriétés des ensembles projectifs“, Comptes Rendus 185 (1927), 2, S.833-835, wo allgemeinere Sätze dieser Art ohne Beweis mitgeteilt werden, daß aus „ $A$  abgeschlossen“ folgt:  $M(A)$  ist eine Suslinsche Menge. Bll.3-4: Hausdorff beweist im Anschluß an W.Sierpiński „Les ensembles projectifs et le crible de M.Lusin“, Fundamenta Math. 12 (1928), S.1-3, den allgemeineren Satz: Ist  $A$  eine ebene projektive Menge  $P_n$ , so ist  $M(A)$  eine lineare projektive Menge  $P_n$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Projektionen; Suslinmengen; projektive Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 275**

Projektive Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.1.1928. 7 Bl.

Inhalt: Es werden für separable vollständige Räume  $A, B, \dots$  projektive Mengen definiert und grundlegende Sätze bewiesen, z.B. daß die  $P_n(A)$  ein Suslinsches System bilden (jede aus Mengen  $P_n(A)$  gebildete Suslinmenge ist wieder ein  $P_n(A)$ ).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; projektive Mengen; Suslinsche Systeme

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 276**

[Quadratisch integrable Funktionen mit verschwindenden ersten Fourierkoeffizienten] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.- 19.2.1928. – 4 Bl.

Inhalt: Es sei in  $(0, c)$ ,  $c < 2\pi$ , eine quadratisch integrable Funktion  $\varphi(x)$  gegeben. Sie soll durch eine in  $(c, 2\pi)$  definierte quadratisch integrable Funktion  $g(x)$  so zu einer Gesamtfunktion  $f$  auf  $(0, 2\pi)$  ergänzt werden, daß  $f$  verschwindende Fourierkoeffizienten bis zur  $m$ -ten Ordnung hat und  $\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g^2 dx$  minimal wird.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; quadratisch integrable Funktionen; Fourierkoeffizienten

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 277**

[Quadratisch integrable Funktionen mit vorgeschriebenen ersten Fourierkoeffizienten] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.2.1928. – 1 Bl.

Hängt inhaltlich eng mit Fasz. 276 zusammen.

Inhalt: Es sei  $0 \leq a < b \leq 2\pi$ . Von den in  $[a, b]$  quadratisch integrablen Funktionen  $f(x)$  mit vorgeschriebenen Fourierkoeffizienten  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_a^b f(x) \cos nxdx$  und  $b_n = \frac{1}{\pi} \int_a^b f(x) \sin nxdx$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots, m$ ) wird die mit minimalem  $\frac{1}{\pi} \int_a^b f^2 dx$  gesucht. Die Lösung ist ein geeignet gewähltes trigonometrisches Polynom. Damit gewinnt Hausdorff auch eine sehr einfache Lösung für das in Fasz. 276 aufgeworfene Problem.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; quadratisch integrable Funktionen; Fourierkoeffizienten

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 278

[Charakterisierung linearer Suslinmengen] : Referat, Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.3.1928. – 3 Bll.

Bl.1 ist verschmutzt und beschädigt.

Inhalt: Ist  $f(x)$  eine reelle Funktion der reellen Variablen  $x$ , so bezeichne  $N(f)$  die Menge der Werte  $b$ , die  $f$  überabzählbar oft annimmt. Ist  $A$  eine ebene Menge, so sei  $N(A)$  die Menge der Werte  $b$ , für die  $A \cap \{y = b\}$  überabzählbar ist. Hausdorff beweist dann u.a.: (1) Jede lineare Suslinsche Menge kann als  $N(A)$  mit abgeschlossenem  $A$  dargestellt werden. (2) Jede lineare Suslinsche Menge kann als  $N(f)$  mit stetigem  $f$  dargestellt werden. (3) Die Menge  $P(F)$  der  $b$ , für die  $F \cap \{y = b\}$  perfekt ist, ist ein  $F_{\sigma\delta}$ . Hausdorff stellt diese Betrachtungen an im Anschluß an die Arbeiten: S.Mazurkiewicz; W.Sierpiński „Sur un problème concernant les fonctions continues“, Fundamenta Math. 6 (1924), S.161-169; W.Sierpiński „Sur l'ensemble des valeurs qu' une fonction continue prend une infinité non dénombrable de fois“, Fundamenta Math. 8 (1926), S.370-373.

SW: Analysis; Topologie; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Suslinmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 279

Zur Theorie der projektiven Mengen : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], Levento, 12.3. u. 21.3.1928. – 3 Bll.

Inhalt: Hausdorff referiert Resultate der Seiten 91-92 von N.Lusin „Sur les ensembles analytiques“, Fundamenta Math. 10 (1927), S.1-95.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; projektive Mengen; Suslinmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 280

[Bemerkungen zu Mengers Dimensionstheorie] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.10.1928. – 2 Bll.

Inhalt: Kritische Bemerkungen und Verbesserungen zu S.353 und 162 von K.Menger „Dimensionstheorie“, Leipzig 1928.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 281

[Existenz nichttrivialer  $G_{\delta s}$  und andere Probleme] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.-17.10.1928. – 3 Bll.

Inhalt: Hausdorff stellt die Hypothese auf, daß es in einem separablen Raum kein nichttriviales  $G_{\delta s}$  gibt, d.h. eine wohlgeordnete Menge aufsteigender  $G_{\delta}$  höchstens abzählbar ist. Er widerlegt diese Hypothese zwei Tage später (Bl.3). Ferner geht es um die von Hurewicz aufgeworfene Frage, ob es Suslinmengen

2. Kategorie gibt, die keine  $G_\delta$  sind und um das Lusinsche Problem, ein Suslin-Komplement der Mächtigkeit  $\aleph_1$  anzugeben. Hausdorff formuliert u.a. ein Problem, dessen Lösung die genannten Fragen entscheiden würde, und stellt erste Untersuchungen dazu an.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Kontinuumhypothese; Suslinmengen; Suslinkomplemente; Mengen  $G_{\delta_s}$

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 282**

[Zerlegung abelscher Gruppen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.2.1929. – 3 Bl.

Inhalt: Eine abelsche Gruppe  $G$  kann so in das direkte Produkt  $G = G_1 G_2 \cdots$  zyklischer Gruppen der Ordnungen  $g_1, g_2, \cdots$  zerlegt werden, daß  $g_2 \mid g_1, g_3 \mid g_2, \cdots$  gilt. Die  $g_i$  sind Invarianten der Gruppe und sind für die Homologiegruppen gerade die Poincaréschen Torsionszahlen.

SW: Algebra; algebraische Topologie; abelsche Gruppen; Invarianten abelscher Gruppen; Torsionszahlen

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 283**

[Zyklen modulo 2] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.3.1929. – 4 Bl.

Die Faszikeln 283-297 sind von Hausdorff in (im wesentlichen) rückläufiger zeitlicher Reihenfolge in einer Mappe unter dem Titel „Topologie“ zusammengefaßt worden.

Inhalt: Definition der Begriffe Zyklus mod 2, orientierter Zyklus mod 2, einfacher Zyklus mod 2; Sätze über solche Zyklen; Beziehung zum Zusammenhang eines simplizialen Komplexes; Gestalt orientierter einfacher Zyklen mod 2 auf einer Mannigfaltigkeit.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Zyklen mod 2; Zusammenhang

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 284**

[Meromorphe Komplexe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.2.1929. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Hausdorff definiert für zwei abstrakte Komplexe  $\Phi, \Psi$  den Begriff „ $\Psi$  ist zu  $\Phi$  meromorph“ und zeigt u.a., daß  $\Psi$  zu  $\Phi$  meromorph ist, wenn  $\Psi$  durch Unterteilung aus  $\Phi$  entsteht, ferner, daß Meromorphie eine transitive Relation ist.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Meromorphie zwischen Komplexen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 285**

[Ein Satz über Komplexe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.2.1929. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen:  $\Phi$  sei ein abstrakter Komplex mit den Ecken  $x_i$ ,  $B = F(y_1, \dots, y_r)$  ein Polynom in Variablen  $y_i$ . Jedem  $y_i$  wird ein Simplex  $S_i \in \Phi$  so zugeordnet, daß  $D_i = \cap S_k$ , erstreckt über alle  $y_k$ , die mit  $y_i$  auf einer Kante von  $B$  liegen (einschließlich  $y_i$  selbst), nicht leer ist. Ersetzt man  $y_i$  durch eine beliebige Ecke  $x_i$  von  $D_i$ , so ist  $A = F(x_1, \dots, x_r)$  ein Polynom in  $\Phi$ ; ist insbesondere  $B$  ein Zyklus, so auch  $A$ , der im Sinne der Homologie in  $\Phi$  eindeutig bestimmt ist.

SW: Topologie; algebraische Topologie; abstrakte Komplexe

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 286**

Elementare Unterteilung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.2.1929. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Hausdorff betrachtet einen Zyklus  $B$  in einem durch elementare Unterteilung aus dem Komplex  $\Phi$  entstehenden Komplex  $\Psi$ . Ein daraus resultierender Satz wird auf den derivierten Komplex angewandt (vgl. Fasz. 291).

SW: Topologie; algebraische Topologie; derivierte Komplexe

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 287**

Vietoris : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.2-11.2.1929. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Studie im Anschluß an L.Vietoris „Über den höheren Zusammenhang kompakter Räume und eine Klasse von zusammenhangstreuen Abbildungen“, Math. Ann. 97 (1927), S.454-472. Hausdorff verweist auf eine frühere Studie (Fasz. 295).

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologiegruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 288**

[Combinatorial Analysis Situs] : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. zwischen Sommer 1928 u. Febr. 1929]. – 7 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283; das Ms. ist undatiert; es liegt in der Mappe zwischen Manuskripten vom Juni und Juli 1928 und vom 9.2.1929.

Inhalt: Referat (mit kritischen Bemerkungen) zu J.W.Alexander „Combinatorial Analysis Situs“, Transactions of the Amer. Math. Soc. 28 (1926), S.301-329.

SW: Topologie; algebraische Topologie; simpliziale Abbildungen; Zusammenhangszahlen; Torsionszahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 289**

Der Ring der Zahlen mod  $m$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.6.1928. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Definition von Teilbarkeit und Einheiten mod  $m$ ; assoziierte Zahlen mod  $m$ ; Untersuchung der Frage, wieviele der Zahlen  $x_0, x_0 + m_0, \dots, x_0 + (d-1)m_0$  Einheiten mod  $m$  sind, falls  $x_0$  Einheit mod  $m_0$  ist ( $m_0 \mid m, d = \frac{m}{m_0}$ ); 4 Beispiele dazu.

SW: Zahlentheorie; Algebra; Restklassering mod  $m$ ; Einheiten

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 290**

[Homöomorphie von Komplexen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni/Juli 1928]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283; das Ms. ist undatiert; es liegt in der Mappe zwischen Manuskripten vom 17.6. und 19.7.1928.

Inhalt: Seien  $\Phi, \Psi$  zwei euklidische Komplexe und  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$  bzw.  $\Psi_1, \Psi_2, \dots$  ihre derivierten Komplexe. Die Ecken der Derivierten nennt Hausdorff die derivierten Ecken. Wenn zwischen den derivierten Ecken von  $\Phi$  und  $\Psi$  eine bijektive, beiderseits gleichmäßig stetige Abbildung gegeben ist, so läßt sich diese zu einer Homöomorphie zwischen  $\Phi$  und  $\Psi$  erweitern.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homöomorphie von Komplexen; derivierte Komplexe

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 291**

[Derivierte Komplexe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.7.1928. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: abstrakte Definition des derivierten Komplexes; Unterteilung eines Komplexes; der derivierte Komplex entsteht durch sukzessive Unterteilung.

SW: Topologie; algebraische Topologie; derivierte Komplexe

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 292**

[Einige Grundbegriffe der kombinatorischen Topologie] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.7.1928. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Definition des abstrakten Simplex und des abstrakten Komplexes; zu einem Komplex gehörende Polynome; homogene Polynome (Ketten); Ableitung (Randoperation); Zyklen; Zusammenhangszahlen; Unterteilung von Komplexen; Invarianz der Zusammenhangszahlen bei Unterteilung (vgl. auch Kapsel 18, Fasz. 55, Bll.1-36).

SW: Topologie; algebraische Topologie; abstrakte Komplexe; Ketten; Zyklen; Zusammenhangszahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 293**

Erweiterung Bairescher Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.12.1928. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen (als Ergänzung zu §43, insbes.S.259 von [45]: Ist  $A$  eine beliebige Menge im Raum  $E$ , so läßt sich jede in  $A$  definierte Bairesche Funktion  $f^\xi$  zu einer in  $C$  definierten Funktion  $f^\xi$  erweitern, wo  $C \supseteq A$  ein  $N^{\xi+1}$  ist.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Bairesche Funktionen; Erweiterung Bairescher Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 294**

[Torsionszahlen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sommer 1928]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283; das undatierte Ms. liegt in der Mappe zwischen Manuskripten zur Topologie vom Sommer 1928; davor liegt das nicht zur Topologie gehörige Fasz. 293 vom 22.12.1928.

Inhalt: Es wird gezeigt, daß beim geschlossenen Möbiusblatt Torsionszahlen auftreten.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Torsionszahlen; Möbiusband

**NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 295**

[Invarianz der Homologiegruppen] : Studie, Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.8.1928. – 5 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Studie im Anschluß an L.Vietoris „Über den höheren Zusammenhang kompakter Räume und eine Klasse von zusammenhangstreuen Abbildungen“, Math. Ann. 97 (1927), S.454-472, mit Bezugnahme auf Fasz. 292. Es werden Komplexe in einem metrischen Raum betrachtet. Es geht um den Beweis der topologischen Invarianz der Homologiegruppen über Fundamentalfolgen von Zyklen. Dabei spielt der Begriff der  $\epsilon$ - Homologie eine wichtige Rolle.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologiegruppen;  $\epsilon$ - Homologie

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 296

[Ein Satz über kompakte Mengen in einem metrischen Raum] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.8.1928. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Sind  $C_1, C_2, \dots, C_m$  kompakte Mengen eines metrischen Raumes mit  $\cap C_i = \emptyset$ , so gibt es ein  $\delta > 0$ , so daß für  $x_i \in C_i$  bei mindestens einem Paar  $(i, k)$  gilt:  $\rho(x_i, x_k) \geq \delta$ . Der Satz wird in Fasz. 295 benötigt.

SW: Topologie; metrische Räume; kompakte Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 297

[Simpliziale Approximationen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.6.-15.6.1928. – 13 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 283.

Inhalt: Es handelt sich um eine Serie von 4 Studien zu P.Alexandroff „Simpliziale Approximationen in der allgemeinen Topologie“, Math. Ann. 96 (1927), S.489-511, in der die Resultate von A. referiert, vereinfacht und z.T. berichtigt werden.

SW: Topologie; algebraische Topologie; simpliziale Approximationen; metrische Räume; kompakte Räume

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 298

Zur Theorie der Suslinschen Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.3.1929. – 4 Bl.

Inhalt: Sei in einem separablen vollständigen Raum  $E$

$$A = \cup_{\nu} F(n_1)F(n_1, n_2) \cdots = \cup_{\nu} F_{\nu}$$

eine Suslinmenge mit abgeschlossenen  $F(n_1) \supseteq F(n_1, n_2) \supseteq \cdots$ , deren Durchmesser gegen 0 gehen ( $\nu = (n_1, n_2, \dots)$  Folgen natürlicher Zahlen). Wenn die  $F_{\nu}$  paarweise disjunkt sind, ist  $A$  Borelsch. Hausdorff versucht zu beweisen: Wenn jedes  $x \in A$  in höchstens abzählbar vielen  $F_{\nu}$  vorkommt, ist  $A$  Borelsch (wird dann in Fasz. 304 erledigt). Die Motivation ist eine Bemerkung Lusins auf S.63 von N.Lusin „Sur les ensembles analytiques“, Fundamenta Math. 10 (1927), S.1-95, über Entdeckungen Novikoffs.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; vollständige Räume; separable Räume; Suslinmengen; Borelmengen



### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 299

Interpolierende Funktionale : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.5.1929. – 2 Bll.

Inhalt: Sei  $f(x) \in C[a, b]$ ,  $x_k (k = 1, 2, \dots, n)$  verschiedene Punkte von  $[a, b]$ ,  $\varphi_k(x)$  gegebene, von der Wahl von  $f(x)$  unabhängige Funktionen. Dann ist  $g(x) = \sum_k \varphi_k(x) f(x_k)$  bei festem  $x$  ein Funktional  $Mf$ . Es werden hinreichende und notwendige Bedingungen dafür angegeben, daß für irgendein festes  $x$  und jede stetige Funktion  $f(x)$  eine Folge solcher Funktionale  $g(x)$  nach  $f(x)$  konvergiert. Hausdorff stellt einen Zusammenhang zur Wahrscheinlichkeitsrechnung her und verweist auf das Beispiel der Hermiteschen Interpolation (Fasz. 423, Kapsel 35, Ms. vom 25.5.1929).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Interpolation; Wahrscheinlichkeitstheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 300

Universalmengen : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 31.3-2.4.1929. – 13 Bll.

Inhalt: Bll.1-7 (vom 31.3.1929): Sei  $X$  ein metrischer Raum,  $Y$  die Menge der reellen Zahlen,  $Z = (X, Y)$  der Produktraum,  $U \subseteq Z$ ,  $(U(y), y)$  der Durchschnitt von  $U$  mit  $(X, y)$  und  $U(y)$  die Projektion von  $(U(y), y)$  auf  $X$ .  $\mathcal{A}$  sei ein Mengensystem von  $X$  der Mächtigkeit  $\leq \aleph$ .  $U$  heißt Universalmenge für das System  $\mathcal{A}$ , wenn die Gesamtheit der  $U(y)$  gerade  $\mathcal{A}$  liefert. Es wird gezeigt: Ist  $X$  separabel, so gibt es in  $Z$  eine abgeschlossene Universalmenge für das System der abgeschlossenen Mengen in  $X$ . Ist  $X$  der  $n$ -dimensionale euklidische Raum, also  $Z$  der  $n + 1$ -dimensionale euklidische Raum, so gibt es eine Suslinmenge in  $Z$ , die Universalmenge für die Suslinmengen von  $X$  ist. Das gilt auch, wenn  $X$  ein Quader des Hilbertschen Folgenraumes ist. Bll.8-13 (vom 2.4.1929): allgemeine Definition des Begriffs Universalmenge ( $X$  und  $Y$  beliebige Räume); Beweis folgenden allgemeinen Satzes:  $X$  sei separabel,  $Y$  der Bairesche Nullraum.  $\mathcal{A}$  das System der Borelschen Mengen  $F^\xi$  oder  $G^\delta$  oder der Suslinschen Mengen  $S$  im Raum  $X$ . Dann gibt es für  $\mathcal{A}$  eine Universalmenge  $U$ , die selbst ein  $F^\xi$  oder  $G^\delta$  oder  $S$  in  $Z = (X, Y)$  ist.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Universalmengen; Borelmengen; Suslinmengen; Bairesche Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 301

Universalmenge für die Borelschen Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.4.1929. – 4 Bll.

Inhalt: Ist  $X$  vollständig und separabel,  $Y$  die Menge der reellen Zahlen, so gibt es in  $Z = (X, Y)$  eine Suslinsche Menge, die Universalmenge für das System der Borelmengen in  $X$  ist (vgl. Fasz. 300). Für  $X =$  Menge der reellen Zahlen hat das W. Sierpiński „Sur un ensemble analytique plan, universel pour les ensembles mesurables“, Fundamenta Math. 12 (1928), S.75-77, bewiesen.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Universalmengen; Suslinmengen; Borelmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 302

[Zum Satz von Kronecker-Weber] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.6.-30.6.1929. – 37 Bl.

Bl.1-18 sind nicht datiert; die Studien sind von Hausdorff selbst in einem Faszikel zusammengefaßt. An jeweils derselben Stelle in den drei Versionen des Beweises des Satzes von Kronecker-Weber hat Hausdorff mit Bleistift an den Rand geschrieben: „falsch“.

Inhalt: Hausdorff führt in drei Versionen einen Beweis des Satzes von Kronecker-Weber, daß die Wurzeln Abelscher Gleichungen über dem Körper der rationalen Zahlen in Kreisteilungskörpern liegen. Dabei beweist er als Ausgangspunkt den folgenden Satz über Kreisteilungskörper: Ist  $L = l^s$  Potenz einer ungeraden Primzahl,  $p \equiv 1(L)$  Primzahl,  $\mathfrak{p}$  ein Primidealfaktor von  $(p)$  im Körper der  $L$ -ten Einheitswurzeln  $K(\xi)(\xi = e^{\frac{2\pi i}{L}})$ ,  $\mathfrak{p}_m$  das durch die Substitution  $\xi \mapsto \xi^m$  entstehende konjugierte Ideal (wo  $m$  ein volles Restsystem von Zahlen  $\not\equiv 0(l)$  durchläuft), also  $\mathfrak{p} = \prod_m \mathfrak{p}_m$ , so ist  $\prod_m \mathfrak{p}_m^n = (\gamma(\xi))$  Hauptideal in  $K(\xi)$ ;  $\gamma(\xi) = [\xi, \eta]^L$  ist  $L$ -te Potenz einer Kreiszahl  $[\xi, \eta]$ ;  $n$  ist dabei die kleinste positive Zahl mit  $mn \equiv 1(L)$ ,  $([\xi, \eta]: \text{Lagrangesche Resolvente})$ .

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Algebra; Satz von Kronecker-Weber; Klassenkörper; Kreisteilungskörper; abelsche Gleichungen

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 303

Einschaltungen : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], Okt.1929. – 1 Bl.

Inhalt: Notizen zu Themen aus der Theorie der Summierungsverfahren.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 304

[Spezielle Suslinmengen, die Borelsch sind] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.-26.10.1929 u.28.2.1930. – 8 Bl.

Bl.1 ist stark verschmutzt.

Inhalt: Im Raum  $E$  sei  $U$  eine Menge. Zwei Mengen  $A, B$  heißen relativ zu  $U$  trennbar, wenn sie sich in Borelsche Mengen  $P, Q$  einschließen lassen, so daß  $P \cap Q \cap U = \emptyset$  ist. Mittels dieses Begriffs wird über eine Reihe von Hilfssätzen das aus Fasz. 298 offene Theorem bewiesen. In einer Notiz vom 28.2.1930 (Bl.7/8) zeigt Hausdorff, daß in diesem Satz die Bedingung, daß die Durchmesser gegen 0 gehen sollen, überflüssig ist. Mit dem genannten Theorem werden folgende Anwendungen bewiesen: (1) Das halbschlichte stetige Bild einer separablen, absolut Borelschen Menge ist wieder eine (höchstens separable, absolut) Borelsche

Menge. (2) Dasselbe gilt für das halbschlichte Bairesche Bild. ( $y = f(x)$  heißt halbschlicht, wenn bei gegebenem  $y$  höchstens abzählbar viele  $x$  die Gleichung  $y = f(x)$  erfüllen).

SW: Topologie; Analysis; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Borelmengen; reelle Funktionen; halbschlichte Funktionen; Bairesche Funktionen; Trennungseigenschaften

### **NL Hausdorff: Kapsel 33: Fasz. 305**

[Suslinmengen und Bairesche Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.10.1929. – 3 Bl.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen:  $X$  sei ein separabler vollständiger Raum,  $Y$  die Menge der reellen Zahlen,  $C$  eine Suslinmenge im Produktraum  $(X, Y)$ , deren Projektion auf  $X$  injektiv sei. Dann gibt es eine in  $X$  definierte Bairesche Funktion  $f(x)$ , so daß  $C$  in der Borelmenge  $(x, f(x))$  des Raumes  $(X, Y)$  liegt. Für den Fall, daß  $X$  der euklidische Raum  $R^n$  ist, hatte das Lusin bewiesen: N.Lusin „Sur le problème des fonctions implicites“, Comptes Rendus 189 (1929), S.80- 82.

SW: Analysis; Topologie; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Suslinmengen; Bairesche Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 306**

Darstellung von Gruppen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.nach 1927]. – 23 Bll.

Nach Angaben von Hausdorff auf Bl.1 folgt die Darstellung einer Vorlesung von I.Schur, deren Nachschrift Hausdorff von dem Assistenten U.Wegner erhalten hatte. Da Wegner 1928 in Berlin promovierte, dürfte das Ms.1928 oder später entstanden sein. G.Bergmann ordnet die Faszikeln 306-360 der Kapsel 34 in den Zeitraum 1921-1930 ein. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-6, entspr. Bll.1-23.

Inhalt: Begriff der Darstellung; Grad und Rang einer Darstellung; äquivalente Darstellungen; reduzible und irreduzible Darstellungen; einige notwendige Bedingungen für Irreduzibilität; die irreduziblen Darstellungen einer abelschen Gruppe; der Burnside'sche Satz und seine Verallgemeinerung; Charakterensysteme, Kriterium für Äquivalenz zweier Darstellungen; die eindeutige Bestimmtheit der irreduziblen Bestandteile einer Darstellung; vollständig reduzible Darstellungen; Kriterium für Äquivalenz zweier vollständig reduzibler Darstellungen; Kriterium für die Irreduzibilität einer vollständig reduziblen Darstellung; Satz von Molien.

SW: Algebra; Darstellungstheorie; Darstellung von Gruppen; Charaktere; Satz von Burnside; Satz von Molien

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 307**

Darstellung von Gruppen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], . – 24 Bll.

Bl.1 mit Vermerk „(nach Speiser)“; Hausdorff bezieht sich hier auf A.Speiser „Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung“, Berlin 1923. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-6, entspr. Bll.1-24.

Inhalt: Begriff der Darstellung, Grad einer Darstellung; äquivalente Darstellungen; die zu einer Darstellung adjungierten Darstellungen; die Summe zweier Darstellungen; reduzible und irreduzible Darstellungen; Zerlegung einer Darstellung in irreduzible Summanden; die irreduziblen Darstellungen einer abelschen Gruppe; orthogonale und unitäre Darstellungen; Charakterensysteme einer Darstellung; Produkt zweier Darstellungen; Herleitung grundlegender Sätze über Gruppendarstellungen mittels der Eigenschaften der Charakterensysteme.

SW: Algebra; Darstellungstheorie; Darstellung von Gruppen; Charaktere; Charakterensysteme

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 308**

Abw[eichungen] von R.Schmidt : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1925 oder später]. – 1 Bl.

Inhalt: (Z.T.kritische) Notizen zu den Unterschieden zwischen Hausdorffs Arbeit [27] und der Arbeit von R.Schmidt „Über divergente Folgen und lineare Mittelbildungen“, Math. Zeitschr. 22 (1925), S.89-152.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 309**

[Stetige Universalfunktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1921 u.1930]. – 1 Bl.

Von G.Bergmann sind die Faszikeln 306-360 in den Zeitraum 1921-1930 eingeordnet worden.

Inhalt: Es gibt keine stetige Universalfunktion, d.h. keine in  $(X, X)$  stetige reelle Funktion  $f(x, y)$ , die für konstantes  $y$  alle in  $x$  stetigen Funktionen liefert.

SW: Analysis; reelle Funktionen; stetige Universalfunktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 310**

[Relativ abgeschlossene Mengen im Baireschen Nullraum] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.1.1928. – 2 Bl.

Inhalt: Hausdorff beweist folgenden Satz: Ist  $A$  eine Menge im Baireschen Nullraum,  $B$  in  $A$  abgeschlossen, so ist  $B$  stetiges Bild von  $A$ . Diesen Satz hatte Sierpiński für die zum Baireschen Nullraum homöomorphe Menge der irrationalen Zahlen bewiesen (W.Sierpiński „Sur les projections des ensembles complementaires aux ensembles (A)“, Fundamenta Math. 11 (1928), S.117-122).

SW: Topologie; Bairescher Nullraum

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 311**

Einführung der Exponentialfunktion : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Die vorl. Studie ist vermutl. Teil einer Vorlesungsvorbereitung.

Inhalt: Einführung der Exponentialfunktion  $e^x$  als  $\lim(1 + \frac{x}{n})^n$ ; Einführung der Zahl  $e$  über das Modell der stetigen Verzinsung.

SW: Analysis; Exponentialfunktion; stetige Verzinsung

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 312**

[Simplexe im euklidischen Raum] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Begriff des Simplex und seiner Basis; exklusive Lage von Simplexen, Seitensimplexe eines Simplex; Zerlegung des  $n$ -dimensionalen Würfels in exklusive Simplexe.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Simplexe

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 313**

[Universalmengen für die Suslinmenge] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Es geht um Universalmengen  $U$  in  $(X, Y)$  für die Suslinmengen in  $X$ ;  $Y$  ist der Bairesche Nullraum.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Universalmengen für die Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 314**

[Homologiegruppen der Außenränder von Umgebungssternen] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Das Bl. trägt die Paginierung „3“ und ist der Rest einer Studie, denn der Text beginnt mitten im Satz.

Inhalt: Isomorphie der Homologiegruppen der Außenränder zweier Umgebungssterne.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Umgebungssterne; Homologiegruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 315**

[Bairesche Funktionen der ersten Klasse] : Vorlesungs- oder Seminararbeit / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], WS 1924/25. – 4 Bll.

Bl.1 trägt den Vermerk „WS 1924/25. Schluss.“ Laut Vorlesungsverzeichnis hat Hausdorff im WS 1924/25 keine Vorlesung gehalten, in die dieses Stück passen würde.

Inhalt: halbstetige Funktionen; Funktionen der Klasse  $(M, N)$ ; genau dann ist  $f$  von erster Klasse, wenn  $f \in (F_\sigma, G_\delta)$ ; Beispiele für Funktionen der ersten Klasse.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Bairesche Klassen

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 316**

Suslinsche Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vor dem 28.8.1927]. – 1 Bl.

Inhalt: Drei kurze Bemerkungen zum Thema Suslinmengen mit der Formulierung zweier offener Fragen; die Antworten auf diese Fragen hat Hausdorff am 28.8.1927 mit andersfarbiger Tinte in das Ms. geschrieben.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Bairescher Nullraum;  $\delta$ s-Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 317**

[Verallgemeinerung der  $Y$ -Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Das Ms. war offenbar Teil eines größeren Textes, denn Bll.1-2 haben die Paginierung 120, 121; der Satz auf Bl.1 hat die Nr.XVII. Vgl. auch Fasz. 151, Kapsel 31.

Inhalt: Als Verallgemeinerung der  $Y$ -Mengen eines Raumes  $\mathcal{E}$  betrachtet Hausdorff Mengen  $M$ , die homogen von zweiter Kategorie in  $\mathcal{E}$  sind, d.h.  $M - \mathcal{E}_I$  ist stets dicht in  $M$ .  $M$  ist genau dann homogen von zweiter Kategorie in  $\mathcal{E}$ , wenn jede nichtleere in  $M$  offene Menge eine Menge zweiter Kategorie ist. Ein Punkt  $x$  von  $\mathcal{E}$  heißt  $\delta$ -Punkt von  $A$ , wenn für jede Umgebung  $U(x)$  die Menge  $A \cap U(x)$  von zweiter Kategorie in  $\mathcal{E}$  ist. Es folgen Sätze über die Menge  $A_\delta$  der  $\delta$ -Punkte von  $A$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre;  $Y$ -Mengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 318**

Das Lebesguesche Integral : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Integral für halbstetige Funktionen; integrable finite Funktionen; Sätze über integrable Funktionen.

SW: Analysis; Integrationstheorie; Lebesgue-Integral; halbstetige Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 319**

[Systeme integrierbarer Funktionen] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1925]. – 3 Bll.

Es wird auf Begriffe und Bezeichnungen Bezug genommen, die im Ms. nicht erklärt sind. Das Ms. paßt inhaltlich in den Komplex der Faszikeln 233, 235, 239-242, 245.

Inhalt: Es geht um die Approximation integrierbarer Funktionen durch Skalenfunktionen (Funktionen mit abzählbar vielen Werten).

SW: Analysis; Integrationstheorie; integrable Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 320**

Lusin : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.1929]. – 5 Bll.

Inhalt: Es handelt sich um Notizen und Überlegungen zu Verallgemeinerungen von Ergebnissen von N.Lusin aus der Arbeit „Sur le problème des fonctions implicites“, Comptes Rendus 189 (1929), S.80-82. Vgl. auch Kapsel 33, Fasz. 305.

SW: Topologie; Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Suslinmengen; Bairesche Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 321**

Asymptotische Reihen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 9 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Begriff der asymptotischen Darstellung einer Funktion  $f(x)$  durch eine Potenzreihe  $\mathcal{P}(\frac{1}{x})$ ; Beispiele; Rechnen mit asymptotischen Beziehungen; die Stirlingsche Reihe; eindeutige Bestimmtheit der asymptotischen Reihe einer Funktion, falls eine solche existiert.

SW: Analysis; asymptotische Reihen; Approximation von Funktionen; Stirlingsche Reihe; Fehlerintegral

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 322**

[Summationsverfahren von Le Roy] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen: Es sei  $D$  die komplexe Ebene nach Entfernung der Halbgeraden  $[0, \infty)$ .  $\varphi_m(z)$  sei eine Folge ganzer Funktionen mit  $\varphi_m(z) \rightarrow \frac{1}{1-z}$  in  $D$ , und zwar gleichmäßig für jede beschränkte abgeschlossene Menge  $D_0 \subset D$ . Sei  $\varphi_m(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_{mk}z^k$ . Ist dann  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$  eine Potenzreihe mit positivem Konvergenzradius und  $f(z)$  die im Mittag-Lefflerschen Stern  $\mathcal{E}$  dadurch erzeugte reguläre Funktion, so konvergieren die ganzen Funktionen  $f_m(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n c_{mn} z^n$  in  $\mathcal{E}$  gegen  $f(z)$  und zwar gleichmäßig in jeder beschränkten abgeschlossenen Menge  $\mathcal{E}_1 \subset \mathcal{E}$ . Es geht dann um das Auffinden von Funktionen  $\varphi_m(z)$  der verlangten Beschaffenheit und um das Le Roysche Summationsverfahren, von dem bewiesen wird, daß es die Summation jeder konvergenten Potenzreihe im Mittag-Lefflerschen Stern leistet.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Funktionentheorie; Summierungsverfahren; Summierungsverfahren von Le Roy; Mittag-Lefflerscher Stern



### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 323

[Eine spezielle Skala limestreuer Verfahren] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Auf Bl.1 mit anderem Stift der Vermerk „(Knopp-Kaluza)“.

Inhalt: Es seien  $d_0, d_1, \dots$  positive Zahlen. Die Transformation

$$y_n = \sum_{m=0}^n \binom{m}{n} d_m x_m : D_n; D_n = \sum_{m=0}^n \binom{m}{n} d_m$$

ist limeserhaltend. Hausdorff betrachtet nun eine weitere solche Transformation mit Zahlen  $e_m > 0$  und beantwortet die Frage, welchen Bedingungen  $\mu_m = \frac{e_m}{d_m}$  genügen muß, damit das zweite Verfahren stärker ist als das erste.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Skalen von Limitierungsverfahren; totalmonotone Folgen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 324

[Funktionen der Klasse  $(P, Q)$ ] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Es wird gezeigt, daß die Funktionen der Klasse  $(P, Q)$  mit den Funktionen  $k$  übereinstimmen (vgl. §41 von [45]).

SW: Analysis; reelle Funktionen; Funktionenklassen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 325

Meßbare Mengen (Perronsche Integraldefinition) : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Für eine lineare Menge  $X$  wird ein äußeres und inneres Maß über das obere und untere Perronintegral ihrer charakteristischen Funktion eingeführt; danach Definition der Meßbarkeit und Sätze über meßbare Mengen. Die Summen  $X_\sigma$  von Folgen meßbarer Mengen heißen grenzmeßbar; sie bilden einen  $\sigma$ -Körper, zu dem die ganze Gerade gehört. Die Funktionen der Klasse  $(Y, Y)$ , wo  $Y$  den letztgenannten  $\sigma$ -Körper durchläuft, heißen meßbar; alle Baireschen Funktionen gehören dazu. Es wird dann noch gezeigt, daß es zu jeder meßbaren Funktion eine beliebig benachbarte meßbare Skalenfunktion gibt.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; Perronintegral

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 326

Das Reziprozitätsgesetz. Der Gaußsche Zahlkörper : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 16 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Das Ms. stellt vermutl. Teile einer Vorlesungsausarbeitung dar, denn Bogen 1 (Bll.1-4) unter der Überschrift „Das Reziprozitätsgesetz“ trägt die Nr.20, die restlichen drei Bögen (Bll.5-16) unter der Überschrift „§7.Der Gaussssche Zahlkörper.“ die Nummern 27-29.

Inhalt: Bll.1-4: einiges über quadratische Reste und Nichtreste, u.a. das Gaußsche Lemma; Bll.5-16: die Arithmetik im Gaußschen Zahlkörper; quadratische Zahlkörper, in denen der euklidische Algorithmus gilt; reelle quadratische Körper haben unendlich viele Einheiten; Existenz von Lösungen der Pellischen Gleichung  $x^2 - dy^2 = \pm 1$  (nach Dirichlet bewiesen).

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; quadratisches Reziprozitätsgesetz; quadratische Zahlkörper; Gaußscher Zahlkörper; Pellsche Gleichung

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 327

[Bemerkungen zu Wachstumsexponenten] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [1922 oder später]. – 1 Bl.

Inhalt: Notizen zur Arbeit von O.Toeplitz „Über das Wachstum der Potenzreihen in ihrem Konvergenzkreise.I.“ Math.Zeitschr. 12 (1922), S.189-200.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Potenzreihen; Wachstumsexponenten

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 328

[Versuch, einen Goursatschen Existenzsatz zu verallgemeinern] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Aus der partiellen Differentialgleichung  $s = f(x, y, z, p, q, r, t)$  werden durch Weiterdifferenzieren alle gemischten Ableitungen  $z_{mn} = \frac{\partial^{m+n} z}{\partial x^m \partial y^n}$  durch die reinen Ableitungen  $z_{m0}, z_{0n}$  ausgedrückt. Daran anschließend wird eine Idee entwickelt, mittels der Majorantenmethode einen Existenzsatz zu gewinnen (Hausdorff verweist auf J.Horn „Partielle Differentialgleichungen“, Sammlung Schubert,1910; 2.Aufl.1929. ).

SW: Analysis; partielle Differentialgleichungen; Existenzsätze; Majorantenmethode

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 329**

R.L.Moore : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [1926 oder später]. – 2 Bll.

Inhalt: Kurze Notizen zu zahlreichen zwischen 1922 und 1926 erschienenen Arbeiten von R.L.Moore, auch mit kurzen Hinweisen auf Ergebnisse anderer Autoren.

SW: Topologie; Kurventheorie; Zusammenhang; unzerlegbare Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 330**

Die Momentmatrizen von R.Schmidt : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1925 oder später]. – 28 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-VII, entspr. Bll.1-28.

Inhalt: Referat zu R.Schmidt „Über divergente Folgen und lineare Mittelbildungen“, Math.Zeitschrift 22 (1925), S.89-152.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Momentmatrizen; gestrahlte Matrizen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 331**

[Cesàro-Summierbarkeit von Fourierreihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Es wird bewiesen, daß die Fourierreihe einer L-integrierten Funktion  $f(x)$  fast überall  $C_\alpha$ -summierbar mit der Summe  $f(x)$  ist (für jedes  $\alpha > 0$ ). Dies ist ein Satz von G.H.Hardy aus der Arbeit „On the summability of Fourier's series“, London Math.Soc.Proc. (2) 12 (1913), S.365-372.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren; Fourierreihen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 332**

Transzendenz von e : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Kurzer Beweis der Transzendenz von e.

SW: Analysis; Zahlentheorie; transzendente Zahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 333**

[Bemerkung zu Matrizenalgebren] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Es werden Bedingungen gesucht, die Relationen

$$x_i x_k - x_k x_i = \sum_l \gamma_{ikl} x_l$$

durch  $n$  linear unabhängige  $p$ -reihige Matrizen  $x_1, \dots, x_n$  zu erfüllen.

SW: Algebra; Algebren; Matrizenalgebren

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 334**

Souslinsche Mengen : Zusammenstellung von Sätzen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1924 oder später]. – 1 Bl.

Im Text findet sich die Datierung eines Theorems mit 12.10.1924.

Inhalt: Es handelt sich um eine Zusammenstellung von 13 Theoremen über Suslinmengen.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Borelmengen; Projektionen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 335**

[Komponenten, Konstituenten, Subkomponenten, Subkonstituenten] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Für eine Teilmenge  $A$  eines topologischen Raumes werden die o.g. Begriffe definiert und einige Bem. über Zerfall von  $A$  gemacht.

SW: Topologie; Zusammenhang; Komponenten; Subkomponenten; Konstituenten; Subkonstituenten

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 336**

[Über einige Relativbegriffe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Definition der Begriffe „ $A$  zu  $M$  dicht“, „ $A$  zu  $M$  nirgendsdicht“ und „ $A$  zu  $M$  von erster Kategorie“ und Beweis einiger einschlägiger Sätze ( $A \subseteq M$  ist nicht verlangt).

SW: Topologie; topologische Räume; Relativbegriffe

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 337**

[Ein Konvergenzsatz] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1927 oder später]. – 1 Bl.

Der Text ist auf der Rückseite einer mit Oktober 1927 datierten Firmenwerbung geschrieben.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen: Damit  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n y_n$  für jede Folge  $y_n$  mit  $\limsup \sqrt[n]{|y_n|} \leq 1$  konvergiert, ist notwendig und hinreichend, daß  $\limsup \sqrt[n]{|x_n|} < 1$  ist.

SW: Analysis; unendliche Reihen; Konvergenz

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 338**

[Über das Supremum Bairescher Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Es wird folgendes gezeigt: Ist  $f(x, y)$  bei konstantem  $y$  eine Bairesche Funktion erster Klasse in  $x$ , so braucht  $g(x) = \sup_y f(x, y)$  keine Bairesche Funktion mehr zu sein.

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Bairesche Funktionen; Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 339**

[Eine Anwendung der elementarsymmetrischen Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Die Zahlen  $x_1, \dots, x_m$  seien entweder 0 oder 1; der Größe nach geordnet seien sie  $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_m$ . Dann läßt sich  $y_k$  linear durch die elementarsymmetrischen Funktionen  $a_1, \dots, a_m$  der  $x_1, \dots, x_m$  ausdrücken; umgekehrt kann man die  $a_i$  linear durch die  $y_k$  ausdrücken.

SW: Analysis; elementarsymmetrische Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 340**

Transfiniten Durchmesser : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt:  $A$  sei eine beschränkte abgeschlossene Menge der komplexen Zahlenebene.  $V(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i < k} (x_i - x_k)$  sei die Vandermondesche Determinante von  $n$  Punkten,  $V_n = V_n(A)$  das Maximum von  $|V(x_1, \dots, x_n)|$ , wenn die  $x_i$  unabhängig voneinander alle Punkte von  $A$  durchlaufen.  $d_n = V_n^{\frac{2}{(n-1)^n}}$  heiße der  $n$ -te Durchmesser von  $A$  ( $d_2$  ist der gewöhnliche Durchmesser). Es ist  $d_n > 0$

und  $d_n \geq d_{n+1}$ , also existiert  $d = \lim d_n \geq 0$ ;  $d$  heißt der transfinite Durchmesser von  $A$ . Der transfinite Durchmesser hat die bemerkenswerte Eigenschaft, daß  $A$  denselben transfiniten Durchmesser hat wie seine sämtlichen Ableitungen, insbesondere wie sein perfekter Kern. Eine separierte beschränkte abgeschlossene Menge, insbesondere jede endliche Menge, hat den transfiniten Durchmesser 0.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; transfiniter Durchmesser einer Punktmenge

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 341**

[ $C_{-1}$ -Summierbarkeit nach Young] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1923 oder später]. – 1 Bl.

Bezieht sich auf die Arbeit von G.H.Hardy und J.E.Littlewood „Solution of the Cesàro summability problem for power series and Fourier series“, Math.Zeitschrift 19 (1924), S.67-96.

Inhalt: Hausdorff notiert, was Hardy/Littlewood (Young folgend) unter  $C_{-1}$ -Summierbarkeit verstehen.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 342**

[Aufgaben für G.Pick] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Bl.4 unter der Überschrift „Aufgaben für G.Pick“: Es werden 2 Aufgaben formuliert. Die zweite z.B. verlangt den Beweis, daß in der Potenzreihenentwicklung von  $\frac{1}{1-\log(x+1)}$  an der Stelle 0 für die Koeffizienten gilt, daß  $a_{2n+1} > 0$ , aber  $a_{2n}$  ab einem Index  $n_0$  kleiner als 0 ist. Auf Bl.1-3 wird das bewiesen.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Potenzreihen; Koeffizientenabschätzungen; Legendre-Polynome

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 343**

[Über die Ableitungen einer konvergenten Folge monotoner Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 u.1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Wenn die in  $[a, b]$  monotonen Funktionen  $f_n(x)$  gegen  $f(x)$  konvergieren, so existieren zwar (bis auf eine Nullmenge) sämtliche Ableitungen  $f'_n(x), f'(x)$ , aber es braucht nicht  $f'_n(x)$  gegen  $f'(x)$  zu konvergieren (auch nicht bis auf eine weitere Nullmenge).

SW: Analysis; reelle Funktionen; Ableitungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 344**

Kuratowski. Ebene Kontinua : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1926 oder später]. – 2 Bll.

Inhalt: Es werden Ergebnisse aus der Arbeit von C.Kuratowski „Sur les continus de Jordan et le théorème de M.Brouwer“, Fundamenta Math. 8 (1926), S.137-150, referiert.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Kontinua; Zusammenhang; Streckenbilder

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 345**

Kuratowski : Studie, Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1927 oder später]. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff hat in [45], S.155, eine notwendige Bedingung dafür angegeben, daß ein Raum lokal zusammenhängend ist. C.Kuratowski zeigt in seiner Arbeit „Sur les continus de Jordan et le théorème de M.Brouwer“, Fundamenta Math. 8 (1926), S.137-150, daß diese Bedingung auch hinreichend ist. Hausdorff referiert noch weitere Ergebnisse aus dieser Arbeit von Kuratowski über zusammenhängende und lokal zusammenhängende Räume (vgl. auch Fasz. 344).

SW: Topologie; Kontinua; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 346**

[Unterteilung von simplizialen Komplexen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 und 1930]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Man erhält aus einem simplizialen Komplex einen abgeleiteten Komplex, indem man in einem Simplex des Komplexes eine neue Ecke einführt und diesen Prozeß endlich oft iteriert. Zwei Komplexe, die einen gemeinsamen abgeleiteten Komplex haben, heißen verwandt. Hausdorff zeigt u.a., daß zwei Ableitungen eines Komplexes verwandt sind.

SW: Topologie; algebraische Topologie; derivierte Komplexe

### **NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 347**

[Über Projektionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1928 oder später]. – 2 Bll.

Inhalt: Studie im Anschluß an W.Sierpinski „Sur les projections des ensembles complémentaires aux ensembles (A)“, Fundamenta Math. 11 (1928), S.117-122.

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Projektionen; reelle Funktionen; lineare Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 348

[Stieltjes-Integral als lineares beschränktes Funktional auf den stetigen Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 und 1930]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Hausdorff betrachtet ein lineares beschränktes Funktional auf einer linearen Menge  $\Phi$  beschränkter Funktionen und zeigt zunächst, daß man  $\Phi$  zu einem vollständigen System erweitern kann, welches mit einer gleichmäßig konvergenten Folge  $f_n$  auch die Grenzfunktion  $f$  enthält. Das Stieltjesintegral ist ein beschränktes lineares Funktional auf  $C[a, b]$ , umgekehrt läßt sich jedes beschränkte lineare Funktional auf  $C[a, b]$  als Stieltjesintegral darstellen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Integrationstheorie; Stieltjesintegral

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 349

[Einführung von Maßen über lineare Funktionale (Integrale)] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1927 oder später]. – 2 Bl.

Inhalt: Hausdorff wiederholt zunächst einige Ergebnisse aus [45], §41. Er betrachtet dann einen  $\delta$ -Körper „meßbarer“ Mengen  $A$ , in dem eine additive Mengenfunktion  $m(A)$  erklärt ist. Die  $A_\sigma$  brauchen i.a. nicht mehr meßbar zu sein, Hausdorff nennt sie grenzmeßbar. Eine Menge  $B$  heißt halbmeßbar, wenn  $A \cap B$  für jedes meßbare  $A$  meßbar ist. Es wird gezeigt, daß die  $A_\sigma$  und die  $B$  jeweils einen  $\sigma$ -Körper bilden. Hausdorff betrachtet dann ein System  $\Phi$  „integrierbarer“ Funktionen mit dem linearen Funktional  $M(f)$ . Die integrierbaren charakteristischen Funktionen  $[A]$  definieren ein Mengensystem  $\mathcal{A}$ , welches ein  $\delta$ -Körper ist mit der additiven Mengenfunktion  $M([A]) = m(A)$ . Mit diesen  $A$  werden wie oben die halbmeßbaren  $B$  und damit die meßbaren Funktionen der Klasse  $(B, B)$  gebildet. Es gilt der Satz: Jede integrierbare Funktion ist meßbar. Hausdorff versucht dieses Verfahren zu verallgemeinern, indem er allgemeinere als charakteristische Funktionen benutzt. Er scheint damit aber nicht zufrieden gewesen zu sein, denn er bricht die Untersuchung mit der Bemerkung „Das ist zu künstlich!“ ab.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; reelle Funktionen; integrierbare Funktionen; meßbare Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 350

[Gestahlte Folgen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 und 1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt:  $x_n$  sei eine gestahlte Folge von der Größenordnung  $t > 0$ . Dann gibt es eine monoton wachsende Folge  $y_n$ , zu der sie äquivalent ist, d.h.  $\frac{x_n}{y_n} \rightarrow 1$ .

SW: Analysis; Limitierungstheorie; gestahlte Folgen



**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 351**

Ein Satz von Rademacher : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [19.. oder später]. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff referiert einen Satz von Rademacher aus der Arbeit „Einige Sätze über Reihen von allgemeinen Orthogonalfunktionen“, Math. Ann. 87 (1922), S. 112-138.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Orthonormalsysteme

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 352**

Verschärfung der Tschebyscheffschen Ungleichung : Studie / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Bonn], [1922 oder später]. – 2 Bll.

Hausdorff bezieht sich auf B. Meidell „Sur un problème du calcul des probabilités et les statistiques mathématiques“, Comptes Rendus 175 (1922), S. 806-808.

Inhalt: Für eine in  $[a, b]$  nach unten konkave Dichte wird die Tschebyscheffsche Ungleichung verschärft. Auf Bl. 2 leitet Hausdorff die Ungleichung

$$\int_a^b f g dx \leq g(a) \int_a^\xi f dx + g(b) \int_\xi^b f dx$$

für zwei in  $[a, b]$  monoton zunehmende Funktionen  $f, g$  her.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Wahrscheinlichkeitstheorie; Tschebyscheffsche Ungleichung; Skalarprodukt monotoner Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 353**

Die Perioden als Funktionen des Doppelverhältnisses : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1921 und 1930]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: Für  $0 < \lambda < 1$  werden die beiden Perioden

$$K(\lambda) = \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-\lambda z^2)}}$$

und

$$K'(\lambda) = \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-(1-\lambda)z^2)}}$$

betrachtet. Hausdorff leitet die DGL. her, der sie genügen, und bestimmt ein Paar von Fundamentallösungen. Er berechnet die Reihe für  $h = e^{i\pi\tau}$ , wo  $\tau = \frac{iK'}{K}$  der Periodenquotient ist und bemerkt, daß diese Entwicklung auch für komplexe  $\lambda$  mit  $|\lambda| < 1$  gilt. Schließlich werden die ersten 4 Glieder dieser Reihe numerisch berechnet.

SW: Analysis; Funktionentheorie; elliptische Funktionen; hypergeometrische Reihe

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 354

Erweiterung einer Baireschen Funktion : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 und 1930]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Das Ms. ist bogenweise numeriert:1-3, entspr. Bll.1-6. Die Überschrift ist mit Rotstift (vermutl.später) eingefügt worden.

Inhalt: Es wird zunächst gezeigt, daß sich jede auf einer Teilmenge  $A$  eines metrischen Raumes  $E$  definierte endliche reelle Bairesche Funktion  $f$  zu einer auf  $E$  definierten erweitern läßt. Unter der Annahme, daß das nicht nur für reelle Funktionen, sondern für Funktionen mit Werten in einem separablen metrischen Raum gilt, wird bewiesen: Sind  $X, Y$  separable vollständige metrische Räume und  $C$  eine Borelmenge im Produktraum  $(X, Y)$ , deren Projektion  $A$  auf  $X$  schlicht ist. Dann ist  $A$  eine Borelmenge. Als Folgerung ergibt sich: Ist  $A$  Borelsche Menge im separablen vollständigen Raum  $X$ ,  $B$  ein schlichtes stetiges Bild von  $A$ , so ist  $B$  eine absolute Borelsche Menge. Über die Zerlegung eines separablen metrischen Raumes in abzählbar viele disjunkte Mengen mit beliebig kleinem Durchmesser und über Folgen solcher Zerlegungen bei gegen 0 gehenden Durchmessern wird schließlich die oben gemachte Annahme verifiziert: Im Raum  $A$  sei  $y = f(x)$  ein Bairesche Funktion mit Werten in einem vollständigen separablen Raum  $Y$ . Diese Funktion läßt sich für jeden  $A$  umfassenden Raum  $X$  zu einer Baireschen Funktion auf  $X$  erweitern.

SW: Topologie; Analysis; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Bairesche Funktionen; Borelsche Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 355

Die Lamésche Gleichung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 und 1930]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Das Ms. ist bogenweise numeriert:1-2, entspr. Bll.1- 6.

Inhalt: Zunächst wird ein Satz von Picard bewiesen: Die DGL  $y^{(n)} + \sum_{i=1}^n f_i(u)y^{(n-i)} = 0$  mit elliptischen Funktionen  $f_i(u)$  als Koeffizienten (Perioden  $2\omega_1, 2\omega_2$ ) habe eine eindeutige meromorphe Lösung  $\varphi(u)$ . Dann hat sie auch eine Lösung  $\psi(u)$ , die elliptische Funktion 2.Art ist, d.h.  $\psi(u + 2\omega_j) = \mu_j\psi(u)$ ,  $j = 1, 2$ . Es wird dann die Lamésche DGL  $y'' = (n(n+1)\wp(u) + \beta)y$  in ihrer Weierstraßschen Form betrachtet und zunächst für  $n = 1$  die vollständige Lösung angegeben. Es folgt die Behandlung des allgemeinen Falls und die Herleitung der Laméschen Polynome. Schließlich wird die Herkunft der Laméschen DGL aus der Transformation der Laplace- Gleichung auf elliptische Koordinaten und Separation der Variablen erläutert.

SW: Analysis; Funktionentheorie; elliptische Funktionen; lineare DGL.; Lamésche DGL.; Lamésche Polynome; Laplace-Gleichung

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 356

[Irreduzible Kontinua II] : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. 1927 oder später]. – 8 Bll.

Vgl. auch Fasz. 357.

Inhalt: Referat zu C.Kuratowski „Théorie des continus irréductibles entre deux points.II“, Fundamenta Math. 10 (1927), S.225-275.

SW: Topologie; Zusammenhang; irreduzible Kontinua; Kuratowskische Schichten; kompakte Mengen; halbstetige Spaltung

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 357

[Irreduzible Kontinua I,II] : Referate / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1.Teil: 1922 oder später; 2.Teil:4.7.1927]. – 19 Bll.

Vgl. auch Fasz. 356. Das Ms. ist bogenweise numeriert:1-5, entspr. Bll.1- 19.

Inhalt: Bll.1-9: Referat zu C.Kuratowski „Théorie des continus irréductibles entre deux points.I“, Fundamenta Math. 3 (1922), S.200- 231. Bll.10-19 (mit Datum 4.7.1927): Referat zu C.Kuratowski „Théorie des continus irréductibles entre deux points.II“, Fundamenta Math. 10 (1927), S.225-275.

SW: Topologie; Kontinua; irreduzible Kontinua; Häufungskontinua; reguläre Kontinua; Kuratowskische Schichten; Kohäsionsschichten; Adhäsionsschichten

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 358

$n$ -dimensionale total zusammenhanglose Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1927 oder später]. – 2 Bll.

Am Schluß steht die Bem. „(Prüfungsarbeit von A.Hilgers) Dies ist viel einfacher als Mazurkiewicz, Fund.Math. 10, S.311, wo allerdings  $M$  selbst als  $G_\delta$  konstruiert wird.“ Hausdorff bezieht sich hier auf Mazurkiewicz „Sur les problèmes  $\kappa$  et  $\lambda$  de Urysohn“, Fundamenta Math. 10 (1927), S.311-319. Vermutl.später zugefügt ist der dann folgende Verweis: „Vgl. A.Hilgers, Bemerkung zur Dimensionstheorie, Fund. Math. 28, (1937), p.303-304.“

Inhalt: Es wird im  $n + 1$ -dimensionalen euklidischen Raum eine  $n$ - dimensionale Menge  $M$  konstruiert, die total zusammenhanglos ist, d.h. einpunktige Quasikomponenten hat.

SW: Topologie; euklidische Räume; total zusammenhanglose Mengen; Quasikomponenten

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 359**

[Bemerkung über die Komplemente Suslinscher Mengen in vollständigen separablen Räumen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 und 1930]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309.

Inhalt: In einem vollständigen separablen Raum sind die Komplemente Suslinscher Mengen  $F_I$ -Mengen mit Ausnahme der  $G_\delta$ , die  $F_{II}$ -Mengen sind.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinkomplemente; separable Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 360**

Gruppencharaktere : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1921 und 1930]. – 12 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 309. Das Ms. ist bogenweise numeriert:1-3, entspr. Bl.1-12.

Inhalt: Darstellung einiger Elemente der Theorie nach Kap.XIII von G.A.Miller, H.F.Blichfeldt, L.E.Dickson „Finite Groups“, London 1916, mit einer kritischen Bemerkung.

SW: Algebra; Gruppentheorie; Charaktere; Invarianten; Darstellung von Gruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 361**

Der Picardsche Satz : Vorlesungsmanuskript / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926 oder wenig später]. – 4 Bl.

Einleitend bemerkt Hausdorff: „(Nachtrag zu §6. Vor kurzem ist ein ganz einfacher Beweis angegeben worden; vgl. E.Landau, Der Picard- Schottkysche Satz und die Blochsche Konstante, Preuss.Ak.Ber. 32 (1926), S.467-474).“ Es handelt sich bei vorl. Ms. vermutl. um einen Nachtrag zu §6 (Bl.145-182) der Vorlesung zur Funktionentheorie (Kapsel 9, Fasz. 33).

Inhalt: Picardscher Satz

SW: Analysis; Funktionentheorie; Picardscher Satz

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 362**

[Bemerkungen über lineare Transformationen u. über Abelsche Gruppen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 12 Bl.

G.Bergmann hat die Faszikeln 361-383 in einer Mappe zusammengefaßt mit der Bemerkung „(Zeitlich schwer einzuordnende Gruppe um 1930 [1928-1931]).“

Inhalt: Bll.1-8: Darstellung der Unterdeterminanten eines Matrizenprodukts durch Produktsummen von Unterdeterminanten der Faktoren; Determinantenteiler, Elementarteiler; unimodulare Substitutionen, äquivalente Matrizen; Transformation auf Diagonalgestalt, Äquivalenzkriterium; Matrizen mit unendlich vielen Zeilen, aber endlich vielen Spalten. Bll.8-12: Abelsche Gruppen: Erzeugende, Basis; Gruppen mit endlich vielen Erzeugenden haben endliche Basis; Sätze über Gruppen mit endlicher Basis. (Vgl. auch Fasz. 402, Bll.1-4).

SW: Algebra; lineare Algebra; Gruppentheorie; Elementarteiler; abelsche Gruppen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 363

[Bemerkungen über Abbildungen in Funktionenräumen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Es sei  $E_x$  der Raum der stetigen Funktionen mit der Maximumnorm und  $E_y$  der Raum der stetigen Funktionen mit der  $L^2$ -Norm. Dann ist die Abbildung  $f \rightarrow f$  von  $E_x$  auf  $E_y$  linear und stetig, ihre Umkehrung aber unstetig. Ist ferner  $E_n$  der in  $E_x$  durch  $1, t, \dots, t^n$  erzeugte Unterraum, so ist das  $n$ -te Tschebyscheffsche Polynom  $x_n(t)$  zu  $x(t)$  eindeutige Lösung des Problems  $\|x - y_n\| \rightarrow \min$  ( $y_n$  durchläuft  $E_n$ ). Hausdorff bemerkt, daß  $x_n$  stetige Funktion von  $x$ , aber nicht linear in  $x$  ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Abbildungen in Funktionenräumen; Tschebyscheff-Polynome

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 364

Stern im kompakten Raum  $M$  : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt:  $A \subset M$  sei kompakt,  $T = [0, 1]$ , und der Produktraum  $(A, T)$  lasse sich mittels der stetigen Funktion  $x = \varphi(a, t)$  in  $M$  derart abbilden, daß die Abb. für  $0 < t \leq 1$  schlicht ist mit  $\varphi(a, 1) = a$  und  $\varphi(a, 0) = x_0$  für alle  $a, x_0 \neq \varphi(a, t)$  für  $t > 0$ . Die von  $x$  durchlaufene Punktmenge  $A_0^1$  heißt ein Stern mit dem Mittelpunkt  $x_0$ . Für  $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$  sei  $A_\alpha^\beta$  das Bild von  $(A, [\alpha, \beta])$ ,  $A_\beta = A_\beta^\beta$ . Hausdorff stellt fest, daß für  $0 < \alpha \leq \beta \leq \gamma \leq 1$   $A_\beta$  ein Deformationsretrakt von  $A_\alpha^\gamma$  ist. Danach bricht das Ms. im Satz ab.

SW: Topologie; kompakte Räume; Deformationsretrakte; Sterne

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 365**

[Ein Satz aus der Limitierungstheorie] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Aus  $x_n \rightarrow x$  im Abelschen Sinne folgt für  $\alpha > 0$  auch  $C_\alpha x_n \rightarrow x$  im Abelschen Sinne. Dabei bezeichnet  $C_\alpha$  die Cesàrosche Mittelbildung. Die Umkehrung gilt nicht, wie Hausdorff durch ein Gegenbeispiel bei  $\alpha = 1$  zeigt.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Abel-Verfahren; Cesàro-Verfahren

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 366**

[Zur Lebesgueschen Zahl eines Systems kompakter Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Es wird der Begriff der Lebesgueschen Zahl für ein System endlich vieler kompakter Mengen in einem metrischen Raum  $R$  eingeführt. Es folgen einige Anwendungen für den Fall, daß  $R$  ein von einem euklidischen simplizialen Komplex erzeugter Polyeder ist.

SW: Topologie; algebraische Topologie; metrische Räume; kompakte Mengen; Polyeder; Lebesguesche Zahl

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 367**

[Eine bemerkenswerte Funktion] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Es wird auf  $[0, 1]$  eine Funktion  $f(t)$  konstruiert, die monoton ist und in einer Menge  $G$  vom Maß  $1 - c$ , die dicht in  $[0, 1]$  ist, die Beziehung  $f'(t) = 0$  erfüllt. Sie ist allerdings nicht überall differenzierbar, wohl aber fast überall.

SW: Analysis; reelle Funktionen; monotone Funktionen mit Ableitung 0 auf einer dichten Menge

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 368**

[Charakteristiken einer partiellen DGl.2.Ordnung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Ein an Formel (8), Bl.164 der Vorlesung „Partielle Differentialgleichungen“ (Kapsel 14, Fasz. 47) anknüpfender Versuch über die charakteristischen  $W_1$ , der aber zu keinem Resultat führt.

SW: Analysis; partielle DGl.2.Ordnung; Charakteristiken

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 369

Die Meßbarkeit der Suslinschen Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Sind die Mengen  $M_i, M_{ik}, M_{ikl}, \dots$  meßbar, so auch  $A = \cup_{ikl\dots} M_i M_{ik} M_{ikl} \dots$ .

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; Maßtheorie; Suslinmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 370

[Bemerkungen zum Kompaktheitsbegriff] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362. Mit Rotstift hat Hausdorff (vermutl. später) vermerkt „Überflüssig“.

Inhalt: Hausdorff bezeichnet einen topologischen Raum  $X$  als kompakt, wenn jede abzählbare Überdeckung von  $X$  durch offene Mengen ein endliches Teilsystem enthält, welches  $X$  überdeckt. Er stellt äquivalente Bedingungen auf.

SW: Topologie; kompakte Räume; Trennungsaxiome

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 371

[Elementare Beweise des Primzahlsatzes] : Studie, Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Hausdorff verarbeitet Resultate von Hardy und Littlewood aus „New proofs of the prime-number theorem and similar theorems“, Quaterly Journ. of Pure and Appl. Math. 46 (1915), S.215-219 sowie von E.Landau „Über die Bedeutung einiger neuer Grenzwertsätze der Herren Hardy und Axer“, Prace Math.Fiz.21 (1910), S.97-177, wodurch man z.B.  $\sum_{k=1}^n \mu(k) = o(n)$  erhält, woraus der Primzahlsatz elementar ableitbar ist.

SW: Zahlentheorie; analytische Zahlentheorie; Primzahlsatz; Tauber-Theoreme; Dirichletreihen

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 372

Ein Satz von Borel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362. Die Überschrift ist mit Rotstift eingefügt.

Inhalt: Hausdorff geht von folgendem Satz aus: Sind  $f_n(x) \geq 0$  in  $[a, b]$  integrable Funktionen und ist  $\sum \int_a^b f_n(x) dx$  konvergent, so konvergiert  $\sum f_n$  fast überall. Durch Spezialisierung der  $f_n$  leitet er daraus den Borelschen Satz über die Dualbrüche  $\in (0, 1)$  her, daß nämlich die relative Häufigkeit der Einsen (wie

auch der Nullen) f.ü. gegen  $\frac{1}{2}$  konvergiert. Aus der Konvergenz von  $\sum f_n$  f.ü. folgt i.a. nicht die Konvergenz von  $\sum \int_a^b f_n dx$ . Aus  $f_n \rightarrow 0$  folgt  $\int_a^b f_n(x) dx \rightarrow 0$ , wenn  $f_n$  gleichmäßig beschränkt ist, andernfalls braucht das nicht zu gelten.

SW: Analysis; Integrationstheorie; Wahrscheinlichkeitstheorie;  
Konvergenzsätze; Satz von Borel

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 373

[Die Funktion  $e^{xA}$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt:  $A$  sei eine  $n$ -reihige Matrix,  $x$  eine Variable. Durch die beständig konvergente Reihe  $Y = e^{xA} = E + xA + \frac{x^2}{2!}A^2 + \dots$  wird eine  $n$ -reihige Matrix  $Y$  definiert. Hausdorff zeigt, daß die Elemente  $y_{ik}$  von  $Y$  Funktionen von  $x$  von der Form

$$e^{\xi_1 x} p_1(x) + \dots + e^{\xi_r x} p_r(x)$$

sind, wo  $\xi_1, \dots, \xi_r$  die verschiedenen charakteristischen Wurzeln von  $A$  und die  $p_1(x), \dots, p_r(x)$  Polynome sind. Es werden einige weitere Eigenschaften von  $Y$  (DGL., Funktionalgleichung) betrachtet.

SW: Algebra; Algebren; Matrizenalgebren; Matrixfunktionen;  
Exponentialfunktion

### NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 374

[Spezielle Borelsche Mengensysteme] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt:  $A$  sei ein vollständiger separabler Raum. Dann wird folgender sukzessiver Mengenbildungsprozeß betrachtet:  $P_1(A)$  seien die Suslinschen Mengen,  $Q_1(A) = A - P_1(A)$  deren Komplemente,  $P_2(A)$  seien die in  $A$  liegenden stetigen Bilder der  $Q_1(A)$ ,  $Q_2(A) = A - P_2(A)$  deren Komplemente,  $P_3(A)$  die in  $A$  liegenden stetigen Bilder der  $Q_2(A)$ ,  $Q_3(A)$  deren Komplemente usw.  $P_n, Q_n$  bezeichne dieselben Bildungen für den Baireschen Nullraum  $I$ . Es werden dann eine Reihe von Sätzen bewiesen, z.B.: (1) Es gibt im Produktraum  $C = (A, I)$  ein festes  $U_n = P_n(C)$ , von dem alle  $P_n(A)$  Schnitte mit Geraden  $y = \text{const}$  sind. (2) Es gibt ein  $P_{n+1}(A)$ , das weder ein  $P_n(A)$  noch ein  $Q_n(A)$  ist. (3) Die  $P_n(A), Q_n(A)$  bilden Borelsche Systeme. (4) Die  $P_n(A)$  bilden ein Suslinsches System.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; Suslinmengen;  
Borelsche Systeme; Bairescher Nullraum; Suslinsche Systeme



**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 375**

[Über die Trennung von Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Studie im Anschluß an C.Kuratowski „Sur la séparation d’ensembles situés sur le plan“, Fundamenta Math. 12 (1928), S.214- 239.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Trennungseigenschaften; Kuratowskische Schichten; topologische Kreise

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 376**

[Darstellung eines Maßes als Differenz monotoner additiver Mengenfunktionen] : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362. Das Ms. beginnt mit dem Schluß eines Beweises einer Formel (12), die im Ms. nicht vorhanden ist; es geht um den in der Überschrift genannten Inhalt.

SW: Analysis; Maßtheorie; Variation eines Maßes

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 377**

[Konvergenzmengen; Satz von Borel] : Vorlesungsmanuskript / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362. Das Ms. beginnt folgendermaßen: „§5. Anwendungen. Wir können nur einige Beispiele herausgreifen (zumal, da die Theorie noch nicht beendet ist).“, was darauf hindeutet, daß es vermutl. Teil einer Vorlesung war.

Inhalt: Darstellung der Konvergenzmenge einer Funktionenfolge (vgl. §44 von [45]), dann folgt im wesentlichen der Inhalt, der schon bei Fasz. 372 beschrieben ist.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Integrationstheorie; Konvergenzmengen; Konvergenzsätze; Satz von Borel

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 378**

Konvergenzmenge : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen 1928 und 1931]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Darstellung der Konvergenz- und der Divergenzmenge einer Funktionenfolge (vgl. §44 von [45]); Herleitung zweier notwendiger und hinreichender Kriterien dafür, daß eine Folge reeller Funktionen f.ü. konvergiert.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Konvergenzmengen; Konvergenz f.ü.

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 379**

Kuratowski : Literaturverzeichnis / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1930 oder später]. – 1 Bl.

Inhalt: Überschriften und bibliographische Daten von 7 Arbeiten C.Kuratowskis zur Topologie aus den Jahren 1926-1930.

SW: Topologie

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 380**

[Varia] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Formulierung einer Reihe von Fragen aus verschiedenen Gebieten und stichpunktartige Notizen.

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Topologie; Funktionentheorie; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 381**

Unmittelbare Fortsetzung : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Kurze Notizen zum Problem der unmittelbaren Fortsetzung eines Funktionselements.

SW: Analysis; Funktionentheorie; analytische Fortsetzung

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 382**

[Varia] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt:  $A_1, A_2, \dots$  seien vollständige metrische Räume,  $\xi = (x_1, x_2, \dots)$  Punktfolgen. Hausdorff definiert als Entfernung  $\xi\eta$  das  $\inf_n [x_1y_1 + \dots + x_ny_n + \frac{1}{n}]$ ; dazu einige fragmentarische Rechnungen. Die restlichen Notizen des Blattes scheinen sich auf den Inhalt von Fasz. 374 zu beziehen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Folgenräume; Metrisierung

**NL Hausdorff: Kapsel 34: Fasz. 383**

[Varia] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1928 und 1931]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 362.

Inhalt: Notizen von Themen und Sätzen, vor allem aus der Funktionalanalysis. Die meisten sind (vermutl.später) mit Rotstift durchgestrichen; wahrscheinlich waren es für Hausdorff Gedankenstützen für die Ausarbeitung einer Vorlesung (Kapsel 15, Fasz. 50 (?)), die er nach Ausführung „abhakte“.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Punktmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 384**

[Stetigkeit der Grenzfunktion] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.1.1930. – 2 Bll.

Inhalt: Im Raum  $A$  seien  $f_n(x)$  reelle stetige Funktionen mit  $f_n(x) \rightarrow f(x)$ . Notwendig und hinreichend für Stetigkeit von  $f$  in  $x$  ist, daß  $x$  ein Punkt uniformer Konvergenz ist ([45], S.252). Ist  $A$  kompakt, so ist folgende Bedingung notwendig für die Stetigkeit von  $f$ : Zu  $\epsilon > 0$  und natürlichem  $m$  gilt bei geeignetem  $M \geq m$ :

$$A \subseteq C_m(\epsilon) + C_{m+1}(\epsilon) + \cdots + C_M(\epsilon)(1)$$

mit  $C_k(\epsilon) = \{x; |f_k(x) - f(x)| < \epsilon\}$ . Es wird gezeigt, daß diese Bedingung bei beliebigem Raum  $A$  hinreichend für Stetigkeit von  $f$  ist. Seien  $f_n$  stetige Funktionen in  $A$  mit  $f_n \rightarrow f$ .  $A = \cup A_r$ ,  $A_r$  eine aufsteigende Folge von Mengen, welche (1) erfüllen für jedes  $r$ . Dann ist  $f(x)$  von erster Klasse.

SW: Analysis; reelle Funktionen; stetige Funktionen; Bairesche Klassen

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 385**

Lineare Funktionen : Studien, Referate / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.2.-7.7.1930. – 13 Bll.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 13.2.1930): lineare stetige Funktionale in einem linearen normierten Raum  $R$ , Satz von Hahn-Banach, Beispiele. Bll.5-7 (vom 22.2.1930): Bei Erweiterung des auf  $L \subset R$  definierten linearen Funktionals  $f$  mit der Schranke  $M$  auf  $L_1 = L \cup y$  hat man für  $f(y)$  einen Spielraum  $\lambda \leq f(y) \leq \mu$  mit

$$\lambda = \sup_{x \in L} (f(x) - M \|x - y\|), \mu = \inf_{x \in L} (f(x) + M \|x - y\|).$$

Hausdorff untersucht die Frage, ob  $\lambda = \mu$  oder  $\lambda < \mu$  ist und gibt Beispiele, daß beide Fälle auftreten können. Bll.8-11 (vom 28.2.1930) unter der Überschrift „Konjugierte Räume“: Referat zu J.Schauder „Über lineare, vollstetige Funktionaloperationen“, Studia Math. 2 (1930), S.183-196. Bll.12-13 (vom 7.7.1930) unter der Überschrift „Lineare Funktionen“: Referat zu Schauder „Über die Umkehrung linearer, stetiger Funktionaloperatoren“, Studia Math. 2 (1930), S.1-6.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Funktionale; Satz von Hahn-Banach; konjugierte Räume; lineare Operatoren; Satz von Banach-Schauder; Satz von der stetigen Inversen

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 386**

Das Kugelparadoxon : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.2.1930. – 5 Bll.

Inhalt: Hausdorff gibt für sein Kugelparadoxon einen vereinfachten Beweis (gegenüber dem in [44], S.469-472), welcher sich ausschließlich auf eine Gruppe von Drehungen der Kugel um den Winkel  $\pi$  stützt.

SW: Analysis; Maßtheorie; Kugelparadoxon

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 387**

[Zur Theorie der Suslinschen Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 6.2.1930. – 3 Bll.

Hausdorff verweist auf sein Ms. vom 26.10.1929 (Kapsel 33, Fasz. 304); vgl. auch Kapsel 33, Fasz. 298.

Inhalt:  $X$  sei ein vollständiger separabler Raum,  $Y = (0, 1)$ . Mit  $B$  wird eine Borelmenge im Produktraum  $(X, Y)$  bezeichnet, deren Projektion auf  $X$  schlicht ist, und mit  $B_\sigma$  die Vereinigung disjunkter abzählbar vieler solcher  $B$ . Sei  $S = \sum(x, S_x)$  eine Suslinmenge in  $(X, Y)$ , bei der jedes  $S_x$  isoliert ist. Dann wird gezeigt, daß  $S$  ein  $B_\sigma$  ist.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; Suslinmengen; Borelmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 388**

[Zum Existenzproblem für Maße] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Menton, 6.4.1930. – 1 Bl.

Inhalt: Hausdorff zeigt, daß es bei Voraussetzung der Kontinuumhypothese keine  $\sigma$ -additive Mengenfunktion (außer der trivialen) gibt, die für die sämtlichen Teilmengen eines Kontinuums  $C$  definiert ist und für die einpunktigen Teilmengen verschwindet. Hausdorff verweist auf S.Banach u.C.Kuratowski „Sur une généralisation du problème de la mesure“, Fundamenta Math. 14 (1929), S.127-131.

SW: Analysis; Maßtheorie; Existenzproblem für Maße; Kontinuumhypothese

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 389**

[Ein Satz über Dirichletreihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.6.1930. – 1 Bl.

Hausdorff kommentiert den gegebenen Beweis mit der Bemerkung „(Dem Beweis von Karamatu für den H.-L.-Satz nachgebildet).“ Er bemerkt ferner, daß für die Primzahltheorie der Satz noch zu schwach ist.

Inhalt: Sei  $f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s}$  eine Dirichletreihe ( $a_n, s$  reell). Wenn sie die Konvergenzabszisse 1 hat und für  $s \rightarrow 1$   $(s-1)f(s) \rightarrow \lambda$  konvergiert, so gilt, falls  $a_n$  einseitig beschränkt ist,  $\lim_m \frac{1}{\log m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = \lambda$ .

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Dirichletreihen

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 390

Die Fundamentalgruppe : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.6.1930. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-11.

Inhalt: Bll.1-5: Ecken eines Komplexes als Variable mit Graßmannscher Multiplikation; Polynome in den Ecken; Wege; Ableitungsoperation (Randoperator), Syzygien; Polynome eines Komplexes (Ketten), Homologie; Fundamentalgruppe  $F_x$  in einer Ecke  $x$ , definiert über Kantenwege (Hausdorff fragt „Ist  $F_x$  das, was man üblicherweise darunter versteht?“; Fundamentalgruppe eines zusammenhängenden Komplexes. Bll.6- 11: Hausdorff verallgemeinert den Begriff des Kantenweges mit Anfangspunkt  $x_0$  und Endpunkt  $x_n$  zum Begriff der Serie mit Anfangspunkten  $x_0, \dots, x_{n-2}$  und Endpunkten  $x_{m+1}, \dots, x_{m+n-1}$ :

$$S(\epsilon)_{x_0 \dots x_{n-2}}^{x_{m+1} \dots x_{m+n-1}} = \sum_{i=1}^m (-1)^{ni} \epsilon x_i x_{i+1} \dots x_{i+n-1},$$

$\epsilon = \pm 1, n \geq 2$ , „was bisher noch nicht geschehen zu sein scheint“. (Bl.6). Definition der Addition  $S + S_1$  für Serien, bei der die Endpunkte der einen die Anfangspunkte der anderen sind; geschlossene Serien, Fundamentalgruppen  $F_{x_0 \dots x_{n-2}}$ . Hausdorff formuliert nun eine Reihe von Problemen, insbesondere führt der Mangel, daß die zweiten Ableitungen nicht 0 zu sein brauchen, zur Untersuchung von Syzygien.  $F_{x_0 \dots x_{n-2}}$  und  $F_{y_0 \dots y_{n-2}}$  stellen sich als isomorph heraus, wenn sich  $x_0, \dots, x_{n-2}$  und  $y_0, \dots, y_{n-2}$  durch eine Serie verbinden lassen. Die Frage, was mit den Gruppen  $F_{x_0 \dots x_{n-2}}$  bei Unterteilung des Komplexes passiert, bleibt offen.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Kantenwege; Fundamentalgruppe; Serien; Syzygien

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 391

Die Fundamentalgruppe eines abstrakten Komplexes : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 23.-29.6.1930. – 16 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-15. Bl.16 enthält Notizen zum Thema, die im Haupttext eingearbeitet sind.

Inhalt: Überarbeitete Version von Fasz. 390. Einige weitere Betrachtungen über Serien (Bll.13-15, datiert vom 29.6.1930) beginnen mit der Bemerkung „Das alles bedarf erheblicher Umänderung“.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Kantenwege; Fundamentalgruppe; Serien; Syzygien

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 392**

[Spezielle Punktfolgen in kompakten Räumen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.8.1930. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff beweist folgenden Satz: In einem kompakten metrischen Raum  $E$  sei  $x_n$  eine Punktfolge mit  $d(x_n, x_{n+1}) \rightarrow 0$ . Dann ist die Menge  $F$  ihrer Häufungspunkte zusammenhängend. Als Beispiel einer solchen Punktfolge können die Cesàro-Mittel  $C_\alpha a_n$  einer beschränkten Zahlenfolge  $a_n$  für  $\alpha > 0$  dienen.

SW: Analysis; Topologie; metrische Räume; kompakte Räume; Zusammenhang; Cesàro-Mittel

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 393**

Halbkompakte Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.8.1930. 2 Bll.

Inhalt:  $E$  heißt halbkompakt, wenn  $E$  Vereinigung einer aufsteigenden Folge  $K_1 \subset K_2 \subset \dots$  kompakter Mengen  $K_n$  ist. Insbesondere sind separable lokalkompakte Räume halbkompakt. Die Behauptung „Aus halbkompakt folgt lokalkompakt“ gilt i.a. nicht; sie gilt aber, wenn man verlangt, daß jede kompakte Menge in einer der  $K_n$  enthalten ist.

SW: Topologie; lokalkompakte Räume; halbkompakte Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 394**

[Die Eigenschaft D] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Bürgenstock, 3.9.1930. – 1 Bl.

Inhalt: Eine Menge  $A$  im Raum  $E$  hat die Eigenschaft D (nach Denjoy), wenn sich zu jedem  $x \in A$  eine Umgebung  $U_x$  so angeben läßt, daß für paarweise verschiedene  $x_1, x_2, \dots$  der Durchschnitt aller  $U_{x_i}$  stets leer ist. Ist  $E$  separabel, so hat jede separierte Menge die Eigenschaft D. Ist  $E$  vollständig, so ist jede Menge von der Eigenschaft D separiert. Ist  $E$  nicht vollständig, gilt das nicht.

SW: Topologie; separable Räume; vollständige Räume; Mengen der Eigenschaft D; separierte Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 395**

Zum Pflastersatz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.11.1930. – 4 Bll.

Inhalt: Die Ebene läßt sich mit abgeschlossenen Quadratflächen von der Seite 1 so bedecken, daß höchstens drei Quadrate einen Punkt gemeinsam haben. Hausdorff zeigt, daß sich der  $n$ -dimensionale euklidische Raum mit abgeschlossenen  $n$ -dimensionalen Würfeln von der Seite 1 so bedecken läßt, daß höchstens  $n + 1$  Würfel einen Punkt gemeinsam haben.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; euklidische Räume; Pflasterdimension

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 396**

Lineare Räume : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], Dezember 1930. – 6 Bll.

Inhalt: Bll.1-2: Studie zu S.Banach „Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales“, Fundamenta Math. 3 (1922), S.133-181 mit Vereinfachung eines Beweises. Bll.3-4: Sei  $x \in l^p$  und  $y = Ax$  eine lineare Transformation des  $l^p$  auf eine Teilmenge des  $l^p$  :  $y_i = \sum a_{ik}x_k$  (es muß mit  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  ( $\sum_k |a_{ik}|^q$ ) $^{\frac{1}{q}}$  für jedes  $i$  existieren). Hausdorff zeigt, daß aus der bloßen Tatsache, daß  $y = Ax$  für jedes  $x \in l^p$  wieder ein  $y \in l^p$  liefert, die Beschränktheit des Operators  $A$  folgt. Bll.5-6: Hausdorff macht einen Versuch, die Relation  $\| \alpha x \| = | \alpha | \| x \|$  zu verallgemeinern, z.B. zu  $\| \alpha x \| = | \alpha |^\lambda \| x \|$ ; dann heißt es: „Es dürfte wenig Zweck haben, die Relation  $| \alpha x | = | \alpha | \| x |$  preiszugeben (J.Schauder).“

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume; lineare Operatoren; Normaxiome

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 397**

[Kompakte konvexe Mengen des Euklidischen Raumes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.12.1930. – 2 Bll.

Inhalt: Ein von  $n+1$  linear unabhängigen Punkten in einem linearen Raum aufgespannter Teilraum ist zum  $R_n$  homöomorph. Eine kompakte konvexe Menge des  $R_n$ , die innere Punkte hat, ist der  $n$ -dimensionalen Vollkugel homöomorph. Für eine kompakte konvexe Menge  $K$  des  $R_n$  gilt der Fixpunktsatz, d.h. bei stetiger Abbildung  $x' = f(x)$  von  $K$  auf  $K' \subseteq K$  gibt es ein  $x$  mit  $x = f(x)$ .

SW: Topologie; lineare Räume; euklidische Räume; kompakte konvexe Mengen; Fixpunktsatz

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 398**

[Schauderscher Fixpunktsatz] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.12.1930. – 3 Bll.

Inhalt: Studie zu J.Schauder „Der Fixpunktsatz in Funktionalräumen“, Studia Math. 2 (1930), S.171-180.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Banachräume; Schauderscher Fixpunktsatz

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 399**

Beispiele konjugierter Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.12.1930. – 1 Bl.

Hausdorff zeigt, daß der zu  $l^\infty$  konjugierte Raum der  $l^1$  ist; ferner daß  $l^\infty$  nicht reflexiv ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Folgenräume; konjugierte Räume; reflexive Räume



### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 400

[Sätze über lineare Räume] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.-12.1.1931. – 16 Bll.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 5.1.1931): Notwendig und hinreichend dafür, daß der im Banachraum  $E_x$  lineare stetige Operator  $A$  den Raum  $E_x$  auf einen vollständigen Raum  $E_y$  injektiv abbildet, ist die Beschränktheit nach unten:  $\| Ax \| \geq m \| x \|$ ,  $m > 0$ . Bll.3-6 (vom 6.1.1931): Überlegungen zum Problem, den Fortsetzungssatz von Hahn-Banach für lineare Funktionale  $f(x)$  auf den Fall auszudehnen, daß  $f(x)$  in einem Banachraum liegt; um hier schrittweise die Abbildung erweitern zu können, macht Hausdorff eine Annahme (A), deren Erfüllbarkeit offenbleibt. Bll.7-10 (vom 10.1.1931): In einem linearen Raum  $E$  seien  $a_1, a_2, \dots$  abzählbar viele linear unabhängige Punkte,  $L_n$  der von  $a_1, \dots, a_n$  aufgespannte Teilraum und  $L = \cup_n L_n$ . Dann ist jedes  $x \in L$  auf eindeutige Weise als  $x = \sum \xi_i a_i$  mit nur endlich vielen  $\xi_i \neq 0$  darstellbar; die  $\xi_i$  sind lineare Funktionale von  $x$ , aber nicht notwendig stetig. Hausdorff zeigt, daß es möglich ist, statt der  $a_i$  neue Punkte  $b_k$  einzuführen, so daß  $L_n$  von  $b_1, \dots, b_n$  aufgespannt wird, jedes  $x \in L$  eindeutig als  $\sum \eta_k b_k$  mit nur endlich vielen  $\eta_k \neq 0$  dargestellt werden kann und die  $\eta_k$  im Raum  $E$  stetige lineare Funktionale sind. Bll.11-12 (vom 11.1.1931) unter der Überschrift „Homöomorphie der Räume  $R_p$ “: Es wird gezeigt, daß  $l^p$  ( $p > 1$ ) und  $l^1$  homöomorph sind. Bll.13-16 (vom 12.1.1931) unter der Überschrift „Matrizenraum“: Es wird im linearen Raum der Matrizen fester Gestalt eine Norm definiert und im Raum der  $(2, 2)$ -Matrizen die Gültigkeit der o.g. Annahme (A) untersucht.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume; Banachräume; lineare Operatoren; Satz von Hahn-Banach; Folgenräume; Matrizenräume

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 401

Euklidische Komplexe : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.1.1931 [und früher]. – 32 Bll.

Es handelt sich um eine Ausarbeitung zur Einführung in die algebraische Topologie von 7 Bogen mit einem weiteren Bogen 7\*, dieser ist auf den 14.1.1931 datiert. Auf Bl.32 finden sich kritische Bemerkungen zu Stellen in Lefschetz' Buch „Topology“, 1930 und zu ähnlichen Fehlern in einer Arbeit von Alexander in Transactions Amer. Math. Soc. 28, S.301-329. Später hat Hausdorff folgenden Kommentar hinzugefügt: „Meine Einwände (an Alexandroff mitgeteilt 14.1.31) haben den Erfolg gehabt, daß Alexander und Lefschetz die Sache überlegt haben. Vgl. A.W.Tucker, Modular homology characters, Proc.Nat.Ac.of Sc. 18 (1931), S.471, Anm.4.“

Inhalt: Euklidische Simplexe; Simpliciale Komplexe; abstrakte Komplexe; Ketten; Randoperation; Ränder; Homologie; Homologiegruppen eines Komplexes; Bettische Zahlen; Torsionskoeffizienten; Euler-Charakteristik; Kongruenzen

mod  $m$ , Zyklen mod  $m$ , Homologiegruppen mod  $m$ , Bettische Zahlen mod  $m$ ; der Fall  $m$  ist Primzahl; der Fall  $m = 2$  (Zusammenhangszahlen).

SW: Topologie; algebraische Topologie; abstrakte Komplexe; Homologiegruppen; Homologiegruppen mod  $m$ ; Zusammenhang

### **NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 402**

[Operationen mit Komplexen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.1.1931. – 16 Bll.

Inhalt: Struktur abelscher Gruppen mit endlicher Basis; Anwendung auf die Homologiegruppen; Homologiegruppen mod  $p$ ,  $p$  Primzahl; Kritik des Vorgehens von Alexander und Lefschetz (vgl. Fasz. 401). Bll.5-8 unter der Überschrift „Summe und Durchschnitt von zwei Komplexen“: Es wird ein Zusammenhang zwischen den Homologiegruppen zweier Komplexe sowie denen ihrer Summe und ihres Durchschnitts hergestellt (mit Verweis auf W.Mayer „Über abstrakte Topologie“, Monatshefte f.Math.und Physik 36 (1929), S.1-42, und L.Vietoris „Über die Homologiegruppen der Vereinigung zweier Komplexe“, Monatshefte f.Math.und Physik 37 (1930), S.159-162). Bll.9-16 unter der Überschrift „Das Produkt zweier Komplexe“: Definition des Produktes  $(\Phi, \Psi)$  zweier abstrakter Komplexe  $\Phi, \Psi$  und Beweis des Satzes: Bedeuten  $[\Phi], [\Psi]$  den abstrakten Komplexen zugeordnete Euklidische Komplexe, so ist dem Produkt  $(\Phi, \Psi)$  ein Euklidischer Komplex zugeordnet, der mit dem mengentheoretischen Produkt von  $[\Phi], [\Psi]$  homöomorph ist:  $[(\Phi, \Psi)] \approx ([\Phi], [\Psi])$ .

SW: Topologie; Algebra; algebraische Topologie; abelsche Gruppen; Homologiegruppen; Homologiegruppen mod  $p$ ; abstrakte Komplexe

### **NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 403**

[Zum Satz von Hahn-Banach] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.1.1931. – 15 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-15. Eingangs verweist Hausdorff auf H.Hahn „Über lineare Gleichungssysteme in linearen Räumen“, Journal für die reine und angewandte Math. 157 (1927), S.214- 229. Beim Beweis des Hahn-Banachschen Fortsetzungssatzes notiert Hausdorff: „Beweis von  $(\beta)$  (Helly, Hahn, Banach, ich).“(Bl.2)

Inhalt: Satz von Hahn-Banach; Spezialfälle; dualer Raum, Reflexivität; Anwendung auf die Untersuchung der Lösbarkeit von  $ux = cu$ , wo  $cu$  ein reelles beschränktes lineares Funktional auf einer linearen Menge des dualen Raumes ist; lineare beschränkte Operatoren; Erweiterung eines auf einer linearen Menge  $A$  gegebenen Operators auf die abgeschlossene Hülle von  $A$ , falls der Bildraum vollständig ist; Hilfssätze über lineare Räume (nach F.Riesz „Über lineare Funktionalgleichungen“, Acta Math. 41 (1918), S.71-98); vollstetige Operatoren; Sätze: (1) Ist der vollstetige Operator  $T$  auf einer linearen Menge  $A \subseteq R$  definiert und bildet  $A$  in  $R$  ab, so ist mit  $A$  auch  $C = (I - T)(A)$  vollständig;

(2) Ist  $T : R \rightarrow R$  vollstetig,  $S = I - T : R \rightarrow R_1 \subseteq R$ . Aus  $R_1 = R$  folgt  $S$  ist injektiv; umgekehrt, wenn die Abb.  $S$  injektiv und  $R$  vollständig ist, dann ist  $R_1 = R$ ; Lösbarkeitsverhalten von  $(u - Tu)x = uc$ ,  $T$  vollstetiger Operator auf dem dualen Raum.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Funktionale; lineare Operatoren;  
Satz von Hahn-Banach; reflexive Räume; vollstetige Operatoren

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 404

Auflösung linearer Gleichungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn],  
19.1.-23.1.1931. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:I-III, entspr. Bll.1-11. Bll.8-11 (vom 23.1.1931) beginnen mit der Bemerkung „Der Beweis, daß  $F_x, F_v$  [s.u.] von derselben Dimension sind, läßt sich noch vereinfachen“, diese Bll. sind durchgestrichen.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 19.1.1931): Seien  $E_x, E_y$  lineare normierte Räume,  $E_u, E_v$  die zugehörigen dualen Räume,  $T : E_x \rightarrow E_y$  ein stetiger linearer Operator,  $S : E_v \rightarrow E_u$  der zugehörige duale Operator, so werden mittels der Kerne  $F_x$  von  $T$  und  $F_v$  von  $S$  Bedingungen für die normale Auflösbarkeit von  $y = Tx$  und  $u = Sv$  angegeben. Es erfolgt eine Anwendung auf den Fall  $E_x = E_y, E_u = E_v, T = I - A, A$  vollstetig; in diesem Fall wird noch gezeigt (Bll.5-7 vom 21.1.1931), daß die Kerne  $F_x, F_v$  die gleiche endliche Dimension haben.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Operatoren; duale Operatoren;  
vollstetige Operatoren; normale Auflösbarkeit

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 405

Lineare Transformationen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn],  
19.1.1931. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:I-II, entspr. Bll.1-6. Die Studie bezieht sich auf F.Riesz „Über lineare Funktionalgleichungen“, Acta Math. 41 (1918), S.71-98.

Inhalt: Ist  $T$  ein vollstetiger Operator in einem Banachraum, so sind die Bildkettenlänge  $\nu$  und die Nullkettenlänge  $\mu$  von  $S = I - T$  endliche Zahlen; es gilt  $\mu = \nu$  und  $I - T$  ist injektiv genau dann, wenn  $\mu = \nu = 0$  ist. Zu  $S_\lambda = I - \lambda T$  gehört ein  $\nu_\lambda$ ;  $\lambda$  heißt Eigenwert, falls  $\nu_\lambda > 0$ . Die zu verschiedenen Eigenwerten gehörenden Eigenelemente sind linear unabhängig; die Eigenwerte bilden eine unbeschränkt wachsende Folge.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; vollstetige Operatoren; Bildketten;  
Nullketten; Eigenwerte

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 406

Räume  $R | F$  : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], 21.1-27.2.1931. – 13 Bll.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 21.1.1931) unter der Überschrift „Räume  $R | F$ “:  $R$  ein Banachraum,  $F \subseteq R$  eine abgeschlossene lineare Menge: Es wird  $R | F$  und seine Norm definiert. Für den Fall, daß  $F$  der Kern eines stetigen linearen Operators ist, werden die Kriterien für normale Auflösbarkeit aus Fasz. 404 neu formuliert. Bll.5-8 (vom 18.2.1931) unter der Überschrift „Lineare Räume“: schwache und starke Konvergenz; Beschränktheit der Folge  $x_n$  als notwendige Bedingung für schwache Konvergenz; eine hinreichende Bedingung für schwache Konvergenz; offene Fragen, z.B.: Ist eine vollstetige Abb. eine solche, die jede schwach konvergente Folge in eine stark konvergente verwandelt und umgekehrt? (Bl.8r). Bl.9 (vom 22.2.1931): Ist  $F \subseteq E$  linear und in  $E$  abgeschlossen, so ist mit  $E$  auch  $E | F$  vollständig. Bll.11-12 (undatiert): Hausdorff notiert stichpunktartig 20 Beispiele linearer normierter Räume (nach H.Hahn „Über Folgen linearer Operationen“, Monatshefte f.Math.und Physik 32 (1922), S.3-88). Bll.12-13 (vom 27.2.1931): Ein linearer normierter Raum  $L$ , der in seiner vollständigen Hülle  $E$  ein  $G_\delta$  ist, ist mit  $E$  identisch bzw. ein linearer normierter Raum, der mit einem vollständigen Raum homöomorph ist, ist vollständig.

SW: Analysis; Topologie; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; Quotientenräume; normale Auflösbarkeit; schwache Konvergenz; starke Konvergenz; vollständige Räume

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 407

[Topologisch vollständige Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.1.-5.2.1931. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Eingangs verweist Hausdorff auf sein Ms. vom 28.10.1926 (Kapsel 33, Fasz. 265), wo eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür angegeben ist, daß ein topologischer Raum topologisch vollständig ist.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen: Ist  $y = \varphi(x)$  eine stetige Abbildung des Raumes  $A$  auf den Raum  $B = \varphi(A)$ , bei der jede in  $A$  offene Menge ein in  $B$  offenes Bild hat, so ist mit  $A$  auch  $B$  topologisch vollständig. In einer Notiz vom 5.2.1931 (Bl.8) bemerkt Hausdorff, daß für eine beliebige (in beiden Richtungen mehrdeutige) Abb. zwischen  $A$  und  $B$ , bei der jede in  $A$  offene Menge ein in  $B$  offenes Bild und jede in  $B$  offene Menge ein in  $A$  offenes Urbild hat, mit  $A$  der Raum  $B$  nicht mehr topologisch vollständig zu sein braucht.

SW: Topologie; vollständige Räume; offene Abbildungen; mehrdeutige Abbildungen

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 408

Die Bairesche Bedingung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.3.1931. – 16 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-16. Eingang wird auf C.Kuratowski „La propriété de Baire dans les espaces metriques“, Fundamenta Math. 16 (1930), S.390-394, verwiesen.

Inhalt: Bll.1-5: Begriffe Diskrepanz (symmetrische Differenz), Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie in  $E$  ( $E$  etwa metrischer Raum),  $\beta$ -Menge; notwendige und hinreichende Bedingungen, daß eine Menge eine  $\beta$ -Menge ist; Begriff der  $\beta$ -Funktion; genau dann ist eine charakteristische Funktion eine  $\beta$ -Funktion, wenn die zugehörige Menge  $\beta$ -Menge ist. Bll.5-7:  $A$  heißt im Punkt  $x$  von erster Kategorie, wenn es eine Umgebung  $U_x$  gibt, so daß  $A \cap U_x$  eine Menge erster Kategorie in  $E$  ist. Mit Verweis auf S.Banach „Théorème sur les ensembles de première catégorie“, Fundamenta Math. 16 (1930), S.395-398, wird gezeigt, daß die Menge der Punkte von  $A$ , wo  $A$  von erster Kategorie ist, selbst eine Menge von erster Kategorie in  $E$  ist. Bll.7-8 (mit Verweis auf G.Steinbach „Beiträge zur Mengenlehre“, Diss. Bonn 1930): weitere hinreichende und notwendige Bedingungen dafür, daß eine Menge  $\beta$ -Menge ist. Bll.9-11: Beweis, daß die  $\beta$ -Mengen ein Suslinsches System bilden (mit Verweis auf O.Nikodym „Sur une propriété de l'opération A“, Fundamenta Math. 7 (1925), S.149-154, wo das für separable Räume gezeigt ist). Bll.12-16: Mengen mit Bairescher Bedingung (B-Mengen von  $E$ ); B-Mengen bilden ein Suslinsches System; Beispiel einer Menge, die keine  $\beta$ -Menge ist; Vereinfachung des o.g.Beweises von Banach.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; reelle Funktionen; Mengen erster Kategorie;  $\beta$ -Mengen;  $\beta$ -Funktionen; Suslinsche Systeme; Bairesche Bedingung; B-Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 409

[Mengen erster Kategorie u.a.] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Gundersheim a.Neckar, 21.3.-6.4.1931. – 13 Bll.

Das Ms. ist beidseitig auf A-4 geschrieben. Bll.5-13 (unter der Überschrift „Mengen erster Kategorie“) stellen ein zusammenhängendes Ms. dar, von Hausdorff seitenweise paginiert: S.1-16. Bl.5r enthält Teile eines privaten Briefes an Hausdorff.

Inhalt: Bl.1 (vom 21.3.1931): Verallgemeinerung eines Satzes von Lusin mit zwei Ergänzungen. Hausdorffs Satz lautet: Ist  $y = \varphi(x)$  eine stetige Abbildung des vollständigen separablen Raumes  $A$  auf den Raum  $B$  (der eine Suslinmenge in einem vollständigen separablen Raum ist).  $F(y)$  sei das Urbild von  $y \in B$ ,  $F_\alpha(y)$  die  $\alpha$ -te Ableitung von  $F(y)$ , wobei  $\alpha$  die erste und zweite Zahlklasse durchläuft. Wenn es für beliebig großes  $\alpha$  stets ein  $y_\alpha$  mit  $F_\alpha(y_\alpha) \neq \emptyset$  gibt, so hat mindestens ein  $F(y)$  die Mächtigkeit des Kontinuums. Bl.2 (vom 1.4.1931) unter der Überschrift „Satz über Suslinsche Mengen (vgl. Steinbach)“: Der Raum  $X$  sei

separabel und vollständig, der Raum  $Y$  beliebig.  $C$  sei eine Suslinmenge im Produktraum  $(X, Y)$ , deren Projektion auf  $X$  in  $X$  suslinsch ist. Dann ist auch ihre Projektion auf  $Y$  in  $Y$  suslinsch. (Der Verweis auf Steinbach betrifft G. Steinbach „Beiträge zur Mengenlehre“, Diss. Bonn 1930). Bll.3-4 (vom 6.4.1931): Es wird ein vom Lusinschen verschiedener Beweis des folgenden Satzes gegeben:  $X, Y$  seien separable vollständige Räume. In  $Z = (X, Y)$  sei  $C$  eine Suslinsche Menge, die von jeder der Mengen  $(X, y)$ ,  $y \in Y$  in höchstens abzählbar vielen Punkten geschnitten wird. Dann existiert eine Borelmenge  $C' \supseteq C$ , die auch noch von jedem  $(X, y)$  in höchstens abzählbar vielen Punkten geschnitten wird. Bll.5-13 (undatiert) unter der Überschrift „Mengen erster Kategorie“: Definition von „ $A$  in  $E$  nirgends dicht“; Sätze über nirgends dichte Mengen; Mengen erster und zweiter Kategorie in  $E$  (Bezeichnung:  $E_I, E_{II}$ ); Sätze über  $E_I$  und  $E_{II}$ ; Def. von „ $A \subseteq E$  ist in  $x$  ein  $E_I$ “; Satz von Banach, daß die Menge der Punkte von  $A$ , in denen  $A$  ein  $E_I$  ist, selbst ein  $E_I$  ist (vgl. Fasz. 408); Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie,  $\beta$ -Mengen; Bairesche Bedingung,  $B$ -Mengen; Funktionen auf metrischen Räumen; Charakterisierung der Menge der Stetigkeitspunkte;  $\alpha$ - und  $\beta$ -Funktionen; Beispiele; charakteristische Funktion von  $A$  ist  $\beta$ -Funktion genau dann, wenn  $A$   $\beta$ -Menge ist; uniforme Konvergenz; ein Punkt  $a$ , der Stetigkeitspunkt aller  $f_n(x)$  ist, ist genau dann Stetigkeitspunkt von  $\lim f_n$ , wenn er Punkt uniformer Konvergenz ist; Limes einer konvergenten Folge stetiger Funktionen ist eine  $\alpha$ -Funktion; Limes einer konvergenten Folge von  $\beta$ -Funktionen ist eine  $\beta$ -Funktion, d.h. die Baireschen Funktionen sind alle  $\beta$ -Funktionen, die erster Klasse sind noch  $\alpha$ -Funktionen; Beispiele;  $A$ -Funktionen und  $B$ -Funktionen,  $\alpha$ -Mengen; jede  $\beta$ -Funktion ist Limes einer Folge von  $\alpha$ -Funktionen; Darstellung von  $\beta$ -Mengen durch  $\alpha$ -Mengen; Verallgemeinerung des Zusammenhangs zwischen  $\alpha$ - und  $\beta$ -Mengen einerseits und  $\alpha$ - und  $\beta$ -Funktionen andererseits.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; reelle Funktionen; Suslinmengen; Mengen erster Kategorie;  $\alpha$ -Mengen;  $\beta$ -Mengen;  $\alpha$ -Funktionen;  $\beta$ -Funktionen; Bairesche Bedingung; Bairesche Klassifikation; uniforme Konvergenz

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 410

Folgerungen aus dem Fixpunktsatz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.6.1931. – 2 Bll.

Inhalt: Sei  $V_n$  die  $n$ -dimensionale Vollkugel,  $K_n$  ihre Oberfläche. Dann werden Folgerungen aus dem Brouwerschen Fixpunktsatz gezogen, z.B.: Bei einer stetigen Abbildung von  $V_n$  auf  $K_n$  können nicht alle Punkte von  $K_n$  Fixpunkte sein; bei einer stetigen Abbildung von  $K_n$  in sich gibt es mindestens einen Punkt  $x$  mit  $y = -x$ ; bei einer stetigen Abbildung von  $K_n$  auf einen Teil von  $K_n$  durchläuft  $\|y - x\|$  das ganze Intervall  $[0, 2]$ .

SW: Topologie; Funktionalanalysis; Brouwerscher Fixpunktsatz

### **NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 411**

Über Schnitte der  $n$ -dimensionalen Euklidischen Räume : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.6.1931. – 14 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:1-4, entspr. Bll.1-14. Es trägt den Vermerk „(Ms., mir von Blumenthal zur Begutachtung gesandt, eing.15.6.31)“.

Inhalt: Referat zu K.Borsuk „Über Schnitte der  $n$ -dimensionalen Euklidischen Räume“, Math.Ann.106 (1932), S.239-248.

SW: Topologie; algebraische Topologie; euklidische Räume; Erweiterung stetiger Abbildungen; simpliziale Approximation; Zerschneidung euklidischer Räume; Zusammenhang

### **NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 412**

Lineare Räume hinsichtlich der Kategorie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.6.1931. – 5 Bll.

Inhalt: Ein linearer normierter Raum mit abzählbarer Basis ist in sich von erster Kategorie. Lineare stetige Bilder vollständiger linearer Räume sind entweder vollständig oder in sich von erster Kategorie. Hieran schließt Hausdorff die Bemerkung an „Merkwürdigerweise sind alle Beispiele von linearen Räumen, die sich auf natürlichem Wege darbieten, entweder vollständig oder in sich von erster Kategorie“(Bl.5). Es gibt lineare Räume, die unvollständig und in sich von 2.Kategorie sind. Jeder unendlichdimensionale lineare normierte Raum ist injektives lineares stetiges Bild eines Raumes, der in sich von erster Kategorie ist.

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; vollständige Räume; Räume von erster Kategorie in sich

### **NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 413**

Vollstetige Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1.7. u.10.7.1931]. – 4 Bll.

Die Faszikeln 413-417 sind nicht datiert. Sie lagen zwischen Fasz. 412 (vom 30.6.1931) und Fasz. 418 (vom 11.7.1931); G.Bergmann vermutete deshalb eine Entstehungszeit zwischen dem 1. und 10.7.1931.

Inhalt: Im Raum der stetigen linearen Operatoren bilden die vollstetigen Operatoren einen linearen abgeschlossenen Teilraum. Hausdorff betrachtet die schwache Konvergenz in  $l^p$  und zeigt, daß ein vollstetiger Operator von  $l^p$  in sich jede schwach konvergente Folge in eine stark konvergente verwandelt. Er stellt dann Operatoren von  $l^p$  in sich als Matrizen dar; sei  $T_n$  die linke obere  $n \times n$ -Teilmatrix einer solchen unendlichen Matrix  $T$ , so wird gezeigt, daß  $T$  genau dann vollstetig ist, wenn  $T_n \rightarrow T$  gilt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; Folgenräume; vollstetige Operatoren

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 414**

[Direkte Summe linearer Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1.7. u.10.7.1931]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 413.

Inhalt: Definition der direkten Summe zweier linearer normierter Räume, einfache Eigenschaften; Beispiel.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; direkte Summe linearer Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 415**

[Bemerkungen zu Orthonormalsystemen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1.7. u.10.7.1931]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 413.

Inhalt: Bl.1: Diskussion zweier Fragen um Hilberts Begriff der Abgeschlossenheit eines Orthonormalsystems. Bl.2: Rechnungen ohne Text.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Orthonormalsysteme; Hilberträume

**NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 416**

Tschebyscheffsche Näherungspolynome : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1.7. u.10.7.1931]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 413.

Inhalt: Hausdorff betrachtet die Tschebyscheff-Approximation für eine stetige komplexe Funktion  $f(z)$  auf einer kompakten Menge  $A$  der  $z$ -Ebene durch Polynome  $n$ -ten Grades und zeigt: Das Minimalpolynom  $f_n(z)$  erfüllt an  $n + 2$  Stellen von  $A$  die Gleichung

$$| f(z) - f_n(z) | = \min_A | f(z) - f_n(z) |;$$

daraus folgt die Eindeutigkeit des Minimalpolynoms gegebenen Grades. Es folgt eine Bemerkung zur Verallgemeinerung des Problems auf lineare metrische Räume.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Tschebyscheff-Approximation; lineare metrische Räume



### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 417

[Normale Auflösbarkeit] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. zwischen 1.7. u.10.7.1931]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 413.

Inhalt: Im dualen Raum von  $C[a, b]$  bilden die stetigen Funktionen keine dichte Menge. Deshalb ist die Theorie der Integralgleichungen 2. Art mit stetigem Kern im  $L^2$  zu behandeln, um die übliche Theorie der normalen Auflösbarkeit zu haben.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Integralgleichungen; normale Auflösbarkeit; Satz von Hahn-Banach

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 418

Der Hilbertsche Raum : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.7.1931. – 7 Bll.

Inhalt: Theorie des  $l^2$ ;  $l^2$  als direkte Summe zweier orthogonaler Teilräume, orthogonale Projektion; Erweiterung linearer stetiger Abbildungen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Hilberträume; Folgenräume

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 419

[Schwache Abgeschlossenheit] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.7.-19.7.1931. – 4 Bll.

Inhalt: Definition der schwachen Abgeschlossenheit einer Menge in einem linearen normierten Raum; eine abgeschlossene Kugel ist schwach abgeschlossen, aber nicht jede beschränkte schwach abgeschlossene Menge ist als Durchschnitt beliebig vieler endlicher Vereinigungen von abgeschlossenen Kugeln darstellbar; in  $l^p$ ,  $p > 1$  und in  $l^\infty$  ist die Menge der Einheitspunkte  $e_k = (0, 0, \dots, 1, 0, \dots)$  zwar abgeschlossen, aber nicht schwach abgeschlossen; in  $l^1$  ist diese Menge schwach abgeschlossen; Durchschnitte von Halbräumen sind schwach abgeschlossen, Konstruktion schwach abgeschlossener konvexer Mengen, die eine gegebene beschränkte Menge  $A$  enthalten.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; schwache Abgeschlossenheit

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 420

[Kugeln in Folgenräumen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.7.1931. – 2 Bll.

Inhalt:  $e_k = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots)$  seien die Einheitspunkte in den Folgenräumen  $l^p$ , ( $p \geq 1$ ) bzw  $l^\infty$ . Dann wird gezeigt: (1) in  $l^1$  enthält jede Kugel, die unendlich viele  $e_k$  enthält, die ganze Einheitskugel; (2) in  $l^p$  ( $p > 1$ ) enthält jede Kugel, die unendlich viele  $e_k$  enthält, den Nullpunkt als inneren Punkt; (3) in  $l^\infty$  enthält

jede Kugel, die mindestens zwei  $e_k$  enthält, den Nullpunkt, aber nicht notwendig als inneren Punkt; (4) in  $l^p$  ( $p > 1$  oder  $\infty$ ) gibt es für jeden Punkt  $x \neq 0$  eine Kugel, die alle  $e_k$  bis auf höchstens einen enthält, aber  $x$  nicht enthält.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Folgenräume

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 421

[u-Entfernung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.7.1931. – 2 Bll.

Inhalt: Sei  $u \neq 0$  ein beschränktes lineares Funktional auf einem linearen normierten Raum  $E$ , dann definiert Hausdorff die  $u$ -Entfernung von  $x, y \in E$  als  $\frac{|uy-ux|}{\|u\|}$ . Ist  $A \subseteq E$  eine beschränkte Menge, so sei  $\delta_u(y, A) = \inf_{x \in A} \frac{|uy-ux|}{\|u\|}$  und  $\Delta(y, A) = \sup_u \delta_u(y, A)$ . Es wird nun das Problem diskutiert, unter welchen Umständen aus  $\Delta(y, A) = 0$  zu schließen ist, daß  $y$  schwacher Limes einer Folge  $x_n \in A$  ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; u-Entfernung; schwache Konvergenz; Stützfunktional

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 422

Flache Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 23.7.1931. – 5 Bll.

Inhalt: Ein linearer normierter Raum heißt flach, wenn  $\|x + y\| = \|x\| + \|y\|$  nur dann gilt, wenn  $x$  und  $y$  auf einer vom Nullpunkt ausgehenden Halbgeraden liegen. In einem flachen Raum enthält eine Kugeloberfläche keine Strecke. Hausdorff zeigt:  $l^p$ , ( $p > 1$ ) ist flach;  $l^1$  und  $l^\infty$  sind nicht flach.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; flache Räume; Folgenräume

### NL Hausdorff: Kapsel 35: Fasz. 423

[Varia zur Funktionalanalysis] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.-18.9.1931, 25.5.1929, 1.3.1926. – 21 Bll.

Bll.4-20 sind in ein Doppelblatt eingelegt (Bll.3 u.21). Auf diesem Doppelblatt befindet sich ein Verzeichnis von 15 Titeln zur Funktionalanalysis von Banach, Hahn, Helly, Kuratowski, F.Riesz, Schauder, E.Schmidt, Sierpinski und Toeplitz mit drei kurzen Anmerkungen von Hausdorff.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 4.9.1931): Versuch eines einfacheren Beweises für einen Satz von Banach aus der Arbeit „Sur les fonctionnelles linéaires II“, Studia Math. 1 (1929) S.223-239. Bll.4-7 (vom 6.9.1931): Es sei  $E_x$  ein linearer normierter Raum und  $\{a_k\}$  eine feste Punktfolge mit  $\lim a_k = 0$ . Ist  $u$  ein lineares beschränktes Funktional, so stellt  $\xi_k = u(a_k)$  eine lineare stetige Abbildung des zu  $E_x$  dualen Raumes  $E_u$  auf einen linearen Raum  $L_z$  dar, der Teilraum des mit der Maximumnorm versehenen Raumes  $E_z$  aller Nullfolgen ist. Es werden die Eigenschaften von  $L_z$  diskutiert. Bll.8-11 (vom 15.9. 1931): Ein linearer

metrischer Raum heißt von erster Klasse, wenn er Summe von abzählbar vielen linearen, abgeschlossenen echten Teilräumen ist. Ein Raum, der nicht von erster Klasse ist, heißt von zweiter Klasse. Es werden nun verschiedene Sätze bewiesen, z.B. (1) Das stetige lineare Bild eines Raumes von 2.Klasse ist von 2.Klasse; (2) Jeder lineare normierte Raum kann als lineares stetiges Bild eines Raumes erster Klasse dargestellt werden. Bl.12 (vom 18.9.1931) unter der Überschrift „Erweiterung linearer Funktionen“: Es wird die Frage der Erweiterung des Satzes von Hahn-Banach auf komplexwertige lineare beschränkte Funktionale diskutiert. Bl.13 (undatiert): Ein linearer normierter Raum mit abzählbarer Basis  $(a_1, a_2, \dots)$  gestattet für jeden Punkt die Darstellung  $x = \sum \xi_k a_k$  mit nur endlich vielen  $\xi_k \neq 0$ ; die  $\xi_k$  sind eindeutige lineare, aber nicht notwendig stetige Funktionen von  $x$ ; man kann die Stetigkeit jedoch durch eine finite lineare Transformation der Basis erreichen. Hausdorff diskutiert ein Beispiel und verweist auf die Hermitesche Interpolation. Es sind dann zwei Manuskripte über Interpolation eingelegt: Bll.14-17 (vom 25.5.1929) unter der Überschrift „Hermitesche Interpolation“ und Bll.18-20 (vom 1.3.1926) unter der Überschrift „Interpolationsformel mit gewöhnlichen Polynomen“.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; lineare Funktionale; Satz von Hahn-Banach; Interpolation; Räume erster Klasse

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 424

[Quadratische Zahlkörper der Klassenzahl 1] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 31.1.-3.2.1934. – 9 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-9. Auf Bl.1 bemerkt Hausdorff: „Bezüglich der Beweise vgl. A.Oppenheim, Math.Ann.109, S.349 und O.Perron, ib.107, S.489; einige Fälle habe ich ergänzt.“ Hausdorff bezieht sich hier auf die Arbeiten: A.Oppenheim „Quadratic fields with and without Euclid’s Algorithm“, Math.Ann.109 (1934), S.349-352 und O.Perron „Quadratische Zahlkörper mit Euklidischem Algorithmus“, Math.Ann.107 (1933), S.489-495.

Inhalt: Es werden die quadratischen Zahlkörper  $Q(\sqrt{m})$  ( $m > 0$ , quadratfrei) der Klassenzahl 1 bis  $m = 53$  daraufhin untersucht, ob in ihnen der Euklidische Algorithmus gilt oder nicht. Der Fall  $m = 19$  bleibt offen. Die Untersuchung des Falles  $m = 14$  liefert noch, daß auch für  $m = 62$  und  $m = 86$  der Euklidische Algorithmus nicht gilt.

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; quadratische Zahlkörper; Körper mit Klassenzahl 1; euklidischer Algorithmus

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 425

Über  $\overline{\lim} f_n$  und  $\underline{\lim} f_n$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.2.1932. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12. Eingangs mit Rotstift die Namen Stepanoff, Nikodym und Goldowski. Das bezieht sich auf die Arbeiten: W.Stepanoff „Sur les suites des fonctions continues“, Fundamenta Math. 11 (1928), S.264-272. O.Nikodym „Note“, ebenda, S.272-274. G.Goldowsky „Sur les suites des fonctions continues“, ebenda, S.275-276.

Inhalt: Im Anschluß an §41 von [45] werden vier Sätze bewiesen, z.B.: Ist  $\varphi$  von der Klasse  $(*, M_\delta)$ ,  $\psi$  von der Klasse  $(N_\sigma, *)$  und  $\varphi \geq \psi$ , so gibt es eine Folge  $f_n$  von Funktionen der Klasse  $(M, N)$  derart, daß  $\varphi = \overline{\lim} f_n$ ,  $\psi = \underline{\lim} f_n$ . Als Anwendung ergibt sich, daß jede Menge  $M_{\delta\sigma}$  die Divergenzmenge einer geeigneten Folge  $f_n$  ist.

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Funktionenklassen; Divergenzmenge einer Funktionenfolge

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 426

Trennbarkeit durch Suslinkomplemente (Lusin) : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.3.1932, 20.2.1934. – 16 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-16. Der Verweis „(Lusin)“ bezieht sich auf N.Lusin „Leçons sur les ensembles analytiques“, Paris 1930,

und N.Lusin „Analogies entre les ensembles mesurables B et les ensembles analytiques“, Fundamenta Math. 16 (1930), S.48-76. Auf Bll. 4 u.15 kritische Bemerkungen Hausdorffs zu Passagen bei Lusin. Bl.1 enthält den Vermerk „(Verbessert 9.12.34)“; dieser Hinweis bezieht sich auf Fasz. 527.

Inhalt: Bll.1-12: Es werden eine Reihe von Sätzen bewiesen, u.a.: (1) Sei jeder rationalen Zahl  $r$  eine im metrischen Raum  $X$  abgeschlossene Menge  $F(r)$  zugeordnet;  $R(x) = \{r, x \in F(r)\}$ .  $F'(r)$  sei ein zweites System abgeschlossener Mengen,  $R'(x)$  wie eben definiert. Die Menge  $C$  der Punkte  $x \in X$ , für die  $R(x)$  einer Teilmenge von  $R'(x)$  ähnlich ist, ist eine Suslinsche Menge in  $X$ . (2) Sind  $A_1, A_2$  Suslinsche Mengen in  $X$ , so sind  $A_1 - A_1A_2$ ,  $A_2 - A_1A_2$  durch Komplemente Suslinscher Mengen trennbar. (3) Ist  $X$  überabzählbar, vollständig und separabel,  $Y$  der Bairesche Nullraum. Dann gibt es im Produktraum  $(X, Y)$  zwei disjunkte Komplemente  $C_1, C_2$  Suslinscher Mengen, die nicht Borel-trennbar sind, d.h. die nicht in disjunkte Borelmengen von  $(X, Y)$  einschließbar sind. (4)  $X$  wie in (3), so gibt es in  $X$  zwei disjunkte Komplemente Suslinscher Mengen, die nicht Borel-trennbar sind. (5)  $X$  wie in (3),  $Y$  der Bairesche Nullraum, so gibt es in  $(X, Y)$  eine Borelmenge  $C$ , deren Projektion auf  $X$  ganz  $X$  ist und in der keine Borelsche Menge enthalten ist, die sich schlicht auf  $X$  projiziert. Bll.13-16 (mit Datum 12.3.1932 u. 20.2.1934) unter der Überschrift „Zur Trennbarkeit durch Suslinkomplemente“: Spaltung einer Suslinmenge in  $\aleph_1$  Bestandteile nach Indices (Vereinfachung von §34,2 von [45]).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Borel-Trennbarkeit; Suslinkomplemente; Bairescher Nullraum; Projektionen

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 427

[Darstellung abgeschlossener überabzählbarer Mengen des Baireschen Nullraumes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.3.1932. – 2 Bll.

Inhalt: Es wird gezeigt, daß eine im Baireschen Nullraum  $Y$  abgeschlossene überabzählbare Menge  $A$  sich als  $A = C + D$  schreiben läßt, wo  $C$  mit  $Y$  homöomorph ist und  $D$  höchstens abzählbar ist. Daraus folgt, daß sich eine überabzählbare Borelmenge in einem separablen vollständigen Raum als  $C + D$  schreiben läßt, wo  $C$  schlichtes stetiges Bild des Baireschen Nullraumes und  $D$  höchstens abzählbar ist.

SW: Topologie; Bairescher Nullraum; vollständige Räume; separable Räume; Borelmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 428

[Mengen mit kompaktem Rand] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.5.1932. – 2 Bll.

Inhalt: In einem metrischen Raum  $E$  sei  $F$  eine abgeschlossene Menge. Wann hat  $F$  endlich oder abzählbar viele Umgebungen  $U_n$ , die beliebig klein werden, d.h., daß es zu jeder offenen Menge  $G \supseteq F$  ein  $U_n$  mit  $G \supseteq U_n$  gibt? Hausdorff

findet eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür darin, daß der Rand von  $F$  kompakt ist.

SW: Topologie; metrische Räume; Umgebungen abgeschlossener Mengen; Mengen mit kompaktem Rand

### **NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 429**

Verallgemeinerung der Lagrangeschen Wurzelzahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.7.1932, 10.1.1933. – 6 Bll.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 29.7.1932):  $R$  sei ein endlicher kommutativer Ring mit 1,  $H$  die multiplikative Gruppe seiner Nichtnullteiler,  $\chi(\alpha)$  ein Charakter dieser Gruppe und  $\sigma(\alpha)$  ein Charakter der additiven Gruppe des Ringes. Hausdorff untersucht die Ausdrücke

$$\{\chi, \sigma\} = \sum_{\alpha \in H} \chi(\alpha)\sigma(\alpha)$$

und berechnet diese Ausdrücke, die Verallgemeinerungen der Lagrangeschen Resolventen sind, für die Beispiele  $R = \mathbb{Z} \mid (k)$  und  $R = GF(p^f)$ . Bll.4-6 (vom 10.1.1933): Es wird das Beispiel betrachtet, daß  $R$  der Restklassenring nach einem Ideal in der Hauptordnung eines algebraischen Zahlkörpers ist.

SW: Algebra; algebraische Zahlentheorie; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Lagrangesche Resolventen; Gaußsche Summen; Galoisfelder; algebraische Zahlkörper

### **NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 430**

Projektivität der  $\delta s$ -Funktionen : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.-7.8.1932. – 12 Bll.

Die Faszikeln 430-438 wurden von Hausdorff unter dem Titel „Reine Mengen.  $\delta s$ -Funktionen. Kantorovitch-Livenson“ in einer Mappe zusammengefaßt. Z.T. sind diese Studien Vorarbeiten zu Hausdorffs Arbeit [37], die sich unmittelbar an Kantorovitch-Livenson anschließt. In der Mappe befanden sich ursprünglich noch 2 Manuskripte vom 3.2.1937 und 14.2.1937, die G.Bergmann in Kapsel 40 eingeordnet hat (Fasz. 611 u.616).

Inhalt: Bll.1-4 (vom 5.8.1932) unter der Überschrift „Projektivität der  $\delta s$ -Funktionen“: Studie zu St.Braun „Sur la projectivité des opérations de M.Hausdorff“, Comptes Rendus de la Soc. des Sc.et des Lettres de Varsovie 23 (1930), S.88-99. Bll.5-8 (vom 6.8.1932): Studien und Notizen zu den Arbeiten von W.Sierpinski „Sur une propriété des opérations de M.Hausdorff“, Fundamenta Math. 16 (1930), S.1-6, und „Sur les opérations de M.Hausdorff“, Fundamenta Math. 15 (1930), S.199-211 (vgl. zum Inhalt Fasz. 435). Bll.9-12 (vom 7.8.1932) unter der Überschrift „Die Projektivität der  $\delta s$ -Funktionen“: Studie zu W.Sierpinski „Sur la projectivité des opérations de M.Hausdorff“,

Comtes Rendus de la Soc.des Sc. et des Lettres de Varsovie 23 (1930), S.15-20.  
Die „opérations de M.Hausdorff“ sind die  $\delta s$ -Funktionen.

SW: Topologie; Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre;  $\delta s$ -Funktionen;  
Produkträume; Projektionen; Projektivität

### **NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 431**

[Projektivität der  $\delta s$ -Funktionen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn],  
7.-8.8.1932. – 33 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430.

Inhalt: Bl.1: Bezeichnungen. Bll.2-7 (vom 7.8.1932, 2 Bögen, mit  $\alpha, \beta$  nummeriert, ab Bl.5 vom 8.8.1932): Hausdorff verweist eingangs auf die Arbeit L.Kantorovitch, E.Livenson „Memoir on the Analytical Operations and Projective Sets (I)“ Fundamenta Math. 18 (1932), S.214- 279 mit der Bem. „Dort schwer verständlich“ und beweist nach einigen Vorbereitungen den Hauptsatz (Satz IV, S.103) seiner Arbeit [37]. Bll.8-11 (undatiert) unter der Überschrift „Die Projektivitätsbeweise von Kantorovitch und Livenson“ mit der Bemerkung „In meine Sprache übertragen“. Bll.12-17 (undatiert, 2 Bögen, mit a,b nummeriert) unter der Überschrift „ $\delta s$ -Funktionen“: Begriff der  $\delta s$ -Funktion, Beispiele; analytische und positiv analytische Funktionen nach Kantorovitch-Livenson;  $\delta s$ -Funktionen und positiv analytische Funktionen sind dasselbe; komplementäre  $\delta s$ -Funktionen; eine  $\delta s$ -Funktion von  $\delta s$ -Funktionen ist wieder eine  $\delta s$ -Funktion. Bll.18-25 (undatiert, 2 Bögen, mit I,II nummeriert) unter der Überschrift „Analytische Funktionen von Mengen“: Studie zu entspr. Passagen bei Kantorovitch-Livenson. Bll.26-33 (undatiert, 2 Bögen, mit A,B nummeriert) unter der Überschrift „Analytische Funktionen von Mengen“: desgleichen.

SW: Topologie; Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre;  $\delta s$ -Funktionen;  
Produkträume; Projektionen; Projektivität; analytische Mengenfunktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 432**

Universalmengen und Universalmengenfolgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs.  
Ms. – [Bonn], 9.8.1932. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430. Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7. Es bezieht sich auf die Arbeit L.Kantorovitch, E.Livenson „Memoir on the Analytical Operations and Projective Sets (I)“, Fundamenta Math. 18 (1932), S.214-279.

Inhalt: Produkträume; Schichten einer Menge; Universalmenge eines Mengensystems; Universalmengenfolgen; verschiedene Sätze, der Hauptsatz lautet: Der Raum  $X$  sei separabel und enthalte eine mit dem Baireschen Nullraum homöomorphe Menge.  $\mathcal{A}$  sei das System der abgeschlossenen (offenen) Mengen in  $X$ . Dann enthält, für jede  $\delta s$ -Funktion  $\Phi$ , das System  $\Phi\mathcal{A}$  eine Menge  $A$ , deren Komplement  $X - A$  nicht zu  $\Phi\mathcal{A}$  gehört. Daraus folgt insbesondere, daß

es eine Suslinmenge gibt, deren Komplement keine Suslinmenge ist, und die deshalb selbst keine Borelmenge ist.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Produkträume; separable Räume; Bairescher Nullraum; Universalmengen;  $\delta s$ -Funktionen; Suslinmengen; Borelmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 433**

[Universalmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.-11.8.1932. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430. Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-8. Es bezieht sich auf die Arbeit von W.Sierpinski „Sur certaines opérations sur les ensembles fermés plan“, Comptes Rendus de la Soc.des Sc.et des Lettres de Varsovie 24 (1931), S.57-77.

Inhalt: Es wird folgende allgemeine Konstruktion eines Mengensystems  $\mathcal{A}$  betrachtet:  $X, Y$  seien metrische Räume,  $Z = (X, Y)$  ihr Produkt,  $C \in Z$  und  $B_x$  die  $x$ -Schichten von  $C$ .  $\mathcal{B}$  ein System von Mengen  $B \subseteq Y$ .  $A =: [\mathcal{B}, C] = \{x \in X; B_x \in \mathcal{B}\}$ . Durchläuft  $C$  ein Mengensystem  $\mathcal{C}$ , so durchläuft  $A$  ein von  $\mathcal{B}, \mathcal{C}$  abhängiges Mengensystem  $\mathcal{A} =: [\mathcal{B}, \mathcal{C}]$ . Diese Konstruktion ist allgemeiner als die Konstruktion  $\mathcal{A} = \Phi \mathcal{A}_0$ , wo  $\Phi$  eine  $\delta s$ -Funktion ist. Es werden Sätze über  $\mathcal{A}$  bewiesen, z.B. gilt unter ziemlich komplizierten Voraussetzungen:  $\mathcal{A}$  enthält eine Menge  $A$ , deren Komplement  $X - A$  nicht zu  $\mathcal{A}$  gehört (vgl. Fasz. 432).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Produkträume; Universalmengen;  $\delta s$ -Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 434**

Zerlegung in fast disjunkte Teilmengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 1.9.1932. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430.

Inhalt: Unter der Voraussetzung, daß die verallgemeinerte Kontinuumhypothese  $2^{\aleph_{\nu-1}} = \aleph_{\nu}$  gilt, kann eine Menge  $F$  der Mächtigkeit  $\aleph_{\nu}$  in  $2^{\aleph_{\nu}}$  fast disjunkte Teilmengen zerlegt werden. „fast disjunkt“ bedeutet dabei, daß je zwei Teilmengen einen Durchschnitt von der Mächtigkeit  $< \aleph_{\nu}$  haben.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Pantachien; verallgemeinerte Kontinuumhypothese; fast disjunkte Zerlegung

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 435**

[ $\delta s$ -Funktionen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.12.1935. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430. Es handelt sich um zwei Versionen einer Verbesserung des Ms. vom 6.8.1932 (Bll.5-8 von Fasz. 430).



Inhalt: Beweis eines Satzes von Sierpinski aus der Arbeit W.Sierpinski „Sur une propriété des opérations de M.Hausdorff“, Fundamenta Math. 16 (1930), S.1-6. Der Satz lautet: Zu  $\aleph$   $\delta s$ -Funktionen  $\Phi_\xi$  gibt es stets eine umfassende  $\Psi$ , d.h.  $\sum_\xi \Phi_\xi \mathcal{A} \subset \Psi \mathcal{A}$  für jedes Mengensystem  $\mathcal{A}$ . Hausdorff kommentiert Sierpinskis Beweis so: „Der Beweis von Sierpinski (F.M.16, S.1) ist unnötig geistreich“.

SW: Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre;  $\delta s$ -Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 436

Verallgemeinerte Suslinsche Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.-10.12.1935. – 17 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-5, entspr. Bll.1-17. Eingang wird auf L.Kantorovitch, E.Livenson „Memoir on the Analytical Operations and Projective Sets (II)“, Fundamenta Math. 20 (1933), S.54-97, verwiesen.

Inhalt: Der Suslin-Prozeß wird in folgender Weise verallgemeinert: Den endlichen Komplexen natürlicher Zahlen  $\mu_k = (m_1, \dots, m_k)$  seien Mengen  $A_{\mu_k}$  zugeordnet. Sind die  $\mu_k$  die Abschnitte einer Folge  $\mu = (m_1, m_2, \dots)$  natürlicher Zahlen, so werde  $A_\mu = \cap_k A_{\mu_k}$  gesetzt. Läßt man  $\mu$  eine Menge  $M$  von natürlichen Zahlenfolgen durchlaufen (beim Suslinprozeß war  $M$  der ganze Bairesche Nullraum), so entsteht die Menge  $A = \cup_{\mu \in M} A_\mu =: \Phi(A_{\mu_k})$ .  $\Phi$  ist eine durch  $M$  bestimmte  $\delta s$ -Funktion, Hausdorff nennt sie eine Suslinsche  $\delta s$ -Funktion. Durchläuft  $A_{\mu_k}$  ein Mengensystem  $\mathcal{A}$ , so durchläuft  $A$  das Mengensystem  $\Phi \mathcal{A}$ . Es wird nun mit einer anderen Teilmenge  $N$  des Baireschen Nullraumes eine Suslinsche  $\delta s$ -Funktion  $\Psi$  gebildet. Die Frage ist, wann  $\psi \mathcal{A} \subset \Phi \mathcal{A}$  ist.  $\mathcal{A}$  heißt ein  $d$ -System, wenn es eine größte Menge  $E$  und den Durchschnitt je zweier seiner Mengen enthält,  $\mathcal{A}$  heißt ein Ring, wenn es darüberhinaus die Vereinigung je zweier seiner Mengen enthält. Es gilt dann folgender Satz (I): Sei  $\mathcal{A}$  ein  $d$ -System. Dann ist für  $\Psi \mathcal{A} \subset \Phi \mathcal{A}$  notwendig und hinreichend, daß  $N$  im Baireschen Nullraum stetiges Bild von  $M$  ist. Das Hauptergebnis der Studie ist die Verallgemeinerung von (I) auf den Fall, daß  $\mathcal{A}$  ein Ring ist.

SW: Topologie; Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre; verallgemeinerte Suslinmengen; Suslinsche  $\delta s$ -Funktionen; Bairescher Nullraum

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 437

Abkürzung der Existenzbeweise, Mengenlehre §33 : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.12.1935. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430.

Inhalt: Es wird der Beweis für Satz I, S.182 von [45], abgekürzt.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Suslinmengen; Borelmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 438**

Positiv analytische Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.12.1935. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 430.

Inhalt: Es wird für positiv analytische Mengenfunktionen  $\Phi, \Psi$  eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür angegeben, daß  $\Psi\mathcal{A} \subset \Phi\mathcal{A}$  für jedes Mengensystem  $\mathcal{A}$  ist (vgl. auch Fasz. 436).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; positiv analytische Mengenfunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 439**

Steinhaus-Kantorovitch : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.9.1932. – 4 Bll.

Es handelt sich um ein Problem, das von H.Steinhaus als Problem Nr.45 in Fundamenta Math. 11 (1928), S.308, gestellt und von L.Kantorovitch in „Sur un problème de M.Steinhaus“, Fundamenta Math. 14 (1929), S.266- 270, gelöst wurde.

Inhalt: Ist  $A_n$  eine Folge meßbarer Mengen in  $[0, 1]$ ,  $f_n(x)$  sei gleich 1 auf  $A_n$ , gleich  $-1$  auf  $[0, 1] - A_n$ . Dann gibt es eine Teilfolge  $k_1 < k_2 < \dots$  natürlicher Zahlen, für die die Reihe  $f_{k_1} + f_{k_2} + \dots$  f.ü. unbeschränkt oszilliert, d.h. für die  $\limsup_n |f_{k_1} + \dots + f_{k_n}| = +\infty$  ist.

SW: Analysis; Maßtheorie; reelle Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 440**

Verallgemeinerung der Lagrangeschen Wurzelzahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.1.1933. – 4 Bll.

Inhalt: Es wird hauptsächlich die Frage angegangen, ob stets eine Potenz von  $\{\chi, \sigma\}$  (vgl. Fasz. 429) existiert, die dem Körper der  $h$ -ten Einheitswurzeln angehört ( $h$  die Ordnung von  $H$ , vgl. Fasz. 429). Das Problem bleibt offen.

SW: Algebra; algebraische Zahlentheorie; Lagrangesche Resolventen; Gaußsche Summen; Charaktere; Kreisteilungskörper

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 441**

Ausgezeichnete und eigentliche Charaktere : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.1.1933. – 11 Bll.

Inhalt: Einen Charakter  $\chi$  (bzgl. der Voraussetzungen und der Bezeichnungen vgl. Fasz. 429) nennt Hausdorff ausgezeichnet, wenn für jeden additiven Charakter  $\sigma$  und jeden Nullteiler  $\beta$  die Größe  $\sum_{\alpha} \chi(\alpha)\sigma(\alpha\beta)$  verschwindet. E.Landau hat in seinem Buch „Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen,I“, Leipzig, Berlin 1909, §126 (S.483-486) den Begriff des uneigentlichen bzw. des

eigentlichen Charakters für Restklassenringe mod  $n$  definiert und für diesen Spezialfall gezeigt, daß jeder eigentliche Charakter im Hausdorffschen Sinne ausgezeichnet ist. Hausdorff überträgt den Begriff „uneigentlicher bzw. eigentlicher Charakter“ auf eine allgemeinere Situation ( $R$  der Restklassenring der Hauptordnung eines algebraischen Zahlkörpers nach einem Ideal,  $H$  die Gruppe der zu dem Ideal primen Restklassen) und zeigt für diesen Fall: Genau dann ist ein Charakter ausgezeichnet, wenn er eigentlich ist.

SW: Algebra; algebraische Zahlentheorie; Restklassenringe; Charaktere; eigentliche Charaktere; ausgezeichnete Charaktere

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 442

Die Multiplikation der Charaktersummen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.1.1933. – 4 Bll.

Inhalt: Voraussetzungen und Bezeichnungen wie in Fasz. 429; ist dann  $\sigma$  ein fester additiver Charakter, so setzt Hausdorff  $[\chi, \mu] = \sum_{\alpha} \chi(\alpha) \sigma(\alpha\mu)$ .  $\chi$  ist ausgezeichnet, wenn  $[\chi, \mu] = 0$  für jeden Nullteiler  $\mu$  ist (vgl. Fasz. 441). Durch Berechnung des Produktes  $\prod_{k=1}^n [\chi_k, \mu_k]$  beweist Hausdorff: (1) Wenn  $\chi^n$  ausgezeichnet ist, so ist  $\chi$  ausgezeichnet. (2) Ist  $\chi$  ausgezeichnet, von der Ordnung  $f$ , so liegt  $\{\chi, \sigma^f\}$  im Körper der  $f$ -ten Einheitswurzeln.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; ausgezeichnete Charaktere

### NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 443

Ausgezeichnete und eigentliche Charaktere : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.1.1933, 3.2.1933. – 8 Bll.

Inhalt: Bll.1-7 (vom 22.1.1933): Der Begriff „uneigentlicher Charakter“ (vgl. Fasz. 441) wird auf den abstrakten Fall übertragen, daß  $R$  ein endlicher kommutativer Ring mit 1 ist,  $H$  die multiplikative Gruppe seiner Nichtnullteiler. Ist  $g : R \rightarrow R'$  ein Homomorphismus,  $g(H) = H'$ , so erhebt sich zunächst die Frage, ob  $H'$  die Gruppe aller Nichtnullteiler von  $R'$  oder nur eine Teilmenge davon ist. Die Antwort findet Hausdorff am 2.2.1933 (Fasz. 446, Bll.5-8), sie wird auf Bl.8 (vom 3.2.1933) des vorl. Fasz. mitgeteilt. Sei  $g^{-1}(1') = E$ .  $\chi(\alpha)$  von  $H$  heißt uneigentlich, wenn es einen Homomorphismus  $g : R \rightarrow R'$  gibt mit  $\chi(\epsilon) = 1$  für  $\epsilon \in E$ . Jeder eigentliche Charakter ist ausgezeichnet (vgl. Fasz. 441); die Umkehrung gilt hier nur unter einer speziellen Bedingung, die Hausdorff als nicht immer erfüllt nachweist.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Homomorphismen; Charaktere; eigentliche Charaktere; ausgezeichnete Charaktere; Gruppe der Nichtnullteiler

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 444**

[Bild der Gruppe der Nichtnullteiler bei Homomorphismen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.1.1933. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7.

Inhalt:  $R$  sei ein endlicher kommutativer Ring mit 1,  $H$  die multiplikative Gruppe seiner Nichtnullteiler. Ist  $g : R \rightarrow R'$  ein Homomorphismus,  $g(H) = H'$ , so fragt Hausdorff, ob  $H'$  die Gruppe aller Nichtnullteiler von  $R'$  ist (vgl. Fasz. 443). Für einen speziellen Fall findet er die Antwort ja.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Homomorphismen; Gruppe der Nichtnullteiler

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 445**

Kriterium für Regularität : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.2.1933. – 4 Bll.

Inhalt: Die Kongruenzen  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \equiv 0 \pmod{k}$  mit ganzzahligen  $a_{ij}$  haben genau dann eine nichttriviale Lösung, wenn die Determinante  $|a_{ij}|$  Nullteiler modulo  $k$  ist. Sei nun  $R$  ein endlicher kommutativer Ring mit 1, so ist die additive Gruppe direktes Produkt zyklischer Gruppen der Ordnungen  $k_1, \dots, k_n$ . Hausdorff benutzt obigen Satz, um im Falle  $k_i = k, (i = 1, \dots, n)$  ein Kriterium dafür herzuleiten, daß ein Ringelement regulär, d.h. kein Nullteiler ist.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Nichtnullteiler

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 446**

[Homomorphismen endlicher Ringe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.2.1933. – 8 Bll.

Inhalt: Bll.1-4: Der Ring  $R$  sei als additive Gruppe direktes Produkt zyklischer Gruppen der Ordnungen  $q_1, \dots, q_n$ ;  $q = \text{kgV}(q_1, \dots, q_n)$ . Die Elemente  $\xi \in R$  haben die Gestalt  $\xi = \sum_{i=1}^n x_i \rho_i$  mit den Multiplikationsregeln  $\rho_i \rho_j = \sum_k c_{ijk} \rho_k$ . Sei nun  $R^*$  ein Ring, gebildet aus den Elementen  $\eta = \sum_{i=1}^n y_i \rho_i$  ( $\eta = 0$  genau dann, wenn  $y_i \equiv 0 \pmod{q}$ ) mit Multiplikationsregeln  $\rho_i \rho_j = \sum_k d_{ijk} \rho_k$ . Es werden zwei Fragen diskutiert: Kann  $R^*$  so gefunden werden, daß (a)  $R$  homomorphes Bild von  $R^*$  ist, (b)  $R$  Teilring von  $R^*$  ist. Bll.5-8: Es wird die in Fasz. 444 aufgeworfene Frage ganz allgemein mit ja beantwortet.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Homomorphismen; direkte Produkte; Gruppe der Nichtnullteiler

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 447**

Einbettung von  $H$  in  $R$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.2.1933, 14.-15.2.1933. – 14 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $(\alpha)$ - $(\delta)$ , entspr. Bll.1-14. Bl.5 ist nicht die Fortsetzung von Bl.4.

Inhalt: Es wird das Problem aufgeworfen, ob man eine endliche abelsche Gruppe  $H$  so in einen endlichen kommutativen Ring  $R$  einbetten kann, daß sie darin die Gruppe der Nichtnullteiler wird. Eine naturgemäße Reduktion führt darauf, daß  $H$  zyklisch von Primzahlpotenzordnung  $p^f$  und  $R$  irreduzibel ist. Ist  $q$  die Charakteristik des Ringes  $R$ , so werden zunächst die möglichen Formen von  $q$  angegeben. Der Fall eines ungeraden  $p$  läßt sich nur mit  $q = 2$  verwirklichen. Es wird versucht,  $R$  als homomorphes Bild eines Ringes  $\mathcal{R}$  zu konstruieren. Umfangreiche Rechnungen zum Fall  $p = 2$ ,  $q$  ungerade Primzahl.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; abelsche Gruppen; Einbettung abelscher Gruppen in Ringe

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 448**

[Einbettung von Galoisfeldern in Ringe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.2.1933. – 3 Bll.

Inhalt: Ein Ring  $R$  werde gebildet von den Elementen  $\xi = x_1 + \sum_{k=2}^n x_k \rho_k$ , wo die  $x_i$  ein  $GF(p^f)$  durchlaufen und  $\rho_2, \dots, \rho_n$  den Multiplikationsregeln  $\rho_i \rho_k = 0$  genügen sollen;  $1, \rho_2, \dots, \rho_n$  seien linear unabhängig.  $R$  muß dann als additive Gruppe direkte Summe von  $N = f \cdot n$  zyklischen Gruppen der Ordnung  $p$  sein. Sei umgekehrt ein Ring  $R$  vorgegeben, der als additive Gruppe direktes Produkt von  $N$  zyklischen Gruppen der Ordnung  $p$  sei, und dessen Multiplikationsregeln eine spezielle Form haben sollen, aber so, daß ein  $GF(p^f)$ ,  $f < N$  im Ring  $R$  enthalten ist. Es wird gezeigt, daß eine solche Vorgabe der Multiplikationsregeln i.a. nicht möglich ist.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Galoisfelder; Einbettung von Galoisfeldern in Ringe

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 449**

[Homologiegruppen kompakter Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 20.3.1933. – 4 Bll.

Inhalt: Es wird gezeigt: (1) Einer stetigen Abbildung des kompakten Raumes  $P$  auf den kompakten Raum  $Q$  entspricht ein Homomorphismus der gleichdimensionalen Homologiegruppen  $H(P)$  und  $H(Q)$ , nämlich von  $H(P)$  in  $H(Q)$ . (2) Ist  $Q$  abgeschlossene Teilmenge des kompakten Raumes  $P$ , so gibt es einen Homomorphismus der Homologiegruppe  $H(Q)$  in die Homologiegruppe  $H(P)$ . Ferner Einführung des Begriffes der Homologiegruppe eines Raumes  $R$  in einem Punkt  $p$  (im Spezialfall eines Polyeders die Homologiegruppe des Sterns von  $p$ ).

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologiegruppen; kompakte Räume; lokale Homologiegruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 450**

[Homologie nach einem Teilkomplex] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.3.1933. – 2 Bll.

Inhalt:  $\Psi$  sei ein Teilkomplex von  $\Phi$ . Es wird der Begriff „ $m$ -te Homologiegruppe von  $\Phi$  modulo  $\Psi$ “ eingeführt und ein Beispiel betrachtet.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologiegruppen; Homologie nach einem Teilkomplex

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 451**

Gruppenscharen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.3.1933. – 2 Bll.

Inhalt: Idee des inversen Limes einer Schar abelscher Gruppen; Anwendung: Zurückführung der Homologieeigenschaften auf Überdeckungseigenschaften (Čechsche Homologiegruppen).

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologiegruppen; Čechsche Homologie

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 452**

[Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.9.1933. – 2 Bll.

Inhalt: Definition des Begriffes „Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie“ und „ $\beta$ -Mengen“. Dann wird folgender Satz bewiesen: Ist im betrachteten Raum jede nichtleere offene Menge von 2.Kategorie, so gibt es in jeder Klasse äquivalenter offener Mengen eine größte und in jeder Klasse äquivalenter abgeschlossener Mengen eine kleinste (äquivalent bedeutet hier „äquivalent bis auf Mengen erster Kategorie“).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie;  $\beta$ -Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 453**

[Reguläre Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.9.1933. 2 Bll.

Inhalt: Zwei Mengen  $A, B$  eines metrischen Raumes  $E$  gehören derselben  $F$ -Klasse an, wenn ihre abgeschlossenen Hüllen gleich sind, sie gehören derselben  $G$ -Klasse an, wenn ihre offenen Kerne gleich sind. Die abgeschlossene Hülle einer offenen Menge heiÙe eine reguläre abgeschlossene Menge, der offene Kern einer abgeschlossenen Menge eine reguläre offene Menge. Zusammenhang dieser Begriffe mit der Äquivalenz bis auf Mengen erster Kategorie; Definition der

Regularität für beliebige Mengen  $A$  ( $A_\alpha$  und  $A_i$  sind regulär im obigen Sinne), Kriterium für Regularität;  $\alpha$ -Mengen.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; F-Klassen; G-Klassen; reguläre Mengen;  $\alpha$ -Mengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 454**

[Direkte Summen von Ringen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.10.1933. – 10 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-10.

Inhalt: kommutative Ringe; Ideale; kgV und ggT beliebig vieler Ideale; das von einem Elementekomplex erzeugte Ideal, Hauptideale; direkte Summe von Idealen; direkte Summe  $R$  beliebig vieler Ringe, Komponenten sind Ideale in  $R$ ; der Fall eines Ringes mit 1; der Fall eines Ringes mit Teilerkettenbedingung für Ideale; Fragen der Eindeutigkeit der Darstellung eines Ringes als direkte Summe irreduzibler Ringe.

SW: Algebra; Ringe; Ideale; direkte Summen

### **NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 455**

Schoenberg : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.-24.10.1933. – 25 Bll.

Die ersten 6 Bögen sind numeriert:  $\alpha - \zeta$ , entspr. Bll.1-21. Das Fasz. bezieht sich auf die Arbeit von I.J.Schoenberg „On finite-rowed Systems of Linear Inequalities in infinitely many Variables“, Transact.of the Amer. Math.Soc. 34 (1932), S.594-619.

Bll.1-13 (vom 19.-21.10.1933): Schoenberg hat in der o.g.Arbeit eine Klasse von Systemen linearer Ungleichungen betrachtet, die allgemeiner ist als die von Hausdorff in [27] untersuchten, und hat die zugehörigen Momentenprobleme behandelt. Hausdorff gibt im Anschluß daran in seiner Terminologie und Notation eine Verallgemeinerung von Ergebnissen aus [27] und beweist für diese allgemeineren Matrizen die Momentdarstellung der Diagonalelemente. Bll.14-21 (vom 24.10.1933) unter der Überschrift „Allgemeinere Fassung“: nochmalige zusammenfassende Ausarbeitung des Inhalts der Bll.1-13. Bll.22-25 (undatiert) unter der Überschrift „Hallenbach, Diss. (II.Form)“: Notizen und kritische Bemerkungen zu Stellen in der Dissertation von F.Hallenbach „Zur Theorie der Limitierungsverfahren von Doppelfolgen“, Bonn 1933.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; lineare Ungleichungssysteme; total monotone Folgen; Doppelfolgen

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 456**

Szegö : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.10.1933. – 2 Bll.

Die Überschrift bezieht sich auf die Arbeit von G.Szegö „Über gewisse Potenzreihen mit lauter positiven Koeffizienten“, Math.Zeitschr. 37 (1933), S.674-688. Es wird ferner auf T.Kaluza „Elementarer Beweis einer Vermutung von K.Friedrichs und H.Lewy“, Math.Zeitschr. 37 (1933), S.689-697, verwiesen.

Inhalt: Es geht um die Frage, wann

$$[1 - \alpha(x + y + z) + \beta(xy + yz + zx)]^{-1}$$

als Potenzreihe in  $x, y, z$  positive Koeffizienten hat. Szegö und Kaluza hatten das für spezielle  $\alpha, \beta$  zeigen können. Hausdorff leitet eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür her, die aber selbst noch sehr kompliziert ist.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Potenzreihen mit positiven Koeffizienten

**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 457**

Saks : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.11.1933. – 20 Bll.

Die Überschrift bezieht sich auf folgende Arbeiten von S.Saks: „Sur un Théorème de M. Lusin“, Fundamenta Math. 6 (1924), S.111-116, und „On the functions of Besicovitch in the space of continuous functions“, Fundamenta Math. 19 (1932), S.211-218. Die ersten drei Bögen des Ms. sind numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12.

Inhalt: Bll.1-12: Es sei  $E = C[0, 1]$ , versehen mit der Maximumsnorm.  $R$  sei die Menge der  $f \in E$ , die an wenigstens einer Stelle  $x \in [0, 1)$  eine rechtsseitige Ableitung  $+\infty$  haben. Hausdorff zeigt, daß  $R$  in  $E$  überall von 2.Kategorie ist. Saks hat in der zweiten der o.g.Arbeiten ein weitergehendes Resultat bewiesen. Hausdorff zeigt weiter, daß  $R$  eine Suslinmenge ist, ferner, daß die Menge  $S$  der stetigen Funktionen, die für kein  $x$  eine rechtsseitige Ableitung  $+\infty$  haben, von 1.Kategorie ist. Bll.13-16 (undatiert) unter der Überschrift „Saks“: Mit Verweis auf die erste der genannten Arbeiten von Saks zeigt Hausdorff: Ist  $f(x)$  eine reelle Funktion,  $Df$  eine Derivierte, und in der Menge  $A$  sei  $|Df| < \mu$ . Dann gilt für das Bild  $B$  von  $A$  bei der Abbildung  $y = f(x)$ :  $m(B) \leq 14 \mu m(A)$ , wo  $m$  das äußere Maß bezeichnet. Daraus folgt ein Satz von Lusin, daß die Menge  $A$ , wo eine Derivierte verschwindet, eine Bildmenge  $B$  vom Maß 0 hat. Bll.17-20 (undatiert) unter der Überschrift „Zu Saks.Nirgends differenzierbare Funktionen“: Die nach Weierstraß' Methode hergestellten stetigen nirgends differenzierbaren Funktionen (sie haben nirgends eine einseitige endliche Ableitung) sind viel häufiger als die nach Besicovitch hergestellten (sie haben nirgends eine einseitige endliche oder unendliche Ableitung), und zwar in dem Sinne, daß erstere das Komplement einer Menge 1.Kategorie bilden, letztere eine Menge 1.Kategorie.

SW: Analysis; Maßtheorie; reelle Funktionen; Derivierte; stetige nirgends differenzierbare Funktionen; Besicovitch-Funktionen



**NL Hausdorff: Kapsel 36: Fasz. 458**

Schwach  $n$ -dimensionale Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.12.1933. – 8 Bl.

Inhalt: Es wird im Anschluß an S.Mazurkiewicz „Sur les ensembles de dimension faible“, Fundamenta Math. 13 (1929), S.210-217, eine Menge konstruiert, die im Mengerschen Sinne schwach  $n$ -dimensional ist (K.Menger „Dimensionstheorie“, Leipzig-Berlin 1928, S.138ff, S.309ff).

SW: Topologie; Dimensionstheorie; schwach  $n$ -dimensionale Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 459

Dirichletsche Reihen [u.a.] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 4 Bll.

G.Bergmann hat die Faszikeln 459-488 in eine Mappe „Studien und Referate. 1930-Februar 1934, datumslos“ eingeordnet. Wo nicht durch Literaturangaben eine genauere Datierung erschlossen werden kann, wird diese Datierung übernommen.

Inhalt: Bll.1-3: Für die Dirichletsche L-Reihe eines algebraischen Zahlkörpers gilt  $L(1) = \int_0^1 \Phi(x) \frac{dx}{x}$ . Hausdorff stellt die Frage, ob auch hier, wie im elementaren Fall der L-Reihen mod  $k$ ,  $\Phi(x)$  eine rationale Funktion ist, deren Pole die  $k$ -ten Einheitswurzeln sind. Er leitet dafür eine notwendige Bedingung her und meint, daß diese vermutlich nicht erfüllt ist. Bll.3-4: Jede abelsche Gruppe  $H$  endlicher Ordnung läßt sich in einen endlichen kommutativen Ring  $R$  einbetten, der das direkte Produkt von Restklassenringen mod  $k$  ist. Die Gruppe ist aber i.a. echte Untergruppe der Gruppe der Nichtnullteiler des Ringes (vgl. Fasz. 447).

SW: Algebra; algebraische Zahlentheorie; Dirichletsche L-Reihen; endliche kommutative Ringe; abelsche Gruppen; Einbettung abelscher Gruppen in Ringe

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 460

Die Heckeschen Charaktersummen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-8.

Inhalt: Bll.1-6: Darstellung (in Hausdorffs eigener Bezeichnungsweise) des Inhalts der ersten beiden Paragraphen (S.299-306) der Arbeit von E.Hecke „Über die L-Funktionen und den Dirichletschen Primzahlsatz für einen beliebigen Zahlkörper“, Nachrichten von der königl.Ges.der Wiss.zu Göttingen, Math.-phys.Klasse, 1917, S.299-318. Bll.7-8: Zusammenhang zwischen den Heckeschen  $G_\chi(l)$  und Hausdorffs eigenen Charaktersummen  $\{\chi, \sigma\}$  (s.Fasz. 429).

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; analytische Zahlentheorie; Charaktersummen

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 461

[Charaktere direkter Produkte u.a.] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Bll.1-2:  $R_1, R_2$  seien zwei endliche kommutative Ringe mit Einselement,  $R = (R_1, R_2)$  ihr direktes Produkt,  $\chi_i, \sigma_i$  ( $i = 1, 2$ ) multiplikative bzw. additive Charaktere von  $R_i$ , dann ist  $\chi = \chi_1 \chi_2$  ein multiplikativer,  $\sigma = \sigma_1 \sigma_2$  ein additiver Charakter von  $R$ . Genau dann ist  $\chi$  ausgezeichnet (vgl. Fasz. 429 und 441),

wenn  $\chi_1$  und  $\chi_2$  ausgezeichnet sind.  $\chi$  und  $\sigma$  sind eindeutig in der Gestalt  $\chi_1\chi_2$  bzw.  $\sigma_1\sigma_2$  darstellbar. Bll.3-4: Hausdorff stellt konkrete Berechnungen zum Einbettungsproblem von  $H$  in  $R$  an (vgl. Fasz. 447); zum Resultat vgl. Fasz. 459.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; ausgezeichnete Charaktere; direkte Produkte; Einbettung abelscher Gruppen in Ringe

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 462**

Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Hausdorff notiert 7 Sätze aus der deskriptiven Mengenlehre bzw. Topologie metrischer Räume und wirft mehrere Probleme auf, eines davon betrifft den allgemeinen Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Maßtheorie; Wahrscheinlichkeitstheorie; metrische Räume; separierte Mengen;  $\beta$ -Mengen; Suslinmengen; Borelmengen; Suslinkomplemente

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 463**

[Zur Čech'schen Homologietheorie] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], [vermutl.1932-Febr.1934]. – 17 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-5, entspr. Bll.1-17.

Inhalt: Gekürzte Wiedergabe mit gelegentlichen Kommentaren der Seiten 149-175 der Arbeit von E.Čech „Théorie générale de l'homologie dans un espace quelconque“, Fundamenta Math. 19 (1932), S.149-183.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Čech'sche Homologie

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 464**

Halbschlichte Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 13 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-13.

Inhalt: Eine eindeutige Abbildung  $y = f(x)$  von  $A$  auf  $B$  heißt halbschlicht, wenn das Urbild  $f^{-1}(y)$  jedes Punktes  $y \in B$  höchstens abzählbar ist. Es folgen 7 Theoreme über halbschlichte Abbildungen metrischer Räume, z.B.: (1) Jedes halbschlichte stetige Bild eines vollständigen separablen Raumes ist eine Borelmenge; (2) Jedes halbschlichte stetige Bild einer Borelmenge ist eine Borelmenge; (3)  $y = f(x)$  sei eine stetige Abbildung des separablen vollständigen Raumes  $A$  auf  $B$ ; für  $y \in B$  sei  $F(y)$  das Urbild von  $y$  und  $F_\alpha(y)$  die Folge der Ableitungen von  $F(y)$ . Wenn  $f$  halbschlicht ist, so gibt es ein  $\alpha$  aus der

ersten oder zweiten Zahlklasse derart, daß alle  $F_\alpha(y) = \emptyset$  sind; (4)  $y = f(x)$  sei eine halbschlichte stetige Abbildung der Borelmenge  $A$  auf die Menge  $B$ . Dann ist  $A$  Summe abzählbar vieler Borelmengen, die durch  $f(x)$  schlicht abgebildet werden (solche Mengen  $A$  nennt Hausdorff spaltbar).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; separable Räume; halbschlichte Abbildungen; Borelmengen; spaltbare Mengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 465**

[Halbschlichte Abbildungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Bl.1 ist stark verschmutzt, einige Worte sind unleserlich.

Inhalt: Hausdorff verfolgt den Beweis des Satzes ( $\alpha$ ) „Ein halbschlichtes stetiges Bild eines separablen vollständigen Raumes ist eine Borelmenge“ bei C.Kuratowski „Topologie I“, Warszawa-Lwow 1933; sein Kommentar (Bl.2): „Der Beweis von ( $\alpha$ ) führt hier über sehr viele Stufen“. (Vgl. auch Fasz. 464).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; separable Räume; halbschlichte Abbildungen; Borelmengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 466**

Gruppoid : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930- Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Begriff des (Brandtschen) Gruppoids und einige einfache Tatsachen über Gruppoid nach H.Brandt „Über eine Verallgemeinerung des Gruppenbegriffs“, Math.Ann. 96 (1926), S.360-366.

SW: Algebra; Brandtsches Gruppoid

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 467**

Die Sätze von Picard u.s.w. : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: kleiner Picardscher Satz; großer Picardscher Satz; einschlägige Sätze von Schottky und Landau (nach E.Landau „Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie“, 2.Aufl. Berlin 1927, Kap.7).

SW: Analysis; Funktionentheorie; konforme Abbildung; Werteverteilung; kleiner Picardscher Satz; großer Picardscher Satz

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 468

[Spezielle Mengen im Baireschen Nullraum  $I$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Es wird in  $I$  eine Menge angegeben, die ein  $G_{\delta\sigma}$ , aber kein  $F_{\sigma\delta}$  ist, ebenso eine, die ein  $G_{\delta\sigma\delta}$ , aber kein  $F_{\sigma\delta\sigma}$  ist. Hausdorff diskutiert die Frage, wie man einen solchen Konstruktionsprozeß allgemein gestalten könnte.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Bairescher Nullraum

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 469

[Lineare Gleichungssysteme mit unendlich vielen Unbekannten] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 13 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $(\alpha)$ -  $(\gamma)$ , entspr. Bll.1-13.

Inhalt: Wiedergabe von Teilen der Arbeit von E.Schmidt „Über die Auflösung linearer Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten“, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 25 (1908), S.53-77.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Hilberträumer; Folgenräume; lineare Operatoren

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 470

[Lineare Funktionale] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 13 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Der erste Teil des Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-11.

Inhalt: Wiedergabe des Inhalts eines Teils von §2 der Arbeit von S.Banach „Sur les fonctionelles linéaires II“, Studia Math. 1 (1929), S.223-239. Bll.3-12: Begriff der schwachen Abgeschlossenheit einer linearen Menge des zum linearen normierten Raum  $E_x$  konjugierten Raumes  $E_u$ . Über einige Stufen werden folgende Sätze bewiesen: (1) Die lineare Menge  $L \subset E_u$  sei schwach abgeschlossen,  $v \in E_u - L$ . Dann gibt es, falls  $E_x$  vollständig ist, ein  $x_0$  mit  $ux_0 = 0$  ( $u \in L$ ),  $vx_0 = 1$ . (2) Wenn  $E_x$  vollständig und die zu  $y = Sx$  konjugierte Abbildung schlicht und umkehrbar ist, so ist  $y = Sx$  für jedes  $y$  lösbar. Für (2) gibt Hausdorff einen zweiten Beweis mit Rekurs auf seine Vorlesung „Punktmengen“, §6 (Fasz. 50). Bll.12-13: Formulierung der Banachschen Sätze aus o.g.Arbeit, S.236 und 238 in Hausdorffs Bezeichnungsweise und Kommentare zu ihrem Beweis und zum Zusammenhang mit den Beweisen in Hausdorffs Vorlesung (Fasz. 50).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Funktionale; schwache Abgeschlossenheit; dualer Raum; lineare Operatoren; normale Auflösbarkeit

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 471**

Probleme : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Es werden Probleme aus der Funktionalanalysis, Topologie, Gruppen- und Maßtheorie formuliert, z.T. mit kurzen Kommentaren.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; Topologie; Algebra; Gruppentheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 472**

[Halbschlichte Abbildungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen:  $X$  sei separabel und vollständig,  $Z$  eine im Baireschen Nullraum abgeschlossene Menge;  $x = f(z)$  eine in  $Z$  stetige Funktion mit Werten in  $X$ , dadurch wird im Produktraum  $(X, Z)$  eine Borelsche Menge  $C$  definiert. Wenn  $f(z)$  halbschlicht ist (vgl. Fasz. 464), ist  $C$  Summe abzählbar vieler Borelscher Mengen  $D$  in  $(X, Z)$ , die sich schlicht auf  $X$  projizieren. Aus diesem Satz wird eine Folgerung für spezielle Borelmengen in  $(X, Y)$  gezogen, wo  $X, Y$  separable vollständige Räume sind.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Produkträume; Borelmengen; halbschlichte Abbildungen; Bairescher Nullraum

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 473**

[Analytische Fortsetzung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Zusammensetzung mehrdeutiger regulärer Funktionen aus Funktionszweigen; unmittelbare analytische Fortsetzung; analytische Fortsetzung; monogene Funktionen.

SW: Analysis; Funktionentheorie; analytische Fortsetzung; reguläre Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 474**

[Maximum einer Bilinearform] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Es sei  $P(x, y) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_iy_j$  eine Bilinearform mit komplexen Variablen und Koeffizienten. Gesucht wird das Maximum von  $|P(x, y)|$  unter der

Bedingung  $\sum |x_i|^2 = \sum |y_j|^2 = 1$ . Ist  $\lambda$  das Quadrat des gesuchten Maximums,  $A = (a_{ij})$ , so ist  $\lambda$  Eigenwert von  $A^*A$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Bilinearformen; Eigenwerte; Hermitesche Matrizen

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 475**

[Die Funktionalgleichung  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Es wird gezeigt, daß jede meßbare Lösung der o.g. Funktionalgleichung die Form  $f(x) = cx$  hat. Hausdorff verweist auf W.Sierpinski „Sur l'équation fonctionnelle  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ “, Fundamenta Math. 1 (1920), S.116-122, und „Sur une propriété des fonctions de M.Hamel“, Fundamenta Math. 5 (1924), S.334-336.

SW: Analysis; Maßtheorie; Funktionalgleichungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 476**

Reelle Funktionen [u.a.] : Literaturzusammenstellung, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., meist Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.1932-Febr.1934]. 17 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Über 160 Literaturangaben, hauptsächlich aus Fundamenta Math., meist mit kurzen Notizen zum Inhalt.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Maßtheorie; Integrationstheorie; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Funktionalanalysis; Fourierreihen

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 477**

Subharmonische Funktionen : Studie, Literaturübersicht / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1932-Febr.1934]. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Definition der Begriffe subharmonische und superharmonische Funktion; Definition der harmonischen Funktionen als solche, die zugleich sub- und superharmonisch sind; Nachweis, daß diese Definition der harmonischen Funktionen mit der üblichen übereinstimmt. 1 Blatt (Bl.4) Literaturübersicht zum Thema „Subharmonische Funktionen“.

SW: Analysis; Funktionentheorie; subharmonische Funktionen; superharmonische Funktionen; harmonische Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 478**

[Nach oben und nach unten finite Funktionen] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Definition der Begriffe „nach oben finit“, „nach unten finit“, „finit“; einige Bemerkungen und Rechnungen dazu.

SW: Analysis; reelle Funktionen; nach oben (nach unten) finite Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 479**

Gleichungen vom Grade  $p^n$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 11 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Studium der Kongruenzgruppe mod  $p$ , imprimitive Gruppen; genau dann ist eine irreduzible Gleichung über  $K$  imprimitiv, wenn ihre Galoisgruppe über  $K$  imprimitiv ist; Hauptergebnis: die Galoisgruppe einer auflösbaren irreduziblen primitiven Gleichung vom Grade  $p^n$  ( $p$  Primzahl) ist Untergruppe der Kongruenzgruppe mod  $p$ .

SW: Algebra; Galoistheorie; auflösbare Gleichungen; lineare Gruppen; Kongruenzgruppe mod  $p$

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 480**

Tripelsysteme, -gruppen und -gleichungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Bll.1-4: Bildung neuer Tripelsysteme aus schon vorhandenen; Beispiele; Bll.5-8 unter der Überschrift „Tripelsysteme“: Konstruktion eines Tripelsystems nach E Netto „Zur Theorie der Tripelsysteme“, Math. Annalen 42 (1893), S.143-152, Untersuchung der zugehörigen Tripelgruppe; Bll.9-12 unter der Überschrift „Tripelgleichungen“: Erklärung des Begriffs Tripelsystem; die Tripelgruppe; Beispiele.

SW: Algebra; Gruppentheorie; Tripelsysteme; Tripelgruppen; Tripelgleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 481**

Toeplitz : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1931-Febr.1934]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bll.1-4.

Inhalt: Stichpunktartige Bemerkungen zu zeilenfiniten Matrizen und ihren Transformationen auf kanonische Gestalt im Anschluß an O. Toeplitz „Über die



Auflösung unendlich vieler linearer Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten“, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 28 (1909), S.88-96; Stichpunkte zur Theorie der halbfinalen Matrizen und zu ihrer Transformation auf kanonische Gestalt im Anschluß an G.Köthe, O.Toeplitz „Theorie der halbfinalen unendlichen Matrizen“ Journal für die reine u. angew. Mathematik 165 (1931), S.116-127; Notizen zu Hermiteschen Matrizen und ihrem Spektrum;  $\mathcal{L}$ -Matrizen ( $a_{pq} = c_{p-q}$ ,  $p, q \in \mathbb{Z}$ ), Zusammenhang mit der Funktionentheorie.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Hilberträume; Folgenräume; lineare Operatoren; zeilenfinite Matrizen; halbfinite Matrizen; hermitesche Matrizen

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 482**

Die Kummerschen Kongruenzen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 20 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Bll.1-7: Sätze aus der Idealtheorie in Kreisteilungskörpern; Bll.7- 15: Anwendung auf das Fermatproblem: Herleitung der Kummerschen notwendigen Bedingungen (Kummersche Kongruenzen); Bll.15-20: vereinfachte Herleitung der Wieferichschen Bedingung (vgl. Wieferich „Zum letzten Fermatschen Theorem“, Journal für die reine u. angewandte Math. 136 (1909), S.293- 302).

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Kreisteilungskörper; Fermatproblem

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 483**

Verallgemeinerung der Lagrangeschen Wurzelzahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 32 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $A - D^*$ , entspr. Bll.1-32.

Inhalt: Untersuchungen der Gaußschen Summen für Primideale vom Grade  $f > 1$  in Analogie zum Fall  $f = 1$  in der Vorlesung „Algebraische Zahlen“, Fasz. 52, §15, Bll.130-159; die Teilbarkeit der Binomialkoeffizienten durch  $p$  mit einer kritischen Bemerkung zu einer Ungenauigkeit bei Kummer (Bl.12).

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Kreisteilungskörper; Gaußsche Summen; Lagrangesche Resolventen

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 484**

[Zuordnung von Idealklassen zu Klassen primitiver quadratischer Formen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: Begriff der eigentlichen Äquivalenz bei quadratischen Formen der Diskriminante  $d$ ; eigentliche Äquivalenz von Idealen im quadratischen Zahlkörper

$Q(\sqrt{d})$ ; Satz: Jeder Idealklasse (im Sinne der eigentlichen Äquivalenz) von  $Q(\sqrt{d})$  entspricht eine Klasse primitiver eigentlich äquivalenter quadratischer Formen der Diskriminante  $d$ .

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; quadratische Zahlkörper; Idealklassen; quadratische Formen

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 485**

Irrationalität von  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{q}$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1932-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Hausdorff verweist auf A.Pringsheim „Kritisch-historische Bemerkungen zur Funktionentheorie V. Über einen Gaußschen Beweis der Irrationalität von  $\tan x$  bei rationalem  $x$ “, Sitzungsber. der math.-naturwiss. Abt. der Bayr.Akad. d.Wiss. zu München, 1932, S.193-200.

Inhalt: Es wird bewiesen, daß  $\tan \frac{\pi}{q}$  irrational ist, woraus die Irrationalität von  $\pi$  folgt.

SW: Analysis; Funktionentheorie; irrationale Zahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 486**

[Folgenräume und ihre Dualräume] : Notizen, Rechnungen ohne Text / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1932-Febr.1934]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Eingangs steht die Bemerkung „Toeplitz/Köthe“, gemeint ist vermutl. die Arbeit G.Köthe, O.Toeplitz „Bericht über den Stand der Arbeiten über lineare Räume“, Semesterber. Bonn u. Münster 1 (1932), S.59-64.

Inhalt: Hausdorff untersucht verschiedene Folgenräume, z.B. den der finiten Folgen, und ihre dualen Räume und diskutiert u.a. die Frage der Reflexivität.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Folgenräume; dualer Raum; reflexive Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 487**

Der komplexe Hilbertraum  $H$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 7 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459.

Inhalt: der komplexe  $l^2$ ; stetige lineare Operatoren von  $l^2$  in sich als Matrizen; adjungierter Operator als transponierte konjugiert komplexe Matrix; hermitesche Bilinearformen, hermitesche Matrizen; unitäre Matrizen, Zerlegung in hermitesche Komponenten; Norm einer hermiteschen Matrix als Supremum des Betrags der zugehörigen Bilinearform auf der Einheitssphäre; positiv und negativ definite hermitesche Matrizen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Hilberträume; Folgenräume; lineare Operatoren; Hermitesche Matrizen; Bilinearformen

## NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 488

Zusammenhängende und lokal zusammenhängende Räume : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 20 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 459. Nach der Überschrift folgt die Bemerkung „(Kuratowski, verschiedene Arbeiten; Ergänzungen von mir)“. Hausdorff bezieht sich auf folgende Arbeiten von C.Kuratowski: „Sur les continus de Jordan et le théorème de M.Brouwer“, Fundamenta Math. 8 (1926), S.137-150; „Une caractérisation topologique de la surface de la sphère“, Fundamenta Math. 13 (1929), S.307-318; „Sur quelques théorèmes fondamentaux de l'Analysis situs“, Fundamenta Math. 14 (1929), S.304-310, und B.Knaster, C.Kuratowski, S.Mazurkiewicz: „Ein Beweis des Fixpunktsatzes für  $n$ -dimensionale Simplexe“, Fundamenta Math. 14 (1929), S.132-137; B.Knaster, C.Kuratowski „Sur les ensembles connexes“, Fundamenta Math. 2 (1921), S.206-255. Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \epsilon$ , entspr. Bll.1-20.

Inhalt: Bll.1-3: Hausdorff betrachtet 3 Eigenschaften eines Raumes  $E$ : ( $\alpha$ )  $E$  ist einfach zusammenhängend, d.h. aus  $E = C_1 \cup C_2$ ,  $C_1, C_2$  Kontinua, folgt  $C_1 \cap C_2$  ist ein Kontinuum. ( $\beta$ ) Ist  $C$  ein Kontinuum,  $G$  eine Komponente von  $E - C$ , so ist deren Begrenzung  $G_g$  ein Kontinuum. ( $\gamma$ ) Jede abgeschlossene Menge  $F$ , die  $x_1, x_2$  trennt, enthält ein Kontinuum, das  $x_1, x_2$  trennt. Ist  $E$  zusammenhängend und lokal zusammenhängend, so sind diese drei Eigenschaften äquivalent. Bll.4-6: ( $\delta$ ) sei folgende Eigenschaft eines Raumes  $E$ :  $F_1, F_2$  seien abgeschlossene disjunkte Mengen,  $x_1, x_2 \in E - (F_1 + F_2)$ . Wenn  $x_1, x_2$  weder durch  $F_1$  noch durch  $F_2$  getrennt werden, so auch nicht durch  $F_1 + F_2$ . ( $\gamma$ )  $\rightarrow$  ( $\delta$ ) für jeden Raum, ( $\delta$ )  $\rightarrow$  ( $\gamma$ ) bei kompaktem  $E$ . ( $\delta$ )  $\rightarrow$  ( $\alpha$ ) in jedem zusammenhängenden Raum. Bll.7-12:  $E$  hat die Fixpunkteigenschaft, wenn bei jeder stetigen Abbildung von  $E$  in sich mindestens ein Fixpunkt existiert. Dann gilt: Ist  $E$  ein Streckenbild (d.h. ein kompaktes lokal zusammenhängendes Kontinuum) mit Fixpunkteigenschaft, dann ist  $E$  einfach zusammenhängend (und damit gilt auch ( $\beta$ ), ( $\gamma$ ), ( $\delta$ )). Ein  $n$ -dimensionales Simplex ist einfach zusammenhängend. Der  $R^n$  hat zwar die Fixpunkteigenschaft nicht, aber trotzdem die Eigenschaften ( $\alpha$ ) – ( $\delta$ ). Die Kugelfläche im  $R^{n+1}$  ist für  $n \geq 2$  einfach zusammenhängend. Bll.13-14: Verallgemeinerung eines Satzes von Nikodym über lokal zusammenhängende Räume (S.Nikodym „Sur quelques propriétés des ensembles partout localement connexes“, Fundamenta Math. 12 (1928), S.240-243). Bll.14-20: ( $\delta$ ) wird zu folgender Eigenschaft ( $\epsilon$ ) verschärft: ( $\epsilon$ )  $F_1, F_2$  seien abgeschlossen, ihr Durchschnitt sei leer oder ein Kontinuum. Wenn  $x_1, x_2 \in E - (F_1 \cup F_2)$  weder durch  $F_1$  noch durch  $F_2$  getrennt werden, so auch nicht durch  $F_1 \cup F_2$ . ( $\zeta$ ) sei folgende Eigenschaft:  $C$  sei ein Kontinuum,  $E - C$  zusammenhängend oder leer, dann ist  $C$  einfach zusammenhängend. Es gelten folgende Sätze: (1) Ist  $E$  ein Streckenbild, so sind ( $\epsilon$ ) und ( $\zeta$ ) äquivalent; (2) Die Kugeloberfläche  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$  hat die Eigenschaften ( $\epsilon$ ), ( $\zeta$ ).

SW: Topologie; Zusammenhang; lokal zusammenhängende Räume; einfach

zusammenhängende Räume; Kontinua; kompakte Räume; Streckenbilder; Trennungseigenschaften

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 489**

[Lineare Räume] : Stichpunktliste / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

G.Bergmann hat die Faszikeln 489-508 in eine Mappe „Studien und Referate. 1930 - Februar 1934, Manuskriptreste und Fragmente“ eingeordnet. Wo nicht durch Literaturangaben eine andere Datierung erschlossen werden kann, wird diese Datierung übernommen.

Inhalt: Stichpunktartige Aufzählung von Themen und Sätzen aus der Funktionalanalysis, die Hausdorff offenbar abarbeiten wollte, denn die meisten sind durchgestrichen oder abgehakt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 490**

[Integration] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Bl. ist vermutl. Teil eines Vorlesungsmss. gewesen. Auf der Rückseite, die nicht durchgestrichen ist, befinden sich Teile eines Referats über eine Arbeit zur Limitierungstheorie.

Inhalt: Der Rest des ersten Satzes ist noch als Definition des uneigentlichen L-Integrals erkennbar, dazu Bemerkungen zum Zusammenhang mit dem uneigentlichen R-Integral.

SW: Analysis; Integrationstheorie; uneigentliche Integrale; Limitierungstheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 491**

[Suslinmengen; Kompaktheit in  $C[a, b]$ ] : Notizen, Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1930- Febr.1934]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Bl.1: stichpunktartige Aufzählung einer Reihe von Sätzen über Suslinmengen, dazu kurze fragmentarische Bemerkungen über den Ursprung einiger dieser Sätze. Bll.2-3: Kompaktheitskriterium in  $C[a, b]$  (Satz von Arzelà-Ascoli).

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Borelmengen; Bairesche Funktionen; Satz von Arzelà-Ascoli

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 492

[Lineare Operatoren und lineare Funktionale] : Studie, möglicherweise Vorlesungsausarbeitung, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 43 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 2-13 (Bogen 1 fehlt), entspr. Bll.1-43. Vom Charakter her könnte es eine Vorlesungsausarbeitung sein; in Fasz. 50 paßt es insofern nicht, als dort die vollstetigen Operatoren am Schluß behandelt werden, im vorliegenden Ms. die Bll.13-31 den §2, Bll.32-43 den §3 darstellen, Bll.1-12 also der Rest des §1 ist, d.h. das vorl.Ms. ist nicht ein einzufügender Teil, sondern der Beginn einer Ausarbeitung. Möglicherweise plante Hausdorff eine Vorlesung oder ein Seminar über lineare normierte Räume.

Inhalt: lineare Räume endlicher Dimension; solche Räume sind zum Euklidischen  $l^2(n)$  linear homöomorph; genau dann ist ein linearer Raum von endlicher Dimension, wenn jede beschränkte Menge total beschränkt ist; Begriff des vollstetigen Operators; Quotientenräume; hinreichende Stetigkeitsbedingungen; Satz von Banach-Schauder (Satz von der offenen Abbildung) und Satz von der stetigen Inversen; eine Folgerung; Satz von der gleichmäßigen Beschränktheit. Bll.13-31 unter der Überschrift „Linearformen. Konjugierte Räume und Abbildungen“: lineare beschränkte Funktionale; der konjugierte Raum; Beispiele; reflexive und nicht reflexive Räume; Fortsetzungssatz von Hahn-Banach; Vollständigkeit des konjugierten Raumes; Räume mit abzählbarer Basis; hinreichende Bedingung für die Stetigkeit eines linearen Operators in einem vollständigen Raum mit abzählbarer Basis; konjugierte Abbildungen; notwendige Bedingungen für die Auflösbarkeit von  $y = Ax$ ; Begriff der normalen Auflösbarkeit; notwendige und hinreichende Bedingungen für normale Auflösbarkeit. Bll.32-43 unter der Überschrift „Vollstetige Abbildungen“: Definition; grundlegende Sätze; Elemente der Riesz-Schauderschen Auflösungstheorie für  $I - T$  bei vollstetigem  $T$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume; lineare Operatoren; lineare Funktionale; Satz von Hahn-Banach; Satz von Banach-Schauder; konjugierte Räume; normale Auflösbarkeit; vollstetige Operatoren; Riesz- Schaudersche Auflösungstheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 493

Zur Theorie der Suslinschen Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 14 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Seien  $A, B, U$  Mengen in einem metrischen Raum  $E$ .  $A, B$  heißen rel  $U$  trennbar, wenn sie sich in Borelsche Mengen  $P, Q$  mit  $PQU = \emptyset$  einschließen lassen (Trennbarkeit schlechthin ist Trennbarkeit rel  $E$ ). Es wird dann eine Verallgemeinerung eines Lusinschen Trennbarkeitssatzes ([45], S.277) bewiesen.

Aus der logischen Umkehr dieses Satzes wird noch ein Mächtigkeitssatz abgeleitet. Desweiteren werden folgende Sätze bewiesen: (1)  $E$  sei vollständig und separabel,  $A$  eine Suslinmenge wie oben mit abgeschlossenen  $F_i \supseteq F_{ik} \supseteq \dots$ . Wenn jeder Punkt  $x \in A$  nur in höchstens abzählbar vielen  $F_i F_{ik} F_{ikl} \dots$  liegt, so ist  $A$  Borelsch. (2) Das halbschlichte Bairesche Bild einer separablen absolut Borelschen Menge ist wieder eine höchstens separable absolut Borelsche Menge. (3)  $X, Y$  seien separable vollständige Räume,  $D$  bezeichne solche Borelmengen im Produktraum  $(X, Y)$ , die von jeder Vertikalen  $(x, Y)$  in höchstens einem Punkt getroffen werden. Ist  $C$  eine Borelmenge in  $(X, Y)$  und so beschaffen, daß sie von jeder Vertikalen in einer höchstens abzählbaren Menge geschnitten wird, dann ist  $C$  Vereinigung höchstens abzählbar vieler  $D$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; separable Räume; Suslinmengen; Borel-Trennbarkeit; Produkträume; Borelmengen; halbschlichte Abbildungen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 494**

Äquivalenz der quadratischen Irrationalzahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 16 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-16.

Inhalt: Verkürzte Darstellung von Teilen des Inhalts des Abschnitts 11 (S.400-451) von H.Weber „Algebra I“, 2.Aufl., Braunschweig 1898.

SW: Analysis; Algebra; Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Kettenbrüche; quadratische Irrationalzahlen; quadratische Formen; Klassenzahl

#### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 495**

Quadratische Irrationalzahlen, binäre quadratische Formen, Ideale in quadratischen Zahlkörpern : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 15 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Im wesentlichen derselbe Inhalt wie im 1. Teil des Fasz. 494. Die Themen „quadratische Formen“ und „Ideale in quadratischen Zahlkörpern“ sind nicht behandelt.

SW: Analysis; Algebra; Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Kettenbrüche; quadratische Irrationalzahlen; quadratische Formen

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 496

Integral und Maß : Vorlesungsausarbeitung, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 57 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 12-26, entspr. Bll.1-57. Auf Bl.29 wird explizit von einer Vorlesung gesprochen.

Inhalt: Bll.1-28 unter der Überschrift „Das Integral als Zuwachs der Stammfunktion“: Eigenschaften, die von einer sinnvollen Definition des bestimmten Integrals verlangt werden; Unterscheidung der verschiedenen Integralbegriffe nach den Stetigkeitsforderungen (d.h. wann gilt  $\lim \int_a^b f_n dx = \int_a^b \lim f_n dx$ ); das Integral als Zuwachs der Stammfunktion; Stetigkeitseigenschaften dieses Integrals; Approximationsatz von Weierstraß; Folgerung: Jede in  $[a, b]$  stetige Funktion ist eine Ableitung; weitere Eigenschaften von Ableitungen; differenzierbare Funktionen, deren Ableitung in einer dichten Menge verschwindet, ohne in einem noch so kleinen Intervall zu verschwinden; differenzierbare Funktionen, die in keinem Intervall monoton sind (Koepcke-Funktionen); verallgemeinerte Stammfunktion ( $F(x)$  in  $[a, b]$  stetig und  $F'(x) = f(x)$  bis auf höchstens abzählbar viele Stellen); Satz von Scheefer (ist  $F(x)$  in  $[a, b]$  stetig,  $F(a) \neq F(b)$ , so ist  $F'(x) \neq 0$  an überabzählbar vielen Stellen); Folgerung: Sei  $F(x)$  in  $[a, b]$  stetig,  $C = \{x; F'(x) = 0\}$ ,  $D = [a, b] - C$ , ist dann  $D$  höchstens abzählbar, so ist  $F$  konstant, d.h.  $D = \emptyset$ ; Diskussion der Frage, ob sich dieser Satz verallgemeinern läßt, z.B. ob aus „ $D$  von erster Kategorie“ oder „ $D$  vom Maß 0“ auch  $D = \emptyset$  folgt; Hausdorff zeigt, daß das nicht der Fall ist. Bll.29-44 unter der Überschrift „Das Riemannsches Integral“: Definition; Zusammenhang zum Integral als Zuwachs der Stammfunktion; Integrabilitätskriterium; Schwankung einer Funktion in einem Punkt, andere Form der Integrabilitätsbedingungen; Klassen integrierbarer Funktionen; Stetigkeitseigenschaften des R-Integrals (Satz von Arzelà); Zusammenhang zum Inhaltsbegriff. Bll.45-57 unter der Überschrift „Zurückführung der Integrale auf Maße. Meßbare Funktionen“: Definition der meßbaren Funktionen, Eigenschaften; Zurückführung des Integrals auf das Maß; Integrale über Teilmengen; das Integral als absolut-additive Mengenfunktion; Integralfunktion  $F(x)$  einer Funktion  $f(x)$ .

SW: Analysis; Integrationstheorie; Maßtheorie; reelle Funktionen; R-Integral; meßbare Funktionen; L-Integral

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 497

[Integral und Maß] : Vorlesungsausarbeitung, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 45 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 11\*-22, entspr. Bll.1-45.

Inhalt: Bll.1-4 unter der Überschrift „Halbstetige Funktionen“: Definition der oberhalb stetigen und der unterhalb stetigen Funktionen; Beispiele; Darstellung

unterhalb stetiger Funktionen als Limes einer aufsteigenden Folge stetiger Funktionen; Verschmelzung unterhalb stetiger Funktionen. Bll.5-34 unter der Überschrift „das Lebesguesche Integral für beschränkte Funktionen“: Eigenschaften, die von einer sinnvollen Definition des bestimmten Integrals verlangt werden; verschiedene Fassungen der Stetigkeitsforderung (vgl. Fasz. 496); Folgerungen aus diesen Postulaten: oberes und unteres Riemann-Darboux-Integral als Grenzen, zwischen denen jedes Integral liegt; Einführung des L-Integrals nach Young (über halbstetige Funktionen, ohne Maßbegriff): oberes und unteres L-Integral, L-Integral; Zusammenhang zum R-Integral; L-Integral als lineares Funktional, weitere Eigenschaften; Konvergenzeigenschaften von unterem und oberem L-Integral; Konvergenzsatz von Lebesgue und damit zusammenhängende Sätze; Intervalladditivität des L-Integrals. Bll.35-45 unter der Überschrift „Das Lebesguesche Maß“: charakteristische Funktionen; oberes und unteres L-Integral als äußeres und inneres Maß; Meßbarkeit einer Menge, Maß; Eigenschaften des Maßes, insbesondere  $\sigma$ -Additivität; Nullmengen; maßgleiche Hülle und maßgleicher Kern; Charakterisierung des äußeren (inneren) Maßes von  $A$  als untere Grenze des Maßes der offenen  $G \supseteq A$  (als obere Grenze der abgeschlossenen  $F \subseteq A$ ).

SW: Analysis; Integrationstheorie; Maßtheorie; halbstetige Funktionen; L-Integral; Lebesguemaß

#### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 498**

[Einheiten in Kummerschen Körpern] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Fragment steht im Zusammenhang mit den Vorlesungen über algebraische Zahlen (Fasz. 51,52,65,66).

Inhalt: Es wird ein Satz bewiesen, der im Ms. nicht formuliert ist. Es handelt sich um den Satz I von Bl.4 des Fasz. 66.

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Kummersche Körper; Einheiten

#### **NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 499**

[Kummersche Körper und Klassenzahl von Kreisteilungskörpern] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Fragment steht im Zusammenhang mit den Vorlesungen über algebraische Zahlen (Fasz. 51,52,65,66).

Inhalt: Es werden Kriterien für die Teilbarkeit der Klassenzahl des  $l$ -ten Kreisteilungskörpers durch  $l$  bewiesen (vgl. Fasz. 66, Sätze II u. III, Bll.4- 8 u. Fasz. 52, §14, Bll.103-129).

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Kummersche Körper; Kreisteilungskörper



### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 500

[Algebraische Zahlentheorie] : Notizen, Studien, Fragmente, Vorlesungsausarbeitungen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 59 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Fasz. steht im Zusammenhang mit den Vorlesungen über algebraische Zahlen (Fasz. 51,52,65,66).

Inhalt: Bll.1-2: kurze Notizen zur logarithmischen Reihe einer ganzen Zahl eines Kreisteilungskörpers. Bl.3: zur Lösung eines Systems simultaner Kongruenzen (nach H.Prüfer „Neue Begründung der algebraischen Zahlentheorie“, Math. Ann. 94 (1925), S.198-243. Bll.4-5: Fragment (Einbettung von Abelschen Gruppen in Ringe? Vgl. Fasz. 447). Bll.6-9: unter der Überschrift „Charaktere“: Charaktere mod  $m$ ; ihre Anzahl ist  $\varphi(m)$ , Beispiele; Charaktere einer abelschen Gruppe endlicher Ordnung; Gaußsche Summen. Bll.10-27 unter der Überschrift „Relativkörper. Vergleichung von Idealen in verschiedenen Körpern“: g.g.T. von  $n$  ganzen algebraischen Zahlen und seine lineare Darstellung; das zu einer Zahl  $A$  assoziierte Ideal (Menge aller durch  $A$  teilbaren Zahlen des Körpers  $k$ ,  $A$  ist in bezug auf  $k$  eine ideale Zahl im Sinne Kummers); weiteres zur Beziehung zwischen den Idealen und den idealen Zahlen; Begriffe „freies Ideal“ und „gebundenes Ideal“; Ausdehnung der Addition und Multiplikation auf freie Ideale; Beispiele; Relativnorm eines Ideals von  $(K | k)$ ; Relativgrad eines Primideals von  $(K | k)$ ; Relativdifferente; Relativdiskriminante; Relativdifferente als g.g.Idealteiler der Relativdifferenten aller ganzen Zahlen. Bl.28: Notiz zu den logarithmischen Koeffizienten. Bll.29-32: Ergänzungen und Beispiele zum §15 „Das Eisensteinsche Reziprozitätsgesetz“, Bll.130-159 der Vorl. „Algebraische Zahlen“ (Fasz. 52). Bll.33-38 unter der Überschrift „Kummersche Körper“: Einheitentheorie in Kummerschen Körpern (Ms. bricht auf Bl.48 mitten im Satz ab). Bll.49-59 unter der Überschrift „Relativkörper“: Grad und Basis eines algebraischen Erweiterungskörpers  $K$  über einem algebraischen Zahlkörper  $k$ ; Gradatz; algebraische Zahlen über  $k$ ; Darstellung der Elemente von  $(K | k)$ ; konjugierte Elemente über  $k$ ; relative Isomorphismen; Relativspur, Relativnorm, Relativdifferente, Relativdiskriminante; Zusammenhang zwischen den absoluten Normen und Spuren und den relativen.

SW: Algebra; Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Körpererweiterungen; Relativkörper; Kummersche Körper; Einheiten; Ideale; ideale Zahlen; Charaktere; Gaußsche Summen; Eisensteinsches Reziprozitätsgesetz

### NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 501

[Ein Satz über reflexive Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Sei  $E_x$  ein reflexiver normierter linearer Raum, dessen konjugierter Raum  $E_u$  separabel ist, dann ist in  $E_x$  jede beschränkte Menge schwach folgenkompakt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; reflexive Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 502**

[Sätze über  $C[a, b]$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Kompaktheitskriterium für  $C[a, b]$  (Satz von Arzelà-Ascoli); der Fredholmsche Integraloperator mit stetigem Kern ist auf  $C[a, b]$  eine vollstetige Abbildung.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Satz von Arzelà-Ascoli; Integraloperatoren; vollstetige Operatoren

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 503**

[Erweiterung eines Schottkyschen Satzes] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Es wird ein Satz V (Erweiterung eines Schottkyschen Satzes) formuliert, der folgendermaßen lautet: Sei  $\alpha \neq 0$  und  $\neq 1$  und  $0 < \delta < \min[|\alpha|, |1 - \alpha|]$ , ferner  $0 < \vartheta < 1$ . Dann gibt es eine Konstante  $M = M(\alpha, \delta, \vartheta)$  von folgender Beschaffenheit: Ist  $f(z)$  für  $|z| \leq r$  regulär, von 0 und 1 verschieden und  $|f(0) - \alpha| < \delta$ , so ist  $|f(z)| \leq M$  für  $|z| \leq \vartheta r$ . Ein Beweis wird nicht gegeben.

SW: Analysis; Funktionentheorie; konforme Abbildung; Werteverteilung

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 504**

[Ein Extremalproblem in  $l^p$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: In  $l^p$  seien endlich viele Punkte gegeben,  $L$  sei ihre lineare Hülle. Gesucht wird zu gegebenem  $x \in l^p$  derjenige Punkt von  $L$ , der  $x$  am nächsten liegt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Folgenräume

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 505**

[Auflösung linearer Gleichungssysteme] : Vorlesungsausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1931-Febr.1934]. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489. Das Ms. ist überschrieben mit „§5“.

Inhalt: Es geht um die Auflösung von  $u_t x = a_t$ , wo die Unbekannte  $x$  Punkt eines linearen normierten Raumes ist,  $u_t$  eine Menge des dualen Raumes durchläuft und  $a_t$  gegebene reelle Zahlen sind. Es handelt sich um eine Ergänzung zum §5 der Vorlesung „Punktmengen“ (Fasz. 50), und zwar zu Bl.121ff.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; dualer Raum; Folgenräume; lineare Operatoren

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 506**

[Ordnung in einem Punkt des Konvergenzkreises] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Ist  $f(z)$  eine Potenzreihe mit Konvergenzradius 1, so ist die Ordnung  $w(\zeta)$  von  $f(z)$  im Punkte  $\zeta$  mit  $|\zeta| = 1$  definiert als

$$w(\zeta) = \limsup_{z \rightarrow \zeta, |z| < 1} \frac{\log |f(z)|}{\log \left| \frac{1}{z-\zeta} \right|}.$$

Hausdorff zeigt, daß  $w(\zeta)$  die untere Grenze aller derjenigen reellen Zahlen  $\alpha$  ist, für die eine Umgebung  $U_\zeta$  existiert, in der  $|f(z)| |z - \zeta|^\alpha$  beschränkt ist.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Potenzreihen; Ordnung von  $f(z)$  in einem Punkt des Konvergenzkreises

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 507**

[Zur Primzerlegung von  $m^n - 1$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Es seien  $m, n$  natürliche Zahlen  $> 1$ . Damit  $m^n - 1$  nur Primfaktoren enthalte, die schon in  $m - 1$  aufgehen, ist hinreichend und notwendig, daß  $n = 2, m = 2^b - 1, b > 1$  ist.

SW: Zahlentheorie; elementare Zahlentheorie; Primfaktorzerlegung

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 508**

Die Spektralmatrix : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1930-Febr.1934]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 489.

Inhalt: Zu einer  $n$ -reihigen Matrix  $A$  mit reellen Eigenwerten wird die Spektralmatrix  $A(\mu)$  eingeführt und die Zerlegung der Eins  $E = \int_{-\infty}^{\infty} dA(\mu)$  sowie die Darstellungen  $A = \int_{-\infty}^{\infty} \mu dA(\mu), A^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \mu^2 dA(\mu), \dots$  angegeben.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Spektraltheorie; Spektralschar; Zerlegung der Eins

**NL Hausdorff: Kapsel 37: Fasz. 509**

[Zusammenhang] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn],  
[vermutl.1930-Febr.1934]. – 2 Bll.

Das Ms. lag im Doppelblatt des Fasz. 384, Kapsel 35, gehört dort aber inhaltlich nicht hin.

Inhalt: Es werden unter den Nummern (6)-(9) Sätze über den Zusammenhang von Mengen bewiesen, z.B. (9): Die Begrenzung und das Komplement eines Gebietes haben gleichviele Zusammenhangskomponenten.

SW: Topologie; Zusammenhang

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 510**

Ausdehnung eines Parsevalschen Satzes : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.3.1934. – 7Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.1-7.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionenräume;  $L^p$ -Räume; Fourierkoeffizienten; Parsevalscher Satz

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 511**

Erweiterung stetiger Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.3.1934. – 3 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.8-10.

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; metrische Räume; stetige Abbildungen; Erweiterung stetiger Abbildungen; Funktionenräume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 512**

Raum  $L^p$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.3.-19.3.1934. 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-8.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.11-18.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie;  $L^p$ -Räume; Konvergenzsätze; Treppenfunktionen; Konvergenz dem Maß nach; Konvergenz f.ü.

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 513**

Dualität zwischen Kategorie und Maß : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.5.1934. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.19-22.

SW: Topologie; Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre; Maßtheorie; Mengen erster Kategorie; Mengen zweiter Kategorie; meßbare Mengen;  $\beta$ -Mengen; Borelmengen; Suslinmengen; reelle Funktionen; meßbare Funktionen;  $\beta$ -Funktionen; Bairesche Klassen; Kontinuumhypothese

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 514**

[Verschiedene Typen von Funktionen hinsichtlich des Chararakters der Menge ihrer Unstetigkeitsstellen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.5.1934. – 3 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.23-25.

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; metrische Räume; reelle Funktionen;  $\alpha_0$ -Funktionen;  $\alpha$ -Funktionen;  $\beta$ -Funktionen; Erweiterung stetiger Funktionen; Bairesche Klassen; lineare Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 515**

Innere Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.5. u.11.6.1934. – 3 Bll.

Bll.1-2 (vom 27.5.1934) sind nicht ediert; sie liegen in Fasz. 516 in verbesserter Version vor.

Edition: Bl.3 (vom 11.6.1934): F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.34 u.Fußnote S.537.

SW: Topologie; offene Abbildungen; topologisch vollständige Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 516**

Innere Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.5.1934. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.26-33.

SW: Topologie; offene Abbildungen; topologisch vollständige Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 517**

[Metrische Räume als Bilder Bairescher Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.6.-13.6.1934. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.35-42.

SW: Topologie; metrische Räume; offene Abbildungen; Bairesche Räume; Netzraum eines metrischen Raumes; Erweiterung offener Abbildungen; topologisch vollständige Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 518**

Der Netzraum : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.6.1934. – 5 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-5.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.43-47.

SW: Topologie; metrische Räume; Netze; Bairesche Räume; Netzraum eines metrischen Raumes; offene Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 519**

[Versuch der Verallgemeinerung eines Satzes von Mazurkiewicz] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.6. u.28.6.1934. – 8 Bll.

Das Ms bezieht sich auf die Arbeit von S.Mazurkiewicz „Erweiterung einer gebietstreuen Abbildung auf ein  $G_\delta$ “, Fundamenta Math.19 (1932), S.198-204.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.48-55.

SW: Topologie; separable Räume; in einer Menge  $A$  offene Abbildungen; topologisch vollständige Räume; Erweiterung offener Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 520**

[Erweiterung einer gebietstreuen stetigen Abbildung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.6.1934. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.56-59.

SW: Topologie; in einer Menge  $A$  offene Abbildungen; Erweiterung offener Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 521**

[Punktmengen des Bildraums, deren Punkte einpunktige bzw. mehrpunktige Originale haben] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.6.1934. – 3 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.60-62.

SW: Topologie; Mengenlehre; eindeutige Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 522**

[Erneuter Versuch, einen Satz von Mazurkiewicz zu verallgemeinern] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.7.1934. – 4 Bll.

Vgl. auch Fasz. 519,520.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.63-66.

SW: Topologie; metrische Räume mit verschärfter Dreiecksungleichung; in einer Menge  $A$  offene Abbildungen; Erweiterung offener Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 523**

Ausdehnungsversuche für eine innere Abbildung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.7.-3.7.1934. – 10 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-10. Vgl. auch Fasz. 519,520,522.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.67-76.

SW: Topologie; metrische Räume; vollständige Räume; in einer Menge  $A$  offene Abbildungen; Erweiterung offener Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 524**

Erweiterung einer inneren Abbildung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.7.1934. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-8. Vgl. auch Fasz. 519,520,522,523. Unter dem Datum befindet sich die Bemerkung „(endlich!)“.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.77-84.

SW: Topologie; separable Räume; vollständige Räume; in einer Menge  $A$  offene Abbildungen; Erweiterung offener Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 525**

[Anwendung einer symmetrischen reflexiven Relation bei gebietstreuen stetigen Abbildungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 23.7.1934. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.85-88.

SW: Topologie; Mengenlehre; Ordnungszahlen; symmetrische reflexive Relationen;  $\sigma$ -Netz einer Menge  $A$ ; metrische Räume; in einer Menge  $A$  offene Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 526**

Konvexe Zellen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.12.1934. – 2 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.89-90.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Funktionalanalysis; euklidische Räume; lineare Räume; konvexe Zellen; Ecken einer konvexen Zelle

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 527**

Trennbarkeit durch Suslinkomplemente : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.12.1934, 3.1.1935. – 4 Bll.

Verbesserte Version von Fasz. 426.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.91-95.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Bairesche Räume; metrische Räume; Suslinmengen; Suslinkomplemente; Trennbarkeit durch Suslinkomplemente

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 528**

[Dyadische Ketten von Suslinerzeugenden, die einem gegebenen  $\sigma$ - System nicht angehören] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.12.1934. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.96-99.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume;  $\sigma$ -Systeme; Suslinmengen; separable Räume; dyadische Mengenkett



**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 529**

[Trennbarkeit von Mengen bzgl. eines Borelschen Systems] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.12.1934. – 2 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.100-101.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Borelsche Systeme; Trennbarkeit durch ein Borelsches System

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 530**

Kantorovitch-Livenson : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 20.12.1934. – 6 Bll.

Das Ms. bezieht sich auf die Arbeit von L.Kantorovitch, E.Livenson“ Memoir on the Analytical Operations and Projective Sets I“, Fundamenta Math. 18 (1932), S.214-279; vgl. auch Fasz. 431.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.102-107.

SW: Topologie; Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre;  $\delta s$ -Funktionen; Bairescher Nullraum; Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 531**

St.Ulam : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.12.1934. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7. Das Fasz. bezieht sich auf die Arbeit von S.Ulam „Zur Maßtheorie in der allgemeinen Mengenlehre“, Fundamenta Math. 16 (1930), S.140-150.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.108-114.

SW: Mengenlehre; Maßtheorie; meßbare Kardinalzahlen; Meßbarkeitsproblem der Alephs; unerreichbare Alephs; zweiwertig unmeßbare Kardinalzahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 532**

[Suslinsche Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.1.1935. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.115-118.

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Suslinmengen; Suslinsche Funktionen; Bairesche Funktionen; Projektionen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 533**

Die Kuratowskischen Schichten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.1.-15.1.1935. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Verbesserte Version: Fasz. 534.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.119-126.

SW: Topologie; Mengenlehre; kompakte Kontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; Zusammenhang; Kuratowskische Schichten; Ordnungstypen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 534**

Die Kuratowskischen Schichten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.1.1935. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Verbesserte Version von Fasz. 533.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.127-134 u.Fußnote S.537.

SW: Topologie; Mengenlehre; kompakte Kontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; Zusammenhang; Kuratowskische Schichten; Ordnungstypen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 535**

Topologische Räume und L-Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.1.-26.1.1935. – 18 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-IIIa, entspr. Bll.1-18.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.135-152 u.zwei Fußnoten auf S.537.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; stetige Abbildungen; Limesräume; topologische Limesräume; gestufte Räume; Stufenfunktion

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 536**

Stufenaxiome : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.1.- 26.1.1935. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.153-159.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Limesräume; gestufte Räume; Kuratowski-Räume; stetige Spaltung

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 537**

[Gestufte Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.1.-28.1.1935. – 16 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.160-175.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Limesräume; topologische Limesräume; gestufte Räume; stetige Abbildungen; stetige Spaltung; Stufenfunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 538**

Zu Pontrjagin : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.2.1935. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-8. Es bezieht sich auf die Arbeit von L.S.Pontrjagin „The Theory of Topological Commutative Groups“, Annals of Math. 35 (1934), S.361- 388.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.176-183.

SW: Topologie; Algebra; Analysis; Funktionalanalysis; abelsche Gruppen; topologische Gruppen; stetige Homomorphismen; Erweiterung von Homomorphismen; Integration auf kompakten Gruppen; Integraloperatoren

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 539**

Topologische Invarianz der Homologiegruppen euklidischer Komplexe : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.3.-9.3.1935. – 13 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \delta$ , entspr. Bll.1-13.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.184-196.

SW: Topologie; algebraische Topologie; abelsche Gruppen; simpliziale Komplexe; simpliziale Abbildungen; Nerv einer Raumzerlegung; baryzentrische Sterne; Homologiegruppen; Homöomorphismen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 540**

[Metrik bzw. Topologie auf der Vereinigung zweier Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.4.1935. – 2 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.197-198.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; metrische Räume; Metrisierung

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 541**

Dimensionserhöhende und erniedrigende beiderseits stetige Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.4.1935. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Es bezieht sich auf die Arbeit von W.Hurewicz „Über dimensionserhöhende stetige Abbildungen“, Journal für die reine u. angew. Math. 169 (1933), S.71- 78. Vgl. auch Fasz. 542.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.199-206.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; separable Räume; stetige Abbildungen; höchstens  $n$ -dimensionale Mengen; fastschlichte Abbildungen; dimensionserhöhende Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 542**

Zur Dimensionstheorie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.4.1935. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-8. Vgl. auch Fasz. 541.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.207-214.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; separable Räume; stetige Abbildungen; nulldimensionale Mengen; fastschlichte Abbildungen; dimensionserhöhende Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 543**

Nach Alexandroff : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.4.-12.4.1935. – 16 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-16. Es bezieht sich auf die Arbeit von P.Alexandroff „Über stetige Abbildungen kompakter Räume“, Math.Ann. 96 (1927), S.555-571.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.215-230.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Trennungsaxiome; Kuratowski- Räume; Hausdorff-Räume; doppeltstetige Abbildungen; kompakte Räume; reguläre Räume; normale Räume; Metrisierung; Limesräume; Maximalräume; Minimalräume; gestufte Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 544**

Die Lusinschen Entwicklungen : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.4.1935. – 16 Bll.

Das Fasz. enthält die Bögen 4 und 5 einer größeren Ausarbeitung.

Inhalt: Es wird u.a.folgender Satz bewiesen: Jeder vollständige separable metrische Raum  $E$  ist schlichtes stetiges Bild eines nulldimensionalen vollständigen

separablen Raumes  $D$  derart, daß das Bild einer in  $D$  abgeschlossenen (offenen) Menge ein  $G_\delta$  (ein  $F_\sigma$ ) in  $E$  ist. Weitere Sätze enthalten Begriffe, die im vorl.Fasz. nicht definiert sind.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Mengenalgebra; metrische Räume; separable Räume; nulldimensionale Räume; Lusinsche Entwicklungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 545**

Ein Satz von R.L.Moore : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.8.1935. – 2 Bll.

Das Ms. bezieht sich auf die Arbeit von R.L.Moore „Continuous sets that have no continuous sets of condensation“, Bull.of the Amer. Math. Soc. (2) 25 (1919), S.174-176.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.231-232 u.Fußnote auf S.537.

SW: Topologie; kompakte Kontinua; Häufungskontinua; Streckenbilder; lokaler Zusammenhang

### **NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 546**

Zu Saks : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [zwischen 8.8.und 29.10.1935]. – 1 Bl.

Das Ms. ist undatiert. Es bezieht sich auf S.Saks „Functions of Besicovitch“, Fundamenta Math. 19 (1932), S.211-219.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.233.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Besicovitch-Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 547**

S.Saks, Differenzierbarkeit des Integrals : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.10.1935. – 9 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-9. Es bezieht sich auf die Arbeit S.Saks „Remark on the differentiability of the Lebesgue indefinite integral“, Fundamenta Math. 22 (1934), S.257-261.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.234-242.

SW: Analysis; Integrationstheorie; Lebesgue-Integral in der Ebene; Differenzierbarkeit des Integrals

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 548**

[Topologisch vollständige Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.11.1935. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.243-247 u.Fußnote auf S.532.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; topologisch vollständige Räume; metrisierbare topologisch vollständige Räume; Trennungsaxiome;  $G_{II}$ -Mengen; kompakte Räume; total geschlossene Basen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 549**

Die Tietzeschen Umgebungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.11.-21.11.1935 u. 27.5.1937. – 17 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \epsilon$ , entspr. Bll.1-17. Es bezieht sich hauptsächlich auf G.Aumann „Beiträge zur Theorie der Zerlegungsräume“, Math. Ann. 106 (1932), S.249-294. Vgl. auch Fasz. 550.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.248-264 u.Fußnote auf S.537.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Tietzesche Umgebungsaxiome; gestufte Räume; Stufenfunktion; Gegenstufenfunktion; Minimalraum; allgemein- stetige, f-stetige, g-stetig Abbildungen; Zerlegungsräume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 550**

G.Aumann, Beiträge zur Theorie der Zerlegungsräume : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.11.1935. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Es enthält zwei Versionen eines kritischen Referats zu G.Aumann „Beiträge zur Theorie der Zerlegungsräume“, Math. Ann. 106 (1932), S.249-294. Vgl. auch Fasz. 549.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.265-272.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Tietzesche Umgebungsaxiome; gestufte Räume; Zerlegungsräume; allgemein-stetige, f-stetige, g-stetige Abbildungen; Minimalraum

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 551**

Konstruktion einer  $\Omega\Omega^*$ -Lücke bei finaler Ordnung natürlicher Zahlenfolgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.11.- 24.11.1935. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bll.1-8. Es bezieht sich auf ein Ms. vom 21.3.1928 (Bl.1 von Fasz. 552).

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.273-280 u.Fußnote auf S.538.

SW: Mengenlehre; Topologie; Ordnungstypen; Folgen natürlicher Zahlen; Bairescher Nullraum; finale Ordnung;  $\Omega\Omega^*$ -Lücken;

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 552**

Konstruktion einer  $\Omega\Omega^*$ -Lücke für dyadische Zahlenfolgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Levanto, [Bonn], 21.-22.3.1928, 24.11.1935, 23.1.u. 1.2.1936. – 15 Bll.

Ein Teil des Ms. ist bogenweise numeriert: I-IV, entspr. Bll.4-15. Dieser Teil ist ediert.

Inhalt: Bl.1 (vom 21. u.22.3.1928, Levanto): Konstruktion einer  $\Omega\Omega^*$ -Lücke bei finaler Ordnung reeller Zahlenfolgen; Bll.2-3: finale Ordnung bei dyadischen Folgen; Bll.4-15: s.Edition.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.281-292.

SW: Mengenlehre; Topologie; Maßtheorie; Ordnungstypen; dyadische Folgen; finale Ordnung;  $\Omega\Omega^*$ -Lücken; Einschaltungssätze; dyadischer Bairescher Raum; dyadische Diskontinua; Maße auf dem dyadischen Baireschen Raum

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 553**

Triviale Konvergenz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.11. u.1.12.1935. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.293-298.

SW: Topologie; Analysis; metrische Räume; separable Räume; triviale Konvergenz; reelle Funktionen; Funktionen der Klasse  $(P, Q)$

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 554**

Zu Mengenlehre §41 : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.12. u.3.12.1935. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-7. Es bezieht sich auf [45], S.232-247.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.299-305

SW: Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; vollständige Funktionensysteme; Bairesche Klassen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 555**

Halbstetige Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.-17.12.1935. – 27 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-7, entspr. Bll.1-27. Es bezieht sich vor allem auf die Arbeiten: C.Kuratowski „Les fonctions semicontinues dans l'espace des ensembles fermés“, Fundamenta Math. 18 (1932), S.148-159; C.Kuratowski, E.Szpilrajn „Sur les cribles fermés et leurs applications“, Fundamenta Math. 18 (1932), S.160-170.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.306-332.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; kompakte Räume; Raum  $2^X$ ; halbstetige Abbildungen;  $\alpha$ -Funktionen; Limesräume; unikhärente Kontinua; Peanosche Kontinua; Baumkurven; topologische Kreise; Bairescher Nullraum; Borelsche Mengen; Suslinsche Mengen; Lusinsches Siebverfahren; Kuratowskische Schichten

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 556**

Der Raum  $2^X$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.- 20.12.1935 u. 23.-24.11.1936. – 22 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \zeta$ , entspr. Bll.1-22.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.333-354 u.eine Fußnote auf S.533, zwei Fußnoten auf S.538.

SW: Topologie; kompakte Räume; Metrisierung; Raum  $2^X$ ; bogenverknüpfte Kontinua; Peanosche Kontinua; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; Homotopie; lokaler Zusammenhang

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 557**

Operationen mit topologischen Räumen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.-27.12.1935. – 18 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: a-e, entspr. Bll.1-18.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.355-372 u.je eine Fußnote auf S.534 u.S.538.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Topologisierung von Mengen; Metrisierung; Raum  $2^X$ ; Limesräume; gestufte Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 558**

[Spezielle Teilmengen im Raum  $2^X$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.-18.1.1936. – 15 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-D, entspr. Bll.1-15.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.373-387 u.je eine Fußnote auf S.535 u.S.538.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Maßtheorie; kompakte Räume; Raum  $2^X$ ; Mengen erster Kategorie; Borelmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 559**

Analytische Zerlegung eines Raumes  $X$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 18.1.1936. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.388-391.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; analytische Zerlegungen eines Raumes; Suslinmengen; separable Räume;  $\beta$ -Mengen



### NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 560

[Maße auf der Menge der dyadischen Ziffernfolgen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. Januar oder Februar 1936]. – 7 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert; es liegt zwischen einem Ms. vom 18.1.1936 und einem vom 23.2.1936.

Inhalt:  $C$  sei die Menge aller dyadischen Zahlenfolgen  $x = \{x_1, x_2, \dots\}$ ,  $(x_1, \dots, x_n)$  sei die Menge der Folgen, die mit  $x_1, \dots, x_n$  beginnen.  $C$  sei das Maß 1 zugeordnet und jedem  $(x_1, \dots, x_n)$  ein Maß  $|x_1, \dots, x_n| \geq 0$ , so daß  $1 = |0| + |1|$ ,  $|x_1, \dots, x_n| = |x_1, \dots, x_n, 0| + |x_1, \dots, x_n, 1|$  und für jedes  $(x_1, \dots, x_n)$   $\lim_n |x_1, \dots, x_n| = 0$  gilt. Faßt man  $C$  als Cantorsche  $\frac{1}{3}$ -Menge auf  $X = [0, 1]$  auf, so existiert auf  $X$  eine monotone stetige Verteilungsfunktion  $\varphi(x)$ , so daß  $\varphi(b) - \varphi(a) = |x_1, \dots, x_n|$  ist mit  $a = (x_1, \dots, x_n, 0, 0, \dots)$ ,  $b = (x_1, \dots, x_n, 1, 1, \dots)$ . Sei nun die Menge  $N$  der natürlichen Zahlen in zwei unendliche disjunkte Teilmengen gespalten:  $N = P + Q$  und jedem  $p \in P$  sei ein  $a_p (= 0, 1)$  zugeordnet. Es wird dann das Maß der Menge  $T$  derjenigen dyadischen Folgen  $x = (x_1, x_2, \dots)$  bestimmt, für die schließlich  $x_p = a_p$  ist; Zusammenhang zum Borel-Cantelli-Lemma.

SW: Topologie; Maßtheorie; dyadische Folgen; Cantorsches Diskontinuum; Maße auf dem dyadischen Raum; Borel-Cantelli-Lemma

### NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 561

[Menge der Punkte, die zwei gegebene Punkte eines zusammenhängenden Raumes trennen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 23.2.1936 u. 20.8.1936. – 8 Bll.

Edition: F. Hausdorff, Nachgel. Schr. I, S. 392-399.

SW: Topologie; kompakte Räume; Kontinua; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; topologische Charakterisierung von Bögen; zwischen  $a, b$  irreduzibel zusammenhängende Räume

### NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 562

[Stücke eines Raumes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.2. u. 29.2.1936. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \gamma$ , entspr. Bll. 1-11. Es ist eine Fortsetzung von Fasz. 561.

Edition: F. Hausdorff, Nachgel. Schr. I, S. 400-409.

SW: Topologie; Zusammenhang; Kontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; Zerlungspunkte; Stücke eines Raumes; Kuratowskische Schichten

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 563**

[Lückenlosigkeit der geordneten Menge der Stücke] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.2.1936. – 4 Bll.

Das Ms. ist eine Fortsetzung von Fasz. 562.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.410-413.

SW: Topologie; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua;  
Zerlegungspunkte; Stücke eines Raumes; Schnitte; Lücken

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 564**

Endliche kommutative Ringe : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.2.1936. – 15 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert und am Ende mit Datum und Unterschrift versehen; es scheint demnach für eine Veröffentlichung vorgesehen gewesen zu sein.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.414-428.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Charaktersummen;  
wesentliche Charaktere; eigentliche Charaktere; irreduzible Ringe; singuläre  
Elemente; Kern eines Ringes; Restklassenringe; Galoisfelder

**NL Hausdorff: Kapsel 38: Fasz. 565**

Bemerkungen zur Theorie der endlichen kommutativen Ringe : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.-10.4.1936. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.429-441.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Charaktersummen;  
wesentliche Charaktere; eigentliche Charaktere; Nebencharaktere;  
Restklassenringe; irreduzible Ringe; direkte Summe von Ringen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 566**

Probleme : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 1 Bl.

G.Bergmann hat die undatierten Faszikeln der Kapsel 39 (Fasz. 566-597) in den Zeitraum März 1934-August 1936 eingeordnet. Soweit diese Datierung nicht durch zitierte Literatur oder andere Hinweise präzisiert werden kann, wird sie übernommen.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.442.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Bairescher Nullraums; Bairesche Abbildungen; Borelsche Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 567**

Die Kuratowskischen Schichten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 5 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.443-446.

SW: Topologie; regulär abgeschlossene Mengen; kompakte Kontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; Kuratowskische Schichten

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 568**

Satz von Nikodym (die  $\beta$ -Mengen bilden ein Suslinsches System) : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.447-449.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre;  $\beta$ -Mengen; Suslinsche Systeme; Borelmengen; Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 569**

Einbettung separabler Räume in gleichdimensionale kompakte : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 10 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bl.1-10.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.450-459.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Nerv einer Zerlegung; Ketten; Topologisierung von Mengen; separable Räume; kompakte Räume; Metrisierung; Dimension

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 570**

[Beziehungen zwischen zwei euklidischen Komplexen bei Unterteilung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.460-463.

SW: Topologie; algebraische Topologie; simpliziale Komplexe; Unterteilung von Komplexen; simpliziale Abbildungen; Homologiegruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 571**

Homomorphismus der Homologiegruppen kompakter Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.464.

SW: Topologie; Algebra; algebraische Topologie; kompakte Räume; abelsche Gruppen; Fundamentalfolgen; Homologiegruppen; Homomorphismen; kommutative Diagramme

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 572**

Mehrdeutige Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.465-467.

SW: Topologie; mehrdeutige Abbildungen; stetige Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 573**

[Funktionsklassen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.468-473.

SW: Topologie; Analysis; metrische Räume; lineare Räume; Räume 2.Kategorie in sich; nichtseparable Räume; reelle Funktionen; Abbildungen der ersten Borelsche Klasse;  $\alpha$ -Funktionen;  $\beta$ -Funktionen; Bairesche Funktionen; Bairesche Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 574**

[Topologisierung der Vereinigung zweier topologischer Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Siehe auch Fasz. 540.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.474-480.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Topologisierung von Mengen; Minimalraum

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 575**

[Nachweis von Punkten in einem mehrpunktigen Kontinuum, die keine Zerlegungspunkte sind] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.481-482.

SW: Topologie; Kurventheorie; Kontinua; Zerlegungspunkte

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 576**

[Bemerkungen zur eigenen Arbeit „Gestufte Räume“] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. bezieht sich auf die Arbeit [39].

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.483-486.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Trennungaxiome; Hausdorffräume; reguläre Räume; normale Räume; kompakte Räume; stetige Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 577**

C.Kuratowski et G.T.Whyburn, Sur les éléments cycliques et leurs applications : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 45 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Die Arbeit von Kuratowski und Whyburn erschien in Fundamenta Math. 16 (1930), S.305-331. Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-10, entspr. Bll.1-45. Es ist vermutl.fortgesetzt in den Faszikeln 736 (Bögen 11 u.12) und 782 (Bögen 13-20).

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.I, S.487-531 u.eine Fußnote auf S.536, drei Fußnoten auf S.538.

SW: Topologie; Kurventheorie; kompakte Kontinua; lokaler Zusammenhang; Peanosche Räume; erreichbare Punkte; zyklische Elemente; Mengen A; zyklische Ketten; Mengen H; Bogenmengen; einfache geschlossene Kurven; Streckenbilder; Eckpunkte

### **NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 578**

Homotopie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1935- August 1936]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-8. Es bezieht sich auf C.Kuratowski „Sur les espaces localement connexes et péaniens en dimension  $n$ “, Fundamenta Math. 24 (1935), S.269-287.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.1-8 u.eine Fußnote auf S.566.

SW: Topologie; Kurventheorie; metrische Räume; Raum  $Y^X$ ; Homotopie; kompakte Räume; euklidische Räume;  $n$ -dimensional lokal zusammenhängende Räume; Peanosche Kontinua; Erweiterung stetiger Abbildungen; bogenweise lokal zusammenhängende Räume; Retrakte; Polyeder

### **NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 579**

Erweiterung stetiger Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1935-August 1936]. – 11 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: §1-§3, entspr. Bll.1-11. Es bezieht sich auf C.Kuratowski „Sur le prolongement des fonctions continues et les transformations en polytopes“, Fundamenta Math. 24 (1935), S.259-268.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.9-19.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; ähnliche Mengenfolgen; separable Räume; offene Mengen der Dimension  $n$ ; total beschränkte Räume; Hilberträume; Folgenräume; Erweiterung stetiger Abbildungen; Polyeder; Überführungssatz von Alexandroff

### **NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 580**

S.Eilenberg, Transformations continues en circonférence et la topologie du plan : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1936]. – 30 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-6, entspr. Bll.1-30. Die Arbeit von Eilenberg erschien in Fundamenta Math. 26 (1936), S.61-112.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.20-49 u. zwei Fußnoten auf S.566.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Kurventheorie; Topologie der Ebene; metrische Räume; Raum  $Y^X$ ; Homotopie; Retrakte; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; nulldimensionale Räume; separable Räume; unikhärente Räume; kompakte Räume; zur Einheit homotope Abbildungen; Ketten von Komponenten; topologische Kreise; Schnitte in der geschlossenen Ebene; Dreikontinuensätze; Umgebungsretrakte; Alexanderscher Dualitätssatz; Jordanscher Kurvensatz

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 581**

$S_n^X$  und  $Y^{S_n}$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1936]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Es wird eine Arbeit von Eilenberg aus dem Jahre 1936 zitiert(vgl. Fasz. 580).

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.50-53.

SW: Topologie; metrische Räume; Raum  $Y^X$ ; Homotopie;  $n$ -dimensionale Sphäre; Abbildung in eine Sphäre; Abbildungsklassen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 582**

Zu den Charaktersummen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.54-56.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Galoisfelder; Restklassenringe

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 583**

[Charaktere in endlichen kommutativen Ringen mit Eins] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Febr.1936]. – 15 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. stimmt im wesentlichen mit Fasz. 564 überein. Es ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-15. Bl.1 trägt den Vermerk „An Hensel geschickt“.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.57-72 u.eine Fußnote auf S.566.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Charaktersummen; wesentliche Charaktere; eigentliche Charaktere; irreduzible Ringe; singuläre Elemente; Kern eines Ringes; Restklassenringe; Galoisfelder

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 584**

Ringe mit 4 linear unabhängigen singulären Elementen (über dem Körper  $\text{GF}(p^f)$ ) : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.73-84.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Galoisfelder; singuläre Elemente

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 585**

W.L.Ayres : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8.

Inhalt: Notizen und kurze Berichte zu 14 Arbeiten von W.L.Ayres aus den Jahren 1927-1929.

SW: Topologie; Kurventheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 586**

K.Borsuk : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.1936]. – 27 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-7, entspr. Bll.1-27.

Inhalt: Notizen und kurze Berichte zu 32 Arbeiten von K.Borsuk aus den Jahren 1931-1936.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homotopie; Kurventheorie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 587**

S.Eilenberg : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.1936]. – 10 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-10.

Inhalt: Notizen und kurze Berichte zu 13 Arbeiten von S.Eilenberg aus den Jahren 1932-1936.

SW: Analysis; Topologie; Maßtheorie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 588**

Kuratowski : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.1936]. – 37 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-9, entspr. Bll.1-37.

Inhalt: Notizen und kurze Berichte zu 75 Arbeiten von C.Kuratowski (z.T. mit Koautoren) aus den Jahren 1920-1936.

SW: Mengenlehre; Analysis; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Dimensionstheorie; Kurventheorie; Maßtheorie; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; topologische Gruppen; lineare Räume



**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 589**

R.L.Moore : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 14 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-14.

Inhalt: Notizen und kurze Berichte zu 37 Arbeiten von R.L.Moore aus den Jahren 1915-1926.

SW: Topologie; Mengenlehre; Kurventheorie; Topologie der Ebene

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 590**

G.T.Whyburn : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 39 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-10, entspr. Bll.1-39.

Inhalt: Notizen und kurze Berichte zu 39 Arbeiten von G.T.Whyburn aus den Jahren 1927-1933.

SW: Topologie; Kurventheorie; Topologie der Ebene; Zusammenhang; erreichbare Punkte

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 591**

R.L.Wilder : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 14 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-14.

Inhalt: Notizen und kurze Berichte zu 25 Arbeiten von R.L.Wilder aus den Jahren 1924-1933.

SW: Topologie; Kurventheorie; algebraische Topologie; Topologie der Ebene

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 592**

Funktionen von Matrizen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Inhalt: Es werden zunächst die Frobeniusschen Kovarianten einer Matrix  $A$  definiert, dann wird  $g(A)$  definiert für jede Funktion  $g$ , die an den charakteristischen Wurzeln von  $A$  definiert ist und dort Ableitungen hinreichend hoher Ordnung besitzt. Untersuchung von  $g(A)$  für solche Matrizen  $A$ , die zu Diagonalmatrizen äquivalent sind (D-Matrizen).

SW: Algebra; lineare Algebra; quadratische Matrizen; charakteristische Wurzeln; Frobeniussche Kovarianten; Matrixfunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 593**

Geometrische Bedeutung der Differenzierbarkeit : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Vorliegendes Ms. ist Bogen 20 einer größeren Ausarbeitung (vermutl.Vorlesung).

Inhalt: Es wird gezeigt, daß eine in der komplexen Ebene differenzierbare Funktion eine streckenähnliche und winkeltreue Abbildung darstellt; Zusammenhang dieser Eigenschaften, Beispiele; Cauchy-Riemannsche Dgl.; der Fall, daß  $\bar{w} = f(z)$  nach  $z$  differenzierbar ist.

SW: Analysis; Funktionentheorie; komplexe Differenzierbarkeit; konforme Abbildungen; Cauchy-Riemannsche Dgl.

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 594**

[Notizen zur Topologie] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.1935-August 1936]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Inhalt: Kurze Notizen zu Arbeiten von K.Borsuk, Math.Ann.106 (1932), S.239-248, C.Kuratowski, Fundamenta Math. 24 (1935), S.269-287 und W.Hurewicz, Fundamenta Math. 24 (1935), S.144-150. Notizen zu der Frage, ob bei kompaktem  $X$  auch die Komponenten von  $2^X$  (vgl. Fasz. 556) bogenverknüpft sind.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; Zusammenhang; Homotopie; bogenverknüpfte Räume; Raum  $2^X$

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 595**

[Bemerkungen über Charaktere] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Vorliegendes Ms. ist Bogen 14 einer größeren Ausarbeitung (vermutl.Vorlesung), es bricht mitten im Satz ab.

Inhalt: Minimalideal eines Ringes; Aussagen über die Charaktere, falls das Minimalideal Hauptideal ist.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Minimalideal; Charaktere; Galoisfelder

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 596**

[Zur Entfernung zwischen Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.März 1934-August 1936]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566.

Inhalt: Es wird zur Entfernung zweier Mengen (vgl. [45], S.145) ein Beispiel in der Ebene betrachtet.

SW: Topologie; metrische Räume; Metrisierung

**NL Hausdorff: Kapsel 39: Fasz. 597**

[Über  $\beta$ -Mengen] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. März 1934-August 1936]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 566. Vorliegendes Ms. stellt die Bll.16-18 einer größeren Ausarbeitung dar.

Inhalt: Ist  $A \subset C$ ,  $C$  eine  $\beta$ -Menge, so existiert eine  $\beta$ -Menge  $B$  mit  $A \subseteq B \subseteq C$ , so daß  $B$  in jedem Punkt von der gleichen Kategorie ist wie  $A$ . Ferner wird bewiesen, daß die  $\beta$ -Mengen ein Suslinsches System bilden.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre;  $\beta$ -Mengen; Suslinsche Systeme

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 598**

[Zusammenhang] : Zusammenstellung von Sätzen mit Literaturangaben / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1., 4. u.5.9.1936. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-C, entspr. Bll.1-11.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.85-95.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; Zerstückelung; Zerlegungspunkte; separable Räume; kompakte Kontinua; Mächtigkeitsaussagen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 599**

Lokaler Zusammenhang : Zusammenstellung von Sätzen mit Literaturangaben / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.9.1936. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.96-99.

SW: Topologie; Peanosche Kontinua; lokaler Zusammenhang; Zerstückelung; total Peanosche Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 600**

[Über die Menge der Unstetigkeitspunkte einer symmetrisch stetigen Funktion] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.10., 1. u.2.11.1936. – 10 Bll.

Bll.8-10 sind eine verbesserte Version von Bll.4-7.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.100-109.

SW: Analysis; reelle Funktionen; symmetrisch stetige Funktionen; Unstetigkeitspunkte; Mengen erster Kategorie

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 601**

[ $F_\sigma$ -Mengen erster Kategorie] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.11.1936. – 10 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \gamma$ , entspr. Bll.1-10. Vgl. auch Fasz. 600.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.110-119.

SW: Analysis; reelle Funktionen; symmetrisch stetige Funktionen; Mengen erster Kategorie; Unstetigkeitspunkte; Cantorsches Diskontinuum

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 602**

[Verschärfung eines Satzes über die Menge der Unstetigkeitspunkte einer symmetrisch stetigen Funktion] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.11.1936 u.10.4.1937. – 8 Bll.

Der Zusatz vom 10.4.1937 (Bll.5-8) bringt einen Beweis von H.Fried, dessen Manuskript die Redaktion von Fundamenta Math. an Hausdorff zur Durchsicht geschickt hatte (vgl. H.Fried „Über die symmetrische Stetigkeit von Funktionen“, Fundamenta Math 29 (1937), S.134-137, s.auch Fasz. 600).

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.120-127.

SW: Analysis; reelle Funktionen; symmetrisch stetige Funktionen; Mengen erster Kategorie; Unstetigkeitspunkte

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 603**

A.Haar, Der Maßbegriff in der Theorie der kontinuierlichen Gruppen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.12.1936 [und später]. – 16 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12. Bll.13-16 sind ein undatiertes späterer Zusatz mit dem Vermerk „Vereinfacht nach St.Banach“. Die Arbeit von A.Haar erschien in Annals of Math. (2) 34 (1933), S.147-169.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.128-144 u. eine Fußnote auf S.566.

SW: Topologie; Maßtheorie; lokalkompakte topologische Gruppen; Haarsches Maß

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 604**

Separabilität im topologischen Raum : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.-30.12.1936 u.2.5.1937. – 19 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-V, entspr. Bll.1-19.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.145-163.

SW: Topologie; Analysis; Axiomatik topologischer Räume; Abzählbarkeitsaxiome; Separabilitätseigenschaften; gestufte Räume; Suslinsches Problem; Limesräume; Halbbasen; reelle Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 605**

C.Kuratowski, Les ensembles projectifs et l'opération (A) : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.1.1937. – 4 Bll.

Die Arbeit von Kuratowski erschien in Comptes Rendus 203 (1936), S.911- 913.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.164-167.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; projektive Mengen; Suslinscher Prozeß; Suslinsche Systeme; Cantorsches Diskontinuum

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 606**

Bemerkung zur Dimensionstheorie : Veröffentlichungsmanuskript / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.1.1937. – 4 Bll.

Es handelt sich um die bearbeitete Fassung eines Ms. seines Schülers Alfons Hilgers; Bl.1 trägt den Vermerk „Etwas verkürzt an Hilgers geschickt 11.1.37“. Die Arbeit von Hilgers erschien unter dem obigen Titel in Fundamenta Math. 28 (1937), S.303-304. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.168-171.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; separable Räume; unendlichdimensionale Räume; Produkträume; Projektionen; nulldimensionale Mengen; Zerstückelung

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 607**

Trennungseigenschaften : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.1.1937. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.172-176 u. je eine Fußnote auf den Seiten 557 u.566.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Trennbarkeit durch Mengensysteme; Trennungssätze; starke Disjunktion; schwache Disjunktion

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 608**

C.Kuratowski, Sur les théorèmes de séparation dans la théorie des ensembles : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.1.1937. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bll.1-8. Die Arbeit von Kuratowski erschien in Fundamenta Math. 26 (1936), S.183-191.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.177-184 u.eine Fußnote auf Seite 558.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Trennbarkeit durch Mengensysteme; Trennungssätze; Reduktionssatz; separable Räume; projektive Mengen; Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 609**

W.Sierpinski, Sur la séparabilité multiple des ensembles mesurables B : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.1.1937. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-B, entspr. Bll.1-8. Die Arbeit von Sierpinski erschien in Fundamenta Math. 23 (1934), S.292-303.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.185-192 u.eine Fußnote auf Seite 559.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Trennbarkeit durch Mengensysteme; Trennungssätze; Borelsche Klassen; Reduktionssatz; Sierpińskischer Einschiebungssatz

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 610**

Lokale Abgeschlossenheit : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 20.1.1937. – 3 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.193-195.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Trennungsaxiome; reguläre Räume; lokale Abgeschlossenheit

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 611**

Fast disjunkte Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.2.1937. – 4 Bll.

Vgl. auch Fasz. 434, Kapsel 36.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.196-199.

SW: Mengenlehre; fast disjunkte Mengen; Mächtigkeitsaussagen; Ordnungszahlen; dyadische Folgen; verallgemeinerte Kontinuumhypothese

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 612**

Differenzenketten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.2.1937. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.200-203.

SW: Mengenlehre; Topologie; Mengenalgebra; Differenzenketten; separable Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 613**

Projektive Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.- 12.2.1937 u.25.2.1938. – 29 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-VIII, entspr. Bll.1-29. Vgl. zu Bl.29 auch Fasz. 262, Kapsel 33.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.204-233 u.eine Fußnote auf S.560, eine Fußnote auf S.566 u.drei Fußnoten auf S.567.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; projektive Mengen; schlichte stetige Abbildungen; Produkträume; Borelsche Systeme; Suslinsche Systeme; Projektionen; Universalfunktionen; Universalmengen; Bairescher Nullraum; Siebprozeß; hyper-Borelsche Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 614**

Satz über die unabzählbar vielfachen Bilder : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.2.1937. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.234-237 u.eine Fußnote auf S.567.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; Abbildungen mit überabzählbar vielfachen Bildern; Suslinmengen; Borelsche Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 615**

Geordnete topologische Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.2.1937. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.238-241.

SW: Topologie; Topologisierung geordneter Mengen; stetig geordnete Räume; Borelsch geordnete Räume; separable Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 616**

Fast disjunkte Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.2.1937. – 4 Bll.

Vgl. auch Faszikeln 434 u.611.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.242-245 u.eine Fußnote auf S.567.

SW: Mengenlehre; Topologie; Maßtheorie; fast disjunkte lineare Mengen; Mächtigkeitssaussagen; Mengen 2.Kategorie

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 617**

Halbtopologischer Raum : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.2.1937. – 1 Bl.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.246.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; halbtopologische Räume; Hüllenoperation

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 618**

Erweiterung Borelscher Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.3.1937. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bll.1-8.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.247-254.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Borelsche Mengen; ähnliche Mengensysteme; separable Räume; Borelsche Abbildungen der Klasse  $\alpha$ ; Erweiterung Borelscher Abbildungen



**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 619**

Borelsche Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5. u.13.3.1937, 17.4.1937. – 18 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \delta$ , entspr. Bll.1-18. Siehe auch Fasz. 618 u.620.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.255-272.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Borelsche Abbildungen der Klasse  $\alpha$ ; Produkträume; nichtseparable Räume; separable Räume; Projektionen;  $G_\delta$ -Mengen in vollständigen metrischen Räumen; Metrisierung; Erweiterung von Homöomorphismen; Erweiterung Borelscher Abbildungen; Abbildungen der Klasse  $\alpha, \beta$ ; Abbildungen der Klasse 0,  $\alpha$ ; Bairescher Nullraum

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 620**

Die Borelschen Mengen und der Nullraum : Zusammenstellung von Sätzen mit Kommentaren / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.,10.,14.u.16.3.1937. – 18 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-IV, entspr. Bll.1-14. Es folgen „Nachträgliche Bemerkungen“(Bll.15-18). Siehe auch Fasz. 618 u.619.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.273-291 u.zwei Fußnoten auf S.567.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; Borelsche Mengen; Suslinsche Mengen; schlichte stetige Abbildungen; Bairescher Nullraum; schlichte stetige Bilder des Nullraums; topologisch vollständige Räume; Abbildungen der Klasse 0, $\alpha$ ; Abbildungen der Klasse  $\alpha, \beta$

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 621**

[Nichtseparable Räume der Eigenschaft L und die Kontinuumhypothese] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.3.1937. – 4 Bll.

Hausdorff verweist auf ein Ms. vom 11.11.1929; ein solches ist jedoch nicht vorhanden. Vgl. auch Fasz. 622.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.292-295.

SW: Topologie; Mengenlehre; Analysis; reelle Funktionen; Räume der Eigenschaft L; separable Räume; nichtseparable Räume; Kontinuumhypothese

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 622**

Sätze, die der Cantorsche Kontinuumhypothese widersprechen : Zusammenstellung von Sätzen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.3.1937. 2 Bll.

Vgl. auch Fasz. 621. Hausdorff verweist auch auf Manuskripte vom 9.11. und 11.11.1929, die jedoch nicht vorhanden sind.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.296-297.

SW: Topologie; Mengenlehre; Analysis; reelle Funktionen; nichtseparable Räume; Suslinkomplemente; Kontinuumhypothese

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 623**

[Versuch einer neuen Charakterisierung topologisch vollständiger Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.3.1937. – 2 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.298-299.

SW: Topologie; Hausdorff-Räume; topologisch vollständige Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 624**

Die verdichteten  $F^2$  als  $(0,1)$ -Bilder des Nullraums : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.3.1937. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-6.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.300-305.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; verdichtete Borelmengen; Bairescher Nullraum; Abbildungen der Klasse 0, 1

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 625**

Universalmengen für die Borelschen Mengen bestimmter Klasse : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.(?)u.29.3.1937. – 4 Bll.

Vgl. auch Fasz. 626, Bll.9-12.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.306-309.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; dyadische Bairesche Räume; Produkträume; Borelmengen; Universalmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 626**

Universalfunktionen für die reellen Baireschen Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 24.3.u.26.3.1937. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-12.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.310-321 u. je eine Fußnote auf S.561, 568, zwei Fußnoten auf S.567.

SW: Analysis; Topologie; reelle Funktionen; Bairesche Funktionen; Produkträume; Universalfunktionen; Raum  $Y^X$ ; Cantorsches Diskontinuum; Peanosche Kurven

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 627**

Kurven  $y = f(x)$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.3.1937. 3 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: a-b, entspr. Bll.1-3.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.322-326.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; separable Räume; Produkträume; schlichte Projektionen; Suslinsche Mengen; Borelsche Mengen; Borelsche Abbildungen; Erweiterung Borelscher Abbildungen; Bairescher Nullraum; Universalmengen; Universalfunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 628**

Teilräume und topologische Teilräume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.4.u.10.5.1937. – 3 Bll.

Hausdorff weist auf eine Verbesserung vom 18.8.1937 (Fasz. 640) und auf sein Ms. vom 13.2.1937 (Fasz. 615) hin.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.327-329.

SW: Topologie; topologische Teilräume; induzierte Topologie; Topologisierung von Teilmengen; Topologisierung geordneter Mengen; Limesräume; gestufte Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 629**

Geometrisierung der Ordnungszahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.4.1937. – 4 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.330-333.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Ordnungstypen; Ordnungszahlen; zerstreute Typen; Cantorsches Diskontinuum; Borelmengen; Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 630**

[Mengenringe in metrischen Räumen] : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.(?)4.1937. – 2 Bll.

Nur Bl.2v ist ediert. Zwischen Bl.1u.2 fehlt ein Stück.

Inhalt: Die Mengen  $M$  mögen einen Ring im metrischen Raum  $E$  bilden, dann gilt der Einschließungssatz: zwischen  $M_\delta \subseteq M_\sigma$  gibt es ein  $M_\mu$  (Menge, die gleichzeitig  $M_\sigma$  und  $M_\delta$  ist). Bilden die Mengen  $M$  einen Körper und  $E$  ist ein  $M$ , so ist jede Menge  $M_{\delta\sigma}$  von der Form  $\lim M_n$ . Auf der edierten Rückseite von Bl.2 wird ein Satz von Sierpinski bewiesen, daß in einem metrischen Raum die  $F_{\sigma\delta}$  mit den Mengen  $\overline{\lim} F_n$  identisch sind.

Edition: (Bl.2v) F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.334.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Mengenalgebra; metrische Räume; Einschubungssatz von Sierpiński

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 631**

Über  $\overline{\lim}A_n$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 24.u.25.4.1937. – 5 Bll.

Das Ms. ist ein Vorläufer von Fasz. 632.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.335-339 u.eine Fußnote auf S.568.

SW: Mengenlehre; Mengenalgebra; Mengenringe; Mächtigkeitssätze

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 632**

Über  $\overline{\lim}A_n$  : Veröffentlichungsmanuskript / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.5.1937. – 10 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Auf Bl.1 der Vermerk „Etwas verkürzt, 2.5.37 an Kurat. geschickt“. Vgl. auch Faszikeln 631 u.633.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.340-349.

SW: Mengenlehre; Mengenalgebra; Mengenringe; Mächtigkeitssätze

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 633**

Über  $\overline{\lim}A_n$  : Veröffentlichungsmanuskript / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [2.5.1937]. – 8 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Auf Bl.1 der Vermerk „An Fund.Math. geschickt, dann zurückerbeten, weil Resultat bekannt (Kozniecki)“. Vgl. auch Faszikeln 631 u.632.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.350-357.

SW: Mengenlehre; Mengenalgebra; Mengenringe; Mächtigkeitssätze

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 634**

Erweiterung stetiger Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.5.1937. – 3 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.358-360.

SW: Topologie; separable Räume; metrische Räume; Hilberträume; Erweiterung stetiger Abbildungen; Retrakte; Peanosche Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 635**

C.Kuratowski, Sur les décompositions semicontinues d'espaces métriques compacts : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.5.1937 [teilw.früher]. – 20 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: a-e, entspr. Bll.1-20. Die Arbeit von Kuratowski erschien in Fundamenta Math. 11 (1928), S.169-185. Hausdorff verweist ferner auf P.Alexandroff „Über stetige Abbildungen kompakter Räume“, Math.Ann.96 (1926), S.555-571.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.361-382 u.eine Fußnote auf S.562.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; Kurventheorie; metrische Räume; kompakte Räume; halbstetige Zerlegung; Minimalraum; doppelstetige Abbildungen; Trennungssaxiome; Hausdorffräume; Metrisierung; Stetigkeitsschichten; total Peanosche Kontinua; Primteile; lokaler Zusammenhang; Brouwersche Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 636**

[Metrisierung des Überraumes einer halbstetigen Zerlegung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Mai 1937]. – 12 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Es ist nicht datiert. Da es eine Fortsetzung von Fasz. 635 ist, dürfte es im Mai 1937 entstanden sein.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.383-394 u.eine Fußnote auf S.563.

SW: Topologie; metrische Räume; kompakte Räume; halbstetige Zerlegung; Minimalraum; Metrisierung

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 637**

Zum Satz von R.L.Moore : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.6.1937. – 2 Bll.

Hausdorff verweist auf sein Ms. vom 8.8.1935 (Fasz. 545).

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.395-396.

SW: Topologie; Kurventheorie; lokaler Zusammenhang; Häufungskontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; Randsatz von Janiszewski

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 638**

Beweis des Satzes von M.Torhorst : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.6.1937. – 2 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.397-400.

SW: Topologie; Kurventheorie; Topologie der Ebene; Peanosche Kontinua; reguläre Kurven; topologische Kreise

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 639**

Zu Alexandroff, Gestalt und Lage, p.59 : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.8.1937. – 1 Bl.

Die Arbeit von Alexandroff „Untersuchungen über Gestalt und Lage abgeschlossener Mengen beliebiger Dimension“ erschien in Annals of Math. 30 (1928-1929), S.101-187.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.401.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Fundamentalfolgen; Dualitätssätze

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 640**

Teilräume und topologische Teilräume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.8.1937. – 3 Bll.

Das Ms. ist eine verbesserte Version von Fasz. 628.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.402-404.

SW: Topologie; topologische Teilräume; induzierte Topologie; Topologisierung von Teilmengen; Topologisierung geordneter Mengen; gestufte Räume; Limesräume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 641**

Kompakte Räume und Häufungspunkte : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 20.u.22.8.1937. – 10 Bll.

Das Ms. ist bogenweise nummeriert:  $\alpha - \gamma$ , entspr. Bll.1-10.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.405-414 u.eine Fußnote auf S.568.

SW: Topologie; halbtologische Räume; Hüllenoperation; Häufungspunkte; Verdichtungspunkte; S-Häufungspunkte; kompakte Räume; Topologisierung von Mengen; Minimalraum; Maximalraum; Produkträume; Satz von Tychonow; Limesräume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 642**

Monotone Systeme abgeschlossener Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.-Okt.1937]. – 7 Bll.

Das Ms. ist undatiert. Nach der Überschrift der Vermerk „(Kuratowski, Brief 17.9.37)“. Es ist bogenweise nummeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.415-421.

SW: Topologie; separable Räume; metrische Räume; Ordnungstypen; monotone Systeme abgeschlossener Mengen; rechtsstetige monotone Systeme

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 643**

C.Kuratowski, Les ensembles projectifs et l'induction transfinie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.11.1937. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-8. Die Arbeit von Kuratowski erschien in Fundamenta Math. 27 (1936), S.269-276. Vgl. auch Fasz. 629.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.422-429.

SW: Topologie; Cantorsches Diskontinuum; Suslinkomplemente; Suslinmengen; Ordnungszahlen; separable Räume; Produkträume; halbstetige Zerlegung; Projektionen; projektive Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 644**

Mengensysteme und Borelsche Ringe : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.11.1937. – 4 Bll.

Hausdorff bezieht sich auf die Arbeit von J.v.Neumann und M.H.Stone „The determination of representative elements in the residual classes of a Boolean algebra“, Fundamenta Math. 25 (1935), S.353-378.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.430-433.

SW: Algebra; Boolsche Algebra; Mengenalgebra; charakteristische Funktionen; Boolsche Ringe; Ideale; Aussagenlogik; deduktive Systeme

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 645**

W.Sierpinski, Sur un théorème de recouvrement dans la théorie générale des ensembles : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.u.21.11.1937. – 10 Bll.

Hausdorff vermerkt nach der Überschrift: „(Vereinfachung)“. Die Arbeit von Sierpinski erschien in Fundamenta Math. 20 (1933), S.214-220.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.434-443 u.eine Fußnote auf S.564.

SW: Mengenlehre; Topologie; Maßtheorie; Zerlegung der Potenzmenge; disjunkte Zerlegungen; erreichbare Alephs; unerreichbare Alephs; Moduln

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 646**

St.Mazurkiewicz, Sur les continus absolument indécomposables : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.,27.u.29.11.1937. – 15 Bll.

Hausdorff vermerkt nach der Überschrift: „(Wesentlich vereinfacht)“. Die Arbeit von Mazurkiewicz erschien in Fundamenta Math. 16 (1930), S.151-159. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-IV, entspr. Bll.1-15.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.444-458.

SW: Topologie; Kurventheorie; metrische Räume; Raum  $2^X$ ; absolut unzerlegbare Kontinua; Topologie der Ebene; L-Kontinua; Streckenzüge

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 647**

Fortsetzung vom 21.11.37 : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.12.1937. – 3 Bll.

Es handelt sich um eine Fortsetzung von Fasz. 645.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.459-461.

SW: Mengenlehre; Maßtheorie; Ordnungszahlen; Moduln

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 648**

Die Kuratowskischen Schichten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 9.u.12.12.1937. – 14 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-14. Auf Bl.1 die Vermerke „Beste Fassung“ und „(Vereinfachung meines Ms. vom 15.1.35)“ (Fasz. 534).

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.462-475.

SW: Topologie; Zusammenhang; Kuratowskische Schichten; monotone Abbildungen; separable Räume; Raum  $[0, 1]^X$ ; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; kompakte Räume;  $X$ -Kontinua; reguläre Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 649**

C.Kuratowski, Über geschlossene Kurven und unzerlegbare Kontinua : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.-16.12.1937. – 14 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-D, entspr. Bll.1-14. Die Arbeit von Kuratowski erschien in Math. Ann. 98 (1928), S.399-405. Hausdorff verweist auch auf P.Alexandroff „Über kombinatorische Eigenschaften allgemeiner Kurven“, Math. Ann. 96 (1927), S.512-554.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.476-489.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Kurventheorie; abstrakte Komplexe; Eulercharakteristik; Zusammenhang; Zusammenhangszahl; geschlossene Kurven; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; unzerlegbare Kontinua; reguläre Kontinua; Konstituenten

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 650**

Kuratowskische Schichten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.12.1937. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bll.1-6. Vgl. auch Faszikeln 534, 648 u.651.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.490-495 u.eine Fußnote auf S.568.

SW: Topologie; Kuratowskische Schichten; monotone Abbildungen; Verfeinerung monotoner Abbildungen; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua



**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 651**

Kuratowskische Schichten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.-22.12.1937. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Vgl. auch Faszikeln 534, 648 u.650.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.496-503.

SW: Topologie; Kuratowskische Schichten; monotone Abbildungen; Verfeinerung monotoner Abbildungen; halbmonotone Abbildungen; kompakte Kontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 652**

[Schlichte stetige Bilder kompakter metrischer Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.1.1938. – 2 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.504-505.

SW: Topologie; metrische Räume; kompakte Räume; schlichte stetige Abbildungen; Homöomorphie

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 653**

Unikohärenz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.1.1938. – 8 Bll.

Vgl. für die Ebene [44], Kap.VIII, §11 (S.335-358).

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.506-513.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.71 (147).

SW: Topologie; Kurventheorie; unikohärente Räume; lokaler Zusammenhang; Peanosche Kontinua; Zerstückelung; Topologie der Ebene; Janiszewskische Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 654**

Metrisierung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.-16.3.1938. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.514-525 u.eine Fußnote auf S.565.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.71 (147)- 72 (148).

SW: Topologie; Metrisierung; Metrisierbarkeit topologischer Räume; normale Räume; metrische Räume; separable Räume; Universalraum; Limesräume; schwaches Dreiecksaxiom; Abstandsräume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 655**

Kontinuitätssätze : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.3.1938. 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: a-b, entspr. Bll.1-6. Hausdorff bezieht sich auf N.Aronszajn „Einige Bemerkungen über den Begriff des lokalen Zusammenhangs“, Monatshefte für Math. u.Physik 37 (1930), S.241-252.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.526-531.

SW: Topologie; metrische Räume; lokaler Zusammenhang; kompakte Räume; Kontinuensummen

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 656**

Absolute Eigenschaften : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 23.3.1938. – 4 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.532-535.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.72 (148).

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; topologische Teilräume; Hausdorffräume; Metrisierung; absolute Eigenschaften

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 657**

Topologisch vollständige Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.3.1938. – 6 Bll.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.536-541 u.eine Fußnote auf S.568.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.72 (148).

SW: Topologie; metrisierbar vollständige Räume; topologisch vollständige Räume; Hausdorffräume; reguläre Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 40: Fasz. 658**

Reduzible Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], März 1938. – 15 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-D, entspr. Bll.1-15.

Edition: F.Hausdorff, Nachgel.Schr.II, S.542-556 u.eine Fußnote auf S.568.

SW: Topologie; metrische Räume; Mengenalgebra; reduzible Mengen; Differenzenketten; Residuen; lokale Abgeschlossenheit; separierte Mengen; Trennbarkeit durch reduzible Mengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 659**

Verschärfung des lokalen Zusammenhangs : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12. G.Bergmann ordnet die sämtlich undatierten Faszikeln (Fasz. 659-689) der Kapsel 41 in den Zeitraum Sept.1936-März 1938 ein. Soweit diese Datierung nicht durch Literaturangaben oder andere Hinweise präzisiert werden kann, wird sie übernommen.

Inhalt: Die Studie schließt sich an die Arbeit von R.L.Moore „Concerning connectness im kleinen and a related property“, Fundamenta Math. 3 (1922), S.232-237, an. Hausdorff beweist zunächst die Theoreme 1-3 von Moore und einen Zusatz für kompakte Räume. Der Hauptteil des Faszikels befaßt sich mit dem Beweis des Theorems 4 bei Moore, dessen Beweis Hausdorff „sehr mangelhaft“ (Bl.4) erscheint.

SW: Topologie; lokaler Zusammenhang; Räume mit Eigenschaft S; gleichmäßig lokal zusammenhängende Räume; total beschränkte Räume; Peanosche Kontinua

### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 660**

Nach Kuratowski, Sur les coupures irréductibles du plan : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1937-März 1938]. – 18 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-5, entspr. Bll.1-18. Die Arbeit von Kuratowski erschien in Fundamenta Math. 6 (1924), S.130-145. Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Einige Bll. sind verschmutzt, Bl.18 beschädigt.

Inhalt: Bll.1-2: Zusammenstellung einiger Ergebnisse über zusammenhängende und lokal zusammenhängende Räume; Bll.3-9: Darstellung (stark umgearbeitet) der Ergebnisse von Kuratowski aus o.g. Arbeit bis Theorem VI; Bll.9-12: (Umgearbeitete) Resultate aus §3 der Arbeit von C.Kuratowski „Contribution à l'étude de continus de Jordan“, Fundamenta Math. 5 (1924), S.112-122; Bll.13-18: weitere Ergebnisse aus der eingangs gen.Arbeit von Kuratowski (stark umgearbeitet) mit Verweisen auf Hausdorffs eigene Studien vom 8.8.1935 (Fasz. 545), 11.6.1937 (Fasz. 637) und 1.9.1936 (Fasz. 598).

SW: Topologie; Kurventheorie; Topologie der Ebene; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; irreduzible Zerlegungsmengen; Zerstückelung; unikhärente Räume; unzerlegbare Kontinua; Häufungskontinua; kompakte Kontinua; Peanosche Kontinua; topologische Kreise

### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 661**

Schichten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 19 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-V, entspr. Bll.1-19. Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Begriff „Fundamentalschicht eines Kontinuums“; Kontinua, die Fundamentalschichten besitzen; Zusammenstellung von Ergebnissen über Zerlegung von Kontinua, multikohärente Kontinua und ihre stetigen monotonen Abbildungen unter Verweis auf C.Kuratowski „Théorie des continus irréductibles entre deux points II“, Fundamenta Math.10 (1927), S.225- 275 sowie Hausdorffs dazugehöriges Ms. (Fasz. 356) und C.Kuratowski „Sur les coupures irréductibles du plan“, Fundamenta Math. 6 (1924), S.130-145. Ein wesentliches Resultat der Hausdorffschen Studie ist der Beweis des folgenden Satzes:  $X$  sei ein multikohärentes Kontinuum,  $X = A + B$  mit  $\overline{X - A} = B$ ,  $\overline{X - B} = A$  und die Kontinua  $A, B$  seien irreduzibel. Dann hat  $X$ , wenn es nicht einschichtig ist, eine monotone stetige Abbildung  $y = f(x)$  auf einen Kreis  $Y$ , bei der die Urbilder die Fundamentalschichten von  $X$  sind, und die unter allen monotonen Abbildungen von  $X$  auf  $Y$  die feinste ist. Es folgen dann Anwendungen auf die gemeinsame Begrenzung von zwei Gebieten der Ebene und weitere Sätze über die gemeinsame Begrenzung zweier Gebiete der Ebene und über bikohärente Kontinua unter Hinweis auf C.Kuratowski „Sur la structure des frontières communes à deux regions“, Fundamenta Math. 12 (1928), S.20-42.

SW: Topologie; Kurventheorie; Topologie der Ebene; Kontinua; Fundamentalschichten; Zusammenhang; multikohärente Kontinua; unzerlegbare Kontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; Häufungskontinua; monotone Abbildungen; bikohärente Kontinua; geschlossene Kurven

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 662**

Borelsche Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Induktive Einführung der Borelschen Klassen und Vergleich von Hausdorffs Bezeichnungsweise mit der von Lebesgue, de la Vallée Poussin und Lusin mit einer kritischen Bemerkung zur Definition von Lusin in „Leçons sur les ensembles analytiques“ Paris 1930, S.53.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Borelmengen; Borelsche Klassen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 663**

S.Eilenberg, Sur les espaces multikohérents I : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 18 Bll.

Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-5, entspr. Bll.1-18. Die Arbeit von Eilenberg erschien in Fundamenta Math. 27 (1936), S.153-190. Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Zunächst werden mit einer kritischen Bemerkung Resultate aus der Arbeit S.Eilenberg „Transformations continues en circonférence et la topologie du

plan“, Fundamenta Math. 26 (1936), S.61-112 zusammengestellt. Es folgt eine Darstellung von Teil I und des ersten Paragraphen von Teil II der in der Überschrift gen.Arbeit von Eilenberg.

SW: Topologie; Algebra; metrische Räume; abelsche Gruppen; Zusammenhang; Raum  $Y^X$ ; Homotopie; Retrakte; unikhärente Räume;  $n$ -kohärente Räume; Deformationsretrakte; kompakte Räume; wesentliche Abbildungen; Produkträume; Peanosche Kontinua

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 664**

Blockketten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt:  $Z^m$  sei die Gruppe der  $m$ -Zyklen,  $R^m$  die der  $m$ -Ränder,  $F_0^m$  die der  $m$ -dimensionalen Blockketten (vgl. H.Seifert, W.Threlfall „Lehrbuch der Topologie“, Leipzig 1934, §§22,41,61,67), dann kann die  $m$ -te Homologiegruppe statt durch  $Z^m | R^m$  auch durch  $F_0^m Z^m | F_0^m R^m$  definiert werden.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologiegruppen; Blockketten

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 665**

Zu Pontrjagin : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.August 1937-März 1938]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Die Überschrift bezieht sich vermutlich auf folgende Arbeit von L.S.Pontrjagin: „Über den algebraischen Inhalt topologischer Dualitätssätze“, Math. Ann. 105 (1931), S.165-205; Limesgruppen betrachtet Pontrjagin in Kap.III seiner Arbeit. Hausdorff verweist auch auf sein Ms. vom 22.8.1937 (Fasz. 641).

Inhalt: Im Anschluß an ein Resultat von Pontrjagin bemerkt Hausdorff: Ist  $Z$  die Kreisperipherie und geeignet metrisiert, so ist  $X = Z^{\aleph_0}$  metrisierbar. Ist  $Z$  ein topologischer Raum mit abzählbarer Basis, so hat auch  $X = Z^{\aleph_0}$  abzählbare Basis. Mit  $Z$  ist auch  $X$  kompakt.

SW: Topologie; Algebra; topologische Gruppen; Raum  $Z^{\aleph_0}$ ; Metrisierung; kompakte Räume; Limesräume

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 666**

Dualitätssätze : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Hausdorff bezieht sich auf L.S.Pontrjagin „Über den algebraischen Inhalt topologischer Dualitätssätze“, Math. Ann. 105 (1931), S.165-205 und auf P.Alexandroff, H.Hopf „Topologie I“, Berlin 1935, S.440f.

Inhalt: kurze Bemerkungen zum Wesen der Poincaréschen und Alexanderschen Dualitätssätze; Anwendung des Pontrjaginschen Begriffs des primitiven Gruppenpaares auf die Betti-Gruppen mod  $\mu$  eines Komplexes; Diskussion der Frage, was bei der Definition der 0-ten Bettigruppe mod 0 unter nulldimensionalen Zyklen verstanden werden soll.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Betti-Gruppen; Betti-Gruppen mod  $\mu$ ; Dualitätssätze; primitive Gruppenpaare; nulldimensionale Zyklen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 667**

Dimensions- und Verzweigungstheorie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Mittels des Hurewiczschen Begriffes eines Normalbereichs (eines separablen Raumes  $X$ ) und der für einen Normalbereich regulären Mengen werden sukzessive die höchstens 0-dimensionalen, höchstens 1-dimensionalen,  $\dots$  höchstens  $n$ -dimensionalen Mengen definiert. Ist  $\mathcal{A}_n$  das System der höchstens  $n$ -dimensionalen Mengen, so heißen die Mengen aus  $\mathcal{A}_n - \mathcal{A}_{n-1}$  genau  $n$ -dimensional. Ferner einige Bemerkungen zu den nulldimensionalen Mengen.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; separable Räume; Normalbereiche; höchstens  $n$ -dimensionale Mengen;  $n$ -dimensionale Mengen; nulldimensionale Mengen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 668**

[Entfernung zweier beschränkter Mengen eines metrischen Raumes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Für beschränkte Mengen  $A, A'$  eines metrischen Raumes definiert Hausdorff als Entfernung  $\delta(A, A')$  die untere Grenze der  $\rho > 0$ , für die gleichzeitig  $A' \subset U(A, \rho)$ ,  $A \subset U(A', \rho)$  ist. Es wird dann für höchstens zweipunktige  $A, A'$  die Entfernung berechnet. Dann werden für höchstens zweipunktige Mengen zwei topologisch äquivalente Entfernungen angegeben.

SW: Topologie; metrische Räume; Metrisierung; Entfernung zweier beschränkter Mengen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 669**

Der Abbildungsraum  $Y^X$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 11 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-11. Hausdorff verweist auf P.Alexandroff, H.Hopf, „Topologie I“, Berlin 1935, S.319, H.Hahn „Reelle Funktionen I“, Berlin 1932, S.222, auf Arbeiten von K.Borsuk, Fundamenta Math. 17 (1931), S.152-170, W.Hurewicz, Proc.of the

Section of Sciences Akad. Wetensch. Amsterdam 38 (1935), S.112-119, Eilenberg, Fundamenta Math. 26 (1936), S.61-112, 27 (1936), S.153-190, sowie auf seine eigene Arbeit [35].

Inhalt:  $X, Y$  seien metrische Räume derart, daß jede stetige Abbildung  $f(x)$  von  $X$  in  $Y$  beschränkt ist, dann läßt sich der Raum  $Y^X$  dieser Abbildungen gemäß  $\rho(f, g) = \sup_x \rho(f(x), g(x))$  metrisieren. Auflistung der wichtigsten Fälle, in denen die genannte Voraussetzung erfüllt ist; Bedingungen dafür, daß bei Ersetzung von  $X, Y$  durch homöomorphe Räume  $X_1, Y_1$   $Y^X$  in einen homöomorphen Raum  $Y_1^{X_1}$  übergeht; Bemerkungen zum Verhältnis von gleichmäßiger und stetiger Konvergenz; Definition folgender drei Äquivalenzrelationen in  $Y^X$ : (1)  $f, g$  gehören einer zusammenhängenden Menge  $\subset Y^X$  an, (2)  $f, g$  gehören einem (kompakten) Kontinuum  $\subset Y^X$  an, (3)  $f, g$  gehören einem Peanoschen Kontinuum  $\subset Y^X$  an; die Äquivalenzklassen sind respektive die Komponenten, die Konstituenten, die Brouwerschen Abbildungsklassen von  $Y^X$ ; Zusammenhang von (3) mit der Homotopie, grobe Homotopie; weitere Sätze über spezielle Abbildungsräume: (I) Ist  $S$  topologische Sphäre, so sind die Abbildungsklassen von  $S^X$  mit den Komponenten von  $S^X$  identisch, letztere sind bogenverknüpft; (II) Sind in  $Y_1^X, Y_2^X$  die Komponenten bogenverknüpft, so auch die von  $Y^X$  mit  $Y = (Y_1, Y_2)$ ; (III) Soll  $Y^X$  bei beliebigem  $X$  bogenverknüpfte Komponenten haben, so muß dies für  $Y$  selbst gelten; (IV) Ist  $X$  das Cantorsche Diskontinuum,  $Y$  kompakt, so ist  $Y^X$  mit  $2^Y$  identisch (vgl. Fasz. 556).

SW: Topologie; metrische Räume; Raum  $Y^X$ ; Metrisierung; Homöomorphie; Zusammenhangskomponenten; Konstituenten; Brouwersche Abbildungsklassen; Homotopie; grobe Homotopie; topologische Sphären; bogenverknüpfte Mengen; Cantorsches Diskontinuum; Raum  $2^Y$

#### NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 670

[Über einen Satz von Whyburn] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.17.9.1937-März 1938]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Hausdorff bezieht sich auf einen Brief Kuratowskis vom 17.9.1937. Der genannte Satz steht bei G.T.Whyburn „Concerning regular and connected point sets“, Bull. Amer. Math.Soc. 1927, S.685- 689. Vgl. auch Faszikeln 561-563.

Inhalt: Ist  $X$  ein zusammenhängender Raum,  $a, b$  zwei Punkte, so kann die Menge  $T$  der Punkte  $x \in X$ , die  $a, b$  trennen, geordnet werden. Es wird gezeigt: Ist  $X$  lokal zusammenhängend, so ist  $a + T + b$  kompakt.

SW: Topologie; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; Zerstückelung; Topologisierung geordneter Mengen; kompakte Räume

#### NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 671

L-Raum ohne zweites Trennungssaxiom : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt:  $E$  sei die Kreisperipherie vom Umfang 1,  $A \subset E$ ,  $A'$  die gewöhnliche Ableitung von  $A$  und  $X$  der gemäß [45], S.332 aus  $E$  hervorgehende L-Raum. Ist  $\overline{A}$  die abgeschlossene Hülle von  $A$  in  $X$ , so gilt: Je nachdem die  $\omega$ -te Ableitung von  $A'$  leer ist oder nicht, ist  $\overline{A}$  höchstens abzählbar oder  $= X$ .

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Trennungsaxiome; Limesräume

### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 672**

Separabilität gestufter Räume : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. bricht auf Bl.4 mitten im Satz ab. Hausdorff verweist auf W.Sierpinski „Sur l'équivalence de trois propriétés des ensembles abstraits“, Fundamenta Math.2 (1921), S.179-188.

Inhalt: Es wird ein gestufter Raum zugrundegelegt und darin alle Grundbegriffe der Topologie, wie offen, abgeschlossen usw. übertragen; Hausdorff definiert also quasioffene und quasiabgeschlossene Mengen, Quasiumgebungen, Quasihäufungspunkte, Quasiverdichtungspunkte etc. Es werden dann drei Eigenschaften des Raumes als äquivalent behauptet, im Beweis bricht das Ms. ab.

SW: Topologie; gestufte Räume; Axiomatik topologischer Räume; quasioffene Mengen; Quasiumgebungen; Quasihäufungspunkte

### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 673**

Schichten multikohärenter Kontinua : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 15 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-6, entspr. Bll.1-15.

Inhalt: Die Tripel  $(a, b, c)$  einer Menge  $M$  werden auf zwei disjunkte Klassen  $T, T^*$  verteilt, so daß jede ungerade Permutation eines  $(a, b, c) \in T$  zu  $T^*$ , jede gerade zu  $T$  gehört. Es entsteht so eine ternäre Relation (statt  $(a, b, c) \in T$  kann  $a < b < c$  geschrieben werden). Diese Relation heißt eine zyklische Ordnung von  $M$ . Die Mengen  $\{y; b < y < a\} = (a, b)$  heißen offene Intervalle; wählt man sie als Basis der offenen Mengen, kann man  $M$  zu einem topologischen Raum machen. Zwei zyklisch geordnete Mengen  $M, M_1$  heißen ähnlich, wenn es eine bijektive Abbildung von  $M$  auf  $M_1$  gibt, die die Ordnung respektiert. Es wird ein Kriterium formuliert, wann  $M$  der orientierten Kreislinie ähnlich ist. Sei  $X$  ein multikohärentes Kontinuum. Wird  $X$  monoton auf eine zyklisch geordnete Menge  $T$  abgebildet, so ist  $T$  mit der orientierten Kreislinie ähnlich. Der Hauptinhalt des Fasz. ist der Beweis des Satzes, daß zwei monotone



Abbildungen von  $X$  eine gemeinsame Verfeinerung zulassen. Dabei spielen die Schichten von  $X$  eine wesentliche Rolle.

SW: Topologie; zyklische Ordnung; Topologisierung geordneter Mengen; multikohärente Kontinua; monotone Abbildungen; Verfeinerung monotoner Abbildungen; Schichten

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 674**

Indices : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936- März 1938]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert.

Inhalt: Jeder rationalen Zahl  $r$  wird eine Menge  $F(r) \subset X$  zugeordnet und damit jedem  $x \in X$  die Menge  $R(x) = \{r; x \in F(r)\}$ .  $R(x)$  ist geordnet,  $A(x)$  sei ihr größtes wohlgeordnetes Anfangsstück und  $\alpha(x) < \Omega$  die Ordinalzahl von  $A(x)$ . Hausdorff nennt  $\alpha(x)$  den Index von  $x$ . Man erhält aus einer geordneten Menge  $R$  den Typus  $\alpha$  ihres größten wohlgeordneten Anfangsstückes durch (i.a.transfinit) wiederholte Tilgung des Anfangselements; das wird auf vorliegende Situation angewandt. Ist  $X$  ein topologischer Raum und  $C$  die Menge der  $x$  mit nicht wohlgeordnetem  $R(x)$ , so ist  $C$  eine Suslinmenge. Es wird die Frage beantwortet, wann  $C$  bei vollständigem separablen  $X$  eine Borelmenge ist.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Ordnungstypen; Ordnungszahlen; Indices; Suslinmengen; Borelmengen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 675**

Die Zusammenhangszahl von Kurven : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 13 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-IV, entspr. Bll.1-13.

Inhalt: Umarbeitung, Vereinfachung und z.T. Berichtigung eines Teiles der Abschnitte I und II aus P.Alexandroffs Arbeit „Über kombinatorische Eigenschaften allgemeiner Kurven“, Math. Ann. 96 (1927), S.512-554; die Abschnitte I und II sind S.512-526.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Kurventheorie; Zusammenhang; Streckenkomplexe; Bogenkomplexe; Zusammenhangszahl;  $n$ -fach zusammenhängende Kontinua;  $\epsilon$ -Bedeckungen; Nerv einer Bedeckung; geschlossene Polygone

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 676**

[Monotonie der Komponentenzahl] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt:  $X$  sei ein lokal zusammenhängender Raum,  $A \subset X$  sei abgeschlossen und  $\kappa(A)$  sei die Mächtigkeit des Systems der Komponenten von  $X - A$ . Für die nirgendsdichten  $A$  ist  $\kappa(A)$  monoton, d.h. aus  $A \subseteq B$  folgt  $\kappa(A) \leq \kappa(B)$ .

SW: Topologie; lokaler Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; Mächtigkeitsaussagen

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 677**

Zu meiner Arbeit: Über zwei Sätze von Kantorovitch und Fichtenholz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Hausdorff bezieht sich auf seine Arbeit [40], S.18- 19.

Inhalt: Die Sätze I und II der o.g.Arbeit werden dahingehend modifiziert, daß für  $\mathfrak{m} = \mathfrak{m}^{\aleph_0}$  bzw.  $\mathfrak{m} = \mathfrak{m}^{\aleph_1}$  jeweils  $2^{\mathfrak{m}}$  wesentlich verschiedene Abbildungen respektive  $2^{\mathfrak{m}}$  unabhängige Teilmengen existieren, wo in die Definition von „wesentlich verschieden“ statt endlich vieler im ersten Fall höchstens abzählbar viele, im zweiten Fall höchstens  $\aleph_1$  Funktionen des Systems eingehen; etwas analoges gilt für die Definition der unabhängigen Teilmengen.

SW: Mengenlehre; wesentlich verschiedene Abbildungen; Mächtigkeitsaussagen; Kontinuumhypothese

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 678**

[Topologisierung des Urbildes eines topologischen Raumes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Ist  $Y$  ein topologischer Raum und  $f(x)$  eine Abbildung von  $X$  in  $Y$ , so soll  $X$  so topologisiert werden, daß  $f$  stetig wird. Dasselbe Problem wird für ein System von topologischen Räumen  $Y_t$  und Abbildungen  $f_t : X \rightarrow Y_t$  sowie für L-Räume behandelt mit Anwendung auf die von Toeplitz und Köthe in „Lineare Räume mit unendlich vielen Koordinaten und Ringe unendlicher Matrizen“, Journal f.die reine u. angew. Math. 171 (1934), S.193-226 benutzten Limesräume.

SW: Topologie; Topologisierung von Mengen; Limesräume

### NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 679

[Wesentliche Abbildung der  $S_3$  auf die  $S_2$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-B, entspr. Bll.1-8.

Inhalt: H.Hopf hat in seiner Arbeit „Über die Abbildungen der dreidimensionalen Sphäre auf die Kugelfläche“, Math. Ann. 104 (1931), S.637-665, eine wesentliche Abbildung von  $S_3$  auf die  $S_2$  angegeben. Hausdorff schreibt sie mittels reeller Quaternionen und versucht dann, den Beweis dafür, daß diese Abbildung wesentlich ist (den er für „recht kompliziert“ (Bl.1) hält), auf verschiedenen Wegen zu vereinfachen.

SW: Topologie; Algebra; Sphären; wesentliche Abbildungen; Homotopie; Algebren; Quaternionen; Cayleysche Zahlen; Lipschitzalgebren

### NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 680

Wesentliche Abbildungen : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Vgl. auch Fasz. 679.

Inhalt: Notizen und Bemerkungen zur Definition von wesentlichen bzw. unwesentlichen Abbildungen, zum Zusammenhang mit der groben und feinen Homotopie und zu einschlägigen Resultaten in Arbeiten von S.Eilenberg, Fundamenta Math. 26 (1936), S.61-112, P.Alexandroff, Math. Ann. 106 (1932), S.161-238, W.Hurewicz, Fundamenta Math. 24 (1935), S.144-150, H.Hopf, Math. Ann. 104 (1931), S.637-665 sowie P.Alexandroff, H.Hopf „Topologie I“, Berlin 1935, S.405, 492, 513, 515.

SW: Topologie; wesentliche Abbildungen; Homotopie; grobe Homotopie; Raum  $Y^X$ ; Erweiterung von Abbildungen; Sphären; bogenverknüpfte Räume

### NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 681

Zu Pontrjagin : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Hausdorff bezieht sich hier vermutlich auf folgende Arbeit von L.S.Pontrjagin „The theory of topological commutative groups“, Annals of Math. 35 (1934), S.361-388.

Inhalt:  $X$  sei ein L-Raum und kompakte separable abelsche Gruppe,  $X_0$  in  $X$  abgeschlossene Untergruppe. Es wird die Frage aufgeworfen, ob sich jeder in  $X_0$  definierte Charakter  $Y$  zu einem in  $X$  erweitern läßt, und zwar so, daß für  $X_0 \neq X$   $Y$  ungleich Null ist, auch wenn  $Y$  auf  $X_0$  gleich Null ist. Dazu einige Ansätze.

SW: Topologie; Algebra; Limesräume; topologische Gruppen; abelsche Gruppen; Charaktere; Erweiterung von Charakteren

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 682**

Dualitätssätze für Bettische Zahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Es geht für den  $R^n$  mit unendlich fernem Punkt und ohne unendlich fernem Punkt um die verschiedenen Definitionen der nulldimensionalen Zyklen (mit Verweis auf P.Alexandroff, H.Hopf „Topologie“, S.440). Vgl. auch Fasz. 666.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Bettigruppen; Bettizahlen; Dualitätssätze; nulldimensionale Zyklen

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 683**

G.Köthe, Die Theorie der Verbände : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1937-März 1938]. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-B, entspr. Bll.1-5.

Inhalt: Auszüge aus der Arbeit von G.Köthe „Die Theorie der Verbände, ein neuer Versuch zur Grundlegung der Algebra und der projektiven Geometrie“, Jahresber.der DMV 47 (1937), S.125-144.

SW: Algebra; Verbände; modulare Verbände; distributive Verbände; komplementäre Verbände; Boolesche Algebra; Boolesche Ringe

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 684**

Topologische Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 24 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert. Es handelt sich um das Kapitel 2 einer größeren Ausarbeitung.

Inhalt: Darstellung der ersten Grundlagen der mengentheoretischen Topologie; im einzelnen: Definition des topologischen Raumes über abgeschlossene Mengen; halbtologische Räume; abgeschlossene Hülle; Eigenschaften der offenen Mengen; Umgebungen; Berührungspunkte, Häufungspunkte, Verdichtungspunkte; insichdichte Mengen, insichdichter Kern; regulär abgeschlossene Mengen; Erzeugung topologischer Räume über Hüllenbildung, Kernbildung, Umgebungen; Limesräume; metrische Räume; Vergleich topologischer Räume, Unterräume, Oberräume, Maximalraum, Minimalraum; Topologisierung von Bild oder Urbild, so daß die zugrundeliegende Abbildung stetig wird; Topologisierung einer geordneten Menge; Relativbegriffe; Topologisierung von Summe, Durchschnitt und cartesischem Produkt topologischer Räume.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; halbtologische Räume; Hüllenbildung; Kernbildung; Limesräume; metrische Räume; Maximalraum; Minimalraum; Topologisierung geordneter Mengen; Topologisierung von Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 685**

S.Straszewicz : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Notizen, Bemerkungen, kurze Berichte zu 7 Arbeiten von Straszewicz (zwei mit Koautoren) aus den Jahren 1917-1935.

SW: Topologie; Kurventheorie; Topologie der Ebene; einfache Kurvenbögen; geschlossene Jordankurven; Zerschneidung euklidischer Räume; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; kompakte Kontinua; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; Indexformel

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 686**

[Zur Topologie der Ebene und des Raumes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Es wird ein spezieller Trennungssatz für die Ebene behandelt und diskutiert, warum er nicht auf den  $R^3$  übertragbar ist.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Topologie des  $R^3$ ; Trennung durch Polygone; Trennung durch Polyeder; unikohärente Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 687**

C.Zarankiewicz, Sur les points de division dans les ensembles connexes : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936- März 1938]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659. Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Es bricht auf Bl.8 im Satz ab.

Inhalt: Umgearbeitete Auszüge bis Theorem 11, §3 (S.143) der o.g. Arbeit von Zarankiewicz.

SW: Topologie; Kurventheorie; Zusammenhang; separable Räume; Raum  $2^X$ ; Zerlegung eines Raumes; Zerschneidung eines Raumes; Peanosche Kontinua; Zerlegungspunkte; Konvergenzkontinua; diskontinuierliche Mengen; kompakte Kontinua; topologische Kreise

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 688**

[Probleme] : Notizen, Bemerkungen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Kurze Bemerkungen und offene Probleme zu den Themen Limesgruppen, Schnitt- und Verschlingungszahlen, Homotopie, Bettigruppen.

SW: Topologie; algebraische Topologie; topologische Gruppen; Limesgruppen; Schnittzahlen; Verschlingungszahlen; Abbildungsgrad; Homotopie; Bettigruppen; Raum  $Y^X$ ; wesentliche Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 41: Fasz. 689**

[Zur Topologie des  $R^n$ ] : Notizen, Bemerkungen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-März 1938]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 659.

Inhalt: Notizen zur Komponentenzahl von  $G = R^n - F$ ,  $F \subset R^n$ ,  $F$  kompakt; für den Fall  $n = 2$ ,  $F$  ein Kontinuum wird der Zusammenhang zur Unikohärenz diskutiert (mit zahlreichen Bezügen zur Literatur).

SW: Topologie; algebraische Topologie; Topologie der Ebene; euklidische Räume; Zusammenhang; Betti-Zahlen; unikohärente Kontinua; Peanosche Kontinua; halbstetige Zerlegung

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 690**

Der Kugel-Durchschnittssatz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.u.30.3.1938. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-6. Vgl. auch Fasz. 657.

Inhalt: Man sagt, in einem metrischen Raum gilt der Kugel- Durchschnittssatz, wenn er folgende Eigenschaft hat: Ist  $V_1, V_2, \dots$  eine Folge von Kugeln und jedes  $V_1 \cap \dots \cap V_n \neq \emptyset$ , so auch  $V_1 \cap V_2 \cap \dots \neq \emptyset$ . Hausdorff zeigt: Ist  $E_u$  der duale Raum zu einem separablen linearen Raum  $E_x$ , so gilt in  $E_u$  der Kugel-Durchschnittssatz. Folgerung: In  $l^p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) gilt der Kugel-Durchschnittssatz. Hausdorff zeigt ferner, daß in  $C[0, 1]$ , versehen mit der Maximumnorm, der Kugel- Durchschnittssatz nicht gilt.

Edition: S.269-271 der Arbeit von G.Bergmann „Bericht über ein Manuskript aus dem Nachlaß von Felix Hausdorff. Der Kugel- Durchschnittssatz.“, Math. Ann. 174 (1967), S.269-277.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.72 (148).

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; metrische Räume; lineare separable Räume; dualer Raum; Kugel-Durchschnittssatz; Folgenräume; Raum  $C[0, 1]$

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 691**

Der Raum  $R^P$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.4.1938. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-6. Hausdorff verweist auf S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932, S.166ff.

Inhalt: Der Raum  $R^P$  ist der Raum der in  $P$  stetigen reellen Funktionen. Es wird gezeigt: (1) Jede isometrische Abbildung  $f$  eines linearen Raumes  $X$  auf einen linearen Raum  $Y$  ist linear, falls  $f(0) = 0$ ; (2) Zur Homöomorphie der kompakten metrischen Räume  $P, Q$  ist die Isometrie von  $R^P, R^Q$  notwendig und hinreichend ( $R^P, R^Q$  mit der Maximumnorm metrisiert). Für den Beweis von (2) wird noch ein Hilfssatz über Maximalstellen bewiesen.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.72 (148).

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; metrische Räume; lineare Räume; Raum  $R^P$ ; kompakte Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 692**

Transfinit abgeschlossene Mengen in  $E_u$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.4.1938. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Hausdorff verweist auf S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932, Kap.VIII.

Inhalt: Es werden für den dualen Raum  $E_u$  eines linearen Raumes  $E_x$  die Begriffe transfiniter Limes, transfinit abgeschlossene Menge, total abgeschlossene

Menge und regulär abgeschlossene Menge eingeführt. Ist  $L \subset E_u$  transfinit abgeschlossen und linear, so ist  $L$  auch regulär abgeschlossen. Bei vollständigem  $E_x$  sind die regulär abgeschlossenen linearen  $L \subset E_u$  mit den total abgeschlossenen identisch.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.72 (148).

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; dualer Raum; transfiniten Limes; transfinit abgeschlossene Mengen; total abgeschlossene Mengen; regulär abgeschlossene Mengen; Banachräume; Trennungseigenschaften linearer Funktionale

### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 693**

Transfinit abgeschlossene Mengen in  $E_u$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.4.1938. – 2 Bll.

Das Fasz. enthält 10 von Hausdorff durchgestrichene Bll. vom 4.4.und vom 5.10.1938. Auf zwei Blättern vom 4.4.sind die Rückseiten beschrieben und nicht durchgestrichen. Vgl. Fasz. 692.

Inhalt (des nicht getilgten): Modifikation der Definition der transfiniten Abgeschlossenheit einer Menge  $L \subset E_u$ .

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; dualer Raum; transfinit abgeschlossene Mengen; reguläre Anfangszahlen

### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 694**

Lineare Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.,7.,9.u.24.4.1938. – 13 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-13. Auf S.1 der Vermerk „(Vgl. meine Arbeit in Crelle 167; ich will den Quotientenraum ausschalten).“ Gemeint ist Hausdorffs Arbeit [36]. Hausdorff verweist auch auf sein Ms. vom 4.4.1938 (Fasz. 692).

Inhalt: Es werden die drei Hauptsätze (S.302 u.308 der o.g.Arbeit) auf eine andere Art, ohne Benutzung des Quotientenraums, bewiesen. In einem Zusatz vom 24.4.1938 leitet Hausdorff aus seinen drei Hauptsätzen die Theoreme 1- 10 aus Kap.X, §1 von S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932, her. In einer Ergänzung zum ersten Hauptsatz beweist er noch: Bei vollständigem  $E_x$  ist  $L_y = s(E_x)$  ( $s$  beschränkter linearer Operator von  $E_x$  in  $E_y$ ) gleich  $E_y$  oder von erster Kategorie in  $E_y$ .

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.72 (148).

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; lineare stetige Operatoren; dualer Raum; offene Abbildungen; Banachräume; Mengen erster Kategorie; regulär abgeschlossene Mengen; normale Auflösbarkeit



### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 695

Erweiterung linearer Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.4.1938. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7. Bezüglich der Definition des linearen Raumes verweist Hausdorff auf seine Arbeit [36].

Inhalt: Es wird folgender Fortsetzungssatz vom Hahn-Banach-Typ bewiesen: Im linearen Raum  $E$  sei eine Halbnorm  $p(x)$  gegeben und im linearen Teilraum  $L \subset E$  ein lineares Funktional  $ux$  mit  $ux \leq p(x)$ . Dann läßt sich  $u$  auf ganz  $E$  unter Erhaltung der Abschätzung  $ux \leq p(x)$  fortsetzen. Hausdorff gibt eine Anwendung aus der Limitierungstheorie und folgende aus der Maßtheorie: Man kann allen Mengen der Kreisperipherie ein additives Maß zuordnen, das zwischen äußerem und innerem Jordaninhalt liegt und bei Drehung und Spiegelung invariant ist. Wäre dieses Maß  $\sigma$ -additiv, was Hausdorff für „exorbitant unwahrscheinlich“ hält (Bl.7), so wäre die Mächtigkeit des Kontinuums mindestens gleich dem ersten unerreichbaren Aleph.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.73 (149).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Mengenlehre; Maßtheorie; Integrationstheorie; Limitierungstheorie; lineare Räume; lineare Funktionale; Halbnormen; Satz von Hahn-Banach; Mächtigkeitsaussagen; unerreichbare Alephs

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 696

Gleichungssysteme mit unendlich vielen Unbekannten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.4.1938. – 3 Bll.

Inhalt: Es wird der in S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932, S.47 ausgesprochene Satz unter Hinzufügung einer unentbehrlichen Voraussetzung bewiesen. Es folgt eine Anwendung in der Limitierungstheorie.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.73 (149).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Banachräume; Folgenräume; lineare Operatoren

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 697

Topologische Räume und L-Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.-17.4.1938. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-B, entspr. Bll.1-7. Beispiele entnimmt Hausdorff den Arbeiten von G.Köthe „Die Teilräume eines linearen Koordinatenraumes“, Math. Ann. 114 (1937), S.99-125, „Lösbarkeitsbedingungen für Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten“, Journal für die reine u. angew. Math. 178 (1938), S.193-213. Vgl. auch Fasz. 700.

Inhalt: Ausgehend von einem topologischen Raum  $X_1$ , in dem  $x_n \rightarrow x$  eindeutig ist (z.B. Hausdorffraum), wird durch die Limesrelation eine neue Topologie in  $X_1$  induziert und  $X_1$  wird zum L- Raum  $X$ ;  $X$  ist ein Unterraum von  $X_1$ . Umgekehrt kann man von einem L- Raum  $X$  ausgehend zu einem Oberraum  $X_1$  gelangen (als Mengen sind  $X$  und  $X_1$  identisch). Verschiedene Beispiele nach Köthe.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.73 (149).

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; Hausdorffräume; Limesräume; Topologisierung von Mengen; Folgenräume; Beziehungen zwischen Topologien

### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 698**

[Über abgeschlossene lineare Mengen im Raum der Nullfolgen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.4.1938. – 3 Bll.

Inhalt: Beweis folgenden Satzes (nach S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932, S.194): Ist  $E_x$  der Raum der Nullfolgen  $x = (\xi_1, \xi_2, \dots)$  mit  $\|x\| = \max_k |\xi_k|$ , so enthält jede abgeschlossene lineare Menge  $L \subset E_x$  von unendlicher Dimension eine mit  $E_x$  linear homöomorphe Teilmenge  $L_0$ .

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.73 (149).

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; lineare normierte Räume; Raum der Nullfolgen; lineare Homöomorphismen

### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 699**

Die Linearformen in separablen Teilräumen von  $H^\infty$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.4.1938. – 4 Bll.

Hausdorff vermerkt nach dem Datum „dies nefastus“. Die Studie bezieht sich auf einen Satz von Mazur in S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932, S.68-72.

Inhalt:  $E \subset l^\infty$  sei linear von endlicher Dimension,  $L \subset l^\infty$  sei linear und separabel. Es wird in beiden Fällen die Gestalt einer auf  $E$  bzw. auf  $L$  gegebenen und dort beschränkten Linearform bestimmt.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.73 (149).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Folgenräume; Raum  $l^\infty$ ; Linearformen

### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 700**

L-Räume als Unterräume eines topologischen Raumes : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.5.1938. – 4 Bll.

Hausdorff bezieht sich auf die Seiten 496-498 seiner Arbeit [39].

Inhalt: Siehe G.Bergmanns Inhaltsangabe in der zit.Lit.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.73-74 (149-150).

SW: Topologie;  $T_1$ -Räume; topologische Teilräume; Konvergenzsysteme; Limesräume; Topologisierung von Mengen; gestufte Räume

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 701**

Topologie, auf den Begriff der Ableitung gestützt : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.-8.5.1938. – 6 Bll.

Hausdorff bezieht sich vermutl. auf F.Riesz „Stetigkeitsbegriff und abstrakte Mengenlehre“, Atti del IV.Congr.Intern.dei Math. Roma 2 (1908), S.18-24, ferner auf M.Fréchet „Les espaces abstraits et leur théorie considéré comme introduction à l’analyse générale“, Paris 1928, W.Sierpinski, Math.Ann. 97 (1927), S.321-337 und P.Alexandroff, H.Hopf „Topologie I“, Berlin 1935.

Inhalt: Siehe G.Bergmanns Inhaltsangabe in der zit.Lit.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.74 (150).

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Ableitungen von Mengen; Topologisierung von Mengen; Hüllenoperation

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 702**

Ein Satz von G.Kurepa : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.5.1938. – 3 Bll.

Hausdorff erhielt am 11.5.1938 von O.Blumenthal ein Ms. von G.Kurepa „La réciproque d’un théorème de Cantor-Hausdorff“ zur Begutachtung. Darin hatte Kurepa den Satz bewiesen: Wenn eine abzählbare geordnete Menge für jede Ordinalzahl  $\alpha < \Omega$  eine Teilmenge vom Typus  $\alpha$  enthält, so enthält sie eine Teilmenge vom Typus  $\eta$ . Hausdorff fand Kurepas Beweis „fehlerhaft und kompliziert“(Bl.2). Eine Arbeit mit o.g. Titel hat Kurepa nicht publiziert; vgl. jedoch G.Kurepa „Über eine Eigenschaft von Systemen linearer wohlgeordneter Mengen“, Math.Ann. 118 (1941/43), S.578-587.

Inhalt: Richtiger und vereinfachter Beweis obigen Satzes.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.74 (150).

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Ordnungszahlen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 703**

Basen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.-17.5.1938. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Hausdorff verweist auf sein Ms. vom 28.12.1936 (Fasz. 604); vgl. auch die Fortsetzung in den Fasz. 704-706.

Inhalt: Siehe G.Bergmanns Inhaltsangabe in der zit.Lit.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.74 (150).

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Umgebungsbasen; Basen; Abzählbarkeitsaxiome; Bedeckungen; Kompaktheitsbegriffe; Topologisierung geordneter Mengen; Trennungsaxiome; Hausdorffräume; absolut abgeschlossene Räume; reguläre Räume; normale Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 704**

Bedeckungseigenschaften : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.5.1938. – 5 Bll.

Fortsetzung von Fasz. 703. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-5. Vgl. auch Fortsetzung in Fasz. 705.

Inhalt: Siehe G.Bergmanns Inhaltsangabe in der zit.Lit.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.74-75 (150-151).

SW: Topologie; Mengenlehre; reguläre Mächtigkeiten; Bedeckungen; allgemeinste Kompaktheitsbegriffe

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 705**

Bedeckungseigenschaften : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.5.u.20.5.1938. – 8 Bll.

Fortsetzung von Fasz. 704. Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-8.

Inhalt: Siehe G.Bergmanns Inhaltsangabe in der zit.Lit.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.75 (151).

SW: Topologie; Mengenlehre; Bedeckungen; G-Systeme; F-Systeme; vollständige Häufungspunkte; allgemeinste Kompaktheitsbegriffe; reguläre Mächtigkeiten; singuläre Anfangszahlen; Trennungsaxiome; Kontinuumproblem

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 706**

[Topologisierte geordnete Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.5.1938. – 4 Bll.

Inhalt: Siehe G.Bergmanns Inhaltsangabe in der zit.Lit.

Lit.: Jahresber.der DMV 69 (1967), S.75 (151).

SW: Topologie; Topologisierung geordneter Mengen; Trennungsaxiome

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 707

[Offene Abbildungen und Trennungsaxiome] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.7.1938. – 2 Bll.

Inhalt: In seiner Arbeit „Über abzählbar-fache offene Abbildungen“, Doklady Akad.Nauk 4 (1936), S.295-299, behauptet P.Alexandroff auf S.296, daß bei einer offenen Abbildung die Trennungsaxiome erhalten bleiben. Hausdorff zeigt, daß das falsch ist.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; offene Abbildungen; Zerlegungsräume; Trennungsaxiome

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 708

Verschärfte Stetigkeit : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.7.1938. – 3 Bll.

Inhalt:  $X, Y$  seien topologische Räume,  $f : X \rightarrow Y$  ist stetig, wenn  $\overline{A} \subset f^{-1}(\overline{B})$  ( $B \subset Y, A = f^{-1}(B)$ ;  $\overline{A}$  bezeichnet die abgeschlossene Hülle). Ist  $f$  eine offene Abbildung, gilt  $\overline{A} = f^{-1}(\overline{B})$ . Eine Abbildung heißt A-stetig (nach Aumann), falls  $f(\overline{A}) = \overline{B}$ . Jede offene Abbildung ist A-stetig. Eine bijektive A-stetige Abbildung ist ein Homöomorphismus.

SW: Topologie; stetige Abbildungen; offene Abbildungen; abgeschlossene Abbildungen; A-stetige Abbildungen; Homöomorphismen

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 709

Zum Zerlegungsraum : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.7.1938. – 2 Bll.

Inhalt:  $y = f(x)$  sei eine stetige Abbildung des metrischen Raumes  $X$  auf den metrischen Raum  $Y$ . Ist für abgeschlossenes  $A$  auch  $f(A) = B$  abgeschlossen, so ist  $Y$  der Zerlegungsraum (Minimalraum) der Zerlegung  $X = \sum_{y \in Y} f^{-1}(y)$  von  $X$  in Schichten. Es wird dafür eine hinreichende und notwendige Bedingung angegeben.

SW: Topologie; metrische Räume; abgeschlossene Abbildungen; Zerlegungsraum; Schichten

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 710

[Notwendige Bedingungen für die Stetigkeit einer Abbildung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.7.1938. – 2 Bll.

Inhalt:  $y = f(x)$  sei eine eindeutige Abbildung des metrischen Raumes  $X$  auf den metrischen Raum  $Y$ .  $f^{-1}(y)$  seien die Schichten dieser Abbildung. Es werden mittels der Schichten zwei notwendige Bedingungen für die Stetigkeit von  $f$  angegeben. Die zweite dieser Bedingungen, nämlich die Oberhalbstetigkeit von  $f^{-1}(y)$  (vgl. C.Kuratowski, Fundamenta Math.18 (1932), S.148-159), ist bei kompaktem  $Y$  auch hinreichend für Stetigkeit.

SW: Topologie; metrische Räume; stetige Abbildungen; Schichten; oberhalbstetige Abbildungen; kompakte Räume

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 711**

Stetige Abbildungen ohne Basisvergrößerung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.7.1938. – 2 Bll.

Inhalt:  $X$  sei ein topologischer Raum mit einer Basis von der unendlichen Mächtigkeit  $\mathfrak{b}$ ,  $Y$  vermöge  $y = f(x)$  stetiges Bild von  $X$ . Hausdorff fragt danach, wann  $Y$  eine Basis von der Mächtigkeit  $\leq \mathfrak{b}$  hat und gibt drei Fälle an, wo das der Fall ist: a) Wenn  $f$  offen ist, b) wenn  $f$  abgeschlossen,  $X$  kompakt und  $Y$  ein  $T_1$ -Raum ist (diesen Fall hat auch P.Alexandroff in „Über stetige Abbildungen kompakter Räume“, Math. Ann. 96 (1926), S.489-511 für  $\mathfrak{b} = \aleph_0$  behandelt), c) wenn  $f$  abgeschlossen und die Schichten  $f^{-1}$  kompakt sind.

SW: Topologie; Basen; Gewicht eines Raumes; stetige Abbildungen; offene Abbildungen; abgeschlossene Abbildungen; kompakte Räume; Schichten

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 712**

[Dimensionssatz für Unterräume des euklidischen Raumes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.8.1938. – 2 Bll.

Nach dem Datum der Vermerk „(dies nefastus)“.

Inhalt:  $D$  sei der Durchschnitt,  $H$  die lineare Hülle der Vereinigung zweier Unterräume des  $R^n$  der Dimensionen  $r, s$ . Wenn  $D \neq \emptyset$  ist, so erfüllen die Dimensionen  $d, h$  von  $D, H$  die Gleichung  $d + h = r + s$ .

SW: lineare Algebra; euklidische Räume; Dimensionssatz

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 713**

Zu Carathéodory, Münch.Ber.1938 : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.u.16.9.1938. – 2 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert.

Inhalt: Notizen und Bemerkungen zu Kap.1 der Arbeit von C.Carathéodory „Entwurf für eine Algebraisierung des Integralbegriffs“, Sitzungsber.der Math.-Naturwiss.Abt.der Akad. der Wiss.zu München 1938, S.27-69.

SW: Mengenlehre; Mengenalgebra; Analysis; Topologie; Integrationstheorie; Somen; regulär offene Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 714

Zu Sierpinski, Hypothèse du continu : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.u.16.9.1938. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-6.

Inhalt: Hausdorff stellt zunächst fest, daß Sierpinskis Beweis für  $H \rightarrow P_3$  (siehe W.Sierpinski „Hypothèse du continu“, Warszawa-Lwow 1934, S.12) falsch ist. Es folgen Versuche,  $H \rightarrow P_3$  zu beweisen oder zu widerlegen, die zu keinem definitiven Resultat führen. Hausdorff formuliert dann eine (unter Voraussetzung der Gültigkeit der Kontinuumhypothese  $H$ ) zu  $P_3$  äquivalente Aussage  $N_3$ . Er schließt mit der Frage „Ob  $N_3$  leichter als  $P_3$  zu beweisen ist?“

SW: Mengenlehre; Analysis; Kontinuumhypothese; reelle Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 715

Das Suslinsche Problem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.,9.u.10.10.1938. – 15 Bll.

Das Ms. hat die Bogennummern 1, 4-7, entspr. Bll.1-15. Es fehlt anscheinend aber nichts.

Inhalt: Das Suslinsche Problem besteht in folgendem: Eine geordnete stetige Menge  $X$  mit erstem und letztem Element habe die Eigenschaft, daß jedes System disjunkter offener Intervalle höchstens abzählbar ist. Die Frage ist dann, ob  $X$  vom Typus  $\vartheta$  des Intervalls  $[0, 1]$  ist. Aus der Annahme, daß  $X$  nicht vom Typus  $\vartheta$  ist, folgt, daß es eine geordnete, stetige, berandete Menge  $X_0$  mit obiger Eigenschaft bzgl. der Systeme disjunkter offener Intervalle gibt, die kein abgeschlossenes Intervall vom Typus  $\vartheta$  enthält. Hausdorff definiert eine  $\Theta$ -Menge als eine geordnete, stetige, berandete Menge, in der jedes System disjunkter offener Intervalle höchstens abzählbar ist und die kein Intervall vom Typus  $\vartheta$  enthält. Es werden nun die  $\Theta$ -Mengen eingehend untersucht mit dem Ziel, zu zeigen, daß es keine gibt. Dann wäre das Suslinsche Problem gelöst:  $X$  wäre vom Typus  $\vartheta$ .

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Suslinsches Problem; Typus von  $[0, 1]$ ;  $\Theta$ -Mengen; Ordnungszahlen;  $\Omega$ -Folgen

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 716

Der Satz von Frobenius : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 31.10.1938. – 4 Bll.

Inhalt: Es wird in Anlehnung an A.Speiser „Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung“, Berlin 1923, §13, (S.28-30) folgender Satz von Frobenius bewiesen: Ist  $G$  eine Gruppe der endlichen Ordnung  $g$ ,  $n \mid g$ , so ist die Anzahl der Gruppenelemente  $x$  mit  $x^n = 1$  durch  $n$  teilbar.

SW: Algebra; Gruppentheorie; endliche Gruppen; Einheitswurzeln; Satz von Frobenius

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 717**

[Gleichheit f.ü. von Zufallsvariablen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 16.11.1938. – 1 Bl.

Das Ms. ist auf die Rückseite einer gedruckten Danksagung von Karl Kalbfleisch für Glückwünsche zum 70.Geburtstag geschrieben.

Inhalt: Zwei Zufallsvariable  $X, Y$  mit  $P(X \neq Y) = 0$  nennt Hausdorff fast gleich. Aus  $X, Y$  fast gleich folgt:  $X, Y$  haben identische Verteilungsfunktionen. Er zeigt, daß die Umkehrung nicht richtig ist.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Zufallsvariable; Verteilungsfunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 718**

Theorie der Indizes : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.u.31.1.1939. – 8 Bll.

Das Fasz. enthält zwei Versionen mit der gleichen Überschrift zu je vier Bll. Nach der Überschrift der Vermerk „(Verallg.von Mengenlehre §34,2)“. Vgl. auch Faszikeln 426 u.527.

Inhalt: Für Suslinmengen  $A$  und Suslinkomplemente  $B$  wird eine Spaltung nach den Indices ihrer Punkte bewiesen und damit Darstellungen als Summen von  $\aleph_1$  Borelschen Mengen; und das alles allgemeiner als in §34,2 von [45].

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Indices; Suslinmengen; Suslinkomplemente; Borelmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 719**

Die Frobeniusschen Kovarianten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12., 17. u.22.3.1939. – 9 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-9. Vgl. auch Fasz. 592.

Inhalt: Es werden quadratische  $n$ -reihige Matrizen betrachtet;  $A, B$  heißen orthogonal, falls  $AB = BA = 0$ . Eine Zerlegung der Einheit ist eine Formel der Gestalt

$$E = A_1 + A_2 + \cdots + A_m,$$

wo die Summanden  $\neq 0$  und paarweise orthogonal sind. Es werden zwei allgemeine Sätze über solche Zerlegungen, die zu einer festen Matrix  $A$  „gehören“, bewiesen. Fordert man, daß die  $A_i$  Polynome in  $A$  sind, so folgt (wie im allgemeineren Fall, daß die  $A_i$  zu  $A$  gehören, d.h. zum System der Matrizen gehören, die mit allen mit  $A$  vertauschbaren Matrizen vertauschbar sind) die Existenz einer einzigen Zerlegung mit größter Gliederzahl. Die Summanden sind dann die Frobeniusschen Kovarianten von  $A$ . Es folgen Sätze über die Höchstzahl und die Mindestzahl von Gliedern in einer Zerlegung der Eins, die zu vorgegebenem  $A$  gehört.

SW: Algebra; Algebren; lineare Algebra; Matrizenalgebren; Zerlegung der Eins; Frobeniussche Kovarianten



**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 720**

G.Frobenius, Über die mit einer Matrix vertauschbaren Matrizen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3. u.6.4.1939. – 13 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-13. Die gen.Arbeit erschien in Sitzungsber. der Königl.-Preuss.Akad.d.Wiss., Jahrgang 1910 (1), S.3-15. Vgl. auch Fasz. 719.

Inhalt: Freie Wiedergabe des Inhalts der Frobeniusschen Arbeit. Hausdorff beweist auch den Satz: Wenn eine Matrix mit allen Matrizen vertauschbar ist, die mit  $A$  vertauschbar sind, so ist sie ein Polynom in  $A$ . Dieser Satz steht bei Frobenius nicht, aber bei K.Shoda „Über die mit einer Matrix vertauschbaren Matrizen“, Math.Z.29 (1929), S.696-712.

SW: Algebra; Algebren; lineare Algebra; Matrizenalgebren; Polynome mit Matrixkoeffizienten; Elementarteiler; Matrizenpolynome

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 721**

Zur Dimensionstheorie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.6.1939. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-6. Es wird verwiesen auf W.Sierpinski, Fund.Math. 11 (1928), S.117-122, Fund.Math. 14 (1929), S.234-236 und G.Poprougénko, Fund Math. 15 (1930), S.219-221.

Inhalt:  $X$  sei ein separabler metrischer Raum,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Dann sind die folgenden drei Eigenschaften äquivalent: (a)  $\dim X \leq n$ , (b) Für jede in  $X$  abgeschlossene Menge  $P$  ( $\neq \emptyset$ ) gibt es eine Abbildung  $f(x)$  von  $X$  auf  $P$ , deren Unstetigkeitsstellen eine Menge  $D$  von der Dimension  $< n$  bilden und die auf  $P$  die Identität ist. (c) Jede stetige Abbildung einer in  $X$  abgeschlossenen Menge  $P$  auf einen Raum  $Y$  läßt sich zu einer Abbildung von  $X$  auf  $Y$  erweitern, deren Unstetigkeitspunkte eine Menge von der Dimension  $< n$  bilden. Spezialisierung von (a)-(c) auf den Fall  $n = 0$ ; Folgerungen, insbesondere für die projektiven Mengen  $P_n$  ( $n \geq 2$ ) in separablen vollständigen Räumen.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; separable Räume; höchstens  $n$ -dimensionale Mengen; projektive Mengen; nulldimensionale Mengen; Bairescher Nullraum

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 722**

Sierpinski-Nikodym : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.12.1939. – 4 Bll.

Hausdorff bezieht sich auf die Arbeit O.Nikodym, W.Sierpinski „Sur un ensemble ouvert, tel que la somme de toutes les droites qu’il contient est un ensemble non mesurable (B)“, Fundamenta Math. 7 (1925), S.259-262.

Inhalt: Im euklidischen Raum  $R_k$  ( $k > 1$ ) sei  $U \subset R_k$  und  $V$  die Summe aller in  $U$  liegenden Geraden. Ist  $U$  ein  $G_\delta$ , so ist  $V$  Suslinmenge. Hausdorff beweist

den Satz von Nikodym-Sierpinski: Im  $R_3$  gibt es eine offene Menge  $U$ , für die  $V$  nicht Borelsch ist.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; euklidische Räume; Produkträume; Projektionen; Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 723**

Satz von Urysohn : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 31.12.1939. 3 Bll.

Der Satz steht auf S.105 von P.Urysohn „Mémoire sur les multiplicités Cantorienes II: Les lignes Cantorienes“, Verh.d.Koninkl.Akad.van Wetenschapen Amsterdam 1.Serie XIII (1927), Nr.4, S.1-172.

Inhalt: Es wird gezeigt: Sei  $X$  ein Kontinuum,  $U$  offen in  $X$ . Wenn alle Punkte von  $U$  eine Ordnung  $< 2n$  haben, so enthält  $U$  einen Punkt der Ordnung  $\leq n$ .

SW: Topologie; metrische Räume; Zusammenhang; Kontinua; Ordnung eines Punktes

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 724**

W.Hurewicz, Über Schnitte in topologischen Räumen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.-22.u.24.2.1940. – 16 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-16. Die Arbeit von Hurewicz erschien in Fundamenta Math. 20 (1933), S.151-162.

Inhalt: Vereinfachte Wiedergabe der gen.Arbeit von Hurewicz. Bll.6-10: Eigene Betrachtungen Hausdorffs über eine andere Topologisierung des Raumes der Schnitte.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; Schnitte; Topologisierung der Menge der Schnitte; Hausdorffräume;  $G_{II}$ -Räume; Trennbarkeit durch Schnitte; Trennungsaxiome; Trennungssatz der Dimensionstheorie; höchstens  $n$ -dimensionale Mengen; kompakte Räume; metrische Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 725**

Kuratowski, Elementargeometrisches : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.3.1940. – 2 Bll.

Vgl. auch Fasz. 728.

Inhalt: Hausdorff referiert Betrachtungen von C.Kuratowski, insbesondere Theorem 1 aus der Arbeit „Sur les transformations des sphères en des surfaces sphériques“, Fundamenta Math. 20 (1933), S.206-213 und ein Resultat von S.Ulam und K.Borsuk aus „Über gewisse Invarianten der  $\epsilon$ -Abbildungen“, Math.Ann. 108 (1933), S.311-318.

SW: Topologie; euklidische Geometrie; euklidische Räume; Projektionen auf die Sphäre; der Sphäre einbeschriebene Simplexe; konvexe Hüllen; Durchmesser von Mengen; Kuratowskische Bedingung

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 726**

Zwei Brouwersche Sätze : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.3.1940 u.7.1.1941. – 2 Bll.

Inhalt: Im  $R_n$  sei  $V$  die  $n$ -dimensionale Vollkugel  $\|x\| \leq 1$  und  $y = f(x)$  sei eine stetige Abbildung von  $V$  in  $V$ . Hausdorff beweist die Äquivalenz der beiden Brouwerschen Sätze (1)  $f(x)$  hat einen Fixpunkt; (2) Wenn durchweg  $\|f(x) - x\| \leq \sigma < 1$ , so enthält  $f(X)$  die Vollkugel  $V_\rho = \{x, \|x\| \leq \rho\}$  mit  $\rho = 1 - \sigma$ . In einem Zusatz vom 7.1.1941 zeigt er, daß auch der folgende Satz mit dem Brouwerschen Fixpunktsatz äquivalent ist:  $X \subset R_n$  sei kompakt und zerlege  $R_n$ ,  $G$  sei eine beschränkte Komponente von  $R_n - X$ ,  $c \in G$ ,  $S_{n-1}$  eine  $(n - 1)$ -dimensionale Sphäre um  $c$  als Mittelpunkt. Dann ist die von  $c$  aus bewirkte Projektion von  $X$  auf  $S_{n-1}$  eine wesentliche Abbildung (mit Verweis auf einen ähnlichen Satz bei K.Borsuk „Sur un espace des transformations continues“, Monatshefte für Math.u.Physik 38 (1931), S.381-386). Zum Begriff „wesentliche Abb.“ vgl. Fasz. 680.

SW: Topologie; euklidische Räume; Brouwerscher Fixpunktsatz; Projektionen; wesentliche Abbildungen;  $n$ -Sphären

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 727**

Ein Satz von Borsuk : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.3.1940. – 2 Bll.

Inhalt: Hausdorff gibt eine schärfere Fassung des Hilfssatzes 9 (S.188) aus der Arbeit von K.Borsuk „Drei Sätze über die  $n$ -dimensionale euklidische Sphäre“, Fundamenta Math. 20 (1933), S.175-190; Borsuks Beweis findet er „undurchsichtig“ (Bl.1).

SW: Topologie; metrische Räume; euklidische Räume; stetige Abbildungen;  $n$ -Sphären

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 728**

Kuratowski, Invarianten kleiner Abbildungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.15.3.-30.6.1940]. – 32 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-9, entspr. Bll.1-32. Es ist nicht datiert. Auf Bl.30 ein Verweis auf Hausdorffs Ms. vom 15.3.1940 (Fasz. 725). G.Bergmann nimmt aufgrund von Papiervergleichen an, daß das Ms. vor dem 30.6.1940 entstanden ist.

Inhalt: Es werden zunächst die Begriffe  $\epsilon$ -Abbildung und Invarianten kleiner Abbildungen erklärt, zurückgehend auf K.Borsuk, S.Ulam „Über gewisse Invarianten der  $\epsilon$ -Abbildungen“, Math. Ann. 108 (1933), S.311-318. Dann folgt bis Bl.15 eine umgearbeitete, mit Ergänzungen versehene Darstellung der Arbeit von C.Kuratowski „Sur les transformations des sphères en des surfaces sphériques“, Fundamenta Math. 20 (1933), S.206-213. Bll.16-25: Umgearbeitete

Darstellung von C.Kuratowski, S.Ulam „Sur un coefficient lié aux transformations continues d'ensembles“, Fundamenta Math. 20 (1933), S.244-253. Bll.25- 32: Hausdorff beweist folgenden Satz von Borsuk (S.247 der Arbeit „Über Schnitte der  $n$ -dimensionalen Euklidischen Räume“, Math. Ann.106 (1932), S.239-248):  $X \subset R_n$  ist Zerlegungsmenge von  $R_n$  genau dann, wenn es eine wesentliche Abbildung  $f \in S_{n-1}^X$  gibt ( $S_{n-1}^X$ : Raum der stetigen Abbildungen von  $X$  in  $S_{n-1}$ ). Hausdorff bezweifelt Borsuks kurzen Beweis (Bl.27).

SW: Topologie; metrische Räume; kompakte Räume; Zusammenhang;  $\epsilon$ -Abbildungen; Invarianten kleiner Abbildungen; euklidische Räume;  $n$ -Sphären; wesentliche Abbildungen; Zerlegungsmengen; höchstens  $n$ -dimensionale Mengen; multikohärente Kontinua; unikohärente Kontinua; Peanosche Kontinua; topologische Kreise; Fixpunkteigenschaften; Polyeder

### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 729**

Sierpinski, Hypothèse du continu : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], August, September 1938. – 78 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-20, entspr. Bll.1-78. Vgl. auch Fasz. 714.

Inhalt: Hausdorff hat in dieser Studie das gesamte Buch von W.Sierpinski „Hypothèse du continu“, Warszawa-Lwow 1934 exzerpiert (mit Ausnahme von Kapitel VI, zu dem Hausdorff vermerkt „Interesselos“ (Bl.76)), in seine Terminologie und Bezeichnungsweise übertragen, die Beweise gelegentlich vereinfacht und einige kritische Bemerkungen angebracht. Insbesondere zweifelte Hausdorff an der Richtigkeit von  $H \rightarrow P_3$ ; in einer nachträglichen Bemerkung vom 11.1.1941 (vgl. dazu Fasz. 761) stellt er fest, daß  $H \rightarrow P_3$  (s.Sierpinski, a.a.O. S.12-14) doch richtig ist.

SW: Mengenlehre; Topologie; Analysis; deskriptive Mengenlehre; Maßtheorie; reelle Funktionen; Kontinuumhypothese; äquivalente Sätze zur Kontinuumhypothese; verallgemeinerte Kontinuumhypothese; unerreichbare Kardinalzahlen

### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 730**

St.Banach, Théorie des opérations linéaires : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 28 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-7, entspr. Bll.1-28. G.Bergmann ordnet die undatierten Faszikeln 730-741 der Kapsel 42 in den Zeitraum April 1938 bis April 1940 ein. Soweit diese Datierung nicht durch Literaturverweise oder Verweise auf datierte Manuskripte präzisiert werden kann, wird sie übernommen.

Inhalt: Knappe Aufzeichnungen zum Inhalt sämtlicher Kapitel und zu den Anhängen von S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932, mit Hinweisen auf Hausdorffs eigene Untersuchungen vom April 1938 (Fasz. 691, 692, 694-696) und auf seine Vorlesung „Punktmengen“, §4, Satz VIII (Fasz. 50, Bll.108 ff).

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; lineare metrische Räume;  
 $\beta$ -Funktionen; lineare Räume; lineare Funktionale; Satz von Hahn- Banach;  
F-Räume; Banachräume; lineare Operatoren

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 731

F-Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-  
April 1940] u. 24.7.1941. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730. Das Ms. bezieht sich auf das Kapitel III „Espaces du  
type (F)“ von S. Banachs „Théorie des opérations linéaires“, Warszawa 1932;  
vgl. Fasz. 730. Bll. 3-4 sind ein Zusatz vom 24.7.1941.

Inhalt: Es wird ein linearer Raum mit einer Norm betrachtet, für die aber statt  
der Homogenität  $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$  nur verlangt wird: (1) Mit  $\alpha_n \rightarrow 0$  ist  
 $\alpha_n x \rightarrow 0$  für jedes  $x$ , (2) Mit  $x_n \rightarrow 0$  ist  $\alpha x_n \rightarrow 0$  für jedes  $\alpha$ . Beispiel eines  
Raumes, der so, aber nicht homogen metrisierbar ist; Sätze über stetige lineare  
Abbildungen; Diskussion der Frage, ob aus (1), (2) folgt: Mit  $\alpha_n \rightarrow 0$ ,  $x_n \rightarrow 0$   
ist  $\alpha_n x_n \rightarrow 0$ . In einem Zusatz vom 24.7.1941 wird die Menge der Punkte  $\alpha x$   
(bei festem  $x$ ) betrachtet. Diese „Gerade“ durch 0 ist schlichtes stetiges Bild  
der Zahlengeraden, aber nicht notwendig topologisches Bild der Zahlengeraden.

SW: Topologie; Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume; Metrisierung  
linearer Räume; F-Räume; Geraden in F-Räumen

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 732

Lineare Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April  
1938-April 1940]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730.

Inhalt: Einige Bemerkungen zur schwachen Konvergenz; Untersuchung der Fra-  
ge: Kann es sein, daß  $\|x_n\| \leq \rho$  und  $\lim_n ux_n = ux$  für alle linearen Funktionale  
 $u$  eines „vollen Koordinatensystems  $B$ “ (d.h. aus  $ux = 0$  für alle  $u \in B$  folgt  
 $x = 0$ ) des dualen Raumes gilt, ohne daß  $x_n$  schwach gegen  $x$  konvergiert?  
Hausdorff zeigt an einem Beispiel, daß das sein kann.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume; dualer Raum; schwache  
Konvergenz

### NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 733

[Zur] Vorlesung über lineare Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. –  
[Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730. Das Ms. trägt die Bogennr. 28\*\* und wäre somit nach  
Bl. 112 der Vorlesung „Punktmengen“ einzuordnen.

Inhalt: Spezialisierung des Satzes IX der Vorlesung „Punktmengen“ (Bl. 111 von  
Fasz. 50) auf den Fall linearer Funktionale; ferner wird durch ein Beispiel gezeigt:

Es kann  $\|x_n\|$  beschränkt sein und  $\lim ux_n$  für jedes  $u$  aus dem Dualraum vorhanden sein, ohne daß die Folge  $x_n$  schwach konvergiert (vgl. dazu Fasz. 732).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume; dualer Raum; schwache Konvergenz

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 734**

Konvexe Räume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 10 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-10.

Inhalt: Umgearbeitete Darstellung der §§1-8 (S.75-96) der Arbeit von K.Menger „Untersuchungen über allgemeine Metrik“, Math. Ann. 100 (1928), S.75-163, z.T. mit eigenen Beweisen; so beweist Hausdorff z.B. die Existenz von Zwischenpunkten unter schwächeren Voraussetzungen.

SW: Topologie; Kurventheorie; metrische Räume; Zwischenpunkte; konvexe Räume; geodätische Bögen; vollständige konvexe Räume; bogenverknüpfte Räume; lokaler Zusammenhang

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 735**

Existenzbeweise mittelst  $C \equiv E$  : Fallsammlung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730.

Inhalt: Ist der topologische Raum  $E$  eine Menge von zweiter Kategorie in sich und  $C \equiv E$ , d.h.  $C$  ist das Komplement einer Menge erster Kategorie, so enthält  $C$  mindestens ein Element. In den meisten Anwendungsfällen ist  $E$  ein vollständiger Raum,  $C = \prod G_n$  ein  $G_\delta$  und jedes  $G_n$  in  $E$  dicht. Hausdorff notiert 16 Beispiele aus der Literatur, wo dieses Prinzip für Existenzbeweise auf den verschiedensten Gebieten benutzt wurde und verweist auf folgende einschlägigen Arbeiten: Auerbach, S.Banach, Studia Math. 3 (1931), S.180-188, S.Banach, Studia Math. 3 (1931), S.174-179, W.Hurewicz, Proc. of the Section of Sciences Akad. Wetensch. Amsterdam 34 (1931), S.399-400, Fund. Math. 20 (1933), S.151-162, S.Kaczmarz, Studia Math. 3 (1931), S.189-199, S.Kierst, E.Szpilrajn, Fund. Math. 21 (1933), S.276-294, C.Kuratowski, Fund. Math. 18 (1932), S.285-292, Fund. Math. 28 (1937), S.336-342, Fund. Math. 30 (1938), S.242-246, J.Marcinkiewicz, Fund. Math. 24 (1935), S.305-308, S.Mazurkiewicz, Fund. Math. 16 (1930), S.151-159, Studia Math. 3 (1931), S.92-94, Studia Math. 3 (1931), S.114-118, Fund. Math. 28 (1937), S.289-294, G.Polya, Acta Math. 41 (1917), S.99-118, S.Saks, Fund. Math. 19 (1932), S.211-219, Fund. Math. 22 (1934), S.257-261, sowie auf sein eigenes Ms. vom 26-29.11.1937 (Fasz. 646).

SW: Topologie; Analysis; deskriptive Mengenlehre; reelle Funktionen; Dimensionstheorie; Funktionentheorie; Integrationstheorie; Mengen 2.Kategorie in sich; Gleichheit bis auf Mengen erster Kategorie

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 736**

Zu den zyklischen Elementen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730. Die beiden Bögen tragen die Nummern 11 und 12, sie sind vermutl. die Fortsetzung von Fasz. 577.

Inhalt: Es werden zunächst zwei Sätze bewiesen: (1) Im kompakten Kontinuum  $X$  sei ein System  $(T)$  abgeschlossener Mengen gegeben, derart, daß die Summe endlich vieler  $T$  ein  $T$ , jede abgeschlossene Teilmenge eines  $T$  ein  $T$  ist und je zwei Punkte von  $X$  durch ein  $T$  getrennt werden. Dann hat jeder Punkt beliebig kleine Umgebungen, deren Begrenzung ein  $T$  ist. (2)  $X$  sei ein Peanosches Kontinuum,  $(T)$  wie in (1). Für ein Kontinuum  $C \subset X$  sei  $P(T)$  die Eigenschaft: je zwei Punkte von  $C$  werden in  $C$  durch ein  $C \cap T$  getrennt. Die Eigenschaft  $P(T)$  ist zyklisch extensibel, d.h. wenn sie für jedes zyklische Element gilt, gilt sie für  $X$ , und sie ist zyklisch reduzibel, d.h. wenn sie für  $X$  gilt, so gilt sie für jedes zyklische Element. Es folgt ein Beispiel. Hausdorff betrachtet dann die Eigenschaft (U) (Unikohärenz): Wenn  $X = K + L$ ,  $K, L$  Kontinua, so ist  $K \cap L$  ein Kontinuum, und (J) (Janiszewski-Eigenschaft): Wenn  $G \subset X$  Gebiet oder leer und  $X - G$  zusammenhängend, so ist  $X - G$  unikohärent. Für ein Peanosches Kontinuum werden dazu äquivalente Eigenschaften angegeben. Dann zeigt Hausdorff, daß beide Eigenschaften zyklisch reduzibel und extensibel sind (mit Verweis auf C. Kuratowski, Fund. Math. 14 (1929), S. 138-144, der aber einen anderen Beweis hat). Dazu noch Folgerungen. Vgl. auch Fasz. 764 u. 782.

SW: Topologie; Kurventheorie; kompakte Kontinua; Peanosche Kontinua; zyklische Elemente; zyklisch extensiblen Eigenschaften; zyklisch reduziblen Eigenschaften; unikohärente Kontinua; Janiszewski-Eigenschaft; topologische Sphären

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 737**

Bonse : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938- April 1940]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730. Ein Autor „Bonse“ konnte nicht ermittelt werden.

Inhalt: Hausdorff referiert einen elementaren Beweis für folgenden Satz: Sei  $p_n$  die  $n$ -te Primzahl, so gilt für  $n \geq 4$ :  $p_{n+1}^2 < p_1 p_2 \cdots p_n$ .

SW: Zahlentheorie; elementare Zahlentheorie; Primzahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 738**

Reine Gleichungen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 10 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll. 1-10.

Inhalt: Es werden reine Gleichungen  $x^n - A = 0$  über einem Körper  $K$  betrachtet;  $n$  sei nicht durch die Charakteristik von  $K$  teilbar. Adjungiert man zu  $K$  die  $n$ -ten Einheitswurzeln, so entsteht ein Zwischenkörper  $\Phi = K(\epsilon)$ , sein Grad über  $K$  sei  $m$ , der Zerfällungskörper von  $x^n - A = 0$  über  $K$  sei  $\Sigma$ , sein Grad über  $K$  sei  $g = fm$ . Hausdorff untersucht die Galoissche Gruppe von  $\Sigma$  über  $K$  und insbesondere Kriterien dafür, daß unter der Voraussetzung  $m = \varphi(n)$  die reinen Gleichungen  $x^n - A = 0$  über  $K$  irreduzibel und normal sind.

SW: Algebra; Galoistheorie; reine Gleichungen; Normalgleichungen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 739**

[Varia] : Notizen, Skizzen, Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730.

Inhalt: Bl.1: Notizen zu mengentheoretischen Bezeichnungen und zum Aussagenkalkül; Bl.2v: Beginn eines Inhaltsverzeichnisses zum Thema „Topologische Räume“; Bl.3: Notizen zu Residualmengen im Raum der stetigen Funktionen mod 1 (mit Hinweisen auf H.Auerbach, S.Banach, *Studia Math.* 3 (1931), S.180-188 und S.Mazurkiewicz, *Studia Math.* 3 (1931), S.92- 94; Bll.4-8 unter der Überschrift „Vier Kreistangenten“: Herleitung einer analytischen Bedingung (aus dem Satz vom umschriebenen Viereck) dafür, daß vier orientierte Geraden Tangenten eines orientierten Kreises sind, und Vergleich dieser Bedingung mit der üblichen Determinantenbedingung.

SW: Mengenlehre; Geometrie; Topologie; Analysis; projektive Geometrie; Aussagenkalkül; reelle Funktionen; stetige Funktionen mod 1; Residualmengen; Kreistangenten

#### **NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 740**

Zu Szpilrajn : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 730.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen: Sei  $I_n$  der  $n$ -dimensionale Einheitswürfel. Dann ist jede Menge  $A \subset I_1$  von Kontinuumsmächtigkeit schlichte Projektion einer Menge  $B \subset I_n$  von der Dimension  $n - 1$ . Folgerung: Wählt man  $A$  als das Cantorsche Diskontinuum, so liefert  $B$  das Beispiel einer total zusammenhanglosen Menge beliebig hoher Dimension. Weitere Folgerungen mit Hinweis auf C.Kuratowski, „Topologie I“, Warszawa-Lwow 1933, S.269 (unter der Bedingung, daß die Kontinuumhypothese gilt).

SW: Mengenlehre; Topologie; euklidische Räume; schlichte Projektionen; Cantorsches Diskontinuum; total zusammenhanglose Mengen; Kontinuumhypothese



## NL Hausdorff: Kapsel 42: Fasz. 741

Topologische Räume : Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. April 1938-April 1940]. – 41 Bll.

Vor der Überschrift steht „II“, das Ms. scheint demnach das zweite Kapitel einer größeren Ausarbeitung zu sein. Vom Charakter her ist es ein Lehrbuch- oder Vorlesungsmanuskript. Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert: 1-37; auf Bl.4 folgen Bll.4a-4d. Vgl. Bem. bei Fasz. 730.

Inhalt: Bll.1-4d: Begriff des topologischen Raumes (Einführung der Topologie über die Axiome für abgeschlossene Mengen; abgeschlossene Hülle; offene Mengen und ihre Eigenschaften; offener Kern; Inneres, Rand und Begrenzung einer Menge; Umgebungen; Basen; topologische Teilräume; stetige Abbildungen; abgeschlossene und offene Abbildungen; Homöomorphismen; verschiedene Topologisierungen einer Menge, Unterräume, Oberräume, Minimal- und Maximalraum; Produkträume); Bll.5-6: Trennungssaxiome (die Axiome  $T_0 - T_5$ ; Hausdorff-Räume; reguläre Räume; normale Räume); Bll.7-13: Basissaxiome (erstes und zweites Abzählbarkeitsaxiom; Häufungspunkte; Häufungspunkte im weiteren Sinne; isolierte, insichdichte, zerstreute Mengen; Verdichtungspunkte; geordnete Mengensysteme, F-Systeme, G-Systeme; Formulierung von 10 verschiedenen „Separabilitätseigenschaften“ und Klärung ihrer gegenseitigen Beziehungen (für metrische Räume sind alle äquivalent); damit im Zusammenhang stehende offene Probleme, z.B. das Suslinsche Problem); Bll.14-18: Überdeckungssaxiome (kompakte und bikompakte Räume; vollständige Häufungspunkte; verfeinerte Kompaktheitsforderungen, z.B.: Jede Überdeckung der Mächtigkeit  $\aleph_\beta$  enthält eine von kleinerer Mächtigkeit; bikompakte Hausdorffräume); Bll.19-23: Erzeugung topologischer Räume (hüllenbildende Mengenfunktionen; gestufte Räume; kernbildende Mengenfunktionen; Umgebungsaxiome); Bll.24-25: L-Räume (Fréchet); Bll.26-31: metrische Räume (Abstand; halbmétrischer Raum; Entfernung; métrischer Raum; sphärische Umgebungen; métrisierbare Räume; Métrisationssätze (Alexandroff, Urysohn); vollständige Räume; topologisch vollständige Räume;  $G_\delta$ -Mengen); Bll.32-37: Zerlegungsräume (Zerlegung; Schichten; Schichten einer Abbildung; Minimalraum; Zerlegungsraum; hinreichende Bedingung dafür, daß der Zerlegungsraum kompakt und métrisierbar ist).

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Trennungssaxiome; Trennungseigenschaften; Abzählbarkeitsaxiome; Separabilitätseigenschaften; Kompaktheitsbegriffe; gestufte Räume; Umgebungsaxiome; Limesräume; metrische Räume; Métrisierung; Zerlegung; Zerlegungsraum

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 742**

[Topologische Invarianz der Homologiegruppen] : Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], Ende April-Juli 1940. – 101 Bll.

Die Faszikeln 742-751 enthalten Studien zur Topologie aus dem Zeitraum April 1940 bis Dezember 1940. Sie lagen in Kapsel 18 bei der Vorlesung „Einführung in die kombinatorische Topologie“ (Fasz. 55), gehören aber eher zu den Studien und Referaten des Jahres 1940 und wurden deshalb in Kapsel 43 übernommen. Fasz. 742 bezieht sich als einziges der genannten Faszikeln auf die Vorlesung selbst; Bl.1 trägt den Vermerk „Vereinfachte Umarbeitung des §4 meiner Vorlesung vom SS 1933, nebst Zusätzen“ (§4 sind die Bll.113-153 von Fasz. 55 unter der Überschrift „Die topologische Invarianz der Homologiegruppen“). Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-20, entspr. Bll.1-101.

Inhalt: Bll.1-71: Die topologische Invarianz der Homologiegruppen (simpliciale Abbildungen; die von ihnen bewirkten Homomorphismen der Homologiegruppen; Unterteilung euklidischer Komplexe; Raumzerlegungen; Nerv einer Zerlegung; Homologiegruppen einer Zerlegung; Zerlegung eines euklidischen Komplexes in seine offenen Sterne; Verfeinerung einer Zerlegung; baryzentrische Unterteilungen euklidischer Komplexe, der derivierte Komplex; Isomorphie der Homologiegruppen von ursprünglichem und baryzentrisch deriviertem Komplex;  $k$ -mal derivierter Komplex, Folge der derivierten Komplexe; die Kantenlänge des  $k$ -mal derivierten Komplexes; eine Eigenschaft kompakter Räume; topologische Invarianz der Homologiegruppen von Komplexen; Folgen von Gruppen, Komplexen, Raumzerlegungen; Homologiegruppen eines kompakten Raumes; Invarianz der Homologiegruppen homöomorpher kompakter Räume; Fundamentalsatz: Ist ein topologischer Raum  $R$  mit einem euklidischen Komplex  $[\Phi]$  homöomorph, so sind die Homologiegruppen (gleicher Dimension) von  $R$  und die des abstrakten Komplexes  $\Phi$  isomorph; Homologiegruppen eines topologischen Raumes (mit Verweis auf E.Čech „Théorie générale de l’homologie dans un espace quelconque“, Fund.Math.19 (1932), S.149-183); beliebige Unterteilungen, Isomorphie der Homologiegruppen; die Homologiegruppen von Vietoris (2 Versionen: erste Version Bll.49-59, 2.Version Bll.60-71). Bll.72-86 (vom 10.6.1940): Abzählbare Komplexe (abzählbare Komplexe; lokal endliche Räume; Unterteilungen; Raumzerlegungen; Isomorphie der Homologiegruppen der homöomorphen lokal endlichen Räume  $[\Phi]$ ,  $[\Psi]$  für abzählbare Komplexe  $\Phi$ ,  $\Psi$ ; Bll.87-101 (vom 5.5.1940): frühere Version der Bll.72-86. Hausdorff vermerkt auf Bl.87 „(Zweckmäßiger §4B, 10.6.40)“.

SW: Topologie; algebraische Topologie; derivierte Komplexe; simpliciale Abbildungen; Homologiegruppen; kompakte Räume; topologische Invarianz der Homologiegruppen; Čechsche Homologie; Vietorische Homologiegruppen; Homologiegruppen abzählbarer Komplexe

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 743**

Zur abstrakten Topologie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [ver-

mutl.zwischen Ende April und Anfang Juni 1940]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist undatiert; es lag zwischen Fasz. 742, welches von Ende April bis Juli 1940 erarbeitet wurde, und Fasz. 744 vom 6.6.1940. Es ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Nach der Überschrift der Vermerk „(Angeregt durch W.Mayer, Monatshefte 36 (1929), 1-46, 219-258).“; gemeint ist W.Mayers Arbeit „Über abstrakte Topologie“, a.a.O.

Inhalt: Angeregt von Mayers Arbeit, in der die Komplexe abstrakte Objekte sind, die gewissen Axiomen unterworfenen algebraische Strukturen hervorbringen, betrachtet Hausdorff einen endlichen Modul  $X$  vom Range  $\alpha$  und seinen dualen Modul  $Y$  (die Menge aller ganzzahligen Charaktere von  $X$ ). Er nimmt an, daß in  $X$  eine Randbildung (ein Homomorphismus von  $X$  in sich mit  $\rho(\rho x) = 0$ ) gegeben ist. Dann kann die Homologiegruppe  $H$  des Moduls  $X$  und die Homologiegruppe  $H'$  des Moduls  $Y$  definiert werden; es wird gezeigt, daß  $H$  und  $H'$  isomorph sind. Ist  $X$  die direkte Summe von Moduln  $X^p$  und die Randbildung ein Homomorphismus von  $X^{p+1}$  ( $p = 0, 1, \dots, n$ ) in  $X^p$  ( $X^0$  geht in 0 über), so kann man die  $p$ -te Homologiegruppe von  $X$  definieren, ebenso für  $Y$ ; es folgen Bemerkungen zum Zusammenhang beider, z.B. haben  $H^{p'}$  und  $H^p$  denselben Rang, aber die Torsionsgruppe  $T^{p'}$  ist zu  $T^{p-1}$  isomorph.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Algebra; homologische Algebra; Moduln; Charaktere; duale Moduln; Zyklen in Moduln; Homologiegruppen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 744**

Der Zerlegungssatz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.6.1940, Juni 1940. – 35 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 0-7, entspr. Bll.1-35.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 6.6.1940): Beweis der Sätze II u.III von P.Alexandroff, H.Hopf „Topologie I“, Berlin 1935, S.353; die dortigen Beweise findet Hausdorff „recht undurchsichtig“ (Bl.1). Bll.5-35 (vom Juni 1940): Nach einer Reihe von Vorbereitungen wird der Zerlegungssatz im  $R^n$  bewiesen: Ist  $K$  eine kompakte Menge des  $R^n$ , so ist die um 1 verminderte Komponentenzahl von  $R^n - K$  gleich der  $(n - 1)$ -ten Bettischen  $N$ -Zahl von  $K$ .

SW: Topologie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie; Homologiegruppen; derivierte Komplexe;  $\epsilon$ -Abbildungen; kompakte Mengen; Zerlegungssatz; Zusammenhangskomponenten; Bettische  $N$ -Zahlen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 745**

Singuläre Homologiegruppen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], Ende Juli 1940. – 20 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-5, entspr. Bll.1-20.

Inhalt: Definition eines singulären Simplex als stetiges Bild eines euklidischen Simplex in einem metrischen Raum  $R$ ; singuläre Ketten; singuläre Homologiegruppen. Nach Feststellung der topologischen Invarianz der singulären Homologiegruppen wird der Hauptsatz bewiesen: Die  $r$ te singuläre Homologiegruppe ist im Falle, daß  $R = [\Phi]$  ein euklidischer Komplex ist, mit der Homologiegruppe  $H_r(\Phi)$  isomorph (vgl. H.Seifert, W.Threlfall „Lehrbuch der Topologie“, Leipzig 1934, S.92-112).

SW: Topologie; algebraische Topologie; metrische Räume; singuläre Simplexe; singuläre Homologiegruppen; baryzentrische Unterteilungen; Homologiegruppen

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 746

Duale Gruppen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], August 1940. – 23 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-7, entspr. Bll.1-23. Hausdorff bezieht sich auf L.S.Pontrjagin „The Theory of Topological Commutative Groups“, Annals of Math. 35 (2) (1934), S.361- 388.

Inhalt:  $X, Y, Z$  seien abelsche Gruppen,  $X, Y$  bilden (rel. $Z$ ) ein duales Gruppenpaar. Es sei folgende Bedingung erfüllt: Ist  $Y_0 \neq Y$  Untergruppe von  $Y$ ,  $b \in Y - Y_0$ , so läßt sich jeder  $Z$ -Charakter  $xy_0$  von  $Y_0$  zu einem  $Z$ -Charakter  $xy$  von  $Y$  mit  $xb \neq 0$  erweitern. Unter dieser Bedingung beweist Hausdorff rein algebraisch Theorem 3 (S.365) der gen.Arbeit von Pontrjagin. Dann wird  $Z$  als L-Raum angenommen.  $X$  kann nun auch zum L-Raum gemacht werden, indem man ein Konvergenzsystem einführt, so daß  $z = xy$  bei festem  $y$  in  $x$  stetig ist, und zwar soll  $X$  Maximalraum sein. Dann gelten folgende Sätze: (1) Ist  $Z$  metrisierbar und kompakt,  $Y$  höchstens abzählbar, so ist der maximale L- Raum  $X$  ebenfalls metrisierbar und kompakt; (2)  $Z$  sei die Einheitskreisperipherie,  $Y$  höchstens abzählbar,  $X$  der maximale L-Raum der  $Z$ -Charaktere von  $Y$  (nach (1) metrisierbar und kompakt). Ist dann  $A$  eine abgeschlossene Untergruppe von  $X$  und  $(Y, A) = 0$  (vgl. bez.der Bez. Pontrjagin a.a.O.), so ist  $A = X$ ; (3)  $Z, Y$  wie in (2),  $X$  metrisierbar, kompakt,  $X, Y$  dual vermöge  $z = xy, z$  sei in  $x$  stetig bei festem  $y$ . Dann ist  $X$  die Gruppe aller Charaktere von  $Y$  und  $Y$  die Gruppe aller stetigen Charaktere von  $X$ . Es folgt noch eine Verschärfung dieses Satzes. (3) ist der Kern der Pontrjaginschen Dualitätstheorie (vgl. auch Fasz. 538).

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; topologische Gruppen; diskrete abelsche Gruppen; kompakte abelsche Gruppen; Charaktergruppen; duale Gruppen; Erweiterung von Homomorphismen; Limesräume; Pontrjaginsche Dualitätstheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 747**

J.W.Alexander and L.Zippin, Discrete Abelian Groups and their Character Groups : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.zwischen August u.Oktober 1940]. – 11 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1- 11. Es ist nicht datiert und lag zwischen Faszikeln vom August und vom Oktober 1940. Die Arbeit von Alexander und Zippin erschien in Annals of Math.(2) 36 (1935), S.71-85.

Inhalt: Umgearbeitete Fassung des Inhalts der gen. Arbeit; insbesondere ist der Beweis von Theorem 2 (S.81 der gen.Arbeit) verkürzt.

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; topologische Gruppen; diskrete abelsche Gruppen; kompakte abelsche Gruppen; Charaktergruppen; duale Gruppen; Torusgruppe; Pontrjaginsche Dualitätstheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 748**

E.R.van Kampen, Locally bicomact abelian groups and their character groups : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1.12.1940]. – 39 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-X, entspr. Bll.1- 39. Es ist nicht datiert; Hausdorff verweist auf sein Ms. vom 1.12.1940 (Fasz. 758). Die Arbeit von van Kampen erschien in Annals of Math.(2) 36 (1935), S.448-463.

Inhalt: Z.T.stark umgearbeitete Darstellung des Inhalts der Arbeit von van Kampen. Insbesondere bemerkte Hausdorff, daß die Beweise der wichtigen Lemmata 6 u.7 (S.459-460) falsch sind, und er stellte zur Rettung umfangreiche eigene Betrachtungen an.

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; topologische Gruppen; diskrete abelsche Gruppen; Charaktergruppen; lokalkompakte abelsche Gruppen; Pontrjaginsche Dualitätstheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 749**

Zu Steenrod, Universal Homology Groups : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.10.1940. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bll.1-8. Die Arbeit von Steenrod erschien in American Journal of Math.58 (1936), S.661-701.

Inhalt:  $X$  sei die Gruppe der reellen Zahlen mod 1,  $A, B$  zwei topologische Abelsche Gruppen, die (rel. $X$ ) dual seien.  $A, B$  heißen konjugiert, wenn jede Gruppe aus allen stetigen Charakteren der anderen besteht. Steenrod stützte sich auf Ergebnisse von van Kampen (vgl. Fasz. 748); Hausdorff kannte aber am 25.10.1940 die Arbeit von van Kampen noch nicht. Er vermutete, daß van Kampens Hauptresultat das folgende sei: Zu jeder diskreten Gruppe  $B$  gibt

es eine kompakte Gruppe  $A$  und umgekehrt zu jeder kompakten Gruppe  $A$  eine diskrete Gruppe  $B$  derart, daß  $A, B$  (rel.  $X$ ) dual sind. Sie sind dann auch konjugiert. Das Ms. stellt einen Versuch Hausdorffs dar, ohne Kenntnis der von Kampenschen Arbeit die Hauptschwierigkeit beim Beweis dieses Resultats zu überwinden.

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; topologische Gruppen; diskrete abelsche Gruppen; Charaktergruppen; kompakte abelsche Gruppen; duale Gruppen; Pontrjaginsche Dualitätstheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 750**

N.E. Steenrod, Universal Homology Groups : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. Okt. 1940]. – 36 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-9, entspr. Bll. 1-36. Die Arbeit von Steenrod erschien in American Journal of Math. 58 (1936), S. 661-701. S. auch Fasz. 1048.

Inhalt: Darstellung des Inhalts der Abschnitte I-III der Arbeit von Steenrod mit Ergänzungen einiger dort fehlender Beweise; II, 8 (S. 672-677) ist stärker umgearbeitet, von II, 10, III, 11-12 (S. 679-691) sind nur die Ergebnisse notiert.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Algebra; topologische Algebra; topologische Gruppen; diskrete abelsche Gruppen; inverser Limes; kompakte Hausdorffräume; inverse Homomorphismensysteme; direkte Homomorphismensysteme; duale Gruppenpaare; Charaktergruppen; Pontrjaginsche Dualitätstheorie; Darstellungstheorie; Homologiegruppen mit allgemeiner Koeffizientengruppe; abstrakte Komplexe; Čechsche Homologie

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 751**

Zur Dualität der Gruppen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21. u. 23. 12. 1940. – 9 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 742. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll. 1-9.

Inhalt:  $X$  sei eine topologische abelsche Gruppe,  $Z$  die Gruppe der reellen Zahlen mod 1,  $Y$  die Gruppe der stetigen Charaktere von  $X$ :  $z = xy = y(x)$ .  $Y$  kann man verschieden topologisieren, natürlich stets so, daß  $xy$  auch stetige Funktion von  $y$  ist. Wenn  $X$  kompakt ist, wird  $Y$  in der Pontrjaginschen Dualitätstheorie als diskret betrachtet. Das ist aber i. A. nicht der Maximalraum (der mit der größten Topologie). Hausdorff zeigt, daß der Maximalraum i. A. nicht diskret ist. Das Beispiel  $X = Z$  wird eingehend untersucht; in diesem Fall ist der Maximalraum  $Y$  insichdicht, erfüllt das erste Abzählbarkeitsaxiom nicht, ist nicht lokalkompakt. Hausdorff gewinnt aus diesen Betrachtungen den Satz von Cantor-Lebesgue aus der Theorie der trigonometrischen Reihen (Verweis auf A. Zygmund „Trigonometrical Series“, Warszawa-Lwow 1935, S. 267-269).

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; Analysis; topologische Gruppen; Charaktergruppen; diskrete abelsche Gruppen; kompakte abelsche Gruppen; Topologisierung der Charaktergruppe; Maximalraum; Trennungssaxiome; Maßtheorie; trigonometrische Reihen; Satz von Cantor-Lebesgue

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 752**

Schnitt- und Verschlingungszahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.6.1940. – 11 Bl.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bl.1-8, und ein unnumerierter Bogen unter der Überschrift „Zu den Schnitt- und Verschlingungszahlen“, entspr. Bl.9-11.

Inhalt: Bl.1-8: Schnittzahl zweier orientierter Simplexe  $S^p, T^q$  des  $R^n$ , ( $p + q = n$ ); Schnittzahl von Zyklen; Verschlingungszahl von Zyklen. Bl.9-11: Hausdorff befreit sich von der Voraussetzung allgemeiner Lage, zweifelt aber schließlich, ob das sehr zweckmäßig ist.

SW: Topologie; algebraische Topologie; euklidische Räume; Schnittzahlen; Verschlingungszahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 753**

[Abstandsfunktionen in kompakten metrischen Gruppen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.9.1940. – 1 Bl.

Inhalt:  $X$  sei eine Gruppe und kompakter metrischer Raum mit der Abstandsfunktion  $\rho(a, b)$ ;  $ab^{-1}$  sei stetige Funktion von  $a, b$ . Dann gibt es eine mit  $\rho$  äquivalente Metrik  $\sigma$  der Gestalt  $\sigma(a, b) = |ab^{-1}|$  mit  $|a| = \sigma(a, 1)$ , 1 das Einselement von  $X$ .

SW: Topologie; topologische Gruppen; kompakte Räume; metrische Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 754**

[Offene Bilder abgeschlossener Intervalle] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 20.9.1940. – 1 Bl.

Inhalt:  $f$  sei eine stetige offene Abbildung von  $[0, 1]$  auf  $Y$ , dann kann  $Y$  keinen topologischen Kreis enthalten.

SW: Topologie; Kurventheorie; offene Abbildungen; topologische Kreise

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 755**

Kurosh : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.10.1940. – 2 Bll.

Hausdorff bezieht sich auf die Arbeit von A.Kurosh „Kombinatorischer Aufbau der bikompakten topologischen Räume“, *Compositio mathematica* 2 (1935), S.471-476.

Inhalt:  $A = \sum_{i=1}^n F_i$  sei eine Bedeckung des topologischen Raumes  $A$  mit endlich vielen abgeschlossenen Mengen  $F_i$ . Sie heie speziell, wenn die  $F_i$  die abgeschlossenen Hüllen  $\overline{U}_i$  paarweise disjunkter offener Mengen  $U_i$  sind. Hausdorff beweist: Zu jeder Bedeckung  $A = \sum_{i=1}^n F_i$  gibt es eine Verfeinerung, die speziell ist, d.h.  $A = \sum_{j=1}^m \overline{V}_j$ ,  $V_j$  offen, paarweise disjunkt und jedes  $\overline{V}_j$  ist in einem  $F_i$  enthalten. Kurosh hat in Abschnitt 8 (S.475) seiner Arbeit so etwas benötigt, ohne es zu beweisen.

SW: Topologie; Bedeckungen; spezielle Bedeckungen

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 756**

[Die Charaktergruppe der Gruppe der reellen Zahlen mod 1] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.10.1940. – 1 Bl.

Inhalt:  $X$  sei die Gruppe der reellen Zahlen mod 1,  $\chi(x)$  ein stetiger Homomorphismus von  $X$  in sich selbst. Dann gibt es eine ganze Zahl  $k$  mit  $\chi(x) = kx$ , d.h. die Charaktergruppe von  $X$  ist mit der Gruppe der ganzen Zahlen isomorph.

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; Gruppe der reellen Zahlen mod 1; Charaktergruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 757**

Der Satz von Brun über Primzahlzwillinge : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.u.3.11.1940. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8.

Inhalt: Hausdorff beweist frei nach E.Landau „Vorlesungen über Zahlentheorie“, Bd.I, Leipzig 1927, S.71-78, den folgenden Satz von Viggo Brun: Wenn es unendlich viele Primzahlen  $q$  gibt, für die auch  $q + 2$  Primzahl ist, so ist  $\sum \frac{1}{q}$  konvergent.

SW: Zahlentheorie; analytische Zahlentheorie; Primzahlzwillinge

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 758**

[Vollständige Häufungspunkte in kompakten Hausdorffrumen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.12.1940. – 4 Bll.

Inhalt:  $X$  sei ein kompakter Hausdorffraum. Jede unendliche Menge  $A$  (ihre Mächtigkeit sei  $\mathfrak{a}$ ) hat mindestens einen vollständigen Häufungspunkt  $x$ , d.h. für jede Umgebung  $U(x)$  hat  $A \cap U(x)$  auch die Mächtigkeit  $\mathfrak{a}$ . Insbesondere hat jede abzählbare Menge einen gewöhnlichen Häufungspunkt; aber eine solche



Menge, als Folge geschrieben, braucht keine konvergente Teilfolge zu enthalten. Für diesen Fall wird ein Beispiel konstruiert.

SW: Topologie; kompakte Hausdorffräume; vollständige Häufungspunkte; Maße; dyadische Folgen; Produkträume; Satz von Tychonoff

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 759**

[Spezielle Suslinkomplemente in der Ebene] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.12.1940. – 4 Bll.

Inhalt:  $M$  sei eine Menge in der Ebene  $(X, Y)$ ,  $M_x$  die Projektion des Durchschnitts von  $M$  mit der Geraden  $(x, Y)$  auf die  $Y$ -Achse.  $A(M) = \{x; M_x \text{ abgeschlossen}\}$ ,  $B(M) = \{x; M_x \text{ ein } F_\sigma\}$ . Falls  $M$  Borelsch ist, sind  $A(M)$  und  $B(M)$  Suslinkomplemente. Hausdorff listet nach Mathematical Reviews I, No.10, S.301-302 Arbeiten auf, wo dies Problem behandelt ist und schließlich obiges Resultat erzielt wurde; die Arbeiten selbst standen ihm offenbar nicht zur Verfügung, denn Bl.2 stellt er fest „Die Beweise scheinen nicht einfach zu sein“. Er versucht dann einen eigenen Zugang, dringt aber nicht bis zu dem genannten Ergebnis durch.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Suslinkomplemente; Borelmengen; Projektionen; Bairescher Nullraum

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 760**

W.Hurewicz, Sur la dimension des produits cartésiens : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.12.1940. – 4 Bll.

Die Arbeit von Hurewicz erschien in Annals of Math.(2) 36 (1935), S.194- 197.

Inhalt: Leicht umgearbeitete Darstellung des Inhalts der gen.Arbeit von Hurewicz.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; Dimension von Produkträumen; wesentliche Abbildungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 761**

[Zu Sierpinski, Hypothèse du continu] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.1.1941. – 3 Bll.

Das Ms. ist Bogen 2 einer größeren Ausarbeitung.

Inhalt: Hausdorff stellt fest, daß die Behauptung  $H \rightarrow P_3$  (vgl. W.Sierpinski, Hypothèse du continu, Warszawa-Lwow 1934, S.12-14) doch richtig ist, „obwohl sein Beweis falsch ist“ (Bl.1), und gibt einen Beweis für  $H \rightarrow P_3$  (vgl. auch Fasz. 729).

SW: Mengenlehre; Analysis; Kontinuumhypothese; reelle Funktionen; äquivalente Sätze zur Kontinuumhypothese

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 762

K.Borsuk, Sur les rétractes. Zur Topologie der Ebene. : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.4.1941 [u.vermutl.vor 1934]. – 27 Bll.

Das Ms. zu Borsuk ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1- 11. Auf Bl.2 wird auf ein Hausdorffsches Ms. „Zur Topologie der Ebene“ verwiesen. Dieses liegt bei: Bll.12-27, mit eigener Bogennumerierung 1-4. G.Bergmann datierte es auf vor 1934. Die Arbeit von Borsuk erschien in Fund.Math. 17 (1931), S.152-170.

Inhalt: Bll.1-11: Umgearbeitete Darstellung der Arbeit von Borsuk mit einigen eigenen Ergänzungen von Hausdorff, z.B. beweist er: Ist  $A$  lokal zusammenhängend und unikhärent, so auch jeder Retrakt von  $A$ . Bll.12-27 unter der Überschrift „Zur Topologie der Ebene“ mit Verweis auf C.Kuratowski, Fund.Math.14 (1929), S.304-310, Fund. Math. 8 (1926), S.137- 150: Hausdorff betrachtet vier Eigenschaften des Raumes  $E$ : (A) Jede nichtleere abgeschlossene Menge, die  $x_1, x_2$  trennt, enthält ein Kontinuum, das  $x_1, x_2$  trennt. (B)  $F_1, F_2$  seien abgeschlossen und disjunkt,  $F = F_1 + F_2$ ;  $x_1, x_2$  Punkte von  $E - F$ . Werden  $x_1, x_2$  weder durch  $F_1$  noch durch  $F_2$  getrennt, so auch nicht durch  $F$ . (C)  $E$  ist unikhärent. (D) Ist  $C \subset E$  ein Kontinuum,  $G$  eine Komponente von  $E - C$ , so ist deren Begrenzung ein Kontinuum. Hausdorff zeigt: Stets gilt (A)  $\rightarrow$  (B), in jedem zusammenhängenden Raum gilt (B)  $\rightarrow$  (C), in jedem zusammenhängenden, lokal zusammenhängenden Raum gilt (C)  $\rightarrow$  (D) und (D)  $\rightarrow$  (A). Dann beweist er die Unikhärenz von  $R^n$ , der  $n$ -dimensionalen Sphäre und eines  $n$ -dimensionalen Simplexes (auf Bl.14v gibt er Sätze aus der Literatur an, die auch zum Beweis der Unikhärenz der genannten Räume führen). Es wird dann noch eine Verschärfung der Eigenschaften (B) und (C) betrachtet und gezeigt, daß für Streckenbilder diese verschärften Bedingungen äquivalent sind.

SW: Topologie; Retrakte; topologische Eigenschaften bei Retraktion; Fixpunkteigenschaft; unikhärente Räume; absolute Retrakte; Hilbertquader; Peanosche Kontinua; Raum  $Y^X$ ; Topologie der Ebene; Kontinua; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; Streckenbilder

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 763

K.Borsuk, Sur la décomposition des continus péaniens plans : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.5.1941. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \beta$ , entspr. Bll.1-6. Die Arbeit von Borsuk erschien in Fund.Math. 24 (1935), S.135-138. Hausdorff verweist auch auf K.Borsuk, Math.Ann. 106 (1932), S.239-248, Fund.Math. 18 (1932), S.198-213, und auf S.Straszewicz, Fund.Math. 7 (1925), S.159-187.

Inhalt: Verallgemeinerung und Verschärfung des in der gen.Arbeit bewiesenen Theorems und Vereinfachung des Beweises.

SW: Topologie; Kurventheorie; Kontinua; Peanosche Kontinua; bogenverknüpfte Räume; Raum  $S_{n-1}^X$ ; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; euklidische Räume; Topologie der Ebene; Zerlegungssatz; absolute Retrakte

#### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 764

Die Begrenzungen der Komplementär-Komponenten ebener Peanoscher Kontinua : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.u.7.5.1941. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bll.1-7.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 2.5.1941):  $E$  sei die Ebene,  $K \subset E$  Peanosches Kontinuum,  $U$  eine Komponente von  $E - K$ ,  $F = F(U)$  ihre Begrenzung. Hausdorff zeigt mit Verweis auf C.Kuratowski, Fund.Math. 15 (1930), S.180- 184: (1)  $F$  ist Peanosches Kontinuum; (2) Jedes Kontinuum  $\subset F$  ist Peanosch; (3)  $F$  ist reguläre Kurve. Bll.5-7 (vom 7.5.1941): Für Peanosche Kontinua sind folgende drei Bedingungen äquivalent: (1)  $F$  enthält keine Kurve, die Summe dreier Bögen ist, die paarweise nur die Endpunkte gemeinsam haben ( $\theta$ -Kurve); (2) Jedes echte zyklische Element von  $F$  ist topologischer Kreis; (3) Zwei verschiedene topologische Kreise  $\subset F$  haben höchstens einen Punkt gemeinsam. (1) ist für Peanosche Kontinua  $F$  notwendig und hinreichend dafür, daß  $F$  mit der Begrenzung eines ebenen Gebietes homöomorph ist (nach W.L.Ayres, Fund.Math. 14 (1929), S.92- 95). Hausdorff beweist als Gegenstück zu diesen Sätzen noch: Damit ein Peanosches Kontinuum  $\subset E$  die Ebene nicht zerlegt, ist notwendig und hinreichend, daß seine echten zyklischen Elemente topologische Kreisflächen sind (mit Verweis auf K.Borsuk, Math. Ann. 106 (1932), S.239- 248, Fund.Math. 18 (1932), S.198-213. Vgl. auch Fasz. 736 u.782.

SW: Topologie; Kurventheorie; Topologie der Ebene; Zusammenhangskomponenten; Peanosche Kontinua; total Peanosche Kontinua; reguläre Kurven; Konvergenzkontinua;  $\theta$ -Kurven; zyklische Elemente; topologische Kreise; Raum  $S_{n-1}^X$ ; topologische Kreisflächen

#### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 765

[Über den Außenrand kompakter Mengen des  $R^n$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.u.7.5. 1941. – 4 Bll.

Inhalt: Im euklidischen Raum  $R^n$  sei  $A$  kompakt,  $U$  die unbeschränkte Komponente von  $R^n - A$ . Die Begrenzung  $F = F(U)$  von  $U$  heißt der Außenrand von  $A$ . Nach Zusammenstellung einiger bekannter Tatsachen beweist Hausdorff die Theoreme 3 u.4 aus der Arbeit von R.L.Moore „Concerning continuous curves in the plane“, Math.Z. 15 (1922), S.254- 260, wobei er für Theorem 4 zwei Beweise gibt und die Voraussetzungen abschwächt.

SW: Topologie; Kurventheorie; euklidische Räume; kompakte Mengen; Zusammenhangskomponenten; Außenrand kompakter Mengen; Peanosche Kontinua; zyklische Elemente; topologische Kreise

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 766**

[Erreichbarkeit von Punkten der Begrenzung einer Menge im  $R^n$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 8.u.18.5.1941. – 2 Bll.

Der Bogen trägt die Nr.4 (vgl. auch Fasz. 767).

Inhalt: Zwei Beweise für folgenden Satz: Wenn das beschränkte Gebiet  $U$  im euklidischen Raum  $R$  die Eigenschaft  $S$  hat (für jedes  $\epsilon$  Summe endlich vieler zusammenhängender Mengen vom Durchmesser  $< \epsilon$  zu sein), so ist jeder Punkt  $p$  der Begrenzung  $F(U)$  von  $U$  aus erreichbar. Zusatz vom 18.5.1941 (Bl.2): Sei  $R$  die Ebene,  $U$  beschränktes Gebiet,  $F(U)$  Kontinuum. Dann und nur dann, wenn  $F(U)$  Peanosch ist, hat  $U$  die Eigenschaft  $S$ . In diesem Falle ist jeder Punkt  $p \in F(U)$  allseitig erreichbar; Hausdorff kritisiert in diesem Zusammenhang die Definition von „allseitig erreichbar“ bei A.Schoenflies „Die Entwicklung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten II“, Jahresber.der DMV, Erg.- bd.II, 1908, S.176.

SW: Topologie; euklidische Räume; Topologie der Ebene; Zusammenhang; Begrenzung von Gebieten; erreichbare Punkte; Peanosche Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 767**

[Über die Begrenzung ebener beschränkter Gebiete] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 17.5.1941. – 4 Bll.

Der Bogen trägt die Nummer 5 (vgl. Fasz. 766; vgl. auch Fasz. 764).

Inhalt: Hausdorff beweist folgenden Satz:  $U$  sei ein beschränktes ebenes Gebiet mit zusammenhängender Begrenzung  $F(U)$ . Dann und nur dann ist  $F(U)$  topologischer Kreis, wenn  $U$  gleichmäßig lokal zusammenhängend ist. Der Satz stammt aus der Arbeit von R.L.Moore „A characterization of Jordan regions by properties having no reference to their boundaries“, Proc.Nat.Acad.of Sciences 4 (1918), S.364-370.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Kurventheorie; Begrenzung von Gebieten; Zusammenhang; gleichmäßiger lokaler Zusammenhang; zyklische Elemente; topologische Kreise; Peanosche Kontinua

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 768**

Ein Satz von Anna Mullikin : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.u.24.5.1941. – 6 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-9.

Inhalt: Bll.1-6: Hausdorff beweist folgenden Satz von Anna Mullikin (A.Mullikin „Certain theorems relating to plane connected point sets“, Transactions of the Amer.Math.Soc. 24 (1922), S.148-154): Die Summe abzählbar vieler, paarweise disjunkter abgeschlossener ebener Mengen, die die Ebene nicht zerlegen, zerlegt ebenfalls die Ebene nicht. Bzgl.einzelnere Beweisschritte verweist Hausdorff auf S.Mazurkiewicz, Fund.Math. 5 (1924), S.188-205, 6 (1924), S.37-38, auf

sein Buch [45], S.156, 162, 229 und auf sein Ms. „Zur Topologie der Ebene“ (Fasz. 762). Bll.6-9: Verschärfung des Satzes von Mullikin durch R.L.Moore „Concerning the sum of a countable number of mutually exclusive continua in the plane“, Fund.Math. 6 (1924), S.187-202 (Theorem 5) mit einem eigenen Beweis Hausdorffs (Moore's Beweis findet er „höchst undurchsichtig“ (Bl.6).

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Zerlegung der Ebene; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; kompakte Kontinua; unikhärente Räume; Randsatz von Janiszewski; Trennungsmengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 769**

R.L.Moore : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 25.5.1941. – 3 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-3. Hausdorff bezieht sich auf die Arbeit von R.L.Moore „Concerning the common boundary of two domains“, Fund.Math. 6 (1924), S.203-213.

Inhalt: Hausdorff beweist die Theoreme 8 u.9 aus der gen.Arbeit von Moore mit der Bemerkung „(verschönt!)“.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Kurventheorie; Zusammenhang; Kontinua; Zusammenhangskomponenten; Zerlegungspunkte; zyklische Elemente; Peanosche Kontinua; topologische Kreise

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 770**

Sätze über zusammenhängende Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.5.,31.5.u.1.6.1941. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-11.

Inhalt: Hausdorff stellt 9 Sätze über zusammenhängende Mengen zusammen, gibt Beweise und Hinweise auf die Literatur, wo diese Sätze behandelt wurden, z.T. mit kritischen Bemerkungen.

SW: Topologie; Kurventheorie; ; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; lokaler Zusammenhang; separable Räume; Zerstückelung; Kontinua; Peanosche Kontinua; Baumkurven; Mächtigkeitsaussagen; Zerlegungspunkte; Trennungspunkte; topologische Kreise

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 771**

Zu den zyklischen Elementen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.6.1941. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-12.

Inhalt: Hausdorff beweist in Anlehnung an W.L.Ayres „On joining finite subsets of a Peano space by arcs and simple closed curves“, Fund.Math. 19 (1932), S.79-91, §4, folgenden Satz:  $X$  sei ein Peanosches Kontinuum ohne Zerlegungspunkt. Dann ist jeder Punkt mittlerer Punkt eines Bogens.

SW: Topologie; Kurventheorie; Zusammenhang;  
Zusammenhangskomponenten; Peanosche Kontinua; Zerlegungspunkte; Bögen;  
zyklische Elemente; topologische Kreise; erreichbare Punkte

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 772**

[Zur Charakteristik der Bögen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn],  
27.7.-20.8.1941. – 29 Bl.

Das Ms. besteht aus zwei Versionen. Beide sind bogenweise numeriert: 1-5, entspr. Bl.1-16 und 0, I-III, entspr. Bl.17-29. Auf Bl.17 der Vermerk „Endgültige Fassung 20.8.41“; vom 20.8.1941 sind die Bögen I-III (Bl.19- 29). Die Studie ist angeregt durch die Arbeit von R.L.Moore „Concerning simple continuous curves“, Transactions of the Amer. Math.Soc. 21 (1920), S.333-347. Hausdorff erschien diese Arbeit „sehr zweifelhaft“ (Bl.20).

Inhalt: Der metrische Raum  $M$  habe folgende Eigenschaft (B):  $M$  ist zusammenhängend und enthält zwei Punkte  $a, b$  derart, daß für jeden Punkt  $x$ , der von  $a, b$  verschieden ist,  $M - x$  unzusammenhängend ist. Es wird gezeigt: Wenn  $M$  kompakt ist und (B) erfüllt, ist  $M$  ein Bogen. Dann wird (B) durch die schärfere Bedingung (C) ersetzt: (C)  $M$  ist zusammenhängend und enthält zwei Punkte  $a, b$  derart, daß für jeden Punkt  $x$ , der von  $a, b$  verschieden ist,  $M - x$  in zwei Komponenten zerfällt;  $M - a$  und  $M - b$  sind zusammenhängend. Es wird gezeigt: Wenn  $M$  lokal zusammenhängend und lokal separabel ist und (C) erfüllt, ist  $M$  ein Bogen  $ab$ .

SW: Topologie; Kurventheorie; topologische Charakterisierung von Bögen;  
metrische Räume; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten;  
Zerstückelung; kompakte Räume; lokaler Zusammenhang; lokal separable  
Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 773**

[Beziehung der fadenförmigen Mengen zu geordneten Räumen] : Studie / Felix  
Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 24.8., 2.-3.9.1941. – 14 Bl.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bl.1-14. Bl.1 mit dem Vermerk „Ky Fan“, das bezieht sich vermutlich auf Fan, Ky: „Sur les ensembles possédant la propriété des quatre points“, C.R. 213 (1941), S.518-520; „Sur les ensembles monotones-connexes, les ensembles filiformes et les ensembles possédant la propriété de quatre points“, Bull.Soc.Royal Sci.Liege 10 (1941), S.625-642.

Inhalt:  $E$  heißt monoton zusammenhängend, wenn  $E$  zusammenhängend und mehrpunktig ist und einen Punkt  $a$  besitzt derart, daß für zwei zusammenhängende Teilmengen  $F, G$  von  $E$ , die  $a$  enthalten, gilt  $F \subset G$  oder  $G \subset F$  ( $a$  Extrempunkt). Eine zusammenhängende mehrpunktige Menge  $E$  heißt fadenförmig, wenn für jeden Zerlegungspunkt  $x$  mit  $E - x = P + Q$  die Mengen  $P + x, Q + x$  monoton zusammenhängend sind und  $x$  als Extrempunkt haben. Nach Zusammenstellung von Begriffen und Sätzen über geordnete Mengen

und ihre natürliche Topologisierung wird gezeigt: Die fadenförmigen Mengen sind identisch mit den zusammenhängenden Unterräumen von stetig geordneten Räumen. Die fadenförmigen, lokal zusammenhängenden Mengen sind mit den stetig geordneten Räumen identisch.

SW: Topologie; Kurventheorie; Zusammenhang; monotoner Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; fadenförmige Mengen; Extrempunkte; Topologisierung geordneter Mengen; stetig geordnete Räume; Zerlegungspunkte; separable Räume; topologische Charakterisierung von Bögen

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 774

Abgeschlossene und zugleich offene Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.,22.,25.,29.9.u.4.10.1941. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-11. Bezüglich eines Teilergebnisses zum Kuratowskischen Problem verweist Hausdorff auf W.Sierpinski, Fund.Math. 30 (1938), S.129-131.

Inhalt:  $H$  bezeichne die zugleich offenen und abgeschlossenen Mengen des Raumes  $X$ . Das Problem von Kuratowski besteht in folgendem: Wenn  $X$  separabel ist, haben dann die  $H$  eine höchstens abzählbare Basis? Hausdorff definiert:  $X$  hat die Eigenschaft  $\mathcal{H}$ , wenn die  $H$  eine höchstens abzählbare Basis haben. Es wird dann gezeigt: (1) Jeder separable, lokal zusammenhängende Raum hat  $\mathcal{H}$ ; (2) Jeder nulldimensionale separable Raum hat  $\mathcal{H}$ ; (3) Jeder kompakte Raum hat  $\mathcal{H}$ ; (4) Jede Menge reeller Zahlen hat  $\mathcal{H}$ ; (5) Damit  $X$  die Eigenschaft  $\mathcal{H}$  hat ist notwendig und hinreichend: Es gibt eine stetige Abbildung  $z = \varphi(x)$  von  $X$  auf einen separablen nulldimensionalen Raum  $Z = \varphi(X)$ , bei der das Urbild  $\varphi^{-1}(z)$  jedes  $z \in Z$  eine Quasikomponente von  $X$  ist und bei der das Bild  $\varphi(H)$  jeder in  $X$  offenen und zugleich abgeschlossenen Menge  $H$  in  $Z$  offen und zugleich abgeschlossen ist; (6) Ist  $X$  kompakt und hat  $Y$  die Eigenschaft  $\mathcal{H}$ , so hat auch der Produktraum  $(X, Y)$  die Eigenschaft  $\mathcal{H}$ .

SW: Topologie; separable Räume; offene und zugleich abgeschlossene Mengen; Kuratowskisches Problem; lokaler Zusammenhang; nulldimensionale Räume; kompakte Räume; Quasikomponenten; Produkträume

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 775

V.Knical, Sur les superpositions des automorphismes continus d'un intervalle fermé : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.10.1941. – 2 Bll.

Die Arbeit von Knical erschien in Fund.Math. 31 (1938), S.79-83.

Inhalt: Leicht veränderte Wiedergabe des Inhalts der gen.Arbeit von Knical.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Superposition von Funktionen; Approximation von Funktionen

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 776**

Stetigkeit : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.10.1941. – 4 Bll.

Inhalt: Begriff der stetigen Abbildung eines topologischen Raumes  $X$  auf einen topologischen Raum  $Y$ ; notwendige und hinreichende Bedingungen für Stetigkeit; offene und abgeschlossene Abbildungen;  $A$ -stetige Abbildungen (nach Aumann).

SW: Topologie; stetige Abbildungen; offene Abbildungen; abgeschlossene Abbildungen;  $A$ -stetige Abbildungen

### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 777**

Verbände. Boolesche Algebren und Ringe : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.10.1941-10.1.1942. – 63 Bll.

Hausdorff hat eine Reihe von Manuskripten aus dem Zeitraum 16.10.1941-10.1.1942 unter o.g.Überschrift zu einem Faszikel zusammengefaßt. Angeregt wurden diese Studien durch die Arbeit von G.Köthe „Die Theorie der Verbände, ein neuer Versuch zur Grundlegung der Algebra und der projektiven Geometrie“, Jahresber. der DMV 47 (1937), S.125-144.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 16.u.18.10.1941):  $X$  sei ein topologischer Raum; es wird ein Verband untersucht, der aus den regulären offenen Mengen (das sind die offenen Kerne abgeschlossener Mengen) besteht (mit Verweis auf Nr.9,10 der Arbeit von C.Carathéodory „Entwurf für eine Algebraisierung des Integralbegriffs“, Sitzungsber. der Math.-Naturwiss.Abt.der Akad.der Wiss. zu München 1938, S.27-69); Bll.3-10 (mit Bogennummern A-B vom 19.u.23.11.1941) unter der Überschrift „Darstellung eines Booleschen Ringes durch ein Mengensystem“: Ausarbeitung mit Beweisen der Dinge, die Köthe S.133-134 der o.g.Arbeit nur andeutet (mit Verweis auf M.H.Stone „The theory of representation for Boolean Algebras“, Transactions Amer.Math.Soc. 40 (1936), S.37-111); Bll.11-17 (mit Bogennummern 1-2 vom 27.u.29.11.1941 u.1Bl. vom 30.11.1941): Versuch Hausdorffs, zu zeigen, daß jeder distributive Verband einem Mengenverband isomorph ist; Bll.18-25 (mit Bogennummern A-B vom 1.12.1941) unter der Überschrift „Isomorphe Darstellung eines distributiven Verbandes durch ein Mengensystem“: Gegenüber Bll.11-17 verbesserte Version des Beweises mit folgender Eingangsbemerkung: „(Nach Köthe S.131 ist dies von G.Birkhoff gemacht worden; die betr.Arbeit kenne ich nicht. Der folgende Beweis ist von mir)“. Bll.26-29 (vom 4.12.1941) unter der Überschrift „Einbettung eines distributiven Verbandes in einen distributiven komplementären“: schließt an Bogen A (Bll.18-21) des Ms. vom 1.12.1941 an; Bll.30-31 (vom 5.12.1941) unter der Überschrift „Deduktive Systeme und Ideale in Booleschen Ringen“ mit einer kritischen Bemerkung zur Arbeit von M.H.Stone „Algebraic characterizations of special Boolean rings“, Fund.Math 29 (1937), S.223-303; Bll.32-35 (vom 5.12.1941) unter der Überschrift „Isomorphe Darstellung eines Booleschen Ringes durch ein Mengensystem“: Vereinfachung des Ms. vom 19.u.23.11.1941 (Bll.3-10); Bll.36-39



(vom 6.12.1941) unter der Überschrift „Isomorphe Darstellung eines distributiven Verbandes durch einen Mengenverband“: Hausdorff referiert den Birkhoff'schen Beweis und stellt fest, daß er einfacher als sein eigener vom 1.12.1941 (Bll.18-25) ist; Bll.40-52 (mit Bogennummern 1-4 vom 9.,10.,13.-16.12.1941) unter der Überschrift „Verbände“: Untersuchung modularer Verbände, ausgeglichene Verbände; Satz von Dedekind; hinreichende und notwendige Bedingung dafür, daß ein Verband modular ist; weitere äquivalente Aussagen zur modularen Eigenschaft bei länghenendlichen Verbänden; distributive Verbände; Bll.53-63 (mit Bogennummern  $\alpha - \gamma$  vom 21.,24.12.1941 u.2.,10.1.1942) unter der Überschrift „Reduzible und irreduzible Verbände“: direkte Summe von Verbänden; Bedeutung der Modularität für die Eindeutigkeit der Darstellung; reduzible und irreduzible Verbände; eine notwendige Bed. für Reduzibilität; eine hinreichende Bed. für Reduzibilität; Beziehungen zur projektiven Geometrie über einem Körper.

SW: Algebra; Topologie; Verbände; Verband der regulären offenen Mengen; Boolesche Ringe; Ideale in Booleschen Ringen; Topologisierung der Menge der Primideale; distributive Verbände; distributive komplementäre Verbände; Mengenalgebra; Boolesche Algebra; Aussagenlogik; modulare Verbände; Satz von Dedekind; reduzible Verbände; irreduzible Verbände;  $n$ -stufige projektive Geometrien

#### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 778**

Kai-Lai chung, Sur un théorème de M.Gumbel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.11.1941. – 2 Bll.

Die Arbeit von Kai-Lai Chung erschien in Comptes Rendus 210 (1940), S.620-621.

Inhalt: Eigener Beweis Hausdorffs einer von Kai-Lai Chung angegebenen Formel; das Resultat hatte Hausdorff den Math.Reviews 2 (1941), S.106 entnommen.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Kombinatorik

#### **NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 779**

[Anzahl der regulären  $n$ -reihigen Matrizen über  $GF(p^f)$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.1.1942. – 2 Bll.

Inhalt:  $\mu_n$  sei die Anzahl der regulären  $n$ -reihigen Matrizen über  $GF(p^f)$ . Hausdorff bestimmt  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  (vgl. auch Fasz. 780).

SW: Algebra; Galoisfelder; reguläre Matrizen über Galoisfeldern; Geometrie; projektive Räume über Galoisfeldern

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 780**

[Zur projektiven Geometrie über  $GF(p^f)$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.1.1942. – 2 Bll.

Inhalt:  $P_k = P_k(GF(p^f))$  sei der projektive  $(k - 1)$ -dimensionale Raum über  $GF(p^f)$ . Hausdorff bestimmt für  $P_2, P_3, P_4$  die Anzahl der Punkte, Geraden, Ebenen (vgl. auch Fasz. 779).

SW: Algebra; Geometrie; Galoisfelder; projektive Räume über Galoisfeldern

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 781**

[Berechnung eines uneigentlichen Integrals] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.1.1942. – 1 Bl.

Fasz. 781 ist die letzte Arbeit Hausdorffs vor seinem Tode. Das Blatt enthält den Vermerk „(Frage von Arthur)“; mit Arthur ist vermutlich Arthur König, der Schwiegersohn Hausdorffs, gemeint, der Astronom in Jena war.

Inhalt: Hausdorff berechnet das uneigentliche Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(x - \beta) \sin(x - \gamma)}{(x - \beta)(x - \gamma)} dx$$

.

SW: Analysis; Integralrechnung; uneigentliche Integrale

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 782**

Weiteres über zyklische Elemente : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. Juni 1940-16.1.1942]. – 32 Bll.

Das Ms. trägt die Bogennummern 13-20, entspr. Bll.1-32. Es ist vermutl. eine Fortsetzung von Fasz. 736. Nach eigenen Angaben Hausdorffs auf Bl.1 handelt es sich um eine freie Bearbeitung der Arbeit von K.Borsuk „Einige Sätze über stetige Streckenbilder“, Fund.Math. 18 (1932), S.198-213. G.Bergmann hat die undatierten Faszikeln 782-795 der Kapsel 43 in den Zeitraum Juni 1940-16.1.1942 eingeordnet; diese Datierung wird übernommen, soweit sie nicht durch Literaturverweise oder Verweise auf datierte Manuskripte präzisiert werden kann.

Inhalt: Bll.1-6: Hausdorff beweist die Behauptungen 1<sup>o</sup>-7<sup>o</sup>, die Borsuk ohne Beweis auf S.200 seiner Arbeit angegeben hat; Bll.6-10: gegenüber Borsuk ausführlichere Behandlung der Redukte; Bll.11-32: Es werden die drei von Borsuk betrachteten Eigenschaften eines topologischen Raumes  $M$  formuliert:  $(F)$ : Fixpunkteigenschaft,  $(H_n)$ : Der Raum  $S_{n-1}^M$  der stetigen Abbildungen von  $M$  in die  $(n - 1)$ -dimensionale Sphäre ist zusammenhängend,  $(R)$ :  $M$  ist absoluter Retrakt. Der Hauptinhalt des Folgenden ist der Beweis, daß die Eigenschaften  $(F)$ ,  $(H_n)$ ,  $(R)$  sowohl zyklisch extensiv als auch zyklisch reduktiv sind.

SW: Topologie; Kurventheorie; Peanosche Kontinua; Zusammenhang; zyklische Elemente; Zerlegungspunkte; Bögen; Redukte; Fixpunkteigenschaft;

Raum  $S_{n-1}^X$ ; absolute Retrakte; Homotopie; zyklisch extensive Eigenschaften; zyklisch reduktive Eigenschaften

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 783

K.Borsuk, Über eine Klasse von lokal zusammenhängenden Räumen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 26 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-7, entspr. Bll.1-26. Die Arbeit von Borsuk erschien in Fund.Math. 19 (1932), S.220-242. Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Überarbeitete Wiedergabe der gen.Arbeit von Borsuk; die Beweise von (29)-(32) (S.237-242 bei Borsuk) hat Hausdorff unterdrückt; dafür sind einige Beweise gründlich ausgeführt, die bei Borsuk nur sehr knapp sind.

SW: Topologie; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; absolute Umgebungsretrakte; metrische Räume; Raum  $Y^X$ ; euklidische Räume; Hilbertquader; Fixpunkteigenschaft; Peanosche Kontinua; erreichbare Punkte; zusammenziehbare Mengen; lokal zusammenziehbare Mengen; Homotopie; bogenverknüpfte Mengen;  $n$ -Sphären; kompakte Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 784

Eilenberg-Borsuk : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 9 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-9. Es bezieht sich auf folgende Arbeiten: S.Eilenberg „Transformations continues en circonférence et la topologie du plan“, Fund.Math.26 (1936), S.61-112, K.Borsuk „Quelques théorèmes sur les ensembles univoquements“, Fund.Math. 17 (1931), S.171-209. Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Bll.1-3: Beweis des Theorems (3) (S.84) der Arbeit von Eilenberg; Bll.3-8: Beweis des Theorems 30 (S.184) der Arbeit von Borsuk; Bl.9: eine Folgerung aus diesem Theorem.

SW: Topologie; Kurventheorie; quasi-Peanosche Räume; Raum  $S_1^X$ ; topologische Kreise; nicht univoquente Räume; Retrakte

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 785

Duale Würfelzerlegungen des  $R_n$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 2 Bll.

Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Hausdorff führt den Begriff des dualen Würfelpaares im  $R^n$  ein und zeigt die Existenz für gegebenen Gitterpunkt  $a$ .

SW: Topologie; euklidische Räume; Gitterpunkte; duale Würfelpaare

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 786**

Verschlingungszahl stetiger (singulärer) Zyklen : Studie / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. Juli 1940-16.1.1942]. – 2 Bll.

Bezgl. der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782; Hausdorff verweist auf sein Ms. vom Juli 1940 (Fasz. 745).

Inhalt: Hausdorff betrachtet einen stetigen  $r$ -Zyklus  $L$  und einen stetigen  $s$ -Zyklus  $M$  in  $R^n$  mit  $r + s = n - 1$  und  $[L][M] = \emptyset$  und definiert die Verschlingungszahl  $\tau(L, M)$  (vgl. Fasz. 745).

SW: Topologie; algebraische Topologie; singuläre Zyklen; Verschlingungszahl

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 787**

[Verschlingungssatz] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. Juni 1940-16.1.1942]. – 2 Bll.

Bezgl. der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Es werden zunächst einige Begriffe und Tatsachen über Zellzerlegungen des  $R^n$  bereitgestellt. Dann wird folgender Verschlingungssatz bewiesen:  $\Phi$  sei ein endlicher Teilkomplex der Zellzerlegung  $H$  des  $R^n$ ,  $h$  der Rang der ganzzahligen Homologiegruppe  $\mathcal{H}_p(\Phi)$ ,  $A_1^p, \dots, A_h^p$  ganzzahlige Zyklen aus den  $h$  Homologieklassen der Ordnung 0 von  $\mathcal{H}_p(\Phi)$ . Es gibt dann in  $R^n - [\Phi]$   $h$  ganzzahlige Zyklen  $C_1^{q-1}, \dots, C_h^{q-1}$  ( $p + q = n$ ) derart, daß  $\tau(A_i^p, C_i^{q-1}) = 1$  und  $\tau(A_i^p, C_j^{q-1}) = 0$ , ( $i \neq j$ ,  $i, j = 1, \dots, h$ ).

SW: Topologie; algebraische Topologie; Zellzerlegungen; Zyklen; Homologieklassen; Verschlingungszahlen; Verschlingungssatz

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 788**

Weitere Trennungssätze : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. Juni 1940-16.1.1942]. – 1 Bl.

Bezgl. der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Hausdorff notiert nach dem Referat in Mathematical Reviews, vol.1 (10), S.302 zwei Trennungssätze aus der Arbeit von A.Liapunoff „Séparabilité multiple pour le cas de l'opération (A)“, Doklady Akad.Nauk SSSR, Sér.Math. 1939; S.539-552.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Borelsche Systeme; Suslinmengen; Suslinkomplemente; Trennungssätze

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 789

W.Maak, Eine neue Definition der fastperiodischen Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-11. Die Arbeit von Maak erschien in Abh.aus dem Math.Seminar der Univ.Hamburg 11 (1936), S.240-244. Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Umgearbeitete, z.T. erweiterte Darstellung der Arbeit von Maak.

SW: Analysis; Algebra; Mengenalgebra; Mengenzerlegungen; Hauptmengen; Funktionen auf Gruppen; fastperiodische Funktionen; Mittelwertsatz; einseitig fastperiodische Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 790

L.Zippin, Countable Torsion Groups : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 40 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-10, entspr. Bll.1-40. Die Arbeit von Zippin erschien in Annals of Math. 36 (1935), S.86-99. Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Überarbeitete Darstellung des Inhalts der gen.Arbeit von Zippin; insbesondere die Abschnitte 9-11 (S.98-99) sind stark bearbeitet und erweitert.

SW: Algebra; Gruppentheorie; abelsche Gruppen; Torsionsgruppen; primäre Gruppen; Wurzelgruppen;  $\lambda$ -Mengen; perfekte Untergruppen; reduzierte Gruppen; Signaturen; Erweiterung von Automorphismen; direkte Summen zyklischer Gruppen; Moduln

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 791

Kann  $\sum_1^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  ein Quadrat sein? : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 8 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: A-B, entspr. Bll.1-8. Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Herleitung notwendiger Bedingungen dafür, daß  $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$  Quadrat ist; Beweis, daß nur für endlich viele  $n$  der betrachtete Ausdruck ein Quadrat sein kann mittels des Satzes von Thue.

SW: Zahlentheorie; algebraische Zahlentheorie; Quadratzahlen; Pellische Gleichung; quadratische Zahlkörper; Einheiten; Satz von Thue

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 792

Notizen aus Mathematical Reviews, vol.2 : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 3 Bll.

Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt: Notizen zu einigen Referaten aus Bd.2 der Math.Reviews.

SW: Algebra; Topologie; Analysis; Zahlentheorie; Wahrscheinlichkeitstheorie; algebraische Zahlentheorie; Gruppentheorie; Funktionentheorie; Klassenkörpertheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 793

[Natürliche Abbildungen euklidischer Komplexe in entsprechende abstrakte Komplexe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 3 Bll.

Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt:  $\Phi$  sei ein abstrakter Komplex,  $R = [\Phi]$  der zugehörige euklidische Komplex. Für  $x \in R$  sei  $\Phi(x)$  der Träger von  $x$ . Ordnet man jedem  $x$  eine Ecke  $\varphi(x)$  von  $\Phi(x)$  zu, so entsteht eine „natürliche“ Abbildung von  $R$  in  $\Phi$ .  $B(a)$  seien die abgeschlossenen baryzentrischen Sterne von  $[\Phi]$ . Dann gilt: Ist  $x \in B(a)$ , so ist  $a$  Ecke von  $\Phi(x)$ . Ist  $\Omega(x)$  die Menge der Ecken, deren baryzentrische Sterne  $x$  enthalten, so ist also  $\Omega(x) \subseteq \Phi(x)$ . Ordnet man jedem  $x$  eine Ecke  $w(x)$  von  $\Omega(x)$  zu, so entsteht eine „kanonische“ Abbildung von  $R$  in  $\Phi$ ; sie ist ein Spezialfall einer natürlichen. Es gilt: Es gibt  $\epsilon > 0$  derart, daß mit  $xy < \epsilon$   $\Omega(y) \subseteq \Phi(x)$ . Nimmt man also zuerst eine  $\epsilon$ -Verschiebung in  $R$  vor und dann eine kanonische Abbildung von  $R$  in  $\Phi$ , so ist das Resultat eine natürliche Abbildung von  $R$  in  $\Phi$ . Verallgemeinerung auf:  $R$  kompakt,  $\Phi = N$  der Nerv einer endlichen Bedeckung von  $R$ .

SW: Topologie; algebraische Topologie; abstrakte Komplexe; simpliziale Komplexe; natürliche Abbildungen simplizialer Komplexe; baryzentrische Sterne; kompakte Mengen; Nerv einer Bedeckung

### NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 794

[Modifikation simplizialer Abbildungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940-16.1.1942]. – 2 Bll.

Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782.

Inhalt:  $\Phi, \Psi$  seien Komplexe,  $\Phi_i$  ein System von Unterteilungen von  $\Phi$ ,  $f_i, f_j$  simpliziale Abbildungen von  $\Phi_i, \Phi_j$  in  $\Psi$ . Ist insbesondere  $\Phi_j$  eine Unterteilung von  $\Phi_i$ ,  $f_i, f_j$  simpliziale Abbildungen von  $\Phi_i, \Phi_j$ , dann heiße  $f_j$  Modifikation von  $f_i$ , wenn für jede Ecke  $x_j$  von  $\Phi_j$   $f_j(x_j)$  im Träger  $T(f_i(x_j))$  liegt. Es gilt dann: Ist  $f_j$  Modifikation von  $f_i$ ,  $C_i$  eine Kette in  $\Phi_i$ ,  $C_j$  deren Unterteilung, dann ist  $f_j(C_j) = f_i(C_i)$ .

SW: Topologie; algebraische Topologie; Unterteilung von Komplexen; simpliziale Abbildungen; Modifikation simplizialer Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 43: Fasz. 795**

[Scharen von Flächen 2.Ordnung, die durch vorgegebene Punkte gehen] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Juni 1940- 16.1.1942]. – 12 Bll.

Das Ms. trägt die Bogennummern 6-10, entspr. Bll.1-12. Bezgl.der Datierung vgl. Bem. bei Fasz. 782. Hausdorff bezieht sich auf die Arbeit von E.Hunyadi „Beitrag zur Theorie der Flächen zweiten Grades“, Journal für die reine u. angew. Math. 89 (1880), S.47-69.

Inhalt: Durch 4 Punkte gehen  $\infty^5 F_2$ , es gibt 6 linear unabhängige; durch 5 Punkte gehen  $\infty^4 F_2$ , es gibt 5 linear unabhängige. Hausdorff versucht durch umfangreiche Rechnungen den Fall von 6 Punkten zu klären.

SW: Geometrie; analytische Geometrie; Flächen 2.Ordnung

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 796**

[Relativitätsprinzip] : (vermutl.) Vortragsausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [1917]. – 36 Bll.

Bll. I-III, entspr. Bll.1-3 und Bögen 1-17, entspr. Bll.4-36. Bl.36 sagt Hausdorff, daß das spezielle Relativitätsprinzip Einsteins erst 12 Jahre alt sei; das ergibt die Datierung 1917. Auf Bl.27 ein Zusatz von fremder Hand.

Inhalt: Es handelt sich (vermutl.) um einen Vortrag über die Relativitätsprinzipie der klassischen Mechanik und der speziellen Relativitätstheorie mit kurzen Andeutungen über die allgemeine Relativitätstheorie. In wunderbar klarer, wahrhaft literarischer Sprache verfaßt, war der Vortrag offenbar für ein breiteres Publikum bestimmt. Inhalt im Einzelnen: Bl.1: Literatur; Bll.2-3: Formeln der Galilei- Transformation und der Lorentz-Transformation bei einer Raumkoordinate; Bll.4-8: absolute Bewegung als sinnleerer Begriff; relative Bewegung; Koordinatensysteme; Auswahl von Koordinatensystemen zur Beschreibung von Bewegungen nach dem Prinzip der Einfachheit: es gibt schon rein kinematisch gesehen bevorzugte Koordinatensysteme (Kopernikus-Ptolemaios); Bll.8-13: Übergang zur Dynamik; Galilei-Newtonsches Trägheitsgesetz; Inertialsysteme; Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik; Gegenstandslosigkeit der Kontroversen um das Trägheitsgesetz; Bll.14-20: Einbeziehung optischer und elektrodynamischer Erscheinungen in die Betrachtung; Hypothese des ruhenden Äthers, Ätherwind; Beschreibung des Michelson-Versuchs und seines Resultats; die Situation der Physik nach dem Michelson-Versuch; die Kontraktionshypothese von Lorentz und Fitzgerald; die Aufgaben einer neuen Relativitätstheorie; Bll.20-35: Herleitung der Lorentztransformation in einer Raumdimension aus der Forderung einer Lorentzkontraktion; Formulierung des neuen Relativitätsprinzips; Lichtgeschwindigkeit im Vakuum als Grenzgeschwindigkeit; Längenkontraktion; Zeitdilatation; fundamentale Bedeutung der Relativierung der Gleichzeitigkeit für unseren Zeitbegriff; Vergangenheit und Zukunft im Raum-Zeit-Kontinuum; Additionstheorem der Geschwindigkeiten; Abstand im Minkowskiraum als Invariante, Bedeutung dieser Invariante; Aufhebung der Trennung zwischen Raum und Zeit als Charakteristikum der neuen Theorie; erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativierung der Gleichzeitigkeit; Bl.36: Andeutungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.

SW: Physik; Mechanik; Optik; spezielle Relativitätstheorie; allgemeine Relativitätstheorie; Philosophie; Erkenntnistheorie; Inertialsysteme; Trägheitsgesetz; Relativitätsprinzip; Michelson-Versuch; Lorentz-Transformation; Raum; Zeit

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 797**

Bestimmung des Meromorphiekreises : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], Oktober 1916. – 19 Bll.



G.Bergmann hat die Faszikeln 797-840 in einer Mappe Sammlung „Varia“ zusammengefaßt; ob das eine Zusammenfassung Hausdorffs war, läßt sich nicht mehr feststellen. Bis auf zwei datierte Zusätze von 1928 u.1929 datiert Bergmann die Sammlung auf den Zeitraum 1916-1920. Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-5, entspr. Bll.1-19.

Inhalt:  $\rho$  sei der Konvergenzradius von  $f(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots$  und  $f(z)$  sei für  $|z| < R$ , aber nicht für  $|z| < R + \epsilon$  meromorph; es ist  $R \geq \rho$ . Der Kreis  $|z| = R$  heißt der Meromorphiekreis von  $f$ , auf ihm liegt mindestens eine wesentliche Singularität. Das Ziel der Studie ist es, den Meromorphiekreis und die Pole der Funktion  $f(z)$  aus den Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2, \dots$  zu bestimmen. Am Schluß verweist Hausdorff auf folgende Literatur: E.Borel, Bull.des Sciences Math. (2) 18 (1894), S.22-25, J.Hadamard „La série de Taylor et son prolongement analytique“, Paris 1901, S.38- 43; G.Vivanti „Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen“, Leipzig 1906, S.460-476.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Potenzreihen; reguläre Funktionen; Pole; wesentliche Singularitäten; Meromorphiekreis

#### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 798

Der Wigertsche Satz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 8.10.1916. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Hausdorff beweist folgenden Satz: Ist  $f(z) = c_1z + c_2z^2 + \dots$  eine ganze Funktion mit  $f(0) = 0$ , so ist

$$g(z) = c_1 + c_2 \frac{z+1}{1!} + c_3 \frac{(z+1)(z+2)}{2!} + \dots$$

ebenfalls eine ganze Funktion. Der Satz stammt von Wigert, Sitzungsber.der Königl.- Schwedischen Akad.zu Stockholm 1900, S.1001-1011; Hausdorff kannte ihn aus G.Polya, Math.Ann. 77 (1916), S.500, er schreibt auf Bl.7: „die vorstehenden Beweise sind ohne Kenntnis der W’schen Arbeit von mir rekonstruiert“.

SW: Analysis; Funktionentheorie; ganze Funktionen; gleichmäßige Konvergenz; Satz von Wigert

#### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 799

Cartesisches Oval : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 8.12.1917. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Analytische Diskussion der cartesischen Ovale und ihrer Ausartungen (Ellipse, Hyperbel, Pascalsche Schnecke).

SW: Geometrie; analytische Geometrie; Kurven 4.Ordnung; Cartesische Ovale; Pascalsche Schnecke

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 800

Cyklische Flächen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 1917. – 12 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-12. Auf Bl.1 der Vermerk „(Hausarbeit für Dr.Margarethe Bork 1917)“. Die Tinte ist verlaufen, das Ms. ist schwer lesbar und nicht kopierbar. Vgl. auch Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Definition der zyklischen Fläche als Schar von  $\infty^1$  Kreisen, deren Mittelpunkte, Radien und Normaleneinheitsvektor ihrer Ebene im Raum alle Funktionen eines Parameters  $v$  sind; Fundamentalgrößen einer zyklischen Fläche; Verhalten des Kreises ( $v$ ) zum benachbarten; Spezialfall einer zyklischen Fläche: Enveloppe einer Kugelschar, Röhrenflächen; Frage nach Striktionspunkten und Striktionslinien; Dgl. der Haupttangentialkurven; konjugierte Punkte, konjugierte Tangentialebenen; Gleichung der Flächennormale; die orthogonalen Trajektorien der Kreise; Untersuchung der Krümmungslinien; die Mittelpunktskurve; Bem. zu den Röhrenflächen und zu den Enveloppen einer Kugelschar.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Flächentheorie; zyklische Flächen; Enveloppen einer Kugelschar; Röhrenflächen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 801

[Bedingung dafür, daß die Flächen einer Schar Kugeln sind] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 5 Bll.

Das Ms. ist undatiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Auf Bll.1-2 ist die Tinte verlaufen; sie sind schwer lesbar und nicht kopierbar.

Inhalt: Es wird gezeigt: Genau dann sind die Flächen einer Flächenschar Kugeln, wenn sie die Eigenschaft haben, daß durch ihre orthogonalen Trajektorien je zwei Flächen der Schar konform aufeinander abgebildet werden. Die konforme Beziehung zwischen zwei Kugeln der Schar ist eine Kollineation des Raumes.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Flächenscharen; orthogonale Trajektorien; konforme Abbildungen; Kugelscharen; Kollineationen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 802

Zu O.Toeplitz, Das algebraische Analogon zu einem Satz von Fejér : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 19.9.1918. – 5 Bll.

Die Arbeit von Toeplitz erschien in Math.Zeitschr. 2 (1918), S.187-197. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Angeregt durch Toeplitz' Arbeit zeigt Hausdorff auf Bll.1-3, daß der Wertevorrat einer Bilinearform  $\sum_{i,j=1}^n c_{ij}x_i\bar{x}_j$  unter der Nebenbedingung  $\sum_{i=1}^n x_i\bar{x}_i = 1$  konvex ist; die Fälle  $n = 2, 3$  werden eingehend untersucht. Bll.4-5: Hermite'sche Formen; unitäre Transformationen; Eigenwerte; Transformation auf Diagonalform; notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß  $C$  unitär auf Diagonalform transformiert werden kann (vgl. auch Fasz. 803).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Algebra; lineare Algebra; Bilinearformen; konvexe Mengen; Eigenwerte; Hermitesche Formen; unitäre Transformationen; Transformation auf Diagonalgestalt

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 803**

[Transformation von Matrizen auf Diagonalgestalt] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 10.u.12.10.1918. – 7 Bll.

Die Tinte ist verlaufen; das Ms. ist schwer lesbar und nicht kopierbar. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Hausdorff findet Bedingungen dafür, daß zwei Hermitesche Formen  $A, B$  gleichzeitig in Diagonalform transformiert werden können, ganz gleich, ob die Transformation unitär ist oder nicht. Für unitäre Transformationen ist nach Toeplitz die Vertauschbarkeit von  $A$  und  $B$  notwendig und hinreichend. Diesen Toeplitzschen Satz verallgemeinert Hausdorff auf  $n$  Formen. Ferner Definition eines Kommutators einer linearen Mannigfaltigkeit von Hermiteschen Matrizen; Sätze über Kommutatoren und Beispiele.

SW: Analysis; Algebra; Funktionalanalysis; lineare Algebra; Hermitesche Formen; Transformation auf Diagonalgestalt; unitäre Transformationen; Kommutatoren

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 804**

Interpolation : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 27.7.1919. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt:  $f(x)$  sei im zusammenhängenden Gebiet  $G$  bis auf isolierte singuläre Stellen  $x_1, x_2, \dots$  eindeutig und regulär,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  seien Punkte in  $\Gamma = G - \{x_1, x_2, \dots\}$ ,  $g_n(x)$  sei das Interpolationspolynom  $(n-1)$ -ten Grades, das an den Stellen  $a_i$  die Werte  $f(a_i)$  annimmt. Es wird eine Cauchysche Integraldarstellung für  $f(x) - g_n(x)$  hergeleitet und mit deren Hilfe das Konvergenzverhalten von  $g_n - f$  in Abhängigkeit von der Verteilung der  $a_i$  untersucht; z.B. ergibt sich bei äquidistanter Verteilung der  $a_i$  auf  $T = [0, 1]$  ( $T \subset \Gamma$  vorausgesetzt) die Konvergenz von  $g_n$  gegen  $f$ .

SW: Analysis; Funktionentheorie; Interpolation regulärer Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 805**

Der Weierstraßsche Approximationssatz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vor dem 18.8.1920]. – 1 Bl.

Das Ms. ist undatiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Mit Bleistift ist am 18.8.1920 angemerkt, daß diesen Beweis auch schon S.N.Bernstein 1912 gefunden habe (Mitt.der Math.Ges.Charkov (2) 13 (1912), S.1-2).

Inhalt: Hausdorff gibt einen ganz kurzen Beweis für den Weierstraßschen Approximationssatz mit der Bemerkung „(kürzester und einfachster Beweis)“.

SW: Analysis; reelle Funktionen; stetige Funktionen; Weierstraßscher Approximationssatz

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 806**

Die Bäcklundsche Transformation : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 22 Bll.

In dem Fasz. sind mehrere Ms. zum Thema Bäcklund-Transformation zusammengefaßt. Die Ms. sind nicht datiert; vgl. Bem. bei Fasz. 797. Die Bll.19- 22 sind beschädigt.

Inhalt: Bll.1-4: Vorversion der ausführlicheren Ausarbeitung der Bll.5-15, welche bogenweise numeriert sind: 1-3. Bll.5-15: Definition der Bäcklund- Transformation; analytische Beschreibung; Herleitung von Eigenschaften; Bll.16-22 mit den Bogennummern a-b: Es wird eine pseudosphärische Fläche vom Krümmungsmaß  $-1$  betrachtet, eine Bäcklund-Transformation vorgenommen und gezeigt, daß die zweite Fläche ebenfalls das Krümmungsmaß  $-1$  hat.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Flächentheorie; Bäcklund-Transformation; pseudosphärische Flächen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 807**

Die obere Schranke monoton wachsender Functionen ist wieder eine solche : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 7 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert; vgl. Bem. bei Fasz. 797. Z.T.schwer lesbar und nicht kopierbar.

Inhalt: Die obere Schranke monoton wachsender Funktionen ist wieder eine solche. Zu einer in  $a \leq x \leq b$  nach unten beschränkten Funktion  $f(x)$  gibt es eine größte monoton wachsende Funktion  $\leq f(x)$ , sie sei  $\varphi(x)$ . Dann ist  $\varphi(x) = \inf_{x \leq \xi \leq b} f(\xi)$ ; für stetiges  $f$  ist  $\varphi$  stetig. Die obere Schranke konvexer Funktionen ist wieder konvex. Zu einer nach unten beschränkten Funktion  $f(x)$  gibt es eine größte konvexe Funktion  $\leq f(x)$ , sie sei  $\varphi(x)$ . Für sie gilt  $\varphi(x) = \inf \frac{1}{n} [f(x_1) + \dots + f(x_n)]$  mit  $x = \frac{1}{n}(x_1 + \dots + x_n)$ . Eine nach oben beschränkte konvexe Funktion ist in jedem inneren Punkt des Intervalls stetig und hat dort eine rechts- und eine linksseitige Ableitung. Bzgl.des letzten Satzes bezieht sich Hausdorff auf J.L.W.V.Jensen „Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes“, Acta math. 30 (1906), S.175- 193.

SW: Analysis; reelle Funktionen; beschränkte Funktionen; obere Schranken; monotone Funktionen; konvexe Funktionen; stetige Funktionen; einseitige Ableitungen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 808

Der von Staudt-Clausensche Satz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 3 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert: S.1-4. Es ist nicht datiert und z.T. schlecht lesbar und nicht kopierbar. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Für  $s_k(n) = 1^k + 2^k + \dots + n^k$  ist, bei geeigneten Werten von  $n$ ,  $\frac{s_{2k}(n)}{n} + (-1)^k B_k$  eine ganze Zahl;  $B_k$  ist die  $k$ -te Bernoullizahl. Ist  $n = p_1^{\lambda_1} \dots p_m^{\lambda_m}$  die Primfaktorzerlegung von  $n$ , so ist

$$\frac{s_k(n)}{n} - \frac{s_k(p_1^{\lambda_1})}{p_1^{\lambda_1}} - \dots - \frac{s_k(p_m^{\lambda_m})}{p_m^{\lambda_m}}$$

eine ganze Zahl; ferner ist  $\frac{s_{2k}(n)}{n} - \frac{s_{2k}(p_1)}{p_1} - \dots - \frac{s_{2k}(p_m)}{p_m}$  eine ganze Zahl. Es ist auch  $\frac{s_{2k}(n)}{n} - \sum \frac{1}{\pi}$  eine ganze Zahl, wo  $\pi$  diejenigen Primfaktoren von  $n$  durchläuft, für die  $\pi - 1$  in  $2k$  aufgeht.

SW: Zahlentheorie; elementare Zahlentheorie; Potenzsummen; Bernoullizahlen; von Staudt-Clausenscher Satz

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 809

Die Riemannsche Funktion : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Es wird das Stetigkeitsverhalten der Funktion  $\sum_k \frac{kx - [kx]}{k^2}$  untersucht; sie ist an irrationalen  $x$  stetig, an rationalen  $x$  nach links unstetig.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Riemannsche Funktion

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 810

Höhere Ableitungen zusammengesetzter Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 4 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Es sei  $z = z(y)$ ,  $y = y(x)$ . Es wird ein Ausdruck für  $\frac{d^n z}{dx^n}$  hergeleitet mit Anwendung auf den Ausdruck der Potenzsummen durch die elementarsymmetrischen Funktionen.

SW: Analysis; Differentialrechnung; Potenzsummen; elementarsymmetrische Funktionen; Waringsche Formeln

### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 811**

Eikonal : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 7 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Das Fasz. enthält zwei Versionen zum Thema Eikonal.

Inhalt: Es wird eine Geradentransformation betrachtet, die Normalkongruenzen in ebensolche überführt. Mittels des Eikonals läßt sich die Abbildung durch eine Gleichung beschreiben.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; angewandte Mathematik; Optik; Geradentransformationen; Normalkongruenzen; Eikonal

### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 812**

Der Picardsche Satz (Beweis von Borel) : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 27.12.1915. – 11 Bll.

Bll.1-4 sind eine Vorversion des vom 27.12.1915 datierten Ms. unter obigem Titel, welches bogenweise numeriert ist: I-II, entspr. Bll.5-11. Auf Bll.1-4 ist die Tinte verlaufen, sie sind schlecht lesbar und nicht kopierbar. Hausdorff verweist auf G.Vivanti „Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen“, Leipzig 1906, S.293. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Es wird gezeigt: Eine ganze Funktion, die zwei verschiedene Werte ausläßt, ist konstant.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Werteverteilung; ganze Funktionen; Picardscher Satz; Borel-Hadamardsche Ungleichung

### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 813**

[Darstellung der Punkte eines ebenen konvexen Vierecks] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 3 Bll.

Das Ms. ist undatiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Hausdorff betrachtet ein ebenes konvexes Viereck mit den Ecken  $p_0, p_1, p_2, p_3$ , jeden Punkt  $p$  des Vierecks kann man dann vermöge

$$p = (1 - \xi)(1 - \eta)p_0 + \xi(1 - \eta)p_1 + (1 - \xi)\eta p_2 + \xi\eta p_3(1)$$

mit  $0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1$  darstellen. Betrachtet man  $\xi, \eta$  als rechtwinklige Koordinaten, so ist (1) eine eineindeutige stetige Abbildung des Einheitsquadrats auf ein konvexes Viereck mit den Ecken  $p_i$ . Hausdorff berechnet noch das Vergrößerungsverhältnis bei dieser Abbildung.

SW: Geometrie; analytische Geometrie; konvexe Vierecke; Vergrößerungsverhältnis einer Abbildung

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 814

[Primfaktorzerlegung] : Tabelle / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1917]. – 1 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Die gewählten Zahlen legen nahe, daß die Rechnungen aus dem Jahre 1917 stammen. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Es werden die Primfaktorzerlegungen aller Zahlen von 1870 bis 1917 angegeben.

SW: Zahlentheorie; elementare Zahlentheorie; Primfaktorzerlegung

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 815

Flächentheorie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 4 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Für eine Flächenkurve werden Ausdrücke für die geodätische Torsion  $L$ , die Normalkrümmung  $M$  und die geodätische Krümmung  $N$  angegeben. Legt man auf die Fläche ein Orthogonalnetz  $u, v$ , so werden Ausdrücke für  $L, M$  in  $L_u, L_v, M_u, M_v$  und von  $N$  in  $N_u, N_v$  angegeben.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Flächenkurven; orthogonale Kurvennetze auf einer Fläche

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 816

Algebraische Funktionen : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Nach der Überschrift steht „1. Die Riemannsche Fläche.“

Inhalt: Hausdorff betrachtet die Gleichung

$$G_0\xi^n + G_1\xi^{n-1} + \cdots + G_n = 0,$$

wo die  $G_i$  Polynome in  $x$  sind. Zunächst werden die Punkte  $x = a$  untersucht, für die die Diskriminante  $D \neq 0$  ist. Bei der Untersuchung der Stellen  $x$  mit  $D = 0$  bricht das Ms. ab.

SW: Analysis; Funktionentheorie; algebraische Funktionen; Verzweigungspunkte

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 817**

Part[ielle] Dg.[Differentialgleichungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 3 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Die Tinte ist verlaufen; nicht kopierbar.

Inhalt: Hausdorff betrachtet Flächen, die in jedem Punkt  $M$  mit  $OM$  einen konstanten Winkel bilden. Er notiert die partielle DGL.dieser Flächen. Der Hauptinhalt ist die Integration des Differentialgleichungssystems für die Charakteristiken.

SW: Geometrie; Analysis; Differentialgeometrie; Flächentheorie; partielle DGL.; Charakteristiken

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 818**

Problem von Mie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Die Tinte ist verlaufen; nicht kopierbar.

Inhalt: Gegeben ist eine ziemlich komplizierte Potenzreihe in  $n$  Variablen  $x_1, \dots, x_n$ . Es wird gezeigt, daß sie eine algebraische Funktion der  $x_i$  ist.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Potenzreihen; algebraische Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 819**

Die Gl[eichung]  $x^3 + y^3 + z^3 + t^3 = 0$  in ganzen Zahlen  $\neq 0$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 1 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Hausdorff findet die Lösung  $33^3 + 32^3 + 6^3 - 41^3 = 0$ .

SW: Zahlentheorie; Geometrie; algebraische Geometrie; diophantische Gleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 820**

[Ganze Funktionen, die an allen positiven rationalen  $x$  rational sind, während  $f(0)$  irrational ist] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 1 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Es gibt ganze Funktionen der in der Überschrift angegebenen Art.

SW: Analysis; Funktionentheorie; ganze Funktionen



**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 821**

[Ein Satz über rationale Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 1 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Die Tinte ist verlaufen; nicht kopierbar.

Inhalt: Hat  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots$  ganzzahlige Koeffizienten und ist es eine rationale Funktion  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ , so haben die Polynome  $g$  und  $h$  auch ganzzahlige Koeffizienten. Eine rationale Funktion  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots$  mit dem Konvergenzradius 1 hat nur Einheitswurzeln als Pole. Hausdorff bemerkt, daß der erste Satz von Borel, der zweite von Fatou stammt.

SW: Analysis; Funktionentheorie; rationale Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 822**

Die Transzendenz von  $e$  und  $\pi$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 7 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Hausdorff beweist die Transzendenz von  $e$  und  $\pi$  nach H.Weber „Lehrbuch der Algebra“, Bd.II, Braunschweig 1897, S.837 ff.

SW: Analysis; Algebra; Exponentialfunktion; transzendente Zahlen; Satz von Lindemann

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 823**

Hermitesche Formen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 8 Bl.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-II, entspr. Bl.1-8. Es ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Definition Hermitescher Formen; definite Formen; Diagonalformen; eine beliebige Hermitesche Form  $B$  und eine definite Form  $A$  können gleichzeitig in Diagonalform transformiert werden; orthogonale Transformationen; Trägheitsgesetz; Bestimmung der Signatur.

SW: Analysis; Algebra; Funktionalanalysis; lineare Algebra; Hermitesche Formen; Transformation auf Diagonalgestalt; Trägheitsgesetz; Signatur

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 824**

Umkehrproblem : Rechnungen ohne Text / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 1Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Es werden Differentialgleichungen für  $p(u, v) = x_1 + x_2$  und  $q(u, v) = x_1 x_2$  hergeleitet; dabei ist

$$v = \int^{x_1} \frac{dx}{y} + \int^{x_2} \frac{dx}{y}; \quad v = \int^{x_1} \frac{xdx}{y} + \int^{x_2} \frac{xdx}{y}$$

SW: Analysis; Funktionentheorie; algebraische Integrale; Umkehrproblem

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 825**

Differenzrechnung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 1 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Hausdorff führt eine symbolische Schreibweise für Differenzen ein und leitet Bedingungen dafür her, daß  $k$ -te Differenzreihen schließlich Null sind.

SW: Analysis; Differenzenrechnung; Polynome

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 826**

Die Laguerreschen Polynome : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 4 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Bl.1: Laguerresche Polynome; Bl.2: Hermiteische Polynome; Bll.3-4: Hausdorff führt unter der Überschrift „Die ? schen Polynome“ eine Klasse von Polynomen  $\varphi_n(y)$  ein durch die Entwicklung  $e^{\alpha y} \cos \alpha = \sum_n \varphi_n(y) (\tan \alpha)^n$ . Er leitet eine Darstellungsformel für  $\varphi_n$  ab, und zwar ist  $\varphi_n$  eine Determinante, in deren erster Zeile  $1, y, \dots, y^n$  steht, die restlichen Zeilen enthalten in gewisser Anordnung die Eulerschen Zahlen  $E_0, \dots, E_{2n-1}$ . Für  $P_n(y) = \varphi_n(y) n!$  wird eine Rekursionsformel hergeleitet.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; orthogonale Funktionensysteme; Laguerresche Polynome; Hermiteische Polynome; Hausdorffsche Polynome

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 827**

[Über Lie-Algebren  $r$ -gliedriger Gruppen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 7 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7. Es ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Einer  $r$ -gliedrigen Lie-Gruppe kann man  $r$  linear unabhängige quadratische Matrizen  $A_1, \dots, A_r$  zuordnen, so daß gilt  $A_i A_k - A_k A_i = \sum_l c_{ikl} A_l$  (\*); die  $c_{ikl}$  sind die Strukturkonstanten der zugehörigen Lie-Algebra. Hausdorff behandelt die Frage, ob sich umgekehrt zu gegebenen Zahlen  $c_{ikl}$ , die  $c_{ikl} + c_{kil} = 0$  und die Jacobi-Identität erfüllen müssen,  $r$  linear unabhängige Matrizen passender Reihenzahl  $n$  finden lassen, die (\*) erfüllen.

SW: Algebra; Topologie; Algebren; Lie-Gruppen; Lie-Algebren;  
Strukturkonstanten; lineare Darstellung von Lie-Algebren

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 828**

Interpolation : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Die Tinte ist verlaufen; nicht kopierbar.

Inhalt: Hausdorff leitet die Hermitesche Interpolationsformel her, die ein Polynom angibt, welches an  $n$  vorgegebenen Stellen  $a_i$  nebst seinen ersten  $p_i$  Ableitungen ( $p_i$  ganze Zahlen  $\geq 0$ ) vorgegebene Werte annimmt. (Ch.Hermite, Journal f.d.reine u.angew.Math. 84 (1878), S.70-79).

SW: Analysis; Funktionentheorie; Interpolation; Hermitesche Interpolationsformel

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 829**

Entwicklung nach Polynomen (Mittag-Leffler) : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 4 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Die Tinte ist z.T. verlaufen; nur teilweise kopierbar.

Inhalt: Nach einem Hinweis auf einen Approximationssatz von Runge werden folgende Sätze bewiesen: (1)  $f(z)$  sei eine rationale Funktion mit dem einzigen im Endlichen liegenden Pol  $a$ ,  $C$  eine Kurve von  $a$  nach  $\infty$ ,  $F$  eine kompakte Menge, die  $C$  nicht trifft. Dann kann man  $f(z)$  in  $F$  durch Polynome gleichmäßig beliebig genau approximieren. (2)  $f(z) = a_0 + a_1 z + \dots$  sei ein Funktionselement,  $G$  der zugehörige Stern,  $F \subseteq G$  kompakt. Dann gibt es ein Polynom  $g(z)$  mit  $|f(z) - g(z)| < \epsilon$  in  $F$ .

SW: Analysis; Funktionentheorie; gleichmäßige Approximation durch Polynome; Mittag-Lefflerscher Stern

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 830**

Elementarteiler : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 8 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert: S.1-15. Es ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797. Die Tinte ist verlaufen; z.T. schlecht lesbar und nicht kopierbar.

Inhalt: S.1-5: Determinantenteiler; Elementarteiler, Elementar-Primteiler; unimodulare Substitutionen; Invarianz der Elementarteiler bei unimodularen Substitutionen; Elementarsubstitutionen; Teilbarkeitseigenschaften der Elementarteiler; notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß zwei Matrizen durch unimodulare Substitutionen ineinander überführbar sind; Zusammensetzung unimodularer Substitutionen aus Elementarsubstitutionen; S.6-11 unter der Überschrift „Nichtsinguläre Büschel“: Nach einigen Betrachtungen über Polynome

mit Matrixkoeffizienten (z.B. Division mit Rest) wird folgender Satz bewiesen: Ist  $|A_0|, |B_0| \neq 0$  und die Elementarteiler von  $A = \lambda A_0 + A_1$ ,  $B = \lambda B_0 + B_1$  stimmen überein, so kann man  $P, Q$  mit nichtverschwindender Determinante finden, die von  $\lambda$  unabhängig sind, so daß  $B = PAQ$ . Hieraus folgt eine homogene Version, d.h. ein entsprechender Satz für Matrizenbüschel  $A = \lambda_0 A_0 + \lambda_1 A_1$ ,  $B = \lambda_0 B_0 + \lambda_1 B_1$ . S.12-15 unter der Überschrift „Spezielle Fälle“: Aus dem vorigen Satz wird ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für Ähnlichkeit zweier Matrizen  $A, B$  hergeleitet. Ferner wird er auf den Fall der Kongruenz von Matrizen angewandt.

SW: Algebra; lineare Algebra; Matrizenalgebren; Elementarteiler; unimodulare Transformationen; Elementartransformationen; Polynome mit Matrixkoeffizienten; Matrizenbüschel; Ähnlichkeit von Matrizen; Kongruenz von Matrizen

### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 831**

[Notiz zur Tschebyscheff-Approximation] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 1 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt:  $f$  sei stetig in der kompakten Menge  $D$ ,  $f_n$  Tschebyscheffpolynom vom Grade  $n$ ,  $f(x) - f_n(x) = \varphi(x)$ ;  $\max_D |\varphi(x)| = \mu$ . Dann gibt es in  $D$  mindestens  $n + 2$  Punkte mit  $|\varphi(x)| = \mu$ .

SW: Analysis; Tschebyscheff-Approximation; Tschebyscheffpolynome

### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 832**

[Zum Fermatproblem] : Rechnungen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [22.11.1918-1920]. – 1 Bl.

Die Berechnungen befinden sich auf der Rückseite einer im Format A-3 gehaltenen Einladung zu einer medizinischen Antrittsvorlesung vom 22.11.1918. Vgl. Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Berechnungen zum Problem,  $x^p + y^p + z^p = 0$  in ganzen Zahlen zu lösen.

SW: Zahlentheorie; Diophantische Gleichungen; Fermatproblem

### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 833**

[Starkes Gesetz der großen Zahl] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 2.2.1916. – 4 Bll.

Hausdorff hat die Faszikeln 833-840 in einer Mappe unter der Überschrift „Abzählbare Wahrscheinlichkeiten. Häufigkeit von Ziffern in Kettenbrüchen u.dgl. Mittlere Bewegung. Gleichmässige Erfüllung eines Intervalls. Approximationssätze von Kronecker.“ zusammengefaßt. Vgl. auch Bem. bei Fasz. 797.

Inhalt: Hausdorff beweist im Anschluß an seine Betrachtungen in [44], S.419-422, folgendes starke Gesetz der großen Zahl: Sei  $\alpha_i$  die Wahrscheinlichkeit eines

Ereignisses  $A$  im  $i$ -ten Versuch, so gilt  $P[\lim(H_n - \gamma_n) = 0] = 1$ ; dabei ist  $H_n$  die relative Häufigkeit von  $A$  in den ersten  $n$  Versuchen und  $\gamma_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i$ . Es folgt ein Anwendungsbeispiel. Auf Bl.3 stellt Hausdorff fest: Alles besser in „Mass“ statt in „Wahrscheinlichkeit“ auszudrücken.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Analysis; Maßtheorie; Gesetze der großen Zahl

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 834**

[Abschätzungen für die relative Häufigkeit] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 6.2.1916. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 833 u.797.

Inhalt: In Verallgemeinerung der Überlegungen in Fasz. 833 betrachtet Hausdorff für  $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$  die Größen  $\mu_n = \sum_p \binom{n}{k} \alpha^p \beta^{n-p}$  (die Summe wird über alle  $p \in \{0, 1, \dots, n\}$  erstreckt, für die  $|\frac{p}{n} - \xi| \geq \epsilon$  ist;  $0 < \xi < 1$ ). Es ist nun die Frage, ob man durch geeignete Wahl von  $\xi$  und  $\epsilon$  erreichen kann, daß  $\sum \mu_n$  konvergiert. Für diese allgemeine Situation kommt er zu keinem befriedigenden Resultat. Setzt man  $\zeta = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}, \eta = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$  ( $\zeta + \eta = 1$ ), so ist  $\mu_n = \sum_p \binom{n}{k} \zeta^p \eta^{n-p}$  die Wahrscheinlichkeit dafür, daß  $|\frac{p}{n} - \xi| \geq \epsilon$  ist. In diesem Fall gilt

$$P(\zeta - \gamma \leq \liminf \frac{p}{n} \leq \limsup \frac{p}{n} \leq \zeta + \gamma) = 1$$

mit

$$\gamma = \frac{\sqrt{2\alpha\beta \log(\alpha + \beta)}}{\alpha + \beta}$$

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Analysis; Maßtheorie; Gesetze der großen Zahl

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 835**

Kettenbrüche : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.Febr.1916]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 833 u.797.

Inhalt: Sei  $x \in (0, 1)$  irrational. Hausdorff verwendet die in Fasz. 834 gefundenen Resultate, um mit Wahrscheinlichkeit 1 geltende Abschätzungen für  $\limsup \frac{p}{n}$  und  $\liminf \frac{p}{n}$  zu finden. Dabei ist  $\frac{p}{n}$  die relative Häufigkeit einer festen Ziffer  $k$  unter den  $n$  ersten Stellen der Kettenbruchentwicklung von  $x$ . Hausdorff kann mit diesen Resultaten eine Behauptung von C.Burstin widerlegen (C.Burstin „Über eine spezielle Klasse reeller periodischer Funktionen“, Monatsh.für Math. 26 (1915), S.229-262).

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Analysis; Maßtheorie; irrationale Zahlen; Kettenbrüche; Häufigkeit von Ziffern

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 836**

[Asymptotische Verteilung der Ziffern in einem  $g$ -adischen Bruch] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 27.1.1916. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 833 u.797.

Inhalt: Die irrationalen Zahlen  $\in (0, 1)$  werden in  $g$ -adische Brüche entwickelt. Dann hat die Menge der  $x$ , für die  $\lim \frac{p}{n} = \frac{1}{g}$  ist das Maß 1 ( $\frac{p}{n}$  ist die relative Häufigkeit einer Ziffer  $k \in \{0, \dots, g - 1\}$  in den ersten  $n$  Stellen), d.h. alle Ziffern kommen asymptotisch gleich oft vor (vgl. [44], S.419ff). Das wird dann auf Ziffernpaare und weiter auf  $r$ -gliedrige Ziffernkomplexe verallgemeinert, woraus ein Resultat folgt, welches H.Weyl „ohne genügenden Beweis“ (Bl.4) allgemeiner behauptet hat (H.Weyl „Über ein Problem aus dem Gebiete der diophantischen Approximation“, Nachr. der Königl.Ges.der Wiss. zu Göttingen. Math.-phys.Klasse 1914, S.234- 244, und „Die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins“, Math.Ann. 77 (1916), S.313-352).

SW: Analysis; Maßtheorie; irrationale Zahlen;  $g$ -adische Brüche; Häufigkeit von Ziffern; Häufigkeit von Ziffernkomplexen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 837**

Die Frage der mittleren Bewegung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916]. – 23 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-VI, entspr. Bll.1-23. Hausdorff verweist auf ein Ms. vom 28./29.1.1916; ein solches ist nicht vorhanden. Vgl. Bem. bei Fasz. 833 u.797.

Inhalt: Mit Verweis auf P.Bohl „Über ein in der Theorie der säcularen Störungen vorkommendes Problem“, Journal f.d.reine u.angew.Math. 135 (1909), S.189-284, betrachtet Hausdorff die Größen

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(g_i t + \beta_i); \quad \eta(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(g_i t + \beta_i);$$

dabei sind die  $A_i, g_i, \beta_i$  Konstanten. Es handelt sich um die Untersuchung der Funktion  $\varphi(t)$ , die gemäß  $\tan \varphi = \frac{\eta}{\xi}$  definiert ist. Wenn es eine Konstante  $c$  derart gibt, daß  $\varphi(t) - ct$  für alle  $t$  beschränkt bleibt, so sagt man,  $\varphi$  hat mittlere Bewegung mit der Geschwindigkeit  $c$ . Hat  $\varphi$  mittlere Bewegung mit der Geschwindigkeit  $c$ , so auch  $\varphi + k\pi$ ; es ist also gleichgültig, welchen Zweig des arctan man benutzt. Hausdorff gibt dann Fälle an, in denen die Existenz mittlerer Bewegung evident ist. Daraus folgt, daß man im allgemeinen nur den Fall zu untersuchen braucht, daß jeder Koeffizient  $A_k$  kleiner als die Summe der übrigen ist. Für  $n = 3$  folgt nun diese allgemeine Untersuchung. Es zeigt sich, daß  $\varphi$  mittlere Bewegung genau dann hat, wenn eine ganzzahlige Funktion  $m - m'$  mittlere Bewegung hat. Dabei sind  $m, m'$  Anzahlen von bestimmten

Gitterpunkten innerhalb eines gewissen Polygons. Es folgt die Bestimmung dieser Anzahlen und die Berechnung der Geschwindigkeit der mittleren Bewegung, falls  $m - m'$  mittlere Bewegung hat. In einem Einschub (Bl.16) beweist Hausdorff den Satz von Sierpinski, daß für irrationales  $x$  und beliebiges  $y$  die Zahlen  $\{nx + y\}$  im Intervall  $(0, 1)$  gleichverteilt sind; dabei ist  $\{x\} = x - [x]$ . Im weiteren will Hausdorff zeigen, daß die Wahrscheinlichkeit für Existenz mittlerer Bewegung Null ist. Er betrachtet  $g_n(\rho, \delta) = \sum_{\nu=1}^n (\{\rho\nu\} - \{\rho\nu + \delta\})$  und zeigt, daß bei gegebenem  $\delta$  die Menge der  $\rho$ , für die keine mittlere Bewegung von  $g_n(\rho, \delta)$  existiert, dicht ist. Vgl. auch Faszikeln 838 u.839.

SW: Analysis; Astronomie; Wahrscheinlichkeitstheorie; angewandte Mathematik; dynamische Systeme; sekulare Störungen; mittlere Bewegung; Exponentialsummen; Gitter; asymptotische Verteilung reeller Zahlen; Gleichverteilung mod 1

#### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 838

[Mittlere Bewegung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916]. – 8 Bll.

Hängt eng mit den Faszikeln 837 u.839 zusammen. Vgl. Bem. bei Fasz. 833 u.797.

Inhalt: Hausdorff betrachtet die Funktion  $f_n(x, y) = \sum_{\nu=1}^n \{\nu x + y\}$  (vgl. Fasz. 837); aus der Gleichverteilung mod 1 von  $\nu x + y$  für irrationales  $x$  folgt  $\lim \frac{1}{n} f_n(x, y) = \frac{1}{2}$  für irrationales  $x$ . Für  $x = \frac{p}{q}$  ist  $\lim \frac{1}{n} f_n(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{q}(qy - \frac{1}{2})$ . Man sagt,  $f_n(x, y)$  hat mittlere Bewegung mit der Geschwindigkeit  $f(x, y)$ , falls  $f_n(x, y) - n f(x, y)$  mit wachsendem  $n$  beschränkt ist. Für rationale  $x$  ist das der Fall. Es gibt Werte  $x, y$ , für die  $f_n(x, y)$  keine mittlere Bewegung hat; die  $x$ , wo dies der Fall ist, liegen dicht. Die Existenz mittlerer Bewegung hängt nicht von  $y$  ab, d.h. es genügt,  $f_n(x) = \sum_{\nu=1}^n \{\nu x\}$  auf Existenz mittlerer Bewegung zu untersuchen. Als Resultat erhält Hausdorff: Das Maß der Menge derjenigen  $x$ , für die  $f_n(x)$  mittlere Bewegung hat, ist Null (das Resultat hatte auch Bernstein, aber sein Beweis ist falsch). Es wird noch eine Folgerung für  $f_n(x, y) - f_n(x, 0)$  mit  $x, y \in (0, 1)$  gezogen.

SW: Analysis; Astronomie; Wahrscheinlichkeitstheorie; angewandte Mathematik; dynamische Systeme; sekulare Störungen; mittlere Bewegung; asymptotische Verteilung reeller Zahlen; Gleichverteilung mod 1; Gitter

#### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 839

Die Wahrscheinlichkeit mittlerer Bewegung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916]. – 15 Bll.

Hängt eng mit den Faszikeln 837 u.838 zusammen. Vgl. Bem. bei Fasz. 833 u.797.

Inhalt: Bll.1-3: Es werden folgende Sätze bewiesen: (I) Für irrationales  $x$  und beliebiges  $y$  sind die Zahlen  $\{nx + y\} = nx + y - [nx + y]$  in  $(0, 1)$  gleichverteilt; (II)

Sind  $q_1, q_2, \dots$  wachsende natürliche Zahlen, so gibt es von diesen eine Teilfolge  $r_1, r_2, \dots$  derart, daß für jedes  $x$  bis auf die Werte einer Menge vom Maße 0 und jedes  $y$  die Zahlen  $\{r_n x + y\}$  in  $(0, 1)$  gleichverteilt sind. Bll.3-10: im wesentlichen der gleiche Inhalt wie Fasz. 838. Bll.10-15: Hausdorff betrachtet  $f_n(x, y, \eta) = f_n(x, y) - f_n(x, \eta)$  (zu den Bezeichnungen vgl. Fasz. 838). Dann existiert  $f(x, y, \eta) = \lim \frac{1}{n} f_n(x, y, \eta)$ . Ist  $g_n(x, y, \eta) = f_n(x, y, \eta) - n f(x, y, \eta)$ , so wird bewiesen: Es gibt eine Menge  $A$  von Werten  $x$ , zu jedem dieser  $x$  eine Menge  $B_x$  von Werten  $y$  und zu jedem dieser Wertepaare  $x, y$  eine Menge  $C_{xy}$  von Werten  $\eta$  ( $A, B_x, C_{xy}$  vom Maß 1) derart, daß  $g_n(x, y, \eta)$  nach unten und oben unbeschränkt ist.

SW: Analysis; Astronomie; Wahrscheinlichkeitstheorie; angewandte Mathematik; dynamische Systeme; sekulare Störungen; mittlere Bewegung; Exponentialsummen; asymptotische Verteilung reeller Zahlen; Gleichverteilung mod 1

#### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 840

[Zum Kroneckerschen Approximationssatz] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], 18.3.,20.3.,12.12.1916; 14.1.1928; 13.1.1929. – 22 Bll.

Vgl. Bem. zu Fasz. 833 u.797. Hausdorff bezieht sich auf L.Kronecker „Näherungsweise ganzzahlige Auflösung linearer Gleichungen“, Werke, Bd.III,1 (1899), S.49-109.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 18.3.1916) unter der Überschrift „Nach Kronecker, Werke III, S.49“:  $\varphi_i = \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k - u_i$  ( $i = 1, \dots, n$ );  $a_{ik}, u_i$  gegeben. Es sollen die  $n$  Gleichungen  $\varphi_i = 0$  in ganzen Zahlen  $x_k$  näherungsweise aufgelöst werden, d.h. so, daß  $|\varphi_i| < \epsilon$ . Es wird eine Bedingung an die Matrix  $(a_{ik})$  angegeben und durch Induktion gezeigt, daß sie hinreichend für näherungsweise ganzzahlige Auflösbarkeit ist. Als Folgerung ergibt sich ein Satz von P.Bohl aus der Arbeit „Über eine Differentialgleichung der Störungstheorie“, Journal f.die reine u. angew.Math. 131 (1906), S.268-321 (der Satz befindet sich auf S.277). Bll.5- 8 (vom 20.3.1916) unter der Überschrift „Nach Kronecker, Werke III, S.49: Näherungsweise ganzzahlige Auflösung linearer Gleichungen“: Es wird eine Bedingung an die Matrix  $(a_{ik})$  formuliert, die für die Möglichkeit der näherungsweise ganzzahligen Auflösbarkeit notwendig und hinreichend ist. Bll.9-11 (vom 12.12.1916) unter der Überschrift „Kroneckers Approximationssatz“: Umformulierung des Problems in folgender Weise: Es seien  $y_i = \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k = \varphi_i(x)$  ( $i = 1, \dots, m$ )  $m$  reelle Linearformen mit  $n > m$  Variablen. Jedem Punkt  $x$  des  $R^n$  entspricht ein Punkt  $y$  des  $R^m$ ; gefragt wird, wann erfüllen die Punkte  $y$ , die den Gitterpunkten des  $R^n$  entsprechen, den  $R^m$  dicht? Hinreichend und notwendig dafür ist, daß die  $\varphi_i(x)$  mod 1 linear unabhängig sind. Eine Verschärfung und Verallgemeinerung dieses Satzes hat H.Weyl in Math.Ann.77 (1916), S.313-352 angegeben. Bl.12 (vom 14.1.1928): ein Satz über ganzzahlige Matrizen. Bll.13-22 (vom 13.1.1929) unter der Überschrift „Der Kroneckersche Approximationssatz“: allgemeine Formulierung des Problems; Rang  $m$  und Rationalitätsrang  $s$



der Koeffizientenmatrix  $(a_{ik})$ ; Erster Approximationssatz: Notwendig und hinreichend dafür, daß die  $y$  den  $R^m$  dicht erfüllen (s.o.), ist die Gleichung  $s = m$ ; Darstellung der abgeschlossenen Hülle der Punkte  $y$ .

SW: Algebra; lineare Algebra; lineare Gleichungssysteme; Approximationssatz von Kronecker; näherungsweise ganzzahlige Lösung linearer Gleichungssysteme; Gitter; ganzzahlige Matrizen; Elementarteiler; Rationalitätsrang einer Matrix

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 841**

[Spezielle alternierende Funktionenreihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 18.10.1918. – 1 Bl.

Hausdorff hat die Faszikeln 841-866 in einer Mappe unter der Überschrift „Convergenz von Reihen nach Orthogonalfunktionen“ zusammengefaßt. Die datierten Manuskripte dieser Sammlung stammen alle aus dem Zeitraum 1914-1919.

Inhalt:  $\varphi_n(x)$  sei  $\in C[0, 2\pi]$ ,  $\varphi_n \rightarrow 0$  und  $\varphi_1(x) \geq \varphi_2(x) \geq \dots$  für alle  $x$ . Dann konvergieren die Partialsummen der Fourierreihen von  $f_m(x) = \varphi_1 - \varphi_2 + \dots \pm \varphi_m$  nach denen der Fourierreihe von  $f(x) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 - \dots$ . Es wird ein Anwendungsbeispiel gegeben.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Fourierreihen; trigonometrische Polynome; alternierende Funktionenreihen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 842**

Biorthogonale Funktionensysteme : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 20.10.1918. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Die Funktionenfolgen  $\varphi_n, \psi_n \in L^2[a, b]$  heißen biorthogonal, falls  $\int_a^b \varphi_n(x)\psi_m(x) dx = \delta_{nm}$ . Es wird ein System von Kosinus- und Sinuspolynomen konstruiert, das zum System  $sg[\cos px], sg[\sin px]$  biorthogonal ist (mit Verweis auf H.Brunns, „Über ein Interpolationsverfahren von Tschebyscheff“, Astron.Nachr.146 (1898), Sp.161-170). Es werden dann noch die Integrale  $a_{pq} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} sg[\cos px \cos qx] dx$  und  $b_{pq} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} sg[\sin px \sin qx] dx$  berechnet.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; trigonometrische Reihen; trigonometrische Polynome; biorthogonale Funktionensysteme; trigonometrische Interpolation

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 843**

[Trigonometrische Interpolation] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 5.10.1918. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Es wird mit Hilfe der trigonometrischen Polynome von S.Bernstein (Comptes Rendus 158 (1914), S.1661-1663), die sich aus den Jacksonschen Resultaten gewinnen lassen (D.Jackson, Rendiconti di Circolo Math.di Palermo

37 (1914), S.371-375) gezeigt: Es gibt eine in  $[0, 2\pi]$  stetige Funktion  $f(x)$ , für die  $\sum(|a_n|^{2-\delta} + |b_n|^{2-\delta})$  für jedes  $\delta > 0$  divergiert; dabei sind  $a_n, b_n$  die Fourierkoeffizienten von  $f$  (mit Verweis auf T.Carleman, Acta math. 41 (1918), S.377-384).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Fourierreihen; trigonometrische Polynome; trigonometrische Interpolation; Jacksonsche Interpolationspolynome; Bernsteinsche Polynome

#### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 844

[Zur Konvergenz f.ü. einer trigonometrischen Reihe] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1914-1918]. – 2 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Sei  $f_n(x)$  die  $n$ -te Partialsumme der Reihe  $f(x) = a_0 + a_1 \cos x + \dots$  und  $g_n(x) = \max[f_0^2(x), \dots, f_n^2(x)]$ . Wenn man zeigen könnte, daß

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g_n(x) dx \leq M[2a_0^2 + a_1^2 + \dots + a_n^2],$$

wo  $M$  unabhängig von  $n$  ist, so folgte aus  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 < \infty$ , daß  $f(x)$  f.ü. konvergiert. Hausdorff versucht, eine solche Abschätzung zu gewinnen, was aber nicht gelingt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; trigonometrische Reihen; Konvergenz f.ü.

#### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 845

Probleme : Auflistung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1914-1918]. – 1 Bl.

Das Ms. ist nicht datiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Es werden 8 ungelöste Probleme aus der Theorie der trigonometrischen Reihen, der Maßtheorie, der algebraischen Topologie, der deskriptiven Mengenlehre und der Funktionentheorie aufgelistet. Problem 5 (Ist die Projektion einer ebenen Borelmenge auf eine Gerade eine lineare Borelmenge?) enthält den Kommentar „(Falscher Beweis von Lebesgue)“. Problem 2 verlangt einen Beweis, daß ein additives Maß auf allen beschränkten Teilmengen der Geraden oder der Ebene nicht existiert, mit der Bemerkung „(Für die Kugel, den 3 dim.Raum usw.habe ich das bewiesen)“.

SW: Analysis; Topologie; Maßtheorie; deskriptive Mengenlehre; Funktionentheorie; Kombinatorik; Dimensionstheorie; trigonometrische Reihen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 846**

Über Fourierkoeffizienten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 9.5.1917. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Hausdorff gibt vereinfachte Beweise der Sätze von W.H.Young aus der Arbeit „Sur la généralisation du théorème de Parseval“, Comptes Rendus 155 (1912), S.30-33.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Fourierreihen; Fourierkoeffizienten;  $L^p$ -Räume;  $l^p$ -Räume; Satz von Parseval,verallgemeinerter

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 847**

Notizen : Auflistung von Sätzen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1914-1918]. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Aufzählung von Sätzen aus Arbeiten von Lebesgue, Weyl, Fatou, S.Bernstein und M.Riesz. Ein Satz von Bernstein und Riesz über die Abschätzung der Ableitung von trigonometrischen Polynomen wird bewiesen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Fourierreihen; Potenzreihen; trigonometrische Polynome; reelle Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 848**

[Divergenzmengen trigonometrischer Reihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 7.6.1919. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Die Menge, wo eine Reihe stetiger Funktionen in der Weise divergiert, daß ihre Partialsummen unbeschränkt sind, ist ein  $G_\delta$ . Hausdorff bemerkt ferner, daß die divergenten Fourierreihen stetiger Funktionen, die man bis dahin konstruiert hatte, in einer abzählbaren dichten Menge divergieren, und zwar so, daß die Partialsummen unbeschränkt werden. Daraus folgt zusammen mit obiger Bemerkung, daß diese Reihen eine Divergenzmenge von der Mächtigkeit des Kontinuums haben. Es wird ein Beispiel gegeben.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Fourierreihen; Divergenzmengen; Mächtigkeitssausagen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 849

[Translation von Mengen auf der Kreisperipherie und ihr Maß] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 30.11.1915. – 2 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert: S.1-3. Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt:  $A, B$  seien meßbare Mengen der Maße  $\alpha, \beta$  auf der Kreisperipherie der Länge 1 (die Abszisse  $x$  ist nur mod 1 bestimmt).  $B_h$  sei die Menge, die aus  $B$  durch die Translation  $x' = x + h$  hervorgeht. Dann ist das Maß von  $A \cap B_h$  eine stetige Funktion von  $h$ . Daraus folgt, daß man  $B$  so verschieben kann, daß  $A \cap B$  das Maß  $\alpha\beta$  hat. Hausdorff fragt nun: Kann man gegebene Mengen  $A_1, A_2, \dots$ , deren Maße  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  eine divergente Reihe bilden, durch Translation so verschieben, daß ihr  $\limsup A_n$  positives Maß hat? In einem späteren Zusatz (S.3) beantwortet er die Frage mit ja.

SW: Analysis; Maßtheorie; Maße auf der Kreisperipherie

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 850

Beispiele divergenter trigonometrischer Reihen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 13.6.1914 [u.vermutl.davor]. – 17 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert: S.1-8, 8'-10', 11 (Bll.1-8, 13-16); es war zunächst vermutlich für eine Veröffentlichung vorgesehen. Einliegend fünf unpaginierte Blätter, drei vom 13.6.1914, zwei undatiert (Bll.9-12, 17). Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Bll.1-8: Hausdorff gibt ein Beispiel einer trigonometrischen Reihe, die f.ü.divergiert, obwohl ihre Koeffizienten gegen Null konvergieren. Später hat er mit Bleistift auf Bl.1 vermerkt „Ein solches Beispiel hat schon Lusin gegeben (Rend.Palermo 32)“. Es handelt sich um die Arbeit N.Lusin „Über eine Potenzreihe“, Rend.di circolo math.di Palermo 32 (1911), S.386-390. Bll.9-10: Eine unendliche Reihe  $\sum c_n \varphi_n(x)$  nach Orthonormalfunktionen mit  $\sum c_n^2 < \infty$  kann nicht in der Weise divergieren, daß für sämtliche  $x$  einer Menge positiven Maßes unendlich viele Glieder der Reihe Beträge  $> \epsilon$  haben. Sie kann auch nicht auf einer Menge positiven Maßes nach  $+\infty$  divergieren. Hausdorff hatte Versuche gemacht, eine trigonometrische Reihe zu finden, die f.ü.divergiert, obwohl  $\sum c_n^2$  konvergiert. Er erkennt nun den Grund des Scheiterns dieser Art von Versuchen. Bll.11-12: Zwei weitere Versuche, Divergenz zu erzeugen. Bll.13-17: Vergebliche Versuche, eine trigonometrische Reihe zu bilden, die trotz  $\sum c_n^2 < \infty$  f.ü. divergiert. Vgl. auch Faszikeln 853, 854, 859.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; orthogonale Funktionensysteme; trigonometrische Reihen; f.ü. divergente trigonometrische Reihen; Entwicklung nach Orthogonalfunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 851**

Funktionenräume : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 19.5.u. 28.5.1914. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Hausdorff zeigt, daß der Raum der in  $(a, b)$  stetigen Funktionen in der  $L^2$ -Norm nicht vollständig ist. In einem Zusatz vom 28.5.1914 bemerkt er, daß nach einem Satz von E.Fischer  $L^2(a, b)$  vollständig ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionenräume; vollständige Räume; Raum  $L^2(a, b)$

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 852**

[Konvergenzmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 20.5.1914. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Bl.1: Darstellung der Menge der Punkte uniformer Konvergenz und der Menge der Punkte gleichmäßiger Konvergenz einer konvergenten Funktionenfolge. Bl.2: Abschätzung des Maßes der Konvergenzmenge von Funktionenfolgen und von Reihen nach Orthonormalfunktionen unter gewissen Voraussetzungen; verallgemeinerte Version des Satzes von Cantor-Lebesgue.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; Konvergenzmengen; Entwicklung nach Orthogonalfunktionen; Maß von Konvergenzmengen; Satz von Cantor-Lebesgue

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 853**

[Zur Konstruktion divergenter trigonometrischer Reihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 15.12.1915. – 2 Bl.  $A_4$

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Umfangreiche Rechnungen im Anschluß an Fasz. 854 (zum Anliegen vgl. dort); vgl. auch Fasz. 859.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; trigonometrische Polynome; trigonometrische Reihen; f.ü. divergente trigonometrische Reihen

**NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 854**

[Zur Konstruktion divergenter trigonometrischer Reihen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 7.u.8.12.1915. – 10 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Es geht um das Problem, eine trigonometrische Reihe zu konstruieren, die trotz konvergenter Quadratsumme der Koeffizienten in einer Menge positiven Maßes divergiert (vgl. Fasz. 850). Hausdorff hat dafür ein Kriterium gefunden; umfangreiche Versuche zur Konstruktion von trigonometrischen Reihen,

die es erfüllen, scheitern (vgl. auch Fasz. 853, wo diese Versuche fortgeführt werden, und 859).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; trigonometrische Reihen; f.ü.divergente trigonometrische Reihen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 855**

[Quadratische Formen mit gewissen Minimalbedingungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 8.12.1915. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Es seien  $v_1(x), \dots, v_n(x)$  reelle Funktionen. Unter den unendlich vielen quadratischen Formen  $Q = \sum b_{ik}v_iv_k$ , die identisch  $\geq v_1^2, v_2^2, \dots, v_n^2$  sind, wird die gesucht, für die  $\int_0^1 Q dx$  möglichst klein wird. Es wird ein Zusammenhang zu den Orthonormalsystemen hergestellt und ein Ergebnis von Plancherel angeführt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Orthonormalsysteme; quadratische Formen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 856**

[Über das Maß von  $\lim sup A_n$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 29.11.1915. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt:  $A_1, A_2, \dots$  sei eine Folge meßbarer Mengen mit den Maßen  $a_1, a_2, \dots$ . Damit  $M = \lim sup A_n$  positives Maß habe, ist die Divergenz von  $\sum a_n$  notwendig, aber nicht hinreichend. Hinreichend ist z.B., daß die  $a_n$  eine positive untere Schranke haben.

SW: Analysis; Maßtheorie; Folgen meßbarer Mengen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 857**

[Stetige Funktionen, für deren Fourierreihe  $\sum (c_n \log n)^2$  divergiert] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 19.11.1915. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Hausdorff konstruiert eine stetige Funktion  $f(x)$ , für deren Fourierreihe  $\sum (c_n \log n)^2$  divergiert, oder allgemeiner,  $\sum c_n^2 p_n$  divergiert, wo  $p_n$  eine beliebig langsam nach  $\infty$  divergierende Zahlenfolge ist. Er verweist auf ein Beispiel bei Lebesgue, Bull.Soc.Math. 38 (1910), S.184-210, das allerdings komplizierter ist.

SW: Analysis; Fourierreihen; reelle Funktionen; stetige Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 858

[Ein Satz von Fatou] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 21.11.1915. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841. Hausdorff bezieht sich auf folgende Arbeit von Fatou „Sur la convergence absolue des séries trigonométriques“, Bull.Soc.Math. 41 (1913), S.47-53.

Inhalt: Beweis nach Fatou des folgenden Satzes: Wenn die trigonometrische Reihe  $\sum (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = \sum \rho_n \cos(nx + \omega_n)$  in einer Menge positiven Maßes absolut konvergiert, so ist  $\sum \rho_n$  konvergent und sie konvergiert also überall absolut.

SW: Analysis; trigonometrische Reihen; reelle Funktionen; absolute Konvergenz

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 859

[Versuche, eine spezielle divergente Reihe nach Orthonormalfunktionen zu bilden] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 7.u.9.11.1915. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841. Vgl. auch Faszikeln 850, 853, 854.

Inhalt: Bll.4-12 (vom 7.11.1915): Hausdorff beschreibt Versuche, eine Reihe  $\sum c_i \varphi_i$  nach in  $(0, 1)$  orthonormierten Funktionen  $\varphi_i$  zu bilden, die trotz Konvergenz von  $\sum c_i^2$  auf einer Menge positiven Maßes divergiert. Bll.1-4 (vom 9.11.1915): Es wird gezeigt, daß der beschrittene Weg nicht zum Ziel führen kann.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; reelle Funktionen; Entwicklung nach Orthogonalen; divergente Reihen; Konvergenzmengen; Divergenzmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 860

[Widerlegung einer Vermutung über die f.ü. Konvergenz von  $f_n \rightarrow 0$ , falls  $\int_a^b f_n dx$  mit  $\frac{1}{n}$  nach 0 geht] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Bad Reichenhall, [Greifswald], 21.4.1914. – 2 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert: S.1-4; S.4 ist vermutl.später hinzugefügt. Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Es wird durch ein Gegenbeispiel die Vermutung widerlegt, daß aus  $f_n(x)$  in  $(a, b)$  nichtnegativ, integrierbar und  $\int_a^b f_n dx$  konvergiert mit  $\frac{1}{n}$  gegen 0 folgt:  $f_n \rightarrow 0$  f.ü. Wäre die Vermutung richtig, so müßte die Fourierreihe einer stetigen Funktion f.ü.konvergieren.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; reelle Funktionen; Fourierreihen; Konvergenzmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 861

[Spezielle Orthonormalsysteme] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 2.3.1915. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt:  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots$  seien orthonormale Funktionen in  $[0, 1]$ , die nur die Werte  $1, -1$  annehmen, und zwar  $1$  auf einer Menge  $A_n$  vom Maß  $\frac{1}{2}$  und  $-1$  auf einer Menge  $B_n$  vom Maß  $\frac{1}{2}$  ( $A_n + B_n = [0, 1]$ ). Hausdorff betrachtet die Reihe  $f(x) = \sum c_n \varphi_n(x)$ , die, falls  $\sum (c_n \log n)^2$  konvergiert, nach Plancherel (vgl. Fasz. 865) f.ü.konvergiert. Z.B. ist die Wahrscheinlichkeit der Konvergenz von  $f(x) = \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm \dots$  gleich  $1$  ( $c_n = \frac{1}{n}$ ), obwohl man durch geeignete Wahl der Zeichen Konvergenz wie Divergenz erzeugen kann.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; reelle Funktionen; Orthonormalsysteme; Entwicklung nach Orthogonalfunktionen; Konvergenz f.ü.; Konvergenzmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 862

[Eine hinreichende Bedingung für Konvergenz f.ü. einer Reihe nach Orthonormalfunktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 3.3.1915. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841. S.auch Fasz. 865.

Inhalt:  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$  seien in  $(a, b)$  orthonormierte Funktionen. Hausdorff gibt ein Verfahren an, um hinreichende Bedingungen für Konvergenz f.ü. von  $\sum c_n \varphi_n(x)$  zu finden; aus seiner Bedingung folgt, daß  $\sum (c_n \log n)^2$  konvergiert, was nach Plancherel (vgl. Fasz. 865) für f.ü. Konvergenz von  $\sum c_n \varphi_n(x)$  hinreicht. Auf dem eingeschlagenen Weg läßt sich also Plancherels Bedingung nicht verbessern.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; reelle Funktionen; Orthonormalsysteme; Entwicklung nach Orthogonalfunktionen; Konvergenz f.ü.; Konvergenzmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 863

Construction einer trigonometrischen Reihe, deren Coeff.nach 0 convergiren, und die bis auf eine Menge vom Masse 0 divergirt : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 31.5.1914. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841. S.auch Fasz. 850.

Inhalt: Es wird das in der Überschrift angegebene Problem gelöst.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; trigonometrische Reihen; divergente trigonometrische Reihen



### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 864

Die Convergenz einer Functionenfolge  $f_n(x)$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1914-1918]. – 3 Bll.

Das Ms. ist undatiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Darstellung der Konvergenzmenge nach [44], S.398; Herleitung einer notwendigen und hinreichenden Bedingung für Konvergenz f.ü. von  $f_n(x)$  in Form einer Mengenkongruenz; Auswertung dieser Bedingung für integrable und quadratisch integrable  $f_n$ ; Anwendung auf die Partialsummen von Reihen  $\sum c_n \varphi_n(x)$  nach Orthogonalfunktionen: (1) Ist  $\sum n c_n^2 < \infty$ , so konvergiert  $\sum c_n \varphi_n$  f.ü. , (2) Ist  $\sum \sqrt{n} c_n^2 < \infty$ , so konvergiert  $\sum c_n \varphi_n(x)$  f.ü. (H.Weyl).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; Konvergenz f.ü.; Entwicklung nach Orthogonalfunktionen; Konvergenzmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 865

Convergenz von Reihen nach Orthogonalfunktionen : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 19.u.22.8.1914. – 14 Bll.

Das Ms. ist teilweise undatiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Bll.1-2: Herleitung einer notwendigen und hinreichenden Bedingung für f.ü. Konvergenz einer Funktionenfolge  $f_n(x)$  in  $[0, 1]$  (vgl. Fasz. 864); Bll.3-4 (vom 19.8.1914): Es wird folgendes Resultat aus der Arbeit von M.Plancherel „Sur la convergence des séries de fonctions orthogonales“, Comptes rendus 157 (1913), S.539-542, bewiesen: Wenn die Funktionen  $\varphi_n(x)$  normierte Orthogonalfunktionen, die  $c_n$  reell sind und  $\sum c_n^2 (\log n)^3$  konvergiert, so konvergiert  $\sum c_n \varphi_n(x)$  f.ü. Es genügt sogar schon  $\sum c_n (\log n)^2 < \infty$  für Konvergenz f.ü. Bll.5-6 (vom 22.8.1914): Vorläufer von Fasz. 862 für das Auffinden hinreichender Bedingungen für f.ü. Konvergenz von  $\sum c_n \varphi_n(x)$ . Bll.7-14 (undatiert) unter der Überschrift „Convergenz von Reihen nach Orthogonalfunktionen“: Hausdorff beweist: Ist  $\sum \sqrt{n} c_n^2$  konvergent, so konvergiert  $\sum c_n \varphi_n(x)$  f.ü. Dies Resultat formulierte auch H.Weyl, Math. Ann. 67 (1909), S.225-245.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; Entwicklung nach Orthogonalfunktionen; Konvergenz f.ü.; Konvergenzmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 44: Fasz. 866

[Beispiel einer überall divergierenden trigonometrischen Reihe, deren Koeffizienten gegen Null gehen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 28.11.1915. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 841.

Inhalt: Hausdorff verweist auf sein Ms. vom 31.5.1914 (Fasz. 863, vgl. auch Fasz. 850), wo ein Beispiel einer trigonometrischen Reihe angegeben ist, deren Koeffizienten gegen 0 gehen und die f.ü. divergiert; er verweist ferner auf Lusin

(s.Fasz. 850). Dann wird ein Beispiel von Steinhaus referiert, der eine trigonometrische Reihe angegeben hatte, deren Koeffizienten gegen Null gehen und die überall divergiert.

SW: Analysis; reelle Funktionen; trigonometrische Reihen; divergente trigonometrische Reihen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 867

Das Momentenproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 11.10.1920. – 12 Bll.

Die Faszikeln 867-910 sind zu einer Sammlung „Das Momentenproblem“ vereinigt. G.Bergmann datiert sie auf den Zeitraum 1917-1924. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12. Bll.8ff sind später; auf Bl.8 ein Verweis auf das Ms. vom 19.10.1920(Fasz. 870). Nach der Überschrift die Bemerkung „(Behandlung ohne Kettenbrüche. Nach Andeutungen von M.Riesz, Sept.1920)“. Gemeint sind Gespräche mit M.Riesz in Saßnitz (siehe Fasz. 873).

Inhalt: Es geht um das Hamburgersche Momentenproblem, d.h. um das Momentenproblem in  $(-\infty, \infty)$ . Notwendig und hinreichend für die Lösbarkeit bei gegebener Momentfolge  $\mu_n$  ist, daß für jedes  $n$  die Hankelschen Determinanten  $A_n$  der  $\mu_n$  positiv sind. Zum Bestimmtheitsproblem ergibt sich: Ist  $M(\xi) = 0$  bis auf höchstens abzählbar viele Stellen, dann ist das Momentenproblem zur Belegung  $\chi(x)$  bestimmt, ist  $M(\xi) > 0$  überall, so ist es unbestimmt. Dabei ist  $M(\xi) = \lim M_n(\xi)$  und  $M_n(\xi)$  ist der Quotient zweier geeigneter Hankelscher Determinanten der Größen  $\mu_n(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \xi)^n d\chi(x)$ . Es folgen Versuche im Anschluß an H.Hamburger (Math. Ann. 81 (1920), S.235-319, 82 (1921), S.120-164 u.168- 187), die Bestimmtheitsfrage mittels der Konvergenz oder Divergenz einer gewissen unendlichen Reihe zu entscheiden.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Hamburgersches Momentenproblem ; Bestimmtheit des Momentenproblems; orthogonale Polynome

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 868

Die Markoffsche Formel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1917-1924]. – 4 Bll.

Das Ms. ist undatiert. Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Siehe auch Fasz. 870.

Inhalt: Ist  $\chi(x)$  eine Lösung des Momentenproblems  $\mu_n = \int_{-\infty}^{\infty} x^n d\chi(x)$ , so wird die Bestimmtheit des Momentenproblems auf die Bestimmtheit von  $F(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\chi(x)}{z-x}$  für  $Imz > 0$  zurückgeführt. Es wird ein Kriterium für die Bestimmtheit von  $F(z)$  angegeben und auf zwei besondere Fälle angewandt, d.h. es werden zwei hinreichende Bedingungen für die Bestimmtheit des Momentenproblems abgeleitet.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Hamburgersches Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems; Markoffsche Formel

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 869

Transformation auf das Stieltjessche Momentenproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 20.9.1919. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Siehe auch Fasz. 871.

Inhalt:  $\chi(y)$  sei für  $y \geq 0$  monoton, nicht abnehmend,  $g(y)$  stetig und  $Ng(y) = \int_0^\infty g(y)d\chi(y)$ , insbesondere die Momente  $Ny^n = N_n$ . Für alle reellen  $x$  wird  $\Psi(x) = \pm\chi(x^2)$  für  $x > 0$  bzw.  $< 0$ ,  $\Psi(0) = 0$  gesetzt, dann ist bei stetigem  $f(x)$ :  $Mf(x) = \int_{-\infty}^\infty f(x)d\Psi(x) = N[f(\sqrt{y}) + f(-\sqrt{y})]$ , insbesondere für die Momente  $M_{2n+1} = 0, M_{2n} = 2N_n$ . Für das Stieltjessche Momentenproblem ( $N$ ) wird folgendes bewiesen: Existiert  $Ne^{uy^\alpha}$  nur für ein  $0 < \alpha < \frac{1}{2}, u > 0$ , dann kann das Stieltjessche Momentenproblem unendlich viele Lösungen haben, d.h. es gibt unendlich viele Funktionen  $\chi$  mit denselben Momenten  $N_n$ . Rücktransformation zeigt, daß das Hamburgersche Momentenproblem unendlich viele Lösungen haben kann, wenn  $me^{ux^\alpha}$  für  $0 < \alpha < 1$  und hinlänglich kleines reelles  $u$  existiert.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Stieltjessches Momentenproblem; Hamburgersches Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 870

Nachträge zum Problem der Momente : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 22.9.1919, 19.10.1920. – 13 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Auf Bl.4v u.Bl.6 obige Datierungen. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-13.

Inhalt: Bll.1-6: Stieltjesintegral und seine Eigenschaften; Momente  $M_k$  einer Belegung  $\psi(x)$ ; Eigenschaften von  $F(z) = \int_a^b \frac{d\psi(x)}{z-x}$ ; der Fall unendlicher Grenzen (Hamburgersches Momentenproblem); Bestimmtheit von  $\psi$  bei Existenz von  $M_0$  und von  $F(z) = \int_{-\infty}^\infty \frac{d\psi(x)}{z-x}$ . Sind  $M_n$  die Momente der Belegung  $\psi$  und  $Mf(x) = \int_{-\infty}^\infty f(x)d\psi(x)$ , so werden zwei Folgen von Polynomen definiert:

$$f_n(x) = \frac{E_n(x)}{D_{n-1}}$$

und  $g_n(y) = M \frac{f_n(y) - f_n(x)}{y-x}$ , dabei ist  $D_{n-1}$  die Hankelsche Determinante der Reihenzahl  $n - 1$  der Momente  $M_k$ ,  $E_n(x)$  eine ähnlich aufgebaute Determinante mit  $1, x, \dots$  in der ersten Zeile. Es folgen die Konvergenzsätze von Markoff für das endliche Intervall ( $\psi(x) = const.$  außerhalb  $(a, b)$ ) und von O.Szász für das unendliche Intervall (Math. Ann. 76 (1915), S.301-314). Es geht bei den Konvergenzsätzen um die Konvergenz von  $\frac{g_n(z)}{f_n(z)} \rightarrow F(z)$  unter gewissen Voraussetzungen für jedes  $z \notin [a, b]$  (Markoff) bzw. jedes  $z \notin (-\infty, \infty)$  (Szász). Es folgt ein Kriterium von Hamburger für die Bestimmtheit von  $F(z)$  und damit des Momentenproblems. Bll.7-10: Beispiele von Stieltjes und Bernstein dafür, daß  $\psi(x)$  durch die Momente nicht immer eindeutig bestimmt ist; Referierung von Stieltjes' ursprünglicher Lösung des Momentenproblems für das Intervall  $(0, \infty)$  über Kettenbrüche. Bll.11-13: der Fall nur endlich vieler Wachstumsstellen von  $\psi$ ; Konstruktion eines unbestimmten Problems, nämlich eines solchen  $\psi$ , für das  $\frac{g_{2n}}{f_{2n}}$  und  $\frac{g_{2n+1}}{f_{2n+1}}$  nach zwei verschiedenen  $F_1(z), F_2(z)$  konvergieren.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; Hamburgersches Momentenproblem; Stieltjessches Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems; Markoffsche Formel; Konvergenzsatz von Szász; unbestimmte Momentenprobleme; orthogonale Polynome

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 871**

Momentenproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1919-1920]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert; der Inhalt hängt eng mit Fasz. 869 zusammen.

Inhalt: Wenn es eine positive Konstante  $\gamma$  und eine Zahl  $\alpha \geq \frac{1}{2}$  gibt, so daß  $\int |\chi(u)| e^{\gamma u^\alpha} du$  (1) konvergiert, so ist das Momentenproblem für  $\chi$  bestimmt. Dagegen ist dies nicht mehr der Fall, falls (1) für ein  $\gamma > 0$  und  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$  konvergiert. Es wird das Beispiel eines  $\chi$  für diesen letzteren Fall angegeben; dieses  $\chi$  hat verschwindende Momente, ohne daß es selbst f.ü. verschwindet.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Stieltjessches Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 872**

[Satz von Vleck-Jensen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1919-1920]. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert. Es ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7.

Inhalt: Es werden Polynome  $\varphi_n(x) = A_n f_n(x)$  konstruiert, die bis auf die Faktoren  $A_n$  mit den  $f_n$  aus Fasz. 870 übereinstimmen.  $\psi_n(z) = M \frac{\varphi_n(z) - \varphi_n(x)}{z-x}$ . Der Satz von Vleck-Jensen (O.Perron „Die Lehre von den Kettenbrüchen“, Leipzig 1913, §54) sagt aus, daß unter gewissen Voraussetzungen für  $\operatorname{Im} z > 0$   $\frac{\psi_{2n}(z)}{\varphi_{2n}(z)}$  und  $\frac{\psi_{2n+1}(z)}{\varphi_{2n+1}(z)}$  gegen reguläre Funktionen  $F_1(z), F_2(z)$  konvergieren. Wenn eine gewisse Reihe divergiert, gilt  $F_1 = F_2$ , wenn sie konvergiert, gilt  $F_1 \neq F_2$ . Damit wird die Bestimmtheit des Momentenproblems auf die Frage nach der Divergenz einer gewissen unendlichen Reihe zurückgeführt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Hamburgersches Momentenproblem; Kettenbrüche; Satz von Vleck-Jensen; Bestimmtheit des Momentenproblems; orthogonale Polynome

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 873**

Momentenproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [1920], 14.10.1920. – 9 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert; auf Bl.9 ein Zusatz vom 14.10.1920. Das Ms. schließt mit der Bemerkung „(vgl. M.Riesz und meine Ms.

vom Oct.20, nach Unterhaltung mit R.in Sassnitz, Sept.20, rekonstruiert).“ Vgl. Fasz. 867 u.870.

Inhalt:  $\psi(x)$  sei eine monotone nichtabnehmende Funktion,  $f(x)$  stetig und  $Mf(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)d\psi(x)$ ;  $M_k = Mx^k$  die Momente. Notwendig und hinreichend dafür, daß für  $|u| < \rho$   $F(u) = Me^{ux}$  existiert, ist die Konvergenz von  $\sum M_k \frac{w^k}{k!}$  für  $|w| < \rho$ . In diesem Falle bestimmt  $F$  das  $\psi$  bis auf die Unstetigkeitsstellen eindeutig. Hausdorff zeigt dann im Fall des Stieltjesschen Momentenproblems, daß die Existenz von  $Me^{ux}$  nicht notwendig für Bestimmtheit ist, d.h. es gibt  $\psi$ , für die das Momentenproblem bestimmt ist, aber  $Me^{ux}$  für kein  $u \neq 0$  existiert. Hausdorff versucht dann einen kettenbruchfreien Beweis für die Lösbarkeit des Hamburgerschen Momentenproblems, also  $\chi(x)$  zu finden mit  $M_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k d\chi(x)$ , wenn die vorgegebenen  $M_k$  so beschaffen sind, daß die Form  $\sum_0^n M_{i+k} u_i u_k$  für jedes  $n$  positiv definit ist. Es gelingt ihm, zwei Funktionen  $\varphi, \psi$  zu konstruieren mit  $\varphi \leq \chi \leq \psi$ ; aber nur im Bestimmtheitsfall gelten die Gleichheitszeichen, im Unbestimmtheitsfall brauchen z.B.  $\psi(x_1)$  und  $\psi(x_2)$  nicht mehr derselben Lösung anzugehören;  $\psi$  (und auch  $\varphi$ ) sind also i.a.nicht Lösungen des Momentenproblems, was Hausdorff anfänglich dachte.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Hamburgersches Momentenproblem; charakteristische Funktionen; Stieltjessches Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 874**

Das Gesetz der grossen Zahlen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1919-1921]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Für eine diskrete Zufallsgröße  $X$  mit endlich vielen möglichen Werten werden Momente und Semiinvarianten eingeführt und die einen durch die anderen ausgedrückt. Ferner wird die Markoffsche Ungleichung bewiesen. Ist  $X_n$  eine Summe von  $n$  unabhängigen zentrierten Zufallsgrößen der obigen Art, so wendet Hausdorff die Markoffsche Ungleichung zur Gewinnung schwacher Gesetze der großen Zahl an.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Zufallsvariable; Momente; Semiinvarianten; Markoffsche Ungleichung; Gesetze der großen Zahl

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 875**

Das Momentproblem (vereinfacht) : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1919-1921]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Es wird das Hamburgersche Momentenproblem betrachtet und gezeigt, daß für die Lösbarkeit hinreichend ist, daß  $\sum_0^n \mu_{i+k} u_i u_k$  für jedes  $n$  positiv definit ist ( $\mu_k$  ist die vorgegebene Momentfolge). Dazu werden mittels ähnlicher

Polynome wie der  $f_n$  (Fasz. 870) Treppenfunktionen  $\psi_n$  konstruiert, die für  $k = 0, \dots, 2n$  die vorgegebenen Momente  $\mu_k$  haben; der Helly'sche Auswahl-satz gewährleistet den Grenzübergang. Dann folgt das in Fasz. 867 formulierte Bestimmtheitskriterium (der dortigen Größe  $M(\xi)$  entspricht hier  $\rho(\xi)$ ). Zum Schluß wird noch der Zusammenhang der hier benutzten Polynome mit den früheren  $f_n$  hergestellt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Hamburgersches Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems; orthogonale Polynome; Helly'scher Auswahl-satz

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 876

[Voneinander abhängige Bernoulli-Versuche] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1919-1921]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt:  $X_i$  seien Zufallsgrößen, die nur die Werte 0, 1 annehmen,  $X = \sum_1^n X_i$  zählt die Anzahl der Einsen in den ersten  $n$  Versuchen. Hausdorff berechnet die ersten beiden Momente von  $X$  und von  $X - EX$ , speziell im Fall der Unabhängigkeit  $E(X - EX)^2$ . Für eine Zufallsgröße, die 1, 0 mit den Wahrscheinlichkeiten  $\alpha, 1 - \alpha$  annimmt, berechnet er die Semiinvarianten.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Zufallsvariable; Bernoulli-Schema; Momente; Semiinvarianten

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 877

Das Problem der Momente : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1919-1921]. – 13 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert. Es ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-13.

Inhalt: Bll.1-8: Betrachtet wird das Hamburgersche Momentenproblem:  $M_k$  gegeben, gesucht  $\psi(x)$  mit  $M_k = Mx^k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k d\psi(x)$ . Die hinreichende Bedingung für die Lösbarkeit sei erfüllt (s.Fasz. 875).  $D_n$  sei die  $n$ -reihige Hankelsche Determinante aus den  $M_0, M_1, \dots, M_{2n}$  und  $b_n = \frac{D_{n-1}}{D_n}$ .  $f_n(x)$  seien die in Fasz. 870 definierten Polynome. Dann wird bewiesen: Wenn  $\sum_0^{\infty} b_n(f_n(\xi))^2$  für jedes  $\xi$  divergiert, dann existiert eindeutig eine stetige Funktion  $\psi(x)$ , die die Momente  $M_k$  hat. Es folgen zwei Beispiele: (1)  $M_k$  die Momente der Gauß-Verteilung, (2)  $M_k$  die Eulerschen Zahlen (vgl. auch Fasz. 826). Es wird dann folgender Konvergenzsatz bewiesen: Konvergieren die Momente  $M_n^m$  der monotonen Funktionen  $\psi^m(x)$  gegen die Momente  $M_n$  einer monotonen Funktion  $\psi(x)$  und ist  $\sum_0^{\infty} b_n(f_n(\xi))^2$  für jedes  $\xi$  divergent, so konvergiert  $\psi^m$  gegen  $\psi$ . Bll.9-13 unter der Überschrift „Anwendungen auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung“: Beweis einer Version des zentralen Grenzwertsatzes; Anwendung auf das verallgemeinerte Bernoullischema; Diskussion der Bestimmtheit des Momentenproblems bei der Poissonverteilung.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Wahrscheinlichkeitstheorie;  
Momentenproblem; Hamburgersches Momentenproblem; Bestimmtheit des  
Momentenproblems; orthogonale Polynome; Eulersche Zahlen;  
Gaußverteilung; zentraler Grenzwertsatz; Bernoulli-Schema; Poissonverteilung

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 878**

Das Momentproblem nach M.Riesz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. –  
[Bonn], 28.u.29.6.1921. – 10 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-  
10.

Inhalt: Überarbeitete Fassung des Artikels von M.Riesz „Sur le problème des  
moments“, Ark.Mat. Astron. Fys. 16 (1921),12, S.1-23.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Hamburgersches  
Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems; Hellyscher  
Auswahlsatz

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 879**

Die Ausdehnung des Parsevalschen Satzes für Orthogonalfunktionen : Studie /  
Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.11.1922. – 2 Bll. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Nach der Überschrift die Bemerkung „(F.Riesz, Brief  
vom 12.11.22)“

Inhalt: Hausdorff verallgemeinert seine Sätze I-III aus der Arbeit [28] vom Fall  
der Fourierreihen auf den Fall einer beliebigen Entwicklung nach in  $[a, b]$  or-  
thonormierten  $\varphi_n(x)$  mit  $|\varphi_n| \leq M$ . In I ergibt sich z.B. statt  $J_\beta \leq S_\alpha$ :  
 $J_\beta \leq S_\alpha M^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Entwicklung nach Orthonormalfunktionen;  
Fourierkoeffizienten; verallgemeinerter Parsevalscher Satz;  $L^p$ -Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 880**

Das Theorem von Parseval : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn],  
[vermutl.1922]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist nicht datiert.

Inhalt: Zusammenstellung von Sätzen und von Literatur mit kurzer Angabe der  
Hauptresultate zum Thema Verallgemeinerung des Satzes von Fischer-Riesz  
und des Parsevalschen Satzes (vgl. Hausdorffs Arbeit [28]), z.B.: Ist  $f(x) \sim$   
 $\sum a_k e^{ikx}$ ,  $g(x) \sim \sum b_k e^{ikx}$  und  $|f(x)|^\alpha$  integrabel,  $\sum |b_n|^\alpha$  konvergent ( $\alpha > 1$ ),  
so ist  $\sum a_k b_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t)g(-t)dt$ . Ferner Angaben zu Arbeiten von W.H.Young  
zum Fourierschen Momentenproblem (vgl. Fasz. 885).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Fourierreihen; verallgemeinerter Satz von  
Parseval; Satz von Fischer-Riesz; trigonometrisches Momentenproblem



**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 881**

[Zusätze bei der Korrektur der Arbeit: Momentprobleme für ein endliches Intervall] : Veröffentlichungsmanuskript / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], Oktober 1922. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Bis auf geringe Abweichungen Ms. des Korrekturzusatzes (S.246-248) der o.g.Arbeit in Math.Z. 16 (1923), S.220-248.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; Stieltjessches Momentenproblem; Fourierreihen; Potenzreihen

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 882**

Fourierreihen und Potenzreihen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.5.1922. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Im wesentlichen Vorbereitung der Bemerkungen zum Fourierschen Momentenproblem für den Korrekturzusatz zur Arbeit [29].

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Fourierreihen; trigonometrisches Momentenproblem; Potenzreihen

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 883**

Zur Arbeit: Momentprobleme für ein endliches Intervall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.10.1922. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Vorbereitung des Korrekturzusatzes zur o.g.Arbeit [29].

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; trigonometrisches Momentenproblem

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 884**

Lösbarkeit des Momentproblems durch ein Integral : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.3.u.6.3.1922. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Vorbereitung von Teilen der §§3u.4 der Arbeit [29].

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; trigonometrisches Momentenproblem; Stieltjessches Momentenproblem; Dichtefunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 885**

Verhalten meiner Kriterien zu denen von Young : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach dem April 1922]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert. Es bezieht sich auf Hausdorffs Arbeit [29], die am 12.4.1922 bei der Redaktion der Math.Z.einging.

Inhalt: Für das Fouriersche Momentenproblem  $\mu_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ikt} d\chi(t)$  hat Hausdorff in o.g.Arbeit, S.245, Kriterien für die Eigenschaften der Belegung  $\chi$  respektive ihrer Dichte angegeben. Er vergleicht im vorl.Ms. diese Kriterien mit Kriterien von W.H.Young in Proc.London Royal Soc. A88 (1913), S.569-574 und Quarterly Journ. 44 (1913), S.49-88 und gibt die in der Arbeit nicht ausgeführten Beweise seiner Kriterien. Ferner wird untersucht, was passiert, wenn man die Fejérschen Mittel durch die Partialsummen selbst ersetzt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; trigonometrisches Momentenproblem; Dichtefunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 886**

Der Riesz-Fischersche Satz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.,11. u.14.9.1922. – 4 Bll. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Hausdorff beweist den Satz von Riesz-Fischer, einmal in der Formulierung von Riesz (zu jeder Folge  $a_k$  mit  $\sum |a_k|^2 < \infty$  gibt es in  $L^2(a, b)$  eine Funktion mit  $\int_a^b f(x)\varphi_k(x)dx = a_k$ ; dabei ist  $\varphi_k$  ein Orthonormalsystem in  $L^2(a, b)$ ), dann in der Formulierung von Fischer (jede Cauchyfolge in  $L^2(a, b)$  konvergiert gegen ein Element von  $L^2(a, b)$ ).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionenräume; Raum  $L^2[a, b]$ ; Satz von Fischer-Riesz; Fourierreihen

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 887**

Zum trigonometrischen Momentproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vor dem 12.4.1922]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert; es muß vor Fertigstellung von Hausdorffs Arbeit zum Momentenproblem (s.Fasz. 885) entstanden sein.

Inhalt: Bei der Behandlung des Fourierschen Momentenproblems benutzt Hausdorff eine Teilung der Kreisperipherie in  $2p + 2$  gleiche Teile. Im vorl.Ms. wird gezeigt, daß man die Teilung in einem beliebigen Punkt  $t_0$  beginnen kann; diese Erkenntnis ist auf S.242 seiner Arbeit [29] berücksichtigt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; trigonometrisches Momentenproblem

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 888

[Ein Satz aus der Funktionentheorie] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Greifswald, Bonn], [vermutl.1917-1924]. – 1 Bl. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen:  $w = f(z)$  sei für  $|z| < 1$  regulär und  $|w| \leq 1$ .  $z$  nähere sich innerhalb eines Winkels  $< \pi$  an  $z_1$  mit  $|z_1| = 1$ , wobei die Winkelhalbierende dieses Winkels der Radius  $0z_1$  ist.  $w$  konvergiere dabei nach  $w_1$  mit  $|w_1| = 1$  derart, daß  $\frac{w-w_1}{z-z_1} \rightarrow 0$ . Dann ist  $f(z) = w_1$  eine Konstante. Der Satz wird auf Halbebenen übertragen.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Randverhalten regulärer Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 889

[Konvergenz der  $\lambda_{p,m}$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.4. u.18.4.1922. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Bl.1 (vom 7.4.1922): Ist  $\chi(x)$  (von beschränkter Schwankung) an  $\xi$  ( $0 < \xi < 1$ ) differenzierbar, so ist  $(p+1)\lambda_{p,m} \rightarrow \chi'(\xi)$ , falls  $m$  mit  $p$  so wächst, daß  $\sqrt{p}(\frac{m}{p} - \xi)$  beschränkt bleibt (zu den Bezeichnungen vgl. §11 von Hausdorffs Arbeit [27], I). Bl.2-3 (vom 14.8.1922): Es wird der in obiger Arbeit, S.109, dem Leser überlassene Beweis ausgeführt. Dann werden die zu diesen Sätzen gehörigen Analoga beim Fourierschen Momentenproblem betrachtet (mit Hinweis auf H.Hahn, Jahresber.der DMV 25 (1917), S.359-366); die Analogie ist bei Benutzung der Fejérschen Mittel nicht vollkommen, wohl aber bei Benutzung der de la Vallée-Poussinschen Mittel.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; trigonometrisches Momentenproblem

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 890

[Approximation durch stetige Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.5.1922. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Es werden mehrere Approximationssätze bewiesen, z.B.: Zu einer reellen Funktion  $f$  mit integriblen  $|f|^p$  gibt es eine stetige Funktion  $h$  mit beliebig kleinem  $\int_0^{2\pi} |f-h|^p dt$ . Man kann hier  $h$  auch noch durch ein trigonometrisches Polynom ersetzen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis;  $L^p$ -Räume; Approximation von  $L^p$ -Funktionen; trigonometrische Polynome

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 891

Die Dg.  $\varphi'' + 2x\varphi' + (2\lambda + 2)\varphi = 0$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1922]. – 1 Bl. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert; das Papier stammt aber vermutl. aus demselben Schreibblock wie Fasz. 886 vom 10.9.1922.

Inhalt: Die obige Dgl. wird durch  $\varphi = e^{-x^2}\psi$  auf eine für  $\psi$  transformiert; diese wird durch Potenzreihenansatz gelöst. Das Verhalten der beiden Fundamentallösungen für  $x \rightarrow \infty$  wird untersucht sowie ihr Zusammenhang mit den Hermiteschen Polynomen für geeignete Werte von  $\lambda$ .

SW: Analysis; lineare Differentialgleichungen; Hermitesche Polynome

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 892

Momente : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1917-1924]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Ist  $X$  eine Zufallsgröße, dann ist für jede Borelmenge  $B$   $P(X \in B) = w(B)$  definiert. Ist  $f(x)$  eine Bairesche Funktion, so existiert  $w(u) = w(f(X) \leq u)$ . Als Moment von  $f$  definiert Hausdorff

$$Mf = u_0 + \int_{u_0}^{\infty} (1 - w(u))du - \int_{-\infty}^{u_0} w(u)du$$

. Angabe eines Beispiels und Zusammenhang dieser Definition mit der üblichen.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Zufallsvariable; Funktionen von Zufallsvariablen; Erwartungswert

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 893

Das Momentproblem im Convergenzfall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach dem 4.6.1921]. – 1 Bl. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist nicht datiert; es befindet sich auf der Rückseite einer Einladung vom 4.6.1921.

Inhalt: Seien  $0 = t_0 < t_n$ ,  $\sum \frac{1}{t_n}$  konvergent. Das Problem besteht darin, eine für  $0 \leq u \leq 1$  monoton wachsende Funktion  $\chi(u)$  oder eine für  $t \geq 0$  total monotone Funktion  $\mu(t)$  zu finden, deren Werte  $\mu_n = \mu(t_n)$  vorgegeben sind. Es werden notwendige und hinreichende Bedingungen für die Lösbarkeit und auch für die Bestimmtheit des Problems angegeben.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems; total monotone Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 894**

[Die für  $|z| \leq 1$  regulären und schlichten Funktionen bilden kein konvexes System] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 13.6.1919. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Es wird die in der Überschrift gen.Behauptung durch ein Beispiel bewiesen.

SW: Analysis; Funktionentheorie; reguläre schlichte Funktionen; konvexe Systeme

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 895**

[Zur Ausdehnung des Parsevalschen Satzes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.5.1922. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Bll.1-2: Beweisgedanken zum entscheidenden Hilfssatz III über trigonometrische Polynome aus der Arbeit [28]. Bll.3-4: Herleitung einer Reihe von Ungleichungen zwischen den  $S_\alpha$ , zwischen den  $J_\alpha$  und zwischen den  $S_\alpha$  und den  $J_\alpha$  (zu den Bezeichnungen s.o.g.Arbeit), z.B. gilt für  $f(t) = \sum_{-n}^n a_k e^{ikt}$ ,  $1 < \alpha \leq 2 \leq \beta$ ,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$  :  $J_\beta \leq S_\alpha (2n + 1)^{\frac{1}{\beta}(1 - \frac{2}{\beta})}$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; trigonometrische Reihen; trigonometrische Polynome; verallgemeinerter Parsevalscher Satz;  $L^p$ -Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 896**

[Zur Ausdehnung des Parsevalschen Satzes] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.12.1921 u.3.5.1922. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Hausdorff beweist für  $\alpha, \beta$  positiv und  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$  die Sätze: (A) Ist  $|g(x)|^\alpha$  integabel und sind  $a_n$  die Fourierkoeffizienten von  $g(x)$ , so ist  $\sum |a_n|^\beta$  konvergent. (B) Ist  $\sum |a_n|^\alpha$  konvergent, so gibt es eine integrable Funktion  $f(x)$  mit den Fourierkoeffizienten  $a_n$ , so daß  $|f(x)|^\beta$  integabel ist. In einem Zusatz vom 3.5.1922 stellt er fest, daß dies nur für  $\alpha \leq \beta$  gilt; für  $\alpha > 2 > \beta$  werden die Sätze falsch, wie durch ein Gegenbeispiel gezeigt wird. (Vgl. S.163 in Hausdorffs Arbeit [28]).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; trigonometrische Reihen; trigonometrische Polynome; verallgemeinerter Parsevalscher Satz;  $L^p$ -Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 897**

Momentprobleme für ein endliches Intervall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.12.1921, 5.1.-13.2.1922 [u.später]. – 22 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-VI, entspr. Bll.1-22.

Inhalt: Vorbereitung der §§1-3 der Arbeit [29], insbesondere geht es um Kriterien für die Lösbarkeit des Momentenproblems durch eine integrierbare Dichte oder eine Dichte aus  $L^p(0, 1)$ . Der dabei beschrittene Weg führt Hausdorff dann auf die Idee, auch im allgemeinen Fall das Momentenproblem mittels Approximation durch Polynome zu lösen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; Dichtefunktionen; Legendresche Polynome; Legendresche Reihe; Summierungsverfahren

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 898**

Verallgemeinerte Stieltjesche Integrale. Momentproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.8.1921. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Siehe auch Fasz. 899.

Inhalt:  $\chi(x)$  sei in  $[0, 1]$  eine reelle Funktion,  $\chi(x-0), \chi(x+0)$  sollen überall existieren (an den Endpunkten  $\chi(+0), \chi(1-0)$ ).  $\chi(x)$  ist dann beschränkt und R-integrierbar. Für ein Polynom  $f(x)$  wird das verallgemeinerte Stieltjes-Integral betrachtet

$$Mf(x) = Mf = \int_0^1 f(x)d\chi(x) = f(1)\chi(1) - f(0)\chi(0) - \int_0^1 f'(x)\chi(x)dx$$

und die Momente  $\mu_k = Mx^k$ . Es wird für die Lösbarkeit des in diesem Sinne gestellten Momentenproblems eine notwendige Bedingung bewiesen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Integrationstheorie; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; Bestimmtheit des Momentenproblems; verallgemeinertes Stieltjes-Integral

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 899**

[Verallgemeinerte Stieltjes-Integrale; Momentenproblem] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.3.1922. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Für das in Fasz. 898 formulierte Momentenproblem wird eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Lösbarkeit angegeben.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Integrationstheorie; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; Bestimmtheit des Momentenproblems; verallgemeinertes Stieltjes-Integral

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 900

Momentproblem für ein endliches Intervall : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [1922]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist nicht datiert.

Inhalt: Notizen zur Vorbereitung des Manuskripts für [29] mit Formulierung einiger noch offener Fragen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenprobleme; Momentenprobleme für  $[a, b]$ ; trigonometrische Momentenprobleme

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 901

Das trigonometrische Momentproblem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.,2. u.6.1.1922; 17.2.u.14.8.1922. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-12.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 1.1.1922): verschiedene Verfahren der trigonometrischen Interpolation (u.a.Jackson, M.Riesz). Bll.5-8 (vom 2.1.1922): notwendige und hinreichende Bedingungen für die Lösbarkeit des trigonometrischen Momentenproblems für (a) eine monotone Belegung, (b) eine Belegung mit beschränkter Schwankung, (c) eine Belegung mit Dichtefunktion; Bestimmtheit des Problems. Bll.9-10 (vom 6.1.1922): zweite Lösung für den Fall monotoner Belegung (die approximierenden Lösungen sind Integrale trigonometrischer Polynome). Die Zusätze (Bll.10v-12) vom 17.2.u.14.8. betreffen u.a. die Ersetzung der Fejérschen Summation durch die de la Vallée-Poussinsche. (Vgl. Hausdorffs Arbeit [29], §4).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; trigonometrisches Momentenproblem; trigonometrische Interpolation; Summierungsverfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 902

Momentprobleme für periodische Functionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1921]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist nicht datiert.

Inhalt: Ausgehend von einem Momentenproblem für periodische Funktionen wird Hausdorff durch die Substitution  $x = \sin^2 \frac{t}{2}$  auf das Problem geführt, aus gegebenen  $\mu_k$  eine Funktion  $\chi(x)$  beschränkter Schwankung zu ermitteln mit  $\mu_k = \int_0^1 2\sqrt{x(1-x)}x^k d\chi(x)$ . Für die Lösbarkeit wird auf zwei Weisen eine notwendige und hinreichende Bedingung abgeleitet.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Momentenproblem für periodische Funktionen; Momentenproblem für  $[a, b]$

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 903

Das Momentproblem für beschränkte messbare Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.u.9.12.1921. – 11 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-11.

Inhalt: Bll.1-6: Ein Momentenproblem wie in Fasz. 898 u.899 führt Hausdorff auf folgendes Momentenproblem: Gesucht ist bei vorgegebenen  $\nu_k$  eine beschränkte meßbare Funktion  $\chi(x)$  mit  $\nu_k = \int_0^1 x^k \chi(x) dx$ . Mit  $\mu_{k+1} = \chi(1) - (k+1)\nu_k$ , bei willkürlicher Wahl von  $\chi(1) = \mu_0$  werden die  $\lambda_{p,m}$  gebildet (s.S.223 von [29]), die notwendige und hinreichende Bedingung für die Lösbarkeit des Momentenproblems lautet dann  $|\sum \lambda_{p,m}| \leq L$  (das ist schwächer als die Bedingung (B), S.232 in obiger Arbeit für Belegungen mit beschränkter Schwankung). Das Momentenproblem ist bei Lösbarkeit auch bestimmt. (Vgl. auch die Vorbereitungen für diese Lösung in Fasz. 905). Bll.7-11 (vom 9.12.1921) unter der Überschrift „Das Momentproblem für integrable Funktionen“: Hausdorff leitet eine notwendige und hinreichende Bedingung für Lösbarkeit des Momentenproblems für den Fall einer Belegung aus  $L^p[0, 1]$  ( $p > 1$ ) her. Schließlich wird noch der Grenzfall  $p = 1$  erledigt (vgl. §3 der o.g.Arbeit).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; beschränkte meßbare Belegungen; Belegungen aus  $L^p[0, 1]$ ; Bestimmtheit des Momentenproblems; Bernsteinsche Polynome

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 904

[Ergänzungen zur Arbeit: Summationsmethoden und Momentfolgen I] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.u.3.1.1922. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Die Jahreszahl 21 auf Bl.1 ist ein Versehen, es muß 22 heißen.

Inhalt: In der o.g.Arbeit [27] hat Hausdorff bewiesen, daß sich ein in  $[0, 1]$  positives Polynom in der Form  $f(x) = \sum_{m=0}^p a_m \binom{p}{m} x^m (1-x)^{p-m}$  mit positiven Koeffizienten  $a_m$  darstellen läßt, sobald  $p$  hinlänglich groß ist. Dafür wird hier ein zweiter Beweis gegeben. Ferner wird ein anderer Beweis dafür gegeben, daß für beschränktes  $\sum_{m=0}^p |\lambda_{p,m}|$  das Momentenproblem durch eine Funktion beschränkter Schwankung lösbar und bestimmt ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Momentenproblem für  $[a, b]$ ; positive Polynome

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 905

Der Raum der Functionen beschränkter Schwankung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.12.1921. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-7.



Inhalt: Bll.1-4: Hausdorff führt im linearen Raum der Funktionen  $f$ , die auf  $[0, 1]$  von beschränkter Schwankung sind und  $f(0) = 0$  erfüllen, den Abstand  $\rho(f, g) = V(f - g)$  ein; dabei ist  $V(\varphi)$  die Totalvariation von  $\varphi$  auf  $[0, 1]$ . Damit  $f$  bzgl. dieses Abstandes Limes von Polynomen ist, ist notwendig und hinreichend, daß  $f(x)$  totalstetig ist. Sind  $f_p(x)$  die Bernsteinschen Polynome von  $f$ , so gilt  $\rho(f, f_p) \rightarrow 0$  genau für die totalstetigen Funktionen. Daraus wird eine Abschätzung von  $Mf$ , falls  $|\sum_{m=0}^p \lambda_{p,m}| \leq L$  ist, für totalstetige Funktionen abgeleitet. Ferner gilt  $Vf_p \leq Vf$ , d.h.  $Vf_p$  beschränkt, falls  $f$  von endlicher Variation ist. Bll.4-7 unter der Überschrift „Die M-Operation“: Bei vorgegebenen Momenten  $\mu_k$  ist  $Mf$  für ein Polynom  $f$  dadurch definiert, daß man in  $f$  die Potenzen  $x^k$  durch  $\mu_k$  ersetzt. Für  $\mu_k$ , die die Bedingung  $|\sum_{m=0}^p \lambda_{p,m}| \leq L$  für alle  $p$  erfüllen, wird  $Mf$  erweitert auf stetig differenzierbare und schließlich auf stetige Funktionen. Die folgenden Rechnungen bereiten die Lösung des Momentenproblems in Fasz. 903 vor.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; reelle Funktionen; lineare metrische Räume; Funktionen beschränkter Schwankung; Raum der Funktionen beschränkter Schwankung; Bernsteinsche Polynome; totalstetige Funktionen; Momentenproblem

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 906**

Das Momentproblem für bedingt konvergente Integrale : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 31.7.1921. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Es wird das Momentenproblem für eine Belegung  $\chi(u)$  betrachtet, die in jedem Intervall  $0 \leq u \leq \alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ), aber nicht notwendig in  $[0, 1]$  von beschränkter Schwankung ist, für die aber  $\lim_{\alpha \rightarrow 1-0} \chi(\alpha)$  existiert. Hausdorff kann diesen Fall auf den von ihm bereits gelösten für Belegungen mit beschränkter Schwankung zurückführen; es gilt  $\chi(u) = \lim_{p \rightarrow \infty} \sum_{\frac{m}{p} < u} \lambda_{p,m}$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; Momentenproblem für bedingt konvergente Integrale

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 907**

Integration. Perrons Integralbegriff : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 26.3.1917 [u.früher]. – 10 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist am Anfang undatiert. Auf Bl.7 das Datum 26.3.1917.

Inhalt: stichpunktartige Notizen zu den verschiedenen Integralbegriffen und die durch sie definierten Mengenfunktionen, ferner zur Lebesgueschen Zerlegung einer Mengenfunktion in drei Typen; Definition und Eigenschaften der äußeren Variation einer monotonen Funktion  $F(x)$  in einer beschränkten Menge  $A$ ; Stieltjes-Integral über  $F$ ,  $\int_A dF$  als Variation von  $F$  in  $A$ , äußere und innere Variation; Stieltjes-Integrale über Funktionen beschränkter Schwankung. Bll.7-10

(vom 26.3.1917) unter der Überschrift „Derivierte“: obere und untere Derivierte; obere und untere linke und obere und untere rechte Derivierte; Satz: Wenn für eine der vier einseitigen Derivierten  $D$  durchweg  $D\varphi(x) \leq D\psi(x)$  und  $D\varphi, D\psi$  nicht zugleich mit gleichen Zeichen unendlich werden, so ist überall

$$\frac{\varphi(y) - \varphi(x)}{y - x} \leq \frac{\psi(y) - \psi(x)}{y - x};$$

Bemerkungen zu den Derivierten bei Funktionen mehrerer Variabler.

SW: Analysis; Integrationstheorie; reelle Funktionen; Stieltjes-Integral; Variation; äußere Variation; monotone Funktionen; Funktionen beschränkter Schwankung; Derivierte

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 908**

[Zerlegung Euklidischer Räume] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1917-1924]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist undatiert. Auf Bl.2v befindet sich ein nicht getilgtes Fragment zum Momentenproblem.

Inhalt: Ist  $R$  eine  $(m, n)$ -Matrix,  $R^*$  die adjungierte, so kann jedes  $m$ -tupel  $\alpha$  eindeutig zerlegt werden in  $\alpha = \beta + \gamma$ ,  $\beta = Ra$ ,  $R^*\gamma = 0$ . Bl.2v: Es wird eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür formuliert, daß das Momentenproblem mit einer Funktion aus  $L^p[0, 1]$  lösbar ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Algebra; euklidische Räume; lineare Operatoren; Momentenproblem;  $L^p$ -Räume

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 909**

Total monotone Folgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 2.5.1920. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-5.

Inhalt: Begriff der total monotonen Folge; Bedingungen für totale Monotonie; rekursive Konstruktion einer total monotonen Folge mittels Hankelscher Determinanten.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Folgen; definite quadratische Formen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 910

[Vergleich von Mittelbildungen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 7.5.1920. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 867.

Inhalt: Es wird zunächst gezeigt, daß die Borelsche Summationsmethode mit allen Cesàroschen  $C_\delta$ ,  $\delta > 0$  unvergleichbar ist. Es folgen Bemerkungen zur Höldermatrix  $H^{-\alpha}$  ( $\alpha > 0$ ) und zum Verhältnis zum Riesz-Verfahren  $R_\alpha$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Borelverfahren; Cesàroverfahren; Hölderverfahren;  
Rieszverfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 911

Rieszsche Grenzwerte und Stieltjessche Momente : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.um 1920]. – 9 Bll.

Die Faszikeln 911 bis 935 sind in ein Blatt mit Rechnungen ohne Text eingelegt. Die Rückseite dieses Blattes ist eine Einladung vom 25.11.1919. G.Bergmann betitelt die Sammlung mit „Summationsmethoden und Momentfolgen“ und datiert sie von ca.1920 bis 1924. Die Rechnungen des Deckblattes tangieren den Inhalt von Fasz. 911, es ist deshalb als Bl.0 diesem Fasz. zugeordnet. Fasz. 911 ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Es ist undatiert und bricht nach dem zweiten Bogen mitten im Satz ab.

Inhalt: Ist  $d_n > 0$ ,  $\sum d_n$  divergent,  $D_n = \sum_0^n d_k$  und  $A_n = \frac{\sum_0^n d_k a_k}{D_n}$ , so folgt aus  $a_n \rightarrow \alpha$  auch  $A_n \rightarrow \alpha$ . Hausdorff zeigt, daß, falls zusätzlich  $\frac{d_n}{D_n} \rightarrow 0$  und  $\frac{D_n}{d_n}(a_n - a_{n-1})$  beschränkt, sich aus  $A_n \rightarrow \alpha$  auch  $a_n \rightarrow \alpha$  ergibt. Es folgen die Interpolationsformeln wie in §1 von [27],II, danach im wesentlichen der Inhalt des §6 der gen.Arbeit, wobei hier der Beweis, daß im Divergenzfall ( $\sum \frac{1}{t_n}$  divergent) die zweite Toeplitzsche Bedingung bereits aus der ersten folgt, mittels des oben angegebenen Satzes begonnen wird.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; C-Matrizen;  
Toeplitzscher Permanenzsatz; Interpolation; Divergenzfall; Riesz-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 912

Zu Summationsmethoden [und Momentfolgen] II : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 28.u.29.11.1920. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 28.11.1920): Es wird gezeigt: Sei  $\nu$  eine Matrix wie auf S.299 von [27],II (eingegangen bei M.Z. am 8.9.1920). Wenn die ersten Elemente  $\nu_i$  aller Gruppen paarweise verschieden und die zweiten Elemente  $\nu_k$  (der mehr als einelementigen Gruppen) von 0 verschieden sind, so ist jede mit  $\nu$  vertauschbare zeilenfinite Matrix wieder von derselben Gestalt wie  $\nu$ . Bll.3-5 (vom 29.11.1920):

Es wird das System der mit der Matrix  $C$  (definiert auf S.294, 10.Z.v.o., der o.g.Arbeit) vertauschbaren Matrizen für den Fall bestimmt, daß die  $t_n$  nicht mehr alle paarweise verschieden sind. Das gesuchte System ist auch hier das System  $S(t_n)$ ; der Beweis ist ausführlich im Gegensatz zum §8 o.g.Arbeit. Möglicherweise war das eine Vorbereitung für die S.294 Mitte angekündigte Arbeit, die aber nicht erschienen ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; zeilenfinite Matrizen; mit einer Matrix vertauschbare Matrizen; allgemeine Momentfolgen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 913

Zu meiner Note: Summationsmethoden und Momentfolgen II : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.nach 8.9.1920]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Das Ms. ist undatiert. Es ist eine Ergänzung zu [27],II (eingegangen bei M.Z. am 8.9.1920).

Inhalt: Bl.1: Stichpunkte zum Folgenden. Bll.2-6:  $t_0, t_1, \dots$  sei eine Folge verschiedener reeller Zahlen,  $\mu_0, \mu_1, \dots$  eine Folge reeller Zahlen. Es wird zunächst der Begriff „ $\mu_p$  total monoton bzgl.  $t_p$ “ wie in o.g.Arbeit definiert. Ist  $T = \{t_0, t_1, \dots\}$ , so heiße  $\mu_p$  bezgl.  $t_p$  unbedingt total monoton, wenn die durch  $\mu(t_p) = \mu_p$  in  $T$  definierte Funktion total monoton ist (d.h. für jede Permutation  $\pi$  die Folge  $\pi\mu_p$  bezgl.  $\pi t_p$  total monoton ist). Ist  $t_0 < t_1 < \dots$  (oder  $t_0 > t_1 > \dots$ ), so ist eine bezüglich  $t_p$  total monotone Folge  $\mu_p$  unbedingt total monoton. Hausdorff nennt nun Ausdrücke der Form  $f(u) = \sum_{i=0}^p a_i u^{t_i}$  ( $t_i \geq 0$ ),  $u \in [0, 1]$  Quasipolynome und ordnet ihnen vermöge  $Mf = \sum_{i=0}^p a_i \mu_i$  das Moment von  $f$  zu. Es gilt dann der Satz: Damit es für eine Folge verschiedener Zahlen  $t_0 = 0, t_p > 0 (p = 1, 2, \dots)$  eine für  $t \geq 0$  total monotone Funktion  $\mu(t)$  mit  $\mu(t_p) = \mu_p$  gibt, ist notwendig und hinreichend, daß die Momentbildung von positivem Typ ist, d.h. daß für jedes in  $[0, 1]$  nichtnegative Quasipolynom  $f(u)$   $Mf \geq 0$  gilt. Ist eine beliebige Folge  $t_p$  gegeben und dazu  $\mu_p$  so, daß die Momentbildung stets von positivem Typ ist, so lassen sich Punkte einschieben und dazu  $\mu$ 's konstruieren, so daß die erweiterte Folge  $t'_p$  die Bedingung „ $\sum \frac{1}{t'_p}$  divergent“ erfüllt und die  $\mu'_p$  bezgl.  $t'_p$  total monoton sind. Diese erfüllt auch  $\mu(t_p) = \mu_p$ . War aber  $\sum \frac{1}{t_p}$  konvergent, so kann es mehrere Funktionen  $\mu(t)$  geben mit  $\mu(t_p) = \mu_p$ . Die Konstruktion der  $\mu'$  zu den eingeschobenen Punkten  $t'$  läßt in diesem Falle Spielräume zu.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; total monotone Folgen; unbedingt total monotone Folgen; Quasipolynome; allgemeine Momentfolgen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 914

Das Momentproblem im Convergenzfall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 21.7.1921. – 10 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S.auch Fasz. 913, 915-918, 920.

Inhalt: Es sei  $0 = t_0 < t_1 < \dots$ ,  $\{\mu_n\}$  eine reelle Zahlenfolge. Zur Existenz einer für  $0 \leq u \leq 1$  monotonen Funktion  $\chi(u)$  mit  $\int_0^1 u^{t_n} d\chi(u) = \mu_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) ist notwendig und hinreichend, daß die Momentbildung für Quasipolynome in  $[0, 1]$  vom positiven Typus ist (vgl. Fasz. 913). In [27],II hat Hausdorff dieses Momentenproblem im Divergenzfall ( $\sum \frac{1}{t_n}$  divergent) gelöst; in diesem Fall ist es bestimmt und es genügen etwas schwächere Bedingungen als oben. Im Konvergenzfall ( $\sum \frac{1}{t_n} < \infty$ ) kann es unbestimmt sein. Hausdorff konstruiert über gewisse minimale Polynome nach dem Muster des Vorgehens seiner Vorgänger Näherungen  $\chi_n(u)$ , die für  $k = 0, 1, \dots, n$  die Momente genau liefern. Nach dem Helly'schen Auswahlatz existiert eine Teilfolge  $\chi_p(u) \rightarrow \chi(u)$ ;  $\chi(u)$  ist Lösung des Momentenproblems. Auf diesem Wege ergibt sich auch eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Unbestimmtheit des Problems.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Unbestimmtheit des Momentenproblems; Quasipolynome; Helly'scher Auswahlatz

#### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 915

Total monotone Folgen im Konvergenzfall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 26.12.1920. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 913,914,916,918.

Inhalt: Sei  $t_0 = 0 < t_1 < \dots$ ,  $\sum \frac{1}{t_p}$  konvergent und  $\mu_p$  bezgl.  $t_p$  unbedingt total monoton (vgl. Fasz. 913). Hausdorff zeigt mittels Bendixsonscher Reihen (vgl. [27],II, S.284), daß es in diesem Fall nicht immer eine für  $t \geq 0$  total monotone Funktion  $\mu(t)$  mit  $\mu(t_p) = \mu_p$  gibt. Es werden nämlich notwendige Bedingungen für die Existenz hergeleitet und durch ein Beispiel gezeigt, daß sie nicht immer erfüllt sind (vgl. Fasz. 920).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; unbedingt total monotone Folgen; total monotone Funktionen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Bendixsonsche Reihe

#### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 916

Konvergenzfall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], 19.1. u. 5.2.1921; 14.11.1923. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 913-915 u.918.

Inhalt: Hausdorff betrachtet für das in Fasz. 914 betrachtete Momentenproblem den Konvergenzfall  $\sum \frac{1}{t_p} < \infty$  und stellt zunächst für die Lösbarkeit die dort angegebene notwendige und hinreichende Bedingung fest. Es kann im Konvergenzfall, Lösbarkeit des Momentenproblems vorausgesetzt, Bestimmtheit oder Unbestimmtheit eintreten. Hausdorff gibt Fälle der Unbestimmtheit an, z.B.  $\mu_p = \vartheta^{t_p}$ ,  $0 < \vartheta < 1$  oder  $\mu_p = \sum_{k=1}^n A_k \vartheta_k^{t_p}$ ,  $A_k > 0$ ,  $0 < \vartheta_1 < \dots < \vartheta_n \leq 1$ . In

einem Zusatz vom 14.11.1923 zeigt er (Bl.4), daß für  $\mu_p = \frac{1}{t_p+1}$  Unbestimmtheit eintritt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Unbestimmtheit des Momentenproblems; Quasipolynome

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 917**

Eine Darstellung für die Partialsummen der Reihe  $\sum l_m \varphi_m(t)$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 6.2.1921. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 915.

Inhalt: Rechnungen zur Darstellung der Bendixsonschen Reihe.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; Bendixsonsche Reihe

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 918**

[Zur Unbestimmtheit des Momentenproblems] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [nach dem 25.11.1919]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 913-916. Das Ms. ist undatiert. Auf der Rückseite befindet sich eine Einladung vom 25.11.1919.

Inhalt: Hausdorff konstatiert, daß er die Unbestimmtheit des Momentenproblems im Konvergenzfall (vgl. Fasz. 914) bisher nur im Fall  $\sum \frac{\log t_n}{t_n}$  konvergent beweisen konnte. Es würde sich beim Unbestimmtheitsbeweis darum handeln, eine Funktion als Differenz total monotoner Funktionen so zu konstruieren, daß sie an den Stellen  $t_n$  verschwindet. Zwei Beispiele, in denen eine solche Konstruktion gelingt, führen auf  $\sum \frac{\log t_n}{t_n} < \infty$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Unbestimmtheit des Momentenproblems

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 919**

[Notizen zu Summationsmethoden und Momentfolgen] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [nach dem 8.9.1920]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 913-916,918. Das Ms. ist undatiert. Auf der Rückseite befindet sich eine Einladung vom 25.11.1919. Hausdorff bezieht sich auf [27],II, eingegangen bei M.Z.am 8.9.1920.

Inhalt: Unter 14 Punkten Notizen, z.T. zu obiger Arbeit, vor allem aber zum Momentenproblem im Konvergenzfall; Nennen offener Probleme.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Unbestimmtheit des Momentenproblems; total monotone Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 920

[Notwendige Bedingung für die Lösbarkeit des Momentenproblems im Konvergenzfall] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 16.u.18.1.1921. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 913-916,918.

Inhalt: Zunächst beweist Hausdorff das in Fasz. 914 genannte notwendige und hinreichende Kriterium für die Lösbarkeit des Momentenproblems. Im Divergenzfall kann diese Bedingung durch „ $\mu_p$  bezgl.  $t_p$  total monoton“ ersetzt werden. Im Konvergenzfall genügt nicht einmal „ $\mu_p$  bezgl.  $t_p$  unbedingt total monoton“ (zum Begriff vgl. Fasz. 913). Hausdorff hatte im Konvergenzfall im Fasz. 915 eine notwendige Bedingung für die Lösbarkeit des Momentenproblems in Gestalt gewisser Ungleichungen hergeleitet. Er zeigt nun hier durch ein Gegenbeispiel, daß diese Bedingung nicht hinreichend ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 921

Total monotone Folgen und Functionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 25.10.1920 u.24.2.1921. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 913-916,918. Das Datum auf Bl.4v muß 24.2.21, nicht 24.2.20 heißen.

Inhalt: Definition der Begriffe der bezgl.  $t_p$  total monotonen Folge  $\mu_p$  und der total monotonen Funktion, dann wirft Hausdorff folgende Fragen auf: Gibt es zu einer vorgeschriebenen bezgl.  $t_p$  total monotonen Folge  $\mu_p$  eine total monotone Funktion  $\mu(t)$ , so daß  $\mu(t_p) = \mu_p$ ? Gibt es eine oder mehrere? Wie lassen sie sich darstellen? Zunächst wird als notwendige Bedingung für die Existenz von  $\mu(t)$  die unbedingte totale Monotonie von  $\mu_p$  bezgl.  $t_p$  konstatiert (s.Fasz. 913). Dann wird durch ein Beispiel gezeigt, daß letzterer Begriff mehr verlangt als totale Monotonie. Sei nun  $t_0 = 0 < t_p$  und  $\lim t_p = \tau$ . Hausdorff betrachtet die Interpolationspolynome  $f_p(t)$  (S.281 von [27],II) und stellt fest: Im Konvergenzfall  $\sum \frac{1}{t_p} < \infty$  konvergiert  $f_p(t)$  in jedem endlichen Kreis gleichmäßig nach einer in der ganzen  $t$ -Ebene regulären Funktion  $f(t)$ , die an den  $t_p$  die Werte  $\mu_p$  annimmt. Aber  $f(t)$  braucht für reelles  $t$  nicht total monoton zu sein. Im Divergenzfall konvergiert  $f_p(t)$  in  $|t - \tau| < \tau$  gegen eine dort reguläre Funktion  $f(t)$  und  $f(t_p) = \mu_p$  für die  $t_p$  mit  $0 \leq t_p \leq 2\tau$ .  $f(t)$  ist in  $0 \leq t \leq \tau$  total monoton (für  $\tau = \infty$  ist dieses Resultat schon in o.g.Arbeit enthalten). Ferner wird festgestellt, daß für  $t_0 < t_1 < \dots$  jede bezgl.  $t_p$  total monotone Folge unbedingt total monoton ist. In einem Zusatz vom 24.2.1921 zum Konvergenzfall wird  $\mu(t_n) = \frac{1}{t_{n+1}}$  betrachtet und gezeigt, daß die zugehörige Bendixsonsche Reihe  $f(t)$  von  $\mu(t) = \frac{1}{t+1}$  verschieden ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Folgen; unbedingt total monotone Folgen; total monotone Funktionen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Divergenzfall; Bendixsonsche Reihe; Unbestimmtheit des Momentenproblems

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 922**

Total monotone Folgen im Konvergenzfall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 31.12.1920. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. S. auch Fasz. 913-916,918.

Inhalt: Es wird an einem Beispiel gezeigt, daß es im Konvergenzfall mehrere für  $t \geq 0$  total monotone Funktionen  $\mu(t)$  mit  $\mu(t_p) = \mu_p$  geben kann.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; total monotone Folgen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Unbestimmtheit des Momentenproblems

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 923**

[Interpolationsformel für Polynome] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach dem 26.5.1926]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Das Ms. ist undatiert. Es befindet sich auf der Rückseite einer Firmenwerbung, die das Datum 26.5.1926 trägt.

Inhalt: Hausdorff gibt eine Determinantenbedingung für das Polynom  $f_p(t)$  (vgl. Fasz. 921) vom Grad  $\leq p$ , das an den Stellen  $t_0, t_1, \dots, t_p$  die Werte  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_p$  annimmt.

SW: Analysis; Interpolation

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 924**

Total monotone Folgen und Funktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 23.12.1920. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Das Ms. ist in drei Paragraphen gegliedert und war vermutl. als Ergänzung zu [27] gedacht. Auf Bl.1 der Vermerk „(8.9.20 gefunden)“; am 8.9.1920 war o.g.Arbeit bei der Red.der Math.Z.eingegangen.

Inhalt: In §1 wird gezeigt: Sind  $\mu_1(t), \mu_2(t)$  in einem Intervall  $I$  total monoton, so ist auch  $\mu_1(t)\mu_2(t)$  in  $I$  total monoton. §2 (vgl. Fasz. 921): Ist  $t_0 = 0 < t_p$ ,  $\sum \frac{1}{t_p}$  divergent,  $\tau = \lim t_p > 0$  und  $\mu_p$  bezgl.  $t_p$  total monoton, so gibt es eine für  $0 \leq t < \tau$  total monotone Funktion, die für  $|t - \tau| < \tau$  regulär ist und an den in das Intervall  $0 \leq t < 2\tau$  fallenden Stellen  $t_p$  die Werte  $\mu_p$  annimmt. Ferner wird gezeigt, daß jede für  $0 \leq t < \tau$  total monotone Funktion  $\mu(t)$  für  $|t - \tau| < \tau$  regulär ist. §3 unter der Überschrift „Transformation der unabhängigen Variablen“: Eine links von  $t = t_0$  totalmonotone Funktion  $\mu(t)$  ist bei  $t_0$  regulär:  $\mu(t) = \sum_0^\infty c_n(t_0 - t)^n$  mit  $c_n \geq 0$ . Ist nun  $t = t(s)$  durch  $t_0 - t = \sum_1^\infty \gamma_n(s_0 - s)^n$  mit  $\gamma_n \geq 0$  gegeben, so ist auch  $\mu(t(s)) = \sum b_n(s_0 - s)^n$  ( $b_n \geq 0$ ) links von  $s_0$



total monoton. Dazu zwei Beispiele einer Variablentransformation  $t = t(s)$  der genannten Art.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; total monotone Folgen; allgemeine Momentfolgen; Divergenzfall

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 925**

[Zur Bestimmtheit des Momentenproblems] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 1.1.1921. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Vgl. auch Fasz. 913-916 u.918.

Inhalt: Es wird zunächst gezeigt, daß es bei nicht allzu langsamer Konvergenz von  $\sum \frac{1}{t_n}$  verschiedene total monotone Funktionen gibt, die an  $t_n$  übereinstimmen. Dann wird folgender Satz bewiesen: Wenn jede für  $0 \leq u \leq 1$  stetige Funktion durch  $u^{t_0} = 1, u^{t_1}, \dots$  gleichmäßig approximiert werden kann, so stimmen zwei für  $t \geq 0$  total monotone Funktionen, die an  $t_n$  übereinstimmen, ganz überein. Es werden drei Fälle angegeben, in denen  $t_n$  diese Eigenschaft hat.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall; Unbestimmtheit des Momentenproblems; Bestimmtheit des Momentenproblems

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 926**

Konvergenzfall : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 6.2.1921. – 2 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Vgl. Fasz. 913-916.

Inhalt: Hausdorff stellt fest, daß im Konvergenzfall  $\sum \frac{1}{t_n} < \infty$  die totale Monotonie von  $\mu_p$  bezgl.  $t_p$  für die Existenz einer total monotonen Funktion  $\mu(t)$  mit  $\mu(t_p) = \mu_p$  nicht ausreicht und betrachtet eine weitere Bedingung.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; total monotone Folgen; allgemeine Momentfolgen; Konvergenzfall

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 927**

[Notizen] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Greifswald], [nach dem 1.6.1920]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Das Ms. ist undatiert, es befindet sich auf der Rückseite einer Einladung vom 1.6.1920.

Inhalt: 7 Nummern (meist durchgestrichene) Stichpunkte, z.T. Formulierung offener Fragen zu den Gebieten Limitierungstheorie und Momentenproblem im Konvergenzfall.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Momentenproblem

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 928**

Zu Summationsmethoden [und Momentfolgen] I : Studie / Felix Hausdorff. –  
Hs. Ms. – [Greifswald], 1.12.1920. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911.

Inhalt: Hausdorff gibt einen neuen Beweis von Satz III, S.98 der Arbeit [27],I.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem;  
total monotone Folgen

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 929**

[Bemerkungen und Ergänzungen zu: Summationsmethoden und Momentfolgen  
I,II] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 26.11.1920. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911.

Inhalt: Z.T.kritische, z.T. ergänzende Bemerkungen zu den Manuskripten der  
Arbeiten [27],I und II, die am 11.2.1920 bzw. am 8.9.1920 bei der Math.Z.  
eingingen (die Manuskripte sind im Nachlaß nicht vorhanden).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem;  
Summierungsverfahren; C-Matrizen; total monotone Folgen; allgemeine  
Momentfolgen; Divergenzfall

**NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 930**

Fakultätenreihen und Cesàrosche Summation : Studie / Felix Hausdorff. – Hs.  
Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1920-1924]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Das Ms. ist undatiert. Nach der Überschrift die Be-  
merkung „(Vgl. Nörlund...)“; das bezieht sich vermutl.auf N.E.Nörlund „Sur  
les séries de facultés et les méthodes de sommation de Cesàro et de M.Borel“,  
Comptes Rendus 158 (1914), S.1325-1327.

Inhalt: Die Fakultätenreihe  $\Omega(x) = \sum \frac{n!}{x(x+1)\dots(x+n)}$  wird in eine Fakultätenreihe  
mit dem Argument  $x + \alpha$  umgeformt. Ferner wird  $\Omega'(x)$  berechnet.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Fakultätenreihen; Cesàro-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 931

Zu Summationsmethoden und Momentfolgen II, §8 : Studie / Felix Hausdorff.  
Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1920 o.später]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Als Ergänzung zu §8 von [27],II, betrachtet Hausdorff den Extremfall  $t_0 = 0, t_1 = t_2 = \dots$  und behandelt für diesen zwei Beispiele für  $\mu(t)$ , nämlich  $\frac{1}{t+1}$  und  $e^{-\gamma t}, \gamma > 0$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem;  
allgemeine Momentfolgen; Divergenzfall

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 932

Summationsmethoden und Momentfolgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. –  
[Greifswald], [vor Sept.1920]. – 16 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911. Das Ms. ist undatiert. Es ist bogenweise numeriert: I-IV, entspr. Bll.1-16.

Inhalt: Entwurf des Ms. für die ersten 7 Paragraphen der Arbeit [27],II, mit später zugefügter Paragrapheneinteilung und einigen Randbemerkungen (Eingangsdatum der Arbeit bei Math.Z.: 8.9.1920).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem;  
Summierungsverfahren; total monotone Folgen; total monotone Funktionen;  
allgemeine Momentfolgen; C-Matrizen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 933

Fall, dass die  $t_p$  nicht paarweise verschieden sind : Studie / Felix Hausdorff. –  
Hs. Ms. – Sassnitz, 4.9.1920. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911.

Inhalt: Entwurf für den §8 von [27],II.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem;  
Summierungsverfahren; total monotone Folgen; total monotone Funktionen;  
allgemeine Momentfolgen; C-Matrizen; Hermitesche Interpolationsformel

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 934

Zu Summationsmethoden und Momentfolgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs.  
Ms. – [Bonn], 18.1.1924. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911.

Inhalt: Hausdorff beweist einen verallgemeinerten Äquivalenzsatz für  
Cesàromatrizen  $C_\alpha$ : Für  $\alpha, \beta, \gamma, \delta > 0, \beta - \alpha = \delta - \gamma$  gilt  $\frac{C_{\beta-1}}{C_{\alpha-1}} \approx \frac{C_{\delta-1}}{C_{\gamma-1}}$ .

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren;  
Äquivalenzsatz von Knopp-Schnee

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 935

[Darstellung positiver Polynome] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 7.11.1920. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 911.

Inhalt: Bll.1-3: Es wird gezeigt, daß es eine Folge von Polynomen  $\Phi_n(x) \geq 0$  in  $[0, 1]$  derart gibt, daß sich jedes positive Polynom als Linearkombination endlich vieler  $\Phi_i$  mit positiven Koeffizienten darstellen läßt. Man kommt auf verschiedenen Wegen zu einem solchen System  $\Phi_i$  (Verweis auf I.Schur, Math.Z. 1 (1918), S.377-402, Lukacs, Math.Z. 2 (1918), S.295-305). Bll.3v-4: Ein nichtnegatives trigonometrisches Polynom  $n$ -ten Grades läßt sich als Produkt positiver trigonometrischer Polynome 1.Grades darstellen. Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Lösbarkeit des trigonometrischen Momentenproblems (mit Verweis auf C.Caratheodory, Ber.der Berliner Akad. 1920, S.559-573); insbesondere Formulierung linearer hinreichender Bedingungen, die analog zur Forderung der totalen Monotonie beim gewöhnlichen Momentenproblem in  $[0, 1]$  sind.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Momentenproblem; positive Polynome; Interpolation; trigonometrische Polynome; trigonometrisches Momentenproblem

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 936

Perron-Stieltjes-Integrale : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1921]. – 47 Bll.

Die undatierten Faszikeln 936-940 sind zu einer Sammlung „Wahrscheinlichkeitsrechnung. Perron-Stieltjes-Integrale“ zusammengefaßt. Es handelt sich um ausführliche Ausarbeitungen, die z.T. den Charakter von Vorlesungsmanuskripten haben. Einiges könnte im Zusammenhang mit Hausdorffs Vorlesungstätigkeit der Jahre 1922-23 (Faszikeln 43 und 64) stehen. G.Bergmann gibt die Datierung „20-er Jahre“.

Inhalt: Die ersten drei Bögen, welche mit 1-3 numeriert sind (Bll.1-12), stellen eine Vorversion von Teilen der ausführlichen Darstellung ab Bl.13 dar; zusätzlich einige Bemerkungen über Perronsche Doppelintegrale. Bll.13- 47: Hausdorff geht von folgender Fragestellung aus: Gegeben sei eine monotone linksstetige Funktion  $\varphi(x)$  mit  $\varphi(-\infty) = 0$ ,  $\varphi(\infty) = \mu$ . Gibt es dann eine die Intervalle enthaltende  $\sigma$ -Algebra von Teilmengen des  $R^1$  und auf dieser eine Mengenfunktion  $\Phi(A)$  derart, daß  $\varphi(x) = \Phi(-\infty, x)$  ist? „Wir werden sehen, daß diese Frage zu bejahen ist.“(Bl.1). Man braucht für die Konstruktion des Maßraums Stieltjes-Integrale, die man im Riemannschen, im Lebesgueschen und im Perronschen Sinne auffassen kann. „Wir versuchen es auf die Perronsche Art.“(Bl.2). Inhalt im Einzelnen: Bll.14-30 unter der Überschrift „Stieltjes-Perron-Integrale“: im Kleinen

monotone Funktionen; absolute Variation, Funktionen beschränkter Schwankung; Funktionen beschränkter Schwankung als Differenz monotoner Funktionen; Ober- und Unterfunktionen von  $f$  bezgl.  $\varphi$ , die Operation der Verschmelzung; oberes und unteres Stieltjes-Perron-Integral; Integrabilität von  $f$  bezgl.  $\varphi$ ; finite Funktionen; Sätze über integrierbare Funktionen; Konvergenzsätze für Integrale über monotone Folgen; der Fall unendlicher Integrationsgrenzen. Bll.30-35 unter der Überschrift „Die messbaren Mengen“: charakteristische Funktion einer Menge; äußeres und inneres Maß, Maß; meßbare Mengen; die meßbaren Mengen bilden eine  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{M}$  („abgeschlossenes System“ bei Hausdorff), die Intervalle sind darin enthalten; die Borelmengen als Unter algebra von  $\mathcal{M}$ . Bll.36-39 unter der Überschrift „Messbare Funktionen“: Begriff der meßbaren Funktion; Sätze über meßbare Funktionen; Bairesche Funktionen; Skalenfunktionen (Treppenfunktionen); meßbare Funktionen als gleichmäßiger Limes von Skalenfunktionen. Bll.40-47 unter der Überschrift „Integrabilität und Messbarkeit“: Äquivalenz von Perron-Stieltjes-Integrierbarkeit in jedem Intervall und Meßbarkeit für Funktionen  $f$ , für die  $|f|$  finit ist; benachbarte Funktionen; Zurückführung der Integrabilität einer meßbaren Funktion auf die Existenz einer benachbarten meßbaren und integrierbaren Skalenfunktion; Kriterium für die Integrabilität meßbarer Skalenfunktionen;  $\int_X f d\varphi = \Psi(X)$  ist  $\sigma$ -additive Mengenfunktion auf  $\mathcal{M}$ ; Nullmengen, Nullfunktionen.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; reelle Funktionen; Perron-Stieltjes-Integral; Wahrscheinlichkeitstheorie; Maßraum einer Verteilung;  $\sigma$ -Algebren; meßbare Mengen; meßbare Funktionen; Skalenfunktionen; Borelmengen; Bairesche Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 937

Das Problem der Bestimmtheit : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [nach 1920]. – 37 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 936. Bll.25-37 haben in einer Paragraphennumerierung die Nummer 7, sind also aus einem anderen Ms. hier eingelegt. Der Beginn bezieht sich auf Lösungen des Momentenproblems, die in dem Ms. nicht gegeben werden. Die Satznumerierung beginnt mit V. Vgl. auch Fasz. 870.

Inhalt: Bll.1-24: Definition der Begriffe „Bestimmtheitsstelle“ und „Unbestimmtheitsstelle“ für eine Lösung des Momentenproblems; die zu einer Momentfolge gehörigen zu  $x, \dots, x^n$  orthogonalen Polynome  $g_n(x)$ , ( $g_n(0) = 1$ );  $\delta_n = M g_n(x)^2$ ,  $\delta = \lim \delta_n$ . Es werden folgende Sätze bewiesen: (1) Es gibt eine Lösung des Momentenproblems, die an der Stelle 0 den Sprung  $\delta$  macht. (2) Die Stelle 0 ist Bestimmtheitsstelle oder Unbestimmtheitsstelle, je nachdem  $\delta = 0$  oder  $\delta > 0$ . (3) Das Momentenproblem ist dann und nur dann bestimmt, wenn es höchstens abzählbar viele Unbestimmtheitsstellen gibt. (4) Wenn es auch nur eine Bestimmtheitsstelle gibt, so ist das Momentenproblem bestimmt. Hausdorff führt folgende Sprechweise ein: Wenn für eine stetige Funktion  $f(x)$  das Integral  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) d\psi(x)$  für alle Lösungen  $\psi$  des Momentenproblems einen und denselben

(nur von  $f$  und der gegebenen Momentfolge abhängenden) Wert hat, so wird dieser Wert mit  $Mf(x)$  bezeichnet und man sagt,  $Mf(x)$  ist bekannt. Z.B. sind für  $\delta = 0$  bekannt:  $M \frac{1}{(x^2+\alpha)^k}, M \frac{x}{(x^2+\alpha)^k}$  für  $\alpha > 0, k = 1, 2, \dots$ , ferner  $Mf$  für stetiges  $f$  mit  $f(\infty) = f(-\infty)$ . Sind  $f_n$  die zur Momentfolge gehörigen Orthogonalpolynome (vgl. Fasz. 870) und  $b_n = (Mf_n(x)^2)^{-1}$ . Das Momentenproblem ist bestimmt, wenn  $\sum_0^\infty b_n(f_n(0))^2$  divergiert. Es folgen drei Beispiele bestimmter Momentenprobleme und ein Beispiel von Stieltjes für ein unbestimmtes Problem. Schließlich wird die Bestimmtheit des Momentenproblems für die Poissonverteilung untersucht. Bll.25-37 unter der Überschrift „§7. Convergence von Vertheilungsfolgen“: Es werden folgende Sätze bewiesen: (1)  $\psi(x)$  sei eine Verteilung mit unendlich vielen Wachstumsstellen,  $\xi$  eine Bestimmtheitsstelle,  $\psi_n$  eine Folge von Verteilungen, deren Momente  $M_n x^k = \int_{-\infty}^\infty x^k d\psi_n$  gegen die Momente  $\mu_k = M x^k = \int_{-\infty}^\infty x^k d\psi(x)$  konvergieren. Dann konvergiert  $\psi_n(\xi)$  gegen  $\psi(\xi)$ . (2)  $\psi(x)$  sei eine stetige Verteilung mit bestimmtem Momentenproblem,  $\psi_n(x)$  eine Folge von Verteilungen, deren Momente nach denen von  $\psi(x)$  konvergieren. Dann konvergiert  $\psi_n(x)$  nach  $\psi(x)$ , und zwar für alle  $x$  gleichmäßig. (3)  $\psi_n(x)$  sei eine Folge von Verteilungen mit  $\psi_n(\infty) = 1$ , deren logarithmische Momente  $\lambda_k^n$  sämtlich nach 0 konvergieren bis auf  $\lambda_2^n \rightarrow \frac{1}{2h^2}$ . Dann konvergiert  $\psi_n(x)$  gleichmäßig nach  $\psi(x) = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-h^2 t^2} dt$ . Es folgen Betrachtungen über unabhängige Zufallsgrößen und deren Summen und der Beweis des zentralen Grenzwertsatzes mit der Momentenmethode. Als Beispiele die Grenzwertsätze von Poisson und Bernoulli, schließlich die Umkehrung des Bernoullischen Satzes aufgrund der Bayesschen Regel. Schließlich wird ein Beispiel einer Summe unabhängiger Zufallsgrößen betrachtet, deren Grenzverteilung nicht die Normalverteilung, sondern  $\psi(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^x \frac{dt}{\cosh t}$  ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Wahrscheinlichkeitstheorie;  
Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems; Unbestimmtheit des Momentenproblems; orthogonale Polynome; Konvergenz von Verteilungen; Momentenmethode; Summen unabhängiger Zufallsgrößen; Zentraler Grenzwertsatz; Satz von Poisson; Satz von Bernoulli

### NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 938

Momente elementarer Vertheilungen : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1921]. – 16 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 936. Vorliegendes Ms. ist §2 eines umfangreicheren Ms.; die Bogennumerierung 6-9 ist durchgestrichen.

Inhalt: Verteilung und Momente einer diskreten Zufallsgröße mit  $m$  möglichen Werten; Moment  $Mf$  einer Funktion  $f(x)$  als Erwartungswert von  $f(X)$ ; Momentenproblem für eine solche Verteilung; quadratische Formen; definite und semidefinite Formen; notwendige und hinreichende Bedingung für positive Definitheit. Nach einer Reihe vorbereitender Sätze wird folgender Hauptsatz bewiesen: Die quadratischen Formen  $\sum_{i,k=0}^n \mu_{i+k} u_i u_k$  seien für  $n < m$  positiv definit, für  $n \geq m$  positiv semidefinit. Dann gibt es eine und nur eine Verteilung mit

$m$  möglichen Werten, die die Momente  $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots$  besitzt. Es folgen Beispiele und Bemerkungen über die logarithmischen Momente (Semiinvarianten).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Wahrscheinlichkeitstheorie; Momentenproblem; diskrete Verteilungen; quadratische Formen; orthogonale Polynome; Semiinvarianten

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 939**

Variablenpaare : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1921]. – 11 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 936. Vorliegendes Ms. sind die Bögen 10-12 eines umfangreicheren Ms.

Inhalt: diskrete Zufallsvektoren; Momente diskreter Zufallsvektoren; Unabhängigkeit; Additivität der Semiinvarianten bei Unabhängigkeit; schwaches Gesetz der großen Zahl für Folgen voneinander unabhängiger Zufallsgrößen; schwache Gesetze von Poisson und Bernoulli; Semiinvarianten von Zufallsvektoren; Korrelationskoeffizienten.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; diskrete Zufallsvektoren; Unabhängigkeit von Zufallsvariablen; Gesetze der großen Zahl; Semiinvarianten; Korrelationskoeffizienten; Satz von Bernoulli; Satz von Poisson

#### **NL Hausdorff: Kapsel 45: Fasz. 940**

Verteilung einer reellen Variablen : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1921]. – 27 Bl

Vgl. Bem. bei Fasz. 936. Es wird auf frühere Paragraphen verwiesen; das Ms. gehörte also zu einer größeren Ausarbeitung.

Inhalt: Verteilungsfunktion einer reellen Zufallsgröße; Eigenschaften der Verteilungsfunktion; Zerlegung einer Verteilung in eine stetige Funktion und eine reine Sprungfunktion; diskrete und stetige Verteilungen; Verteilungen mit Dichte; Forderung der Annahme des arithmetischen Mittels an den Sprungstellen der Verteilung; Stieltjesintegrale und ihre Eigenschaften, Momente einer Verteilung; Beispiel Normalverteilung; Semiinvarianten, Semiinvarianten der Normalverteilung; das Momentenproblem; notwendige und hinreichende Bedingungen für die Lösbarkeit des Momentenproblems durch Belegungen mit unendlich vielen Wachstumsstellen, Hellyscher Auswahlssatz und Folgerungen.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; Zufallsvariable; Verteilungen; Momentenproblem; Bestimmtheit des Momentenproblems; quadratische Formen; Hellyscher Auswahlssatz; Semiinvarianten

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 941**

[Stichpunkte] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1926-1935]. – 1 Bl.

Die Faszikeln 941-968 sind in einer Mappe „Die Clifford-Lipschitzschen Zahlensysteme und Automorphismen quadratischer Formen“ zusammengefaßt, die G.Bergmann in den Zeitraum 1926-1935 datiert.

Inhalt: Stichpunktartige Gliederung zum Thema Algebren (einige der Gliederungspunkte sind durchgestrichen).

SW: Algebra; Algebren

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 942**

Matrizen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926- 1935]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: die  $n$ -reihigen quadratischen Matrizen über den komplexen Zahlen als hyperkomplexes System  $M_n$  mit  $n^2$  Einheiten; jedes hyperkomplexe System über  $\mathbb{C}$  mit  $n$  Einheiten ist in  $M_n$  enthalten; Determinante einer Matrix, Nullteiler in  $M_n$ ; die Ranggleichung; charakteristische Gleichung; charakteristische Wurzeln; Spur einer Matrix; Satz von Frobenius über die charakteristischen Wurzeln eines Polynoms, dessen Variable paarweise vertauschbare Matrizen sind.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Matrizenalgebren; Ranggleichung; charakteristische Gleichung; charakteristische Wurzeln; Satz von Frobenius

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 943**

Die Clifford-Lipschitzschen Zahlensysteme : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.10.u.20.11.1926. – 25 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. trägt die Bogennummern 2-8, entspr. Bll.1-25.

Inhalt: Bll.1-4 unter der Überschrift „Die Clifford-Lipschitzschen Zahlensysteme“: Einführung eines Lipschitzschen Zahlensystems (einer Lipschitz-Algebra)  $L_n$  wie in Hausdorffs Arbeit [33]; gerade Zahlen; Vektoren; Orthogonalität; das System der zu  $x \neq 0$  orthogonalen Zahlen; Transformatoren; Transformatoren als Produkte von Vektoren; Darstellung orthogonaler Substitutionen durch Transformatoren. Bll.5-8 unter der Überschrift „Die Lipschitzschen Systeme“: orthogonale Transformationen im  $R^n$ , ihre Zusammensetzung aus Spiegelungen, ihre Darstellung durch Transformatoren; Anzahl der unabhängigen Parameter eines Transformators; die linearen Beziehungen zwischen den Koordinaten eines geraden Transformators im Fall  $\alpha \neq 0$ ; die Schwierigkeit des allgemeinen Falls. Bll.9-16 unter der Überschrift „Andere Formen der Lipschitzschen Darstellung“: Zusammenhang zu den Automorphismen quadratischer Formen; Darstellung der  $P \in L_n$  für ungerades  $n$  durch zwei gerade Komponenten (vgl. §3 der



o.g.Arbeit); der Fall  $n = 5$ . Bll.17- 22 unter der Überschrift „Nablafunktion“: Umfangreiche Rechnungen zur Darstellung der Nablafunktion im Fall  $n = 5$ ; Studysche Darstellung der Automorphismen; Beweis der Multiplikativität der Nablafunktion. Bll.23-25 unter der Überschrift „Produktdarstellung der Lipschitzschen Systeme“: Produktzerlegung von  $L_n$  für gerades und ungerades  $n$  mit Verweis auf E.Cartan „Nombres complexes“, Encykl.franc.15 (1908), Nr.36, S.464).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; lineare Algebra; Vektoren; Transformatoren; Zerlegung von Algebren; Nablafunktion; quadratische Formen; orthogonale Transformationen; Automorphismen quadratischer Formen

#### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 944

Automorphismen einer quadratischen Form von  $n + 1$  Variablen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.12.1926, 1.u.8.1.1927. – 11 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 26.12.1926 mit einem Zusatz vom 8.1.1927): Verschiedene Darstellungen der Automorphismen quadratischer Formen durch Transformatoren aus Lipschitz-Algebren. Bll.3-7 (vom 1.1.1927) u.8-11 (undatiert): Automorphismen der senären quadratischen Formen der Signatur (3,3).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Transformatoren; Automorphismen quadratischer Formen

#### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 945

„Vektoren“: Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926-1927]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: In einem hyperkomplexen System  $S$  gebe es  $p$  linear unabhängige Zahlen  $f_i$ , denen  $p$  ebenfalls linear unabhängige Zahlen  $\bar{f}_i$  so zugeordnet sind, daß  $f_i \bar{f}_k + f_k \bar{f}_i = 2\sigma_{ik} = 2\sigma_{ki}$  skalar ist. Dann ist mit  $x = \sum \xi_i f_i$ ,  $\bar{x} = \sum \xi_i \bar{f}_i$   $x\bar{x} = \bar{x}x = \sum \sigma_{ik} \xi_i \xi_k$  eine quadratische Form in den  $\xi_i$ . Zur Darstellung der Automorphismen dieser Form wird aus  $S$  ein System  $T = (S, S)$  vermöge der Multiplikationsregel  $AB = (a_1, a_2)(b_1, b_2) = (a_1 b_1, a_2 b_2)$  komponiert. Mit den „Vektoren“  $X = (x, \bar{x})$ ,  $X' = (\bar{x}, x)$  hat man jetzt für die eigentlichen und uneigentlichen Automorphismen je eine Gleichung, während man in  $S$  je zwei hatte. Es wird dann der umgekehrte Weg beschrieben: ausgehend von einem reell reduzierbaren System  $T$  wird zu einem System  $S$  übergegangen; jede Zahl  $P \in T$  hat die Form  $P = p_1 \frac{1+j}{2} + p_2 \frac{1-j}{2}$  mit  $p_1, p_2 \in S$  (vgl. §3 in [33]).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Produkte von Algebren; Vektoren; Vektorkomponenten; Transformatoren; Automorphismen quadratischer Formen

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 946**

Die Nablafunktion : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.1.1927. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941.

Inhalt: Für den Fall, daß die Lipschitzalgebra  $L_{n-1}$  ( $n \equiv 1 \pmod{4}$ ) (vgl. Fasz. 943) eine Matrizenalgebra  $M_p$  ist ( $p = 2^{\frac{n-1}{2}}$ ), gilt für die Determinante einer Transformator-Komponente  $A$ :  $|A| = \varphi(A)^{\frac{p}{4}}$ . Dabei ist  $\varphi(A)$  eine biquadratische Funktion, die Nablafunktion. Für  $n = 5$  ( $p = 4$ ) ist  $|A| = \varphi(A)$ . Ferner haben alle  $(p-1)$ -reihigen Unterdeterminanten von  $A$  den Faktor  $\varphi(A)^{\frac{p-4}{4}}$  vom Grade  $p-4$  gemeinsam.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Matrizenalgebren; Nablafunktion

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 947**

Spuren oder Skalarteile : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1927]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: In einem hyperkomplexen System  $\Sigma_n$  sei jeder Zahl  $x = \sum \xi_i e_i$  eine skalare lineare Funktion  $\sigma(x) = \sum \sigma_i \xi_i$  zugeordnet mit  $\sigma(e) = 1$  und  $\sigma(xy) = \sigma(yx)$ . Man kann dies als Verallgemeinerung der Spurbildung bei Matrizen ansehen. Im allgemeinen ist  $\sigma$  nicht eindeutig durch diese Bedingungen definiert. Es werden die verschiedenen Systeme mit 4 Einheiten diesbezüglich diskutiert: nur für die Quaternionen und für die Matrixalgebra  $M_2$  ist  $\sigma$  eindeutig bestimmt. Es folgt eine Bemerkung zum allgemeinen Fall und ein anderer Zugang zur Definition von  $\sigma(x)$ .

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Matrizenalgebren; Quaternionen; Skalarteile; Spuren; Ranggleichung

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 948**

Transformationen von  $L_n$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1927]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: In der Lipschitzalgebra  $L_n$  seien  $i_1, \dots, i_n$  die Grundeinheiten. Man denkt sich  $n$  Zahlen  $k_\lambda = \varphi_\lambda(i_1, i_2, \dots, i_n)$  so ermittelt, daß  $k_\lambda k_\mu = -k_\mu k_\lambda$ ,  $k_\lambda^2 = \tau_\lambda = \pm 1$ , und zwar so, daß das System mit den Grundeinheiten  $k_\lambda$  mit  $L_n$  identisch ist. Die Charakteristik  $h = 1 - \sum_1^n \sigma_\lambda$  geht dann in  $h^* = 1 - \sum_1^n \tau_\lambda$  über. Es werden folgende Beispiele betrachtet: (1) lineare homogene Transformationen  $k_\mu = \sum_\lambda \pi_{\lambda\mu} i_\lambda$ ; dabei ist die Charakteristik invariant. (2) für gerades  $n$ :  $k_1 = i_1, \dots, k_{n-1} = i_{n-1}, k_n = i_1 i_2 \dots i_n$ ;  $h^* - h$  ist hier 0 oder  $\pm 2$ . (3) für gerades  $n$ : Mit  $j = i_1 \dots i_n$  wird  $k_\lambda = j i_\lambda$  gesetzt;  $h^* - h = 2(1 - h) \equiv 0 \pmod{8}$ .

(4) für ungerades  $n$ : Mit  $j$  wie in (3) wird  $k_\lambda = ji_\lambda$  ( $\lambda = 1, \dots, n-1$ ) und  $k_n = i_n$  gesetzt.  $h^* - h = 2(2-h) \equiv 0 \pmod{8}$ .

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Transformation von Lipschitzalgebren; Charakteristik

#### **NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 949**

[Alternierende Matrizen im System  $M_8$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1927]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Hausdorff gibt in  $M_8$  vier Matrizen  $i_1, \dots, i_4$  an mit  $i_\lambda^2 = -1$  und  $i_\lambda i_\mu = -i_\mu i_\lambda$  ( $\lambda \neq \mu$ ). Ein Versuch, hierzu vier weitere untereinander alternierende mit  $i_\lambda$  vertauschbare Matrizen  $j_\lambda$  zu finden, gelingt nicht (dann könnte man die Automorphismen einer Form mit 8 Variablen in  $M_8$  darstellen, d.h. mit  $8^2 = 64$  Parametern gegenüber der Darstellung von Lipschitz in  $L_7$  mit  $2^7 = 128$  Parametern.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Matrizenalgebren;  
Lipschitzalgebren; Automorphismen quadratischer Formen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 950**

Notizen zu Lipsch[itzen] Syst[emen] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1927]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Unter 10 Punkten Notizen zu Themen aus der Theorie der Lipschitzalgebren, u.a. zu Transformationen von  $L_n$  (vgl. Fasz. 948), zur Nablafunktion, zum Produkt von Lipschitzalgebren, zu Matrizenalgebren.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Matrizenalgebren;  
Lipschitzalgebren; Transformation von Lipschitzalgebren; Produkte von Algebren; Nablafunktion

#### **NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 951**

Die höheren Nablafunktionen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1927]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert. Nach der Überschrift verweist Hausdorff auf E.Study „Zur Theorie der linearen Gleichungen“, Acta math. 42 (1918), S.1-61.

Inhalt: Kurze Angabe der wesentlichen Ideen des Abschnitts 5 (S:39-47) von Studys o.g.Arbeit.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Ranggleichung; Nablafunktion

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 952**

[Isomorphien im Matrixensystem  $M_n$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 10.1.1927. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Unter dem Datum die Bemerkung „(verbessert 4.2.)“.

Inhalt: Siehe die verbesserte Version vom 4.2. (Fasz. 955, Bll.1-2).

SW: Algebra; Algebren; Matrizenalgebren; Isomorphien von Algebren

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 953**

Das Vorzeichen der Nablafunktion bei reellen Automorphismen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.1.1927. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Bl.2 liegt in zwei Versionen vor.

Inhalt: Es geht darum, in einer Lipschitzalgebra mit Charakteristik 0 solche  $A$  zu finden, die reelle Komponenten von komplexen Transformatoren, aber nicht von reellen Transformatoren sind. Für solche  $A$  ist die Nablafunktion eine negativ definite Form.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Charakteristik; Nablafunktion; Automorphismen quadratischer Formen

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 954**

[Bedingungen, daß eine reguläre Zahl ein Transformator ist] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 1.2.1927. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist bogenweise numeriert: a-b, entspr. Bll.1-5. Es beginnt mit dem Satz „Umformung von II“. Das bezieht sich auf Satz II in Hausdorffs Arbeit [33].

Inhalt: Es werden zunächst hinreichende und notwendige Bedingungen dafür formuliert, daß eine reguläre Zahl  $P \in L_n$  ein Transformator ist. Im Fall  $n \equiv 1 \pmod{4}$  wird  $P$  in Komponenten gespalten  $P = (A, B)$  und es werden hinreichende und notwendige Bedingungen formuliert, daß  $P$  (bei  $A, B$  regulär) ein Transformator ist. Dann wird die Frage diskutiert, ob man die Ergänzungskomponente  $B$  finden kann, wenn  $A$  den Bedingungen genügt.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Transformatoren; Produkte von Algebren

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 955**

[Isomorphien in  $M_n$  und  $L_n$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.2. u.3.12.1927. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Es handelt sich um eine verbesserte Version von Fasz. 952. Vgl. auch Fasz. 957. Auf Bl.2 ein kurzer Zusatz vom 3.12.1927.

Inhalt: Bll.1-2: Die Algebra  $M_n$  der  $n$ -reihigen Matrizen sei isomorph auf eine Teilalgebra bezogen, d.h. jeder Matrix  $x$  entspreche eindeutig eine Matrix  $x'$  mit

$(x + y)' = x' + y'$ ,  $(xy)' = x'y'$  und  $(\lambda x)' = \lambda x'$  ( $\lambda$  skalar). Dann ist entweder  $x' = 0$  für alle  $x$  oder  $x' = a^{-1}xa$  mit einer festen regulären Matrix  $a$ . Bll.3-4: Die Lipschitzalgebra  $L_n$  ( $n$  ungerade) sei reell reduzibel, für ihre Elemente gelte die Komponentenerlegung  $X = (U, V)$ . Eine Isomorphie  $X' = F(X) = (U', V')$  führt auf die Isomorphismen  $U' = \Phi(U)$ ,  $V' = \Psi(V)$ . Mit regulären geraden Zahlen  $A, B, C, D$  hat man  $F((U, 0)) = (\alpha A^{-1}UA, \beta B^{-1}UB)$ ,  $F((0, V)) = (\gamma C^{-1}VC, \delta D^{-1}VD)$  und  $F(X) = F((U, 0)) + F((0, V))$ . Dabei ist  $\alpha, \beta, \gamma, \delta = 0$  oder 1 und  $\alpha\gamma = 0$ ,  $\beta\delta = 0$ . Es werden nun die 9 Möglichkeiten für die Wahl von  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  diskutiert.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Matrizenalgebren; Lipschitzalgebren; Zerlegung von Algebren; Isomorphismen von Algebren

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 956

[Sätze über Lipschitzalgebren] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 3.-13.12.1927. – 11 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941.

Inhalt: Bl.1 (vom 3.12.1927):  $L_n$  ist für gerade  $n$  isomorph  $M_r$  mit  $r = 2^{\frac{n}{2}}$ . Dabei kann man die Isomorphie so einrichten, daß von den Grundeinheiten  $i_1, \dots, i_n$  die Hälfte symmetrische, die Hälfte alternierende Matrizen werden. Bll.2-5 (vom 4.u.5.12.1927): Eine Lipschitzalgebra  $L_{2p}$  ist, von der reellen Gestalt abgesehen, Produkt  $M$  von  $p$  Matrizenalgebren  $M_2$ . Die Form der Matrizen in  $M$  wird angegeben. Ist in  $M$  eine Isomorphie gegeben, so wird sie durch Transformation mit einer regulären Matrix  $a$  erzeugt (Fasz. 955). Sind nun die Matrizen von  $M$  und ihre Bilder bei der Isomorphie  $\varphi$  gegeben, so wird  $a$  bestimmt. Bl.5v: Bestimmung der Isomorphismen von  $L_{2p}$  auf direktem Wege ohne den Umweg über  $M$ . Bll.6-7 (vom 8.12.1927): Für die Einheiten einer Lipschitzalgebra  $L_n$  mit  $n$  Grundeinheiten  $i_1, \dots, i_n$  werden einige Aussagen bewiesen, die einfache neue Beweise der Hilfssätze A-D aus der Arbeit [33] liefern. Bl.8 (vom 8.12.1927): Der Satz über die Isomorphismen von  $L_{2p}$  wird an  $L_2$  erläutert. Bl.9 (vom 12.12.1927): Bemerkungen über „separierte“ Zahlen in  $L_n$ ,  $n$  ungerade. Bll.10-11 (vom 13.12.1927): Darstellung der Automorphismen einer Form in  $n + 1$  Variablen durch Transformation von „Quasivektoren“ in  $L_{n-1}$  ( $n$  ungerade). Hausdorff bemerkt dazu: „Diese Art der Behandlung ist wohl komplizierter als die bisher von mir bevorzugte (mittels  $L_n$  und der Komponenten). (Vgl. Ms. 26/12 26 u. 8/1 27)“ (gemeint ist Fasz. 944).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Matrizenalgebren; Produkte von Algebren; Einheiten einer Lipschitzalgebra; Isomorphismen von Algebren; Automorphismen quadratischer Formen

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 957

[Isomorphismen im Matrixensystem  $M_n$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 28.11.1928. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Unter dem Datum steht „(vgl.4.2.27)“; gemeint ist Fasz. 955.

Inhalt: Kurzer Beweis des in Fasz. 955, Bll.1-2, bewiesenen Satzes.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Matrizenalgebren; Isomorphismen von Algebren

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 958**

[Über Automorphismen quadratischer Formen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 23.2.1929. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941.

Inhalt: Im Anschluß an S.118 der Arbeit [33] werden die verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten für die Automorphismen einer quadratischen Form  $\sum \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$ , getrennt nach eigentlichen und uneigentlichen Automorphismen und den Fällen  $n$  gerade,  $n$  ungerade angegeben.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; reine Vektoren; Transformatoren; Automorphismen quadratischer Formen

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 959**

[Lipschitzalgebren  $L_{4m-1}$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 29.9.1931. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941.

Inhalt: Hausdorff stellt eingangs fest: „Man kann den Fall  $L_{4m-1}$  als Ausschnitt des Falles  $L_{4m+1}$  behandeln.“ Sei  $n = 4m + 1$ . Ein eigentlicher Automorphismus der Form  $\xi^2 - \sum_1^n \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$  liefert, wenn  $\eta, \eta_1, \dots, \eta_{n-2}$  nur von  $\xi, \xi_1, \dots, \xi_{n-2}$  abhängen und  $\eta_{n-1} = \xi_{n-1}, \eta_n = \xi_n$  ist, einen eigentlichen Automorphismus in  $n - 1$  Variablen. Damit  $y = \overline{P}^{-1} x P$  diese spezielle Form hat, ist notwendig und hinreichend, daß  $P$  die Grundeinheiten  $i_{n-1}, i_n$  nicht enthält. Die Komponentenerlegung  $P = (A, B)$  ist dann eindeutig bestimmt; für das Problem der Reduzierung der Parameterzahl erreicht man jedoch so nichts.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Automorphismen quadratischer Formen

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 960**

[Produkt von Lipschitzalgebren] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926-1935]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Ist  $n$  gerade, so gilt  $L_n L_p = L_{n+p}$ . Es werden dann Produkte von Quaternionensystemen  $Q$  betrachtet; die  $n$ -reihigen Matrizen sind stets als Polynome von zwei solchen darstellbar.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Produkte von Algebren; Quaternionen; Matrizenalgebren

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 961

Vektoren im System  $M_4$  der vierreihigen Matrizen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926-1935]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: In  $M_4$  werden zwei lineare Matrizenscharen  $x = \sum_{i=1}^p \xi_i f_i, \bar{x} = \sum_{i=1}^p \xi_i \bar{f}_i$  ( $f_i, \bar{f}_i \in M_4$ ) gesucht derart, daß  $x\bar{x} = \bar{x}x = \sum_{i,k=1}^p \sigma_{ik} \xi_i \xi_k$  eine nichtsinguläre quadratische Form ist. Das geht für  $p = 6$ , und zwar auf verschiedene Weisen. Es wird dann untersucht, welche Vektoren den so gefundenen Matrizen beim Übergang von  $M_4$  zur Lipschitzalgebra  $L_4$  entsprechen.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Matrizenalgebren; Isomorphismen von Algebren; Vektoren

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 962

[Notizen] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926-1927]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Es werden die Hilfssätze A-D (S.116-117) aus Hausdorffs Arbeit [33] mit Beweisskizze notiert. Auf der Rückseite Rechnungen ohne Text.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 963

Automorphismen der Form  $\sum \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$  : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926/27]. – 20 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Es handelt sich vermutl. um Ausarbeitungen im Zusammenhang mit der Behandlung des Automorphieproblems für quadratische Formen in §6 „Die Lipschitzschen Zahlensysteme“ von Hausdorffs Vorlesung über hyperkomplexe Zahlen (Kapsel 14, Fasz. 46), denn es wird eingangs auf §4 der Vorlesung verwiesen und mit einer Formelnumerierung begonnen, die sich an den ersten Teil des §6 anschließt. Zwischen Bl.10 u.Bl.11 ist eine Lücke.

Inhalt: Bll.1-8 unter der Überschrift „Automorphismen der Form  $\sum \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$ “: Die Lipschitzsche Art der Darstellung von Automorphismen mittels reiner Vektoren (vgl. dazu die Bem. auf S.118 von Hausdorffs Arbeit [33]). Bll.9-20 unter der Überschrift „Automorphismen der Form  $\xi^2 - \sum \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$ “: Hausdorffs eigene Darstellung (vgl. §§2-3 der o.g.Arbeit; s.auch §6 der o.g.Vorlesung).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Automorphismen quadratischer Formen; Matrizenalgebren; Quaternionen; Nablafunktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 964**

Automorphismen von  $\xi^2 - \sum \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926/27]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert. Hausdorff bezieht sich auf die Vorlesung über hyperkomplexe Zahlen (Kapsel 14, Fasz. 46).

Inhalt: Bemerkungen zu den notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, daß eine reguläre Zahl ein Transformator ist.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Automorphismen quadratischer Formen; Transformatoren

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 965**

[Verallgemeinerung der Cayleyschen Oktaven] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.5.1935. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. bezieht sich auf einen Versuch von Schwerdtfeger (s.u.), es endet mit der Bemerkung „(Schw. mitgeteilt 17.5.35)“. Gemeint ist der Bonner Student Hans Schwerdtfeger, der am 16.2.1935 an der Univ.Bonn mit der Arbeit „Beiträge zum Matricen- Kalkül und zur Theorie der Gruppenmatrix“ promovierte.

Inhalt: Hausdorff betrachtet eine nullteilerfreie nicht notwendig assoziative Algebra  $S$  über dem Körper der reellen Zahlen, für die es zu jedem  $x$  eindeutig eine Konjugierte  $\bar{x}$  gibt mit den Eigenschaften  $\overline{\bar{x}} = x$ ;  $\overline{x+y} = \bar{x} + \bar{y}$ ;  $\overline{xy} = \bar{y}\bar{x}$ ;  $x + \bar{x}$  ist skalar, insbesondere ist jedes Element  $x = \bar{x}$  skalar und umgekehrt ist für skalares  $x$ :  $x = \bar{x}$ ;  $N(x) \doteq x\bar{x}$  ist  $\geq 0$ ,  $= 0$  nur für  $x = 0$ . Hausdorff fährt dann fort: „Versuch (Schwerdtfeger), dies auf das System der Zahlenpaare aus  $S$  zu übertragen.“ Die Addition der Zahlenpaare wird wie üblich definiert, die Multiplikation gemäß  $(x_1, x_2)(y_1, y_2) = (x_1y_1 - \bar{y}_2x_2, x_2\bar{y}_1 + y_2x_1)$ .  $(x_1, x_2)$  soll  $(\bar{x}_1, -x_2)$  sein. Die Gesetze für das Konjugiertsein gelten dann. Ist  $S_4$  das System der reellen Quaternionen, so ist  $S_8 = (S_4, S_4)$  das (nullteilerfreie) System der Cayleyschen Oktaven. Hausdorff weist nach, daß  $S_{16} = (S_8, S_8)$  nicht mehr nullteilerfrei ist.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Produkt von Algebren; Quaternionen; Cayleysche Oktaven; nichtassoziative Algebren; Nullteiler

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 966**

[Automorphismen, die Unterräume invariant lassen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926-1935]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Bll.1-2: Hausdorff betrachtet zunächst Automorphismen der quadratischen Form  $\xi^2 - \sum \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$ , die die Hyperebene  $\xi_n = 0$  invariant lassen und dann allgemein einen eigentlichen Automorphismus dieser Form, der den Unterraum



$\xi = \xi_1 = \dots = \xi_p = 0$  und damit auch den Unterraum  $\xi_{p+1} = \dots = \xi_n = 0$  invariant läßt. Der Automorphismus zerfällt dann in Automorphismen der beiden Formen  $\xi^2 - \sum_1^p \sigma_\lambda \xi_\lambda^2, \sum_{p+1}^n \sigma_\lambda \xi_\lambda^2$ . Es wird gezeigt, daß diese Teilautomorphismen beide eigentlich oder beide uneigentlich sind. Bll.3-4 unter der Überschrift „Komponenten“: Komponentenzerlegung für  $P \in L_n : P = A \frac{1+j}{2} + B \frac{1-j}{2}$  (vgl. §3 der Arbeit [33]) für den Fall  $n = 4m - 1$ .

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Automorphismen quadratischer Formen; Zerlegung von Algebren

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 967

[Wann ist in  $L_n$  eine Zahl  $Z$  der Form  $Z_0 + Z_1 + Z_2$  Produkt zweier Vektoren?] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926- 1935]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert. Es ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-6.

Inhalt: Es wird für die positive Antwort auf obige Frage, also für  $Z = \bar{x}y$  mit  $x, y$  Vektoren, eine notwendige Bedingung angegeben. Diese ist nicht immer hinreichend. In speziellen Fällen werden  $x, y$  so bestimmt, daß  $Z = \bar{x}y$ . Hat  $Z = Z_0 + Z_1 + Z_2$  ein skalares Quadrat, dann sind, wenn  $a$  ein Vektor ist,  $y = aZ + Z^*a, r = -yZ$  Vektoren (zu den Bezeichnungen s.Hausdorffs Arbeit [33]).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Vektoren; Produkte von Vektoren

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 968

[Lipschitzalgebren  $L_{4m-1}$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926-1935]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 941. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Eine gerade reguläre Zahl  $A \in L_{4m-1}$  sei so beschaffen, daß für jeden reinen Vektor  $x$   $\frac{1}{A}xA = Z_1 + jZ_2$  ist (für  $n = 7$  wird noch  $Z_1Z_2 + Z_2Z_1 = 0, Z_2^2$  skalar verlangt, was für  $n \geq 11$  von selbst erfüllt ist). Dann gilt mit  $X = X_1 + jX_2$  (die Indices bezeichnen jeweils die Ordnung der Zahlen) auch  $\frac{1}{A}XA = Z_1 + jZ_2$ . Hausdorff stellt einen Zusammenhang zum Automorphieproblem einer quadratischen Form mit  $\frac{n(n+1)}{2}$  Variablen her. Im weiteren sei  $P = (A, B)$  und für jeden reinen Vektor  $x$  sei  $\frac{1}{A}xA = Z_1 + jZ_2, \frac{1}{B}x = Z_1 - jZ_2$ . Es geht dann um die Bestimmung der Vektorkomponenten  $\mathbf{p} = \frac{1}{B}A, \mathbf{q} = A\frac{1}{B}$  bei gegebenem  $A$ .

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Transformatoren; Vektorkomponenten; Automorphismen quadratischer Formen

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 969

Lipschitzsche Zahlensysteme : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 28.9.1936 u. 2.u.3.7.1939. – 20 Bll.

Die Faszikeln 969-980 sind in einer Mappe „Lipschitzsche Zahlensysteme“ zusammengefaßt, die eine Fortsetzung der Sammlung Fasz. 941-968 ist. Nach dem Datum 28.9.1936 die Bemerkung „Zusammenstellung meiner Ergebnisse von 1927“. Bll.18-20 enthalten einen Nachtrag vom 2.u.3.7.1939.

Inhalt: Bll.1-2: Automorphismen der Matrizenalgebra  $M_r$  (vgl. Fasz. 955, Bll.1-2); Bll.3-5: Folgerung für die Endomorphismen von  $L_n$  in sich ( $n$  gerade) und zweiter, von der Darstellung von  $L_n$  als  $M_r$  mit  $r = 2^{\frac{n}{2}}$  unabhängiger Beweis des Resultats; Bll.6-10: Automorphismen einer reell reduzierbaren Lipschitzalgebra  $L_n$  für  $n$  ungerade (vgl. Fasz. 955, Bll.3-4); Bll.10-18 unter der Überschrift „Transformatoren und ihre Komponenten“ enthält den später angebrachten Vermerk „Das Weitere erheblich vereinfacht 5/7 39“, s.dazu also Fasz. 971. Im Nachtrag (Bll.18-20) wird gezeigt, daß eine der notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, daß eine gerade reguläre Zahl  $A$  Komponente eines Transformators  $P$  ist, überflüssig ist.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Matrizenalgebren; Automorphismen von Algebren; Endomorphismen von Algebren; Transformatoren

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 970

$L_n$  Lipschitzches System : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.6.-2.7.1939. – 21 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 13.6.1939 mit einem Zusatz vom 20.6.1939): Es wird gezeigt: Damit ein Element  $z \in L_n$  die (bilineare) Form  $z = z_1 + z_2$  hat ( $z_1$  von erster,  $z_2$  von 2.Ordnung), ist notwendig und hinreichend, daß es ein skalares Quadrat hat. Desweiteren wird untersucht, ob zwei Darstellungen von  $z$  in der Form  $\bar{y}x$  mit Vektoren  $x, y$  durch unimodulare Substitutionen zusammenhängen. Bll.5-6 (vom 14.6.1939): Es wird für den Skalarteil  $\alpha$  eines  $A \in L_n$  folgende Darstellung gegeben:  $2^n \alpha = \sum_g \frac{1}{g} Ag + \sum_h \frac{1}{h} \bar{A}h$ , wo  $g$  die geraden Einheiten,  $h$  die ungeraden durchläuft. Bll.7-9 (vom 18.6.1939): Bestimmung der homogenen Bestandteile eines  $A \in L_n$ . Bll.10-21 (bogenweise numeriert: I-IV, vom 30.6. u.2.7. 1939) behandeln folgende Frage: Gibt es Elemente  $z_\lambda = u_\lambda + v_\lambda$  ( $u_\lambda$  homogen vom ersten Grad,  $v_\lambda$  vom 2.Grad), für die  $z_\lambda^2 = \sigma_\lambda$  skalar,  $z_\lambda z_\mu + z_\mu z_\lambda = 0$  für  $\lambda \neq \mu$  und  $z_1 z_2 \cdots z_n = 1$ ? Unter dem Datum die Bemerkung „(5/7 stark vereinfacht)“, s.also Fasz. 971.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; bilineare Elemente; Vektoren; Produkte von Vektoren

## NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 971

Lipschitzsche Zahlensysteme : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.-10.7.1939. – 30 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969. Das Ms. ist eine zusammenfassende Ausarbeitung mit einer Einteilung in Paragraphen, die Hausdorff nur bei Veröffentlichungsmanuskripten vorzunehmen pflegte. Es ist bogenweise numeriert: I-VI, entspr. Bll.1-24; Bll.25-30 haben keine Bogennummern.

Inhalt: Bll.1-2: „§1. Automorphismen“: Zusammenstellung früherer Ergebnisse über die Automorphismen von Lipschitzalgebren (vgl. Fasz. 955- 956). Bll.2-6: „§2. Orthogonale Vektoren“: Zwei Vektoren  $x, y \in L_n$  heißen orthogonal, wenn  $x\bar{y} + y\bar{x} = 0$  ist. Je  $k$  reguläre paarweise orthogonale Vektoren sind linear unabhängig ( $k \leq n + 1$ ). Man kann ein System von  $k + 1$  regulären paarweise orthogonalen Vektoren zu einem ebensolchen von  $n + 1$  Vektoren ergänzen. Das alternierende Produkt von  $n + 1$  regulären paarweise orthogonalen Vektoren ist  $= \alpha j$  ( $\alpha$  skalar,  $j$  das Produkt der Grundeinheiten). Bll.7-9: „§3. Bilineare Zahlen“:  $z \in L_n$  mit  $z = u + v$ ,  $u$  homogen von erster Ordnung,  $v$  homogen von zweiter Ordnung, heißt bilinear. Eine bilineare Zahl ist genau dann Produkt zweier Vektoren, und zwar alternierendes Produkt zweier orthogonaler Vektoren, wenn ihre Norm skalar ist. Bll.9-15: „§4. Systeme von bilinearen Zahlen (in  $L_n$ )“ (vgl. dazu Fasz. 969): Es seien  $m$  bilineare Zahlen  $z_i$  mit  $z_i z_k + z_k z_i = 0$  ( $i \neq k$ ) gegeben ( $n \geq m \geq 2, m \neq 3$ ). Ihre Quadrate  $z_i^2$  seien skalar ( $= \tau_i \neq 0$ ). Dann ist  $z_i = \bar{\tau}_0 r_i$  mit  $m + 1$  orthogonalen regulären Vektoren  $r_0, \dots, r_m$ . Bll.15-18: „§5. Transformatoren“: Begriff des Transformators und Beweis notwendiger und hinreichender Bedingungen dafür, daß eine reguläre Zahl  $\in L_n$  ein Transformator ist. Bll.19-24: „§6. Transformatorbestandteile“: Für  $L_n$  reell reduzibel,  $n$  ungerade  $\geq 5$ , wird die Komponentenzersetzung wie in [33], §3 betrachtet. Gibt es einen Transformator  $P = (A, B)$ , so heißt  $A$  Transformatorbestandteil. Es war Hausdorff in [33] nur für  $n = 4m + 1$  gelungen, einfache notwendige und hinreichende Bedingungen dafür anzugeben, daß  $A$  Transformatorbestandteil ist. Er schrieb in [33] über den Fall  $n = 4m - 1$ : „Da es mir aber bisher nicht gelungen ist, die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für eine Transformatorbestandteil  $A$  und die Bestimmung der zweiten Komponente  $B$  auf eine ebenso einfache Form zu bringen wie im Falle  $n = 4m + 1$ , so will ich die Mitteilung der gefundenen Ergebnisse unterlassen.“ ([33], S.127). Im vorl. Ms. findet Hausdorff solche einfachen Bedingungen: Damit eine gerade reguläre Zahl  $A$  Transformatorbestandteil sei, ist notwendig und hinreichend, daß für jeden reinen Vektor  $x$  gilt  $\frac{1}{A} x A = u + jv$ ,  $u$  von erster,  $v$  von zweiter Ordnung. Für  $n = 7$  muß man noch  $uv + vu = 0$  verlangen, für die übrigen  $n$  ist das von selbst erfüllt. Diese Ausnahmestellung des Falles  $n = 7$  gibt Hausdorff Anlaß für zahlreiche Versuche, entweder zu zeigen, daß auch bei  $n = 7$   $uv + vu = 0$  erfüllt ist, oder aber ein Gegenbeispiel zu konstruieren. Diese Versuche beginnen im vorl. Ms. Bll.25-30 (vgl. auch Fasz. 975-979).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Automorphismen von Algebren; Vektoren; orthogonale Vektoren; bilineare  
Elemente; Transformatoren; Transformator-komponenten; Lipschitzalgebren  $L_7$

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 972**

Spiegelung an Hyperebenen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn],  
12.7.1939. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969.

Inhalt: Im Anschluß an [33], S.118 betrachtet Hausdorff reguläre und singuläre Spiegelungen, je nachdem die Hyperebene  $H_a$ , an der gespiegelt wird, von einem regulären oder einem singulären  $a$  erzeugt wird (Gleichung der Hyperebene:  $(a, x) = 0$ ). Es wird gezeigt, daß jeder Automorphismus der quadratischen Form  $(x, x)$  durch reguläre Spiegelungen erzeugt werden kann. Dabei ist  $(x, y) = \sum \xi_l \eta_l (r_l, r_l)$  mit  $x = \sum \xi_l r_l, y = \sum \eta_l r_l$  und  $r_0, \dots, r_n$  sind  $n+1$  reguläre orthogonale Vektoren (vgl. Fasz. 971).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Spiegelungen im  $R^n$ ; Automorphismen quadratischer Formen; orthogonale  
Vektoren

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 973**

[Spezielle Transformator-komponenten in einer  $L_7$  : Studie / Felix Hausdorff. –  
Hs. Ms. – [Bonn], 14.7.1939. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969. Hausdorff verweist auch auf sein Ms. vom 23.8.1939  
(Fasz. 979, Bl.12).

Inhalt: In einer Lipschitzalgebra  $L_7$  (vgl. Fasz. 971) mit  $\sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_5 = \sigma_7 = 1, \sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_6 = -1$  (zur Bezeichnung s. [33], S.115) konstruiert Hausdorff eine Transformator-komponente  $A = v + ju$ , also von der Form  $A_2 + A_6$  mit  $u = -\sum i_\lambda$  und  $v = \sum_{\lambda < \mu} i_\lambda i_\mu$ , so daß  $(v + ju)^2 = 4$ , also skalar ist,  $v^2$  nicht skalar ist und  $uv + vu \neq 0$  ist.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Lipschitzalgebren  $L_7$ ; Transformator-komponenten

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 974**

Bilinearkomponenten : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.-  
17.7.1939. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969.

Inhalt:  $z = u + v$  sei eine Bilinearzahl (vgl. Fasz. 971). Dann heißen  $B = v + ju, C = v - ju$  die Bilinearkomponenten von  $z$ .  $B$  heißt normale Bilinearkomponente, wenn  $z^2$  skalar ist. Dafür werden hinreichende und notwendige Bedingungen angegeben. Schließlich wird gezeigt, daß ein Ausdruck  $B = v + ju$  mit skalarem Quadrat  $B^2 = \rho \neq 0$  stets Transformator-komponente ist, d.h. ein

$A$  der Form  $A_2 + A_6$  mit skalarer Norm  $\neq 0$  ist stets Transformator-Komponente (vgl. Fasz. 973).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; bilineare Elemente; Bilinearkomponenten; Transformator-Komponenten

#### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 975

Lipschitzsche Zahlensysteme. Die Viervektorenformel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.7.1939. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969. Das Ms. ist bogenweise nummeriert: A-B, entspr. Bll.1-6.

Inhalt: Sind  $x, y, p, q$  reine Vektoren einer Lipschitzalgebra, so folgt aus  $p[y, q] + [y, q]p = 0$ , daß  $[x, p][y, q] + [y, q][x, p]$  skalar ist. Dabei ist  $[x, y] = \frac{1}{2}(xy - yx)$ . Mittels dieser Beziehung wird für den Fall  $n = 7$  folgendes bewiesen: Ist  $A$  von der Form  $\beta + B$ ,  $\beta$  ein Skalar,  $B = v + ju$  (s.Fasz. 973,974), dann gilt: Wenn  $\tilde{A}\tilde{A}$  skalar ist, so ist  $\tilde{A}xA = u' + jv'$  mit skalarem  $v'^2$  ( $u'$  homogen von erster,  $v'$  von zweiter Ordnung,  $x$  ein reiner Vektor).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Vektoren; Viervektorenformel; Lipschitzalgebren  $L_7$ ; Bilinearkomponenten

#### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 976

[Rechnungen zum Fall  $n = 7$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 22.7.1939. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969.

Inhalt: Hausdorff selbst gibt in Fasz. 979, Bll.73-74, einen Überblick über seine Versuche zum Fall  $n = 7$  und deren Resultate. Er führt folgende Bezeichnung ein: „ $n = 7. Z = J_4$  [gemeint ein Element 4.Ordnung]  $(\zeta + Z)^2 \equiv 0$  (skalar),  $Z$  ein  $Z_I$ , wenn  $v^2$  in  $(\zeta + Z)x(\zeta + Z) = u + jv$  stets skalar ist, andernfalls ein  $Z_{II}$ .“ Zum vorl.Fasz. lautet die Zusammenfassung: „22/7  $Z = 1 + 3456 + (\sqrt{2}i_1 + i_7)(265 + 234)$ . [Mit 3456 ist  $i_3i_4i_5i_6$  gemeint].  $(1 + Z)^2 = 4$  ( $\sigma_1 = \dots = \sigma_6 = 1$ ,  $\sigma_7 = -1$ ).  $Z$  ein  $Z_I$ , weil  $i_1 + \sqrt{2}i_7$  mit  $Z$  vertauschbar ist.“

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Lipschitzalgebren  $L_7$

#### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 977

[Versuche zum Fall  $n = 7$ ] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 27.u.31.7., 2.,5.,9.u.20.8.1939. – 21 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969. Siehe die Erläuterungen bei Fasz. 976, insbes.zu Hausdorffs Bezeichnungsweise.

Inhalt: Bll.1-2: Versuch, durch Einbettung von  $L_7$  in  $L_9$  etwas zu erreichen, abgebrochen. Bll.3-8 (vom 31.7. u.2.8., bogenweise nummeriert:  $\alpha - \beta$ ): Dazu

lautet Hausdorffs Inhaltsangabe in Fasz. 979, Bl.73, so: „ $\tilde{A}xA = u + jv$ ,  $\tilde{A}x_0A = u_0 + jv_0$ . Wenn ein  $x_0 \neq 0$  mit  $v_0 = 0$  existiert oder ein  $x_0$  mit skalarem  $v_0^2 \neq 0$ , so ist  $v^2$  stets skalar.“ Bll.9-11 (vom 5.8.1939): Es sei im Fall  $n = 7$   $A$  gerade mit skalarer Norm  $\tilde{A}A = \rho \neq 0$ . Dann ist  $\tilde{A}xA = u + jv$  mit skalarem  $(u + jv)^2$ .  $p$  sei der reine Vektor  $uv - vu$ . Dann formuliert Hausdorff das Problem, an dem er arbeitet, geometrisch: Ist  $X$  mit der üblichen Metrisierung der Raum der  $A$  mit  $\tilde{A}A = \rho \neq 0$ ,  $\rho$  fest, so ist  $X$  disjunkt zerlegt in  $X = X_1 + X_2 + X_3$  mit  $X_1 = \{A; p^2 \neq 0\}$ ,  $X_2 = \{A; uv + vu \neq 0\}$  und  $X_3 = \{A; p^2 = 0, uv + vu = 0\}$ . Dabei bedeutet  $p^2 = 0$ :  $p^2$  verschwindet für alle  $x$ ,  $p^2 \neq 0$ :  $p^2$  verschwindet nicht für alle  $x$ , ebenso bei  $uv + vu$ . Hausdorffs Ziel ist: „unser Wunsch wäre,  $X_2 = 0$  zu zeigen.“ Gegenbeispiele konnten aber auch nicht gefunden werden: „Nur habe ich noch kein einziges  $A$  gefunden, für das ein  $x$  mit  $uv + vu \neq 0$  existiert.“ (Bl.11). Bll.12-21 (vom 9.u.20.8.1939, bogenweise numeriert: A-C): Dazu lautet Hausdorffs Inhaltsangabe in Fasz. 979, Bl.73: „9/8, 20/8.  $Z^2 + 2\zeta Z = 0$  ( $\zeta \neq 0$ ).  $A$  sei die Summe der 16 geraden Quadrupel  $\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4$  ( $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4$ ,  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$ ) ohne die 3 Quadrupel 1267, 1357, 2356 deren Summe  $C$  sei,  $B$  die Summe der ungeraden Quadrupel.  $Z = \alpha A + \beta B + \gamma C$  ist nicht möglich.“

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Lipschitzalgebren  $L_7$

#### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 978

[Summen von Produkten reiner Vektoren] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 11.8.1939. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969.

Inhalt: Es werden in einer Lipschitzalgebra  $L_n$  aus reinen Vektoren spezielle  $C = J_4$  (homogen von 4.Ordnung) konstruiert, welche skalare Norm haben und für welche die (bei  $n = 7$  stets gültige) Gleichung  $CxC = u + jv$  ( $u, x$  reine Vektoren,  $v$  homogen von 2.Ordnung) mit  $v = 0$  besteht.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Produktsummen reiner Vektoren

#### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 979

[Weitere Versuche zum Fall  $n = 7$ ] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 20.8.-1.10.1939. – 79 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969. Bll.1-3 vom 20.8.1939. Bll.4-12 vom 22.-23.8.1939 sind bogenweise numeriert: I-III. Bll.13-24 vom 25.-27.8.1939 sind bogenweise numeriert: I-III. Bll.25-28 vom 29.8.1939 mit der Bogenbez.  $\alpha$ . Bll.29-31 vom 7.9.1939. Bll.32-36 vom 13.9.1939 sind stark fleckig; auf Bl.32 die Bemerkung „d[ies] nef[astus]“. Bll.37-65 vom 15.,17.,21.-23. u.26.9. sind bogenweise numeriert: 1-8. Bll.66-68 vom 17.9.1939. Bll.69-72 vom 26.9.1939. Bll.73-74 vom 27.9.1939.

Bll.75-77 vom 28.9. u. Bll.78-79 vom 1.10.1939. Auf den Bll.73-74 gibt Hausdorff eine Übersicht über alle seine Versuche zum Fall  $n = 7$  und die erzielten Resultate (vgl. Erläuterung in Fasz. 971 und die Faszikeln 973, 975-977).

Inhalt: Wir zitieren Hausdorffs eigene Zusammenfassung auf Bll.73-74. Zur Begriffsbildung eines Elements  $Z_I$  oder  $Z_{II}$  in einer  $L_7$  s. Fasz. 976. Die Zusammenfassung lautet: „22/8  $Z = \sum \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4$  ( $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4$ ) erfüllt  $Z^2 = 2Z + 3$ , falls drei negative  $\sigma_\lambda$  vorhanden sind (nämlich  $\sigma_1, \sigma_3, \sigma_5$  oder die daraus durch die zyklische Permutation  $(1234567) = \pi_7$  entstehenden Tripel  $\sigma_2, \sigma_4, \sigma_6$  u.s.w.).  $u = \sum_1^7 i_\lambda$  ist mit  $Z$  vertauschbar,  $Z$  ein  $Z_I$ .“ „25/8-27/8.  $A = \sum 1234, B = \sum 1235, C = \sum 1257, D = \sum 1245, E = \sum 1246$ . ( $\sum$  zyklisch über  $\pi_7$ ).  $Z = \alpha A + \beta B + \dots + \epsilon E$ . Bei dieser Untersuchung habe ich das erste  $Z_{II}$  gefunden, nämlich  $Z = B$  (für alle  $\sigma_\lambda = -1$ ) oder  $Z = \sum \beta_1 1235$  mit geeigneten  $\beta_\lambda = \pm 1$  bei drei negativen  $\sigma_\lambda$ . [hier am Rand das Datum 29/8-30/8 und eine Fußnote vom 28.9. mit folgendem Text: „Dazu gehören noch andere, wo eines der  $\beta_\lambda$  durch  $-3\beta_\lambda$  (und dafür das  $\zeta = 3$  von  $Z$  durch  $\zeta = -1$  ersetzt wird).“] Aber für 5 oder 1 negatives  $\sigma_\lambda$  geht das nicht [am Rand das Datum 2.9.], und ich habe bis heute (27/9) in diesen beiden Fällen kein  $Z_{II}$  gefunden.“ „7/9 5-gliedriges  $Z = Z_I$ , vermutlich vom selben Typ wie 22/7.“ [vgl. Fasz. 976]. „9/ 9-11/9  $Z = \gamma 1234 + v_1 67 + v_2 75 + v_3 56$  ( $v_1, v_2, v_3 = J_4$  aus  $i_1, \dots, i_4$ ). 19 gliedrig. Durch Spezialisierung ( $v_1 = \alpha_1 23 + \beta_1 14$  u.s.w.) erhalten wir zwei Arten 7 gliedriger  $Z_{II}$ , aber auch nur für 7 oder 3 negative  $\sigma_\lambda$ ; es sind dieselben wie 29/8 und 28/9.“ „13/9 11 gliedriges  $Z$ , aber nur für  $\nu = 3, 7$ ;  $Z_{II}$ .“ „15/9-26/9  $F = 1234, G = 1236$  u.s.w.  $Z = fF + gG + \dots$ ;  $\sum$  zyklisch über  $\pi_5 = (12345)$ . Dies ergibt nur  $Z_I$ , wie ich nach mühseligen Rechnungen dadurch gefunden habe, dass mit passendem  $y = \lambda(i_1 + \dots + i_5) + \lambda_6 i_6 + \lambda_7 i_7$  entweder  $Zy + yZ = 0$  (für  $\zeta = 0$ ) oder  $Zy - yZ = 0$  ist.“

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Lipschitzalgebren  $L_7$

### NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 980

Vorzeichenänderung einiger  $\sigma_\lambda$  : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.-19.10.1939. – 22 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 969. Vgl. auch Faszikeln 971, 973, 975-977 u. 979. Bll.1-4 sind stark fleckig.

Inhalt: Das Ziel ist, in  $L_7$  Elemente  $Z$  vom Typ  $Z_{II}$  zu finden (vgl. Fasz. 976). Dazu betrachtet Hausdorff eine Lipschitzalgebra  $L_n$  mit den Quadraten  $i_\lambda^2 = \sigma_\lambda$  ( $= \pm 1$ ) der Grundeinheiten und eine zweite  $L'_n$ , worin ein Teil der  $\sigma_\lambda$ , etwa  $\sigma_1, \dots, \sigma_m$ , in die entgegengesetzten Werte übergegangen ist, d.h.  $\sigma'_i = -\sigma_i$  für  $i = 1, \dots, m$ ,  $\sigma'_k = \sigma_k$  für  $k = m + 1, \dots, n$ . Er untersucht nun die Beziehungen zwischen beiden und wendet die Betrachtungen auf den Fall  $n = 7$  an. Dadurch kann er einige seiner bisherigen Resultate gewinnen. Für die Existenz von  $Z_{II}$  ergibt sich, daß solche Elemente nur in solchen  $L_7$  existieren können, für die

$\nu = 3$  oder  $= 7$  ist.  $\nu$  ist dabei die Anzahl der  $\sigma_\lambda$ , die  $= -1$  sind. Dies Resultat hatte Hausdorff aber schon früher (vgl. Fasz. 979).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Lipschitzalgebren  $L_7$ ; Transformationen von Lipschitzalgebren

#### **NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 981**

[Zur Klassifikation von hyperkomplexen Systemen] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Locarno, [Bonn], 23.u.29.9.1939. – 8 Bll.

Die Faszikeln 981-984 mit Rechnungen und Fragmenten zum Thema „hyperkomplexe Systeme“ hat G.Bergmann in einer Mappe zusammengefaßt.

Inhalt: Notizen zu den hyperkomplexen Systemen mit vier Einheiten und Aufstellung der irreduziblen Systeme mit Verweis auf eine Lücke bei Scheffers (gemeint ist G.Scheffers „Zurückführung komplexer Zahlensysteme auf typische Formen“, Leipzig 1891.

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Klassifikation hyperkomplexer Systeme

#### **NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 982**

[Rechnungen] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1939, einiges früher]. – 94 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 981.

Inhalt: Umfangreiche Rechnungen ohne Text, vor allem zu den Lipschitzalgebren  $L_7$  (s.Faszikeln 971,973,975-977 u.979) und zur Klassifikation von hyperkomplexen Systemen (s.Fasz. 981, 984).

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren;  
Lipschitzalgebren  $L_7$ ; Klassifikation hyperkomplexer Systeme

#### **NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 983**

[Varia zu Lipschitzalgebren] : Fragmente / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1927-1939]. – 20 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 981.

Inhalt: Bll.1-5: Rechnungen für den Fall  $L_7$  (vgl. Fasz. 971,973,975-977 u.979). Bl.6: Rechnungen zur Komponentenerlegung von Transformatoren. Bl.7: Rechnungen für den Fall  $L_7$  (Anzahl der Parameter). Bl.8: Rechnungen zur Klassifikation von hyperkomplexen Systemen (vgl.981). Bll.9- 13: Hausdorff setzt voraus, daß es in einer Lipschitzalgebra  $L_n$   $n$  Elemente  $k_1, \dots, k_n$  gibt, die denselben Regeln wie die Grundeinheiten  $i_1, \dots, i_n$  genügen, d.h.  $k_l^2 = i_l^2 = \sigma_l$ ,  $k_l k_m = -k_m k_l$  für  $l \neq m$ . Dann kann jedem Element  $X = \varphi(i_1, \dots, i_n)$  ein Element  $X' = \varphi(k_1, \dots, k_n)$  eindeutig zugeordnet werden.  $X \rightarrow X'$  ist ein Homomorphismus und wird nun genauer studiert. Bll.14-20: Versuche zu den



notwendigen und hinreichenden Bedingungen für Transformatoren und Transformatorbestandteile, insbesondere für den Fall  $n = 4m - 1$ .

SW: Algebra; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Lipschitzalgebren; Lipschitzalgebren  $L_7$ ; Klassifikation hyperkomplexer Systeme; Transformation von Lipschitzalgebren; Transformatoren; Transformatorbestandteile

**NL Hausdorff: Kapsel 46: Fasz. 984**

[Charaktere. Klassifikation von hyperkomplexen Systemen] : Fragmente / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1927-1939]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 981.

Inhalt: Bll.1-3: Fragment mit der Bogennummer 17, in dem es um Charaktere geht. Bll.4-6: Fragment mit der Bogennummer 4, in dem es um Klassifikation von hyperkomplexen Systemen mit 4 Einheiten geht (vgl. Fasz. 981).

SW: Algebra; Ringe; Charaktere; Algebren; hyperkomplexe Systeme; Klassifikation hyperkomplexer Systeme

### **NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 985**

K.Menger, Kurventheorie : Referat / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1932]. – 152 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-40, entspr. Bll.1-152.

Inhalt: Referat vom Umfang eines Buches zu K.Menger „Kurventheorie“, Leipzig-Berlin 1932, mit zahlreichen kritischen Bemerkungen, Vereinfachungen und eigenen Beweisen Hausdorffs. Das Ms. enthält Verweise auf [45] und Hausdorffs Ms. „Dimensionstheorie“ (Fasz. 986) sowie Verweise auf einschlägige Literatur. Die Bemerkungen zu den Kapiteln II, V, VIII-XII von Mengers Buch fallen relativ kurz aus, die zu den übrigen Kapiteln sind ausführlich. Unter Hausdorffs Beweis des  $n$ -Bogen-Satzes (Bll.111-116) steht die Bemerkung „That was a hard piece of work“ (Bl.116). Auf Bl.1v folgende interessante „Allgemeine Bemerkung zu Mengers Büchern“: „Die Kurventheorie behandelt abgeschlossene beschränkte Mengen Euklidischer Räume, gilt aber grossenteils für kompakte Räume (auch von nicht endlicher Dimension): sie scheint spezieller als sie ist. Die Dimensionstheorie behandelt separable reguläre Räume, diese sind aber metrisierbar: sie scheint allgemeiner als sie ist.“ Die letzte Bemerkung bezieht sich auf K.Menger „Dimensionstheorie“, Leipzig- Berlin 1928.

SW: Topologie; Kurventheorie; Dimensionstheorie; topologischer Kurvenbegriff; kompakte Räume; Zusammenhang; lokaler Zusammenhang; Kontinua; kompakte Kontinua; irreduzible Kontinua; zwischen zwei Punkten irreduzible Kontinua; Peanosche Kontinua; total Peanosche Kontinua; zyklische Kontinua; Kontinuensummen; Konvergenzkontinua; Bögen; topologische Kreise; Cantorsche Kurve; Verzweigungspunkte; Verzweigungsordnung; höchstens nulldimensionale Mengen; Zerlegungspunkte; Kurvensummen;  $n$ -Bein-Satz;  $n$ -Bogen-Satz; reguläre Kurven; rationale Kurven; Baumkurven; Universalkurve

### **NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 986**

Dimensionstheorie : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1933 oder früher, nach 1930, vor Fasz. 985, letzte Teile 1933- 1936]. – 200 Bll.

Das Ms. ist eine zusammenhängende Ausarbeitung vom Umfang eines Buches. Es ist bogenweise numeriert: 1-45 (+ einige nachträglich eingefügte Bögen), entspr. Bll.1-200. Der auf Bl.51v stehende Hinweis auf C.Kuratowski „Topologie I“, 1933, ist wahrscheinl. später eingefügt, so daß der Haupttext 1933 oder früher entstanden sein dürfte; die letzten Teile 1933 (vgl. §8) - 1936 (letzte Bll.).

Inhalt: Bll.1-4 „§1.Begrenzungen“: getrennte Mengen in einem metrischen Raum  $E$ ; Trennungssätze; Begrenzung einer Menge; Umgebungen; interne und externe Form von Aussagen der Dimensionstheorie. Bll.5-20 „§2.Nulldimensionale Mengen“: Begriff; Sätze über nulldimensionale Mengen; Zusammenhang zum Baireschen Nullraum; Dislokationseigenschaften (z.B.  $E$  diskontinuierlich, punkthaft, zusammenhanglos, nulldimensional) und ihre gegenseitigen Beziehungen.

Bll.21-35 „§3.Dimensionsbegriff und Normalbereiche“: Einführung der kleinen induktiven Dimension; Normalbereiche  $\Delta$ ; System  $\Delta_n^s$  der separablen höchstens  $n$ -dimensionalen Mengen ist ein Normalbereich; Sätze über Normalbereiche und Folgerungen für die Dimensionstheorie; Definition:  $M$  ist in  $x \in E$  für das System  $\Delta$  regulär, wenn  $x$  beliebig kleine Umgebungen  $U$  hat, so daß für deren Begrenzung  $U_g$  gilt:  $U_g \cap M \in \Delta$ , im gegenteiligen Fall heißt  $M$  in  $x$  für das System  $\Delta$  singular.  $M_r$  = Menge der regulären Punkte,  $M_s$  Menge der singulären. Bll.36-62 „§4.Die Menge der singulären Punkte“: Untersuchung von  $M_s$  und  $M_\sigma = M \cap M_s$ , insbesondere Aufstellung von Bedingungen, unter denen  $M_\sigma$  selbst singuläre Punkte hat; Dimensionsteile  $E^m = \{x \in E, \dim_x E \geq m\}$ ; Zusammenhang zur Dimensionstheorie: Menge der singulären Punkte von  $E$  bezgl. des Systems  $\Delta_{m-1}$  der höchstens  $(m-1)$ -dimensionalen Mengen ist gerade  $E^{m+1}$ ; Begriff des schwach  $n$ -dimensionalen Raumes; Beispiel einer schwach eindimensionalen Menge, die nur in den Punkten einer nulldimensionalen Menge eindimensional ist. Bll.63-105 „§5.Der Zerlegungssatz“: Eine  $n$ -dimensionale Menge hat beliebig feine offene Überdeckungen der Ordnung  $\leq n+1$ ; Verschärfung des Zerlegungssatzes; Umkehrung des Zerlegungssatzes (Pflasterdimension); Einbettungssatz von Hurewicz; Bll.93-105 sind spätere Zusätze zu §5 über die Urysonischen Konstanten und Relationen zwischen ihnen (letzteres mit Verweis auf S.Eilenberg, Fund.Math.26 (1936), S.146-149). Bll.106-115 „§6.Mengen höheren Zusammenhangs“: Separatoren von  $E$ : abgeschlossene Mengen  $F$ , so daß  $E - F$  nicht zusammenhängend ist; induktive Definition von Mengen  $Z_n$ , die immer stärker zusammenhängen:  $Z_0$  beliebige nichtleere Mengen,  $Z_n$  ( $n \geq 1$ ) diejenigen mehrpunktigen Mengen, von denen jeder Separator ein  $Z_{n-1}$  enthält; Zusammenhang mit der Dimensionstheorie: eine  $Z_n$  ist mindestens  $n$ -dimensional u. weitere Sätze; Additionssatz von Hurewicz. Bll.116-128 „§7.Euklidische Räume“:  $R^n$  ist  $n$ -dimensional (Rechtfertigungssatz) (Bll.125-128: späterer Zusatz mit Sperners Beweis). Bll.129-160 „§8.Einbettung  $n$ -dimensionaler Räume in Euklidische“: Überführungssatz von Alexandroff (Annals of Math.30 (1928), S.101-187); Einbettungssatz von G.Nöbeling (Math.Ann.104 (1930), S.71-80) mit einem späteren Zusatz: Einfacherer Beweis und Verschärfung nach W.Hurewicz, Ber.der Preuß. Akad.d.Wiss. 24 (1933), S.754-768. Bll.161-200 „§9.Stetige Abbildungen“: Sätze über dimensionserhöhende und -erniedrigende stetige Abbildungen mit Verw. auf W.Hurewicz, Proc.Acad.Amsterdam 29 (1926), S.1014-1017, 30(1927), S.159-165 und Journ.f.d.reine u.angew. Math.169 (1933), S.71-78; G-stetige Abbildungen mit Verw.auf P.Alexandroff, Doklady Akad.Nauk 4(1936), S.295-299.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; Zusammenhang; nulldimensionale Mengen; kleine induktive Dimension; Normalbereiche; Dimensionsteile; schwach  $n$ -dimensionale Mengen; Zerlegungssatz; Urysonische Konstanten; Rechtfertigungssatz; Einbettungssätze; dimensionserhöhende Abbildungen; offene Abbildungen

### NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 987

[Ergänzungen zur Dimensionstheorie] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.4.1935, 20.4.1936, 6.5.1937, 10.2.,15.2. u.2.3.1938. – 30 Bll.

Die Faszikeln 986 u.987 sind in einer Mappe „Dimensionstheorie (aus den 30-er Jahren)“ zusammengefaßt.

Inhalt: Bll.1-7 (vom 18.4.1935 mit einer Fortsetzung vom 2.3.1938): Man sagt, der metrische Raum  $E$  habe die Eigenschaft  $(n+1)$ , wenn er für jedes  $\delta > 0$  die Summe endlich vieler abgeschlossener Mengen  $F_i$  ist mit  $d(F_i) < \delta$ , wobei der Durchschnitt von je  $n+2$  der  $F_i$  leer ist. Hausdorff bemerkt, daß die Frage, ob ein Raum mit der Eigenschaft  $(n+1)$  höchstens  $n$ -dimensional ist, offen zu sein scheint. Unter einer ähnlichen, aber etwas schärferen Voraussetzung kann Hausdorff zeigen, daß  $E$  höchstens  $n$ -dimensional ist. In dem Zusatz wird derselbe Satz ohne Verwendung der Hurewiczschen Sätze über doppelstetige Abbildungen bewiesen (vgl. Fasz. 986, §9). Bll.8-10 (vom 20.4.1936): Wenn bereits bewiesen ist, daß für  $m < n$  ein Raum  $E$  mit der Eigenschaft  $(m+1)$  höchstens  $m$ -dimensional ist, so folgt für jedes  $r = 1, 2, \dots, n+1$  (leider nicht für  $r = n+2$ ): Wenn  $E$  für jedes  $\delta > 0$  Summe endlich vieler abgeschlossener Mengen  $F_i$  mit  $d(F_i) < \delta$  und  $\dim(D_r F_i) \leq n+1-r$  ist, so ist  $E$  höchstens  $n$ -dimensional. Dabei bedeutet  $D_r F_i$  den Durchschnitt von irgend  $r$  der  $F_i$ . Bll.11-18 (vom 6.5.1937) unter der Überschrift „Einbettung  $n$ -dimensionaler Räume in den  $R_{2n+1}$ “: In Ergänzung zu §8 des Ms. zur Dimensionstheorie (Fasz. 986) referiert Hausdorff einen gegenüber Hurewicz veränderten Beweis für den Einbettungssatz nach C.Kuratowski, Fund.Math. 28 (1937), S.336-342. Bll.19-26 (vom 10.2.1938) unter der Überschrift „Einbettung regulärer Räume in reguläre kompakte“: Hausdorff referiert in eigener Bearbeitung Resultate von C.Kuratowski, Fund.Math. 30 (1937), S.8-13, mit kritischen Bemerkungen zu G.Nöbeling, Math.Ann.104 (1930), S.71-80, dessen Beweis Hausdorff „ganz fehlerhaft“ erscheint (Bl.20) und zu W.Hurewicz, Proc.Acad.Amsterdam 30 (1927), S.425-430; diese Arbeit findet Hausdorff „bedenklich, da sie sich auf einen (von mir berichtigten) Irrtum von Alexandroff stützt“ (Bl.26). Bll.27-28 (vom 15.2.1938) unter der Überschrift „Einbettungssätze“: Es werden 9 Einbettungssätze, z.T. mit Literaturverweisen, referiert. Bll.29-30 (undatiert) unter der Überschrift „Stetige Bilder“: Es werden 5 Sätze über stetige Bilder, z.T. mit Literaturverweisen referiert.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; höchstens  $n$ -dimensionale Mengen; kompakte Räume; reguläre Räume; separable Räume; Einbettungssätze; stetige Abbildungen

### NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 988

Zur Dimensionstheorie : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [Dez.1928]. – 3 Bll.

Das Ms. ist nicht datiert. Nach der Überschrift steht „Die Einbettung eines  $n$ -dimensionalen separablen Raumes in einen  $n$ -dimensionalen kompakten Raum

(mitgeteilt von W.Hurewicz 17.12.1928)“.

Inhalt: Es wird folgender Satz bewiesen: Jeder separable  $n$ -dimensionale Raum ist mit einer Teilmenge eines kompakten  $n$ -dimensionalen Raumes homöomorph.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; Einbettungssätze; separable Räume; kompakte Räume

#### **NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 989**

Dim[ensions]th[eorie].  $\epsilon$ -Abbildung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1928]. – 1 Bl.

Inhalt: Definition der  $\epsilon$ -Abbildung nach Alexandroff Annals of Math. (2) 30 (1928), S.101-187 und Beweis folgenden Satzes: Eine  $n$ - dimensionale kompakte Menge  $A$  läßt sich für hinreichend kleines  $\epsilon$  nicht auf Mengen  $B$  von einer Dimension  $\leq n - 1$   $\epsilon$ - abbilden.

SW: Topologie; Dimensionstheorie;  $\epsilon$ -Abbildungen; kompakte Mengen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 990**

Dimensionstheorie. Der Zerlegungssatz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.11.1928. – 4 Bl.

Nach der Überschrift die Bemerkung „(Menger V, 2,4; Beweis von Hurewicz, Math.Ann.100 (z.Z.noch nicht erschienen)).“ Das bezieht sich auf K.Menger „Dimensionstheorie“, Leipzig-Berlin 1928, S.158ff, und auf W.Hurewicz, K.Menger „Dimension und Zusammenhangsstufe“, Math.Ann.100 (1928), S.618-633, darin ein Anhang „Ein Additionssatz“ von W.Hurewicz (S.627-633).

Inhalt: Beweis des Zerlegungssatzes nach Menger-Hurewicz.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; Zerlegungssatz

#### **NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 991**

Die Invarianz der Dimensionszahl : Vorlesungs-oder Buchmanuskript, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1926-1938]. – 29 Bl.

Das Ms. ist der §40 einer größeren Ausarbeitung, eines Buch- oder Vorlesungsmanuskripts, welches nicht mehr existiert. Es ist von Hausdorff selbst paginiert: S.148-176, entspr. Bl.1-29.

Inhalt: Einiges aus der analytischen Geometrie des  $R^n$ ;  $n$ -dimensionale Quader;  $n$ -dimensionale Simplexe; Simplexe in exklusiver Lage; Zerlegung eines Quaders  $Q_n$  in  $n!$  Simplexe  $S_n$ ; orientiertes Volumen eines Simplex; simpliziale Abbildungen eines Würfels; Sätze über stetige Abbildungen von Würfeln, bewiesen durch Approximation der stetigen Abbildung durch simpliziale; Brouwers Satz über die Invarianz der Dimension: Sind  $A, B$  homöomorphe Mengen in einem  $R^n$  und  $B$  ein  $n$ - dimensionaler Würfel, so hat  $A$  innere Punkte.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; euklidische Räume; simpliziale Komplexe; simpliziale Abbildungen; Homöomorphismen; Satz von Brouwer

**NL Hausdorff: Kapsel 47: Fasz. 992**

Dimensionstheorie : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. Ende der 20-er Jahre]. – 35 Bll.

Von Hausdorff selbst in einem Umschlag unter dem Titel „Dimensionstheorie“ zusammengefaßt. Es handelt sich um Vorläufer zu dem umfangreichen Ms. über Dimensionstheorie (Fasz. 986).

Inhalt: Bll.1-14, bogenweise numeriert: 1-4, unter der Überschrift „Dimensionstheorie“: §1. Begrenzungen (von Mengen in metrischen Räumen); §2. Dimension. Normalbereiche (induktive Definition von  $\dim M \leq n$ ; das System  $\Delta_n$  der höchstens  $n$ -dimensionalen Mengen; kleine induktive Dimension; Dimension in einem Punkt; Normalbereiche; Regularität bzw. Singularität einer Menge  $M$  in einem Punkt  $x$  für einen Normalbereich; nulldimensionale Mengen, ihre Eigenschaften, der Summensatz; Kriterium für die Regularität einer Menge  $M$  für einen Normalbereich). Bll.15-24, bogenweise numeriert: 1-3, unter der Überschrift „Dimension (nach Menger-Urysohn)“: kleine induktive Dimension, ihre topologische Invarianz; nulldimensionale Mengen, Dislokationseigenschaften und ihre gegenseitigen Beziehungen; Bairescher Nullraum und Nulldimensionalität; euklidischer  $R^n$  ist höchstens  $n$ -dimensional; eine Randmenge des  $R^n$  ist höchstens  $(n - 1)$ -dimensional. Bll.25-35, bogenweise numeriert: 1-3, unter der Überschrift „W. Hurewicz, Normalbereiche und Dimensionstheorie“: Referat zu der gen. Arbeit, Math. Ann. 96 (1927), S.736-764.

SW: Topologie; Dimensionstheorie; metrische Räume; höchstens  $n$ -dimensionale Mengen; kleine induktive Dimension; nulldimensionale Mengen; Bairescher Nullraum; Dislokationseigenschaften; Normalbereiche; euklidische Räume; Rechtfertigungssatz

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 993

Algebraische Gleichungen : Bearbeitung einer Vorlesung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [nach 1890]. – 43 Bll.

Nach der Überschrift die Bemerkung „(Nach Vorl. von F.Engel, Leipzig, ca.1890)“. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert: 1-86, entspr. Bll.1-43.

Inhalt: Polynome mit ganzen Koeffizienten; Irreduzibilität; rationale Funktionen von  $n$  Veränderlichen; Hauptsatz über symmetrische Funktionen; Galoissche Resolvente, Galoissche Gruppe; Theorie der Permutationsgruppen; Resolvente der Gleichungen 3.,4.u.5.Grades; Adjunktion, Körper; Kroneckersches Irreduzibilitätskriterium; Galoistheorie über einem beliebigen Körper; Isomorphismen; natürliche und akzessorische Irrationalitäten; Abelsche Gleichungen; zyklische Gleichungen; reine Gleichungen; Kreisteilungstheorie; Konstruktion regulärer  $n$ -Ecke; auflösbare Gleichungen; Satz von Abel; Auflösung durch reelle Radikale; auflösbare Gleichungen vom Primzahlgrad; Theorie der Gleichungen 5.Grades; die Gruppen der regulären Polyeder, Ikosaedertheorie; Zusammenhang zur Invariantentheorie.

SW: Algebra; algebraische Gleichungen; Galoistheorie; Kreisteilungsgleichungen; auflösbare Gleichungen; Gleichung 5.Grades; Ikosaedertheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 994

Nichteuklidische Geometrie : Populärwissenschaftlicher Aufsatz, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Leipzig, [nach 1899, vermutl.1902-1904]. – 111 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert, jedoch nicht datiert. Es beginnt mit dem Satz „Wie kommt nichteuklidische Geometrie in eine allgemeine Naturforscherzeitung?“; es handelt sich also um einen für Publikation in einer allgemeinen Naturforscherzeitung bestimmten Aufsatz. Auf Bl.18 spricht Hausdorff mit einem gewissen zeitlichen Abstand von Hilberts „Grundlagen der Geometrie“ (1899); daraus ergibt sich eine Vermutung zur Datierung (nach 1905 beginnen bei Hausdorff andere Interessen zu dominieren). Das Ms. ist nicht vollendet, denn die Anm.zu Bll.12,15,17 fehlen; ferner wird auf Bll.70,73,80 angekündigt, auf gewisse Dinge noch einzugehen, was nicht erfolgt ist. Die folgende kurze Inhaltsangabe kann die vollendete Sprache, die vielen witzigen Einfälle und interessanten allgemeinen Bemerkungen nicht wiedergeben, wie überhaupt die Arbeit bis heute eine der besten populären Einführungen in die nichteuklidische Geometrie sein dürfte.

Inhalt: Bll.1-20 „I. Zur Einführung“: Bedeutung der nichteuklidischen Geometrie für eine naturwissenschaftliche Weltanschauung; Verhältnis von euklidischer und nichteuklidischer Geometrie; euklidische Geometrie und euklidischer Raum; Begrenztheit der Erfahrung; Mathematik und Erkenntnistheorie; die Objekte mathematischer Forschung, Existenz mathematischer Gegenstände;

Verallgemeinerung alteingeführter Begriffe wie Zahl und Raum durch die Mathematik; „Geraden“ auf der Kugel; Problematik der „Anschaulichkeit“; zum Verhältnis von Mathematik und Philosophie. Bll.21-56 „II. Das Parallelenaxiom und die pseudosphärische Geometrie“: Parallelenaxiom bei Euklid; der Zirkelschluß aller Beweisversuche; die Schöpfer der ersten nichteuklidischen Geometrie; Beibehaltung des Axioms von der Unendlichkeit der Geraden und deren Folgen für die späte Entdeckung der sphärischen Geometrie als einer nichteuklidischen Geometrie; Erläuterung einiger Begriffe und grundlegender Sätze der hyperbolischen Geometrie (Parallelen; Parallelwinkel und Paralleldistanz; das Beltrami-Cayleysche Bild; Nichtexistenz ähnlicher Figuren, absolutes Längenmaß; Winkelsumme und Flächeninhalt eines Dreiecks; Strahlenbüschel; Kreise, Grenzkreis, Überkreise; das kreisverwandte Bild der hyperbolischen Ebene; einiges über den hyperbolischen Raum). Bll.57-80 „III.Sphärische und elliptische Geometrie“: Problem der Widerspruchsfreiheit in der Geometrie; sphärische und elliptische Geometrie; Realisierungen; topologische Unterschiede zwischen sphärischer und elliptischer Geometrie, einseitige und zweiseitige Flächen; einige Grundbegriffe und Sätze der elliptischen Geometrie (Pol und Polare; reziproke Polaren; Cliffordsche Parallelen; die Cliffordsche Fläche). Bll.81-111 „IV. Mannigfaltigkeiten konstanten Krümmungsmaßes“: Hilberts Axiomgruppen; das Axiom der freien Beweglichkeit; Biegungsflächen einer Fläche, Abwickelbarkeit; Geodätische auf Biegungsflächen; Flächen konstanter Krümmung; die Krümmung als interne Eigenschaft der Fläche; freie Beweglichkeit und Konstanz des Krümmungsmaßes; die Pseudosphäre als Fläche konstanter negativer Krümmung; Hyperbelfunktionen und Trigonometrie auf der Pseudosphäre; Riemanns Habilitationsvortrag; Riemannsche Mannigfaltigkeiten; Krümmungsmaß; freie Beweglichkeit im Kleinen; Räume konstanten Krümmungsmaßes; relatives Krümmungsmaß, Cliffordsche Fläche.

SW: Geometrie; Philosophie; nichteuklidische Geometrie; Erkenntnistheorie; hyperbolische Geometrie; sphärische Geometrie; elliptische Geometrie; freie Beweglichkeit; Flächen konstanter Krümmung; Riemannsche Räume; Räume konstanter Krümmung

### **NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 995**

[Verallgemeinerung der reduziblen Mengen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 6.1.1934. – 15 Bll.

Die Faszikeln 995-1004 sind von Hausdorff, im wesentlichen in zeitlich rückläufiger Reihenfolge, in einer Mappe unter der Überschrift „Verallgemeinerung der reduciblen Mengen“ zusammengefaßt. Vgl. insbes.Fasz. 1002.

Inhalt: Bll.1-7 (mit Bogennummern a-b): Im Raum  $E$  sei  $\mathcal{N}$  ein System von Mengen  $N$  mit denselben Eigenschaften wie die abgeschlossenen Mengen, d.h.  $E$  und  $\emptyset$  sind  $N$ , Vereinigung endlich vieler und Durchschnitt beliebig vieler  $N$  sind  $N$ . Dann kann die Theorie der gewöhnlichen reduziblen Mengen nachgebildet werden zu einer Theorie der  $\mathcal{N}$ -reduziblen Mengen; diese sind aus Mengen



$N$  gebildete höchstens abzählbare Differenzenketten. Hausdorff gibt eine Konstruktion für Bildung von Systemen  $\mathcal{N}$ : Ist  $E = \sum_{i \in I} P_i$ ,  $P_i$  paarweise disjunkt und  $N$  seien die Mengen der Form

$$(\alpha) \quad N = \sum_{i \in I} P_i F_i,$$

$F_i$  abgeschlossen. Für separables  $E$  und höchstens abzählbares System  $P_i$  bilden die Mengen  $N$  der Form  $(\alpha)$ , die einem gegebenen  $\delta$ -Ring  $\mathcal{N}_0$  angehören, schon ein System  $\mathcal{N}$  der vorausgesetzten Art. Über diese Raumzerlegungen  $E = \sum P_i$  versucht Hausdorff, für eine abzählbare Differenzenkette  $M = \sum_{\xi} (A_{2\xi+1} - A_{2\xi+2})$ , wo  $A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots \supseteq A_{\omega+1} \supseteq \dots$  einem  $\delta$ -Ring  $\mathcal{N}_0$  angehören und schließlich verschwinden, zu einer eindeutigen Darstellung von  $M$  als Differenzenkette aus  $\mathcal{N}_0$  zu gelangen. Das gelingt jedoch nicht. Bll.8-12: Bemerkungen zur Konstruktion von  $A'$  (s.Bll.13-15). Bll.13-15:  $\mathcal{N}$  sei ein  $\delta$ -Ring, der die leere Menge enthält. Hausdorffs Versuche, die reduziblen Mengen zu verallgemeinern, bewegten sich in folgende Richtung: Jeder Menge  $A$  wird ein Mengenpaar  $N, N'$  aus  $\mathcal{N}$  zugeordnet, so daß  $N = A \cup N'$ , also mit  $A' = A \cap N'$  gilt  $N - A = N' - A'$ ,  $N - N' = A - A'$  und  $A'$  sei überdies die kleinste in  $A$  abgeschlossene Menge dieser Art. Mit  $A_0 = A$ ,  $A_{\xi+1} = (A_{\xi})'$ ,  $A_{\eta} = \bigcap_{\xi < \eta} A_{\xi}$  für  $\eta$  Limeszahl wird ein kleinstes  $\eta < \omega_1$  gefunden mit  $A_{\eta} = A_{\eta+1} = \dots$ ; ist dies leer, so heißt  $A$  reduzibel und kann in der Form  $A = \sum_{\xi} (N_{2\xi+1} - N_{2\xi+2})$  dargestellt werden, wobei  $N_{\xi} \cap A$  in  $A$  abgeschlossen ist (\*). Der Durchschnitt zweier Differenzenketten mit Nebenbedingung (\*) ist zwar wieder eine solche; beim Komplement kann man das nicht zeigen. Hausdorffs Fazit ist deshalb: „Man muss also wohl diese Versuche aufgeben.“ (Bl.15)

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; reduzible Mengen; verallgemeinerte reduzible Mengen; Differenzenketten

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 996

Reduzible Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.1.1934. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995.

Inhalt: Definition der reduziblen Mengen wie in [45], S.168 (mit Verweis auf C.Kuratowski „Topologie I“, Warszawa-Lwow 1933, S.59). Zwei Mengen  $P, Q$  heißen  $R$ -trennbar, wenn sie sich in disjunkte reduzible Mengen einschließen lassen. Es wird ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für  $R$ -Trennbarkeit bewiesen. Es folgt eine Bemerkung zu Kuratowskis Beweis für den Satz, daß die reduziblen Mengen einen Körper bilden.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; reduzible Mengen; Trennbarkeit durch reduzible Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 997**

[Sätze über reduzible Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], 13.2.1915 [u.vermutl.30-er Jahre]. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995.

Inhalt: Bezugnehmend auf [44], S.461, wird ein vereinfachter Beweis dafür gegeben, daß der Durchschnitt reduzibler Mengen reduzibel ist; dasselbe gilt für die Vereinigung. In einem Zusatz, Bl.5, der vermutl. erst aus den 30-er Jahren stammt, resümiert Hausdorff kurz seine Versuche zur Verallgemeinerung der reduziblen Mengen. Er beschreibt, was eine Verallgemeinerung liefern müßte. Das konnte jedoch nicht erreicht werden; sein Fazit ist: „Zu einer vollen Verallg. der gewöhnlichen red. Mengen bin ich nicht gelangt.“ (Bl.5v, vgl. Fasz. 995).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; reduzible Mengen; verallgemeinerte reduzible Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 998**

[Verallgemeinerung der reduziblen Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 20.,22.u.24.12.1916. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995.

Inhalt: Hausdorff beschreibt folgenden Zugang zur Verallgemeinerung der reduziblen Mengen: Die Mengen  $P$  und  $Q$  mögen  $\delta$ -Ringe  $\mathcal{P}, \mathcal{Q}$  bilden, denen die abgeschlossenen Mengen angehören.  $A$  sei eine gegebene Menge. Es gibt dann Mengen  $B$ , die in  $A$  abgeschlossen sind und wofür  $A - B = P - Q$ ,  $P \supseteq A$  und unter diesen  $B$  eine kleinste. Wendet man das auf  $\mathcal{P} = \mathcal{Q} = \mathcal{N}$  an und sei  $A'$  die kleinste in  $A$  abgeschlossene Menge derart, daß  $A - A' = N - N'$ ,  $N \supseteq A$ . Der Prozeß  $A' = \varphi(A)$  wird nun iteriert:  $A_0 = A$ ,  $A_\eta = \bigcap_{\xi < \eta} \varphi(A_\xi)$ . Es gibt dann eine Zahl  $\eta$  der ersten oder zweiten Zahlklasse, so daß  $A_\eta = A_{\eta+1} = \dots$  und es gilt  $A = \sum_{\xi < \eta} (A_\xi - A_{\xi+1}) + A_\eta$ . Ist das letzte Residuum  $A_\eta = \emptyset$ , so heißt  $A$  reduzibel in Bezug auf  $\mathcal{N}$ . Es wird dann für reduzible Mengen die in Fasz. 1001 beschriebene Darstellung  $A = \sum (N_{2\xi} - N_{2\xi+1})$  hergeleitet. Aus dieser Darstellung folgt, daß der Durchschnitt zweier in diesem Sinne reduzibler Mengen wieder reduzibel ist. Hausdorff wirft dann die Frage auf, ob etwas analoges auch für die Vereinigung und für das Komplement gilt.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; reduzible Mengen; verallgemeinerte reduzible Mengen; Differenzenketten

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 999**

[Verallgemeinerung des Dichtigkeitsbegriffs] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 23.12.1916. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995.

Inhalt: Bilden die Mengen  $N$  einen  $\delta$ -Ring, so bilden die Mengen der Gestalt  $N - N'$ ,  $N - N' \subseteq A$ ,  $N \supseteq A$  einen  $\sigma$ -Ring. Seien  $A, B$  zwei Mengen,  $\mathcal{M}_A, \mathcal{M}_B$

zwei  $\sigma$ -Ringe.  $A$  heißt in Bezug auf diese Ringe zu  $B$  dicht, wenn folgendes gilt: Aus  $A \cap G \in \mathcal{M}_A$  folgt  $B \cap G \in \mathcal{M}_B$  ( $G$  offene Menge). Die gewöhnliche Dichtigkeit erhält man für  $\mathcal{M}_A = \mathcal{M}_B = \emptyset$ . Hausdorff gibt vier weitere Beispiele der Wahl von  $\mathcal{M}_A, \mathcal{M}_B$ , die zu anderen Dichtigkeitsbegriffen führen.

SW: Topologie; dichte Mengen; verallgemeinerte Dichtigkeitsbegriffe

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1000

[Verallgemeinerung der Begriffe dicht, nirgendsdicht, von erster Kategorie] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 16.10.1915. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995.

Inhalt: Wie in Fasz. 1002 wird unter Zugrundelegung eines  $\delta$ -Ringes von Mengen  $N$ , zu denen die abgeschlossenen Mengen gehören, zu  $A$  die Menge  $A_\lambda$  definiert. Dann werden entsprechend dem in Fasz. 1002, Bl.5 formulierten Programm die Begriffe dicht, nirgendsdicht, von erster Kategorie, verallgemeinert, z.B.:  $A$  heißt zu  $M$  dicht, falls  $M \subseteq A_\lambda$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; verallgemeinerte Dichtigkeitsbegriffe

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1001

[Verallgemeinerung der reduziblen Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 8.10.1915. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995.

Inhalt: Wie in Fasz. 1002 sei ein  $\delta$ -Ring von Mengen  $N$  gegeben, der die abgeschlossenen Mengen enthält, und wie dort werden reduzible Mengen in Bezug auf diesen  $\delta$ -Ring definiert. Ist  $A$  eine solche reduzible Menge, so läßt es sich als Differenzsumme absteigend wohlgeordneter  $N$ -Mengen mit höchstens abzählbar vielen Summanden schreiben:  $A = \sum_{\xi} (N_{2\xi} - N_{2\xi+1})$ ; dabei gilt noch  $(N_{\eta})_{\alpha} \subseteq N_{\xi}$  für  $\xi < \eta$ . Hausdorff bemerkt, daß es ihm bisher noch nicht gelungen sei, von den verallgemeinerten reduziblen Mengen zu zeigen, daß der Durchschnitt zweier solcher wieder reduzibel ist.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; reduzible Mengen; verallgemeinerte reduzible Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1002

[Verallgemeinerung der reduziblen Mengen] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 5.u.7.2., 13.10.1915. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Hausdorff verweist auf sein Ms. vom 8.8.1914 (Fasz. 1003).

Inhalt: Bll.1-4 (vom 5.2.1915): 1.Version, verbessert auf Bll.6-12. Bl.5: Hausdorff formuliert zwei offene Probleme, die er angreifen will: „1) Den Begriff der Stetigkeit, nirgendsdicht, Menge 1.Kategorie usw. verallgemeinern derart, dass

an Stelle der abgeschlossenen Mengen die Borelschen Mengen  $G_\delta, F_{\sigma\delta}, \dots$  treten. Was ist das Analogon des Baireschen Satzes für Functionen der Klasse 1? 2) Eine nirgendsdichte Menge  $\supset 0$  ist kein  $G$ . Eine Menge 1.Kat., die dicht ist, ist kein  $G_\delta$ . Kann man weiter von gewissen Mengen sagen, daß sie kein  $G_{\delta\sigma}$  sind? ...; und wie sollte das weitergehen, zu Mengen, die keine  $G_{\delta\sigma\delta}$  sind?“ Er gibt kurze Kommentare zu diesen beiden Problemen. Bll.6-12 (vom 7.2.1915 mit einem Zusatz vom 13.10.1915): Die Mengen  $N$  mögen einen  $\delta$ -Ring bilden, dem insbesondere die abgeschlossenen Mengen  $F$  angehören. Für eine beliebige Menge  $A$  werden alle Mengen  $N$  betrachtet, die die Form  $N = A \cup F$  haben; genügt der Raum dem zweiten Abzählbarkeitsaxiom, so gibt es unter diesen  $N$  eine kleinste, sie werde mit  $A_\lambda$  bezeichnet. Es ist  $A \subseteq A_\lambda \subseteq A_\alpha$  ( $A_\alpha$ : abg.Hülle). Sei  $\psi(A) = A - A_\lambda$ ,  $\varphi(A) = \psi(\psi(A))$ , so wird folgender rekursiver Prozeß betrachtet:  $A_0 = A$ ,  $A_{\xi+1} = \varphi(A_\xi)$ ;  $A_\eta = \bigcap_{\xi < \eta} A_\xi$  für  $\eta$  Limeszahl. Dann gibt es ein  $\eta \in (II)$ , so daß ein letztes Residuum  $A_\eta$  mit  $A_\eta = A_{\eta+1} = \dots$  auftritt.  $A$  heißt reduzibel in Bezug auf  $N$ , wenn dies letzte Residuum leer ist. Es folgen Bemerkungen über solche verallgemeinerte reduzible Mengen; mit Hinweis auf Fasz. 1003 stellt Hausdorff fest, daß  $\psi(A) = A_\lambda - A$  gerade  $(E - A)_w$  (zur Bez.s.Fasz. 1004) ist. In einem Zusatz vom 13.10.1915 versucht Hausdorff zu zeigen, daß die verallg.reduziblen Mengen i.a.keinen Körper bilden.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; reduzible Mengen; verallgemeinerte reduzible Mengen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1003

[Verallgemeinerung der  $\epsilon$ -Punkte] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 8.8.1914 u.17.10.1915. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Vgl. Fasz. 1004.

Inhalt: Die Mengen  $M$  mögen einen  $\sigma$ -Ring bilden (in Fasz. 1004 waren die  $M$  die  $F_\sigma$ ).  $x$  heißt  $\epsilon$ -Punkt von  $A$ , wenn  $A \cap U_x$  niemals ein  $M$  ist.  $A_\epsilon$  sei die Menge aller  $\epsilon$ -Punkte von  $A$ . Es werden analoge Sätze wie in Fasz. 1004 bewiesen, z.B.: in einem Raum mit 2.Abzählbarkeitsaxiom ist  $A_\epsilon = \emptyset \Leftrightarrow A$  ist ein  $M$ , ferner  $A - A_w$  ( $A_w = A \cap A_\epsilon$ ) ist ein  $M$  usw. Gehören die abgeschlossenen Mengen zu den  $M$ , so ist  $A_{\epsilon\epsilon} = \emptyset$ ,  $A_{w\epsilon} = A_\epsilon$ . Hausdorff definiert nun einen zur gewöhnlichen Residuumbildung analogen Prozeß, nämlich  $A_0 = A$ ,  $A_1 = \varphi(A_0)$ ,  $\dots$   $A_\omega = \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ ,  $\dots$  mit  $\psi(A) = (E - A)_w$  und  $\varphi(A) = \psi(\psi(A))$ . Dieser führt zu einem letzten Residuum  $A_\eta$ ,  $\eta$  aus der zweiten Zahlklasse (II), mit  $A_\eta = \varphi(A_\eta)$ . Es geht dann u.a. um die Darstellung von  $A - A_\eta$  als transfiniten Differenzenkette. Im Zusatz vom 17.10.1915 (Bl.1v) wird eine Darstellung von  $A_\epsilon$  gegeben:  $A_\epsilon = \bigcap_{M \subseteq A} (A - M)_\alpha$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre;  $\epsilon$ -Punkte; verallgemeinertes Residuum; Differenzenketten

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1004

[ $\epsilon$ -Punkte] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 7.2.1914. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995.

Inhalt:  $A \subseteq E$ ,  $E$  ein Hausdorff-Raum.  $x \in A$  heißt  $\epsilon$ -Punkt von  $A$ , wenn für keine Umgebung  $U_x$   $A \cap U_x$  ein  $F_\sigma$  ist; die Menge der  $\epsilon$ -Punkte von  $A$  werde mit  $A_\epsilon$  bezeichnet. Es folgen Sätze über  $A_\epsilon$ , z.B.  $A_\epsilon$  ist abgeschlossen,  $A_\epsilon \subseteq A_\gamma$ , wo  $A_\gamma$  die Menge der Verdichtungs-punkte von  $A$  ist. In einem Raum mit 2.Abzählbarkeitsaxiom ist  $A$  ein  $F_\sigma \Leftrightarrow A_\epsilon = \emptyset$ . Sei  $A_w = A \cap A_\epsilon$ .  $A - A_w$  ist stets ein  $F_\sigma$ ,  $A_w$  in  $A$  abgeschlossen, ferner  $A_\epsilon \subseteq A_{w\epsilon}$ ,  $A_w = A_{ww}$ , und weitere Sätze.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre;  $\epsilon$ -Punkte

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1005

[Über total monotone Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1920]. – 2 Bll.

Die Faszikeln 1005-1026 wurden von Hausdorff unter dem Titel „Summierbarkeit“ in einer Mappe zusammengefaßt. Die meisten sind undatiert; die datierten liegen im wesentlichen in umgekehrter zeitlicher Reihenfolge. G.Bergmann datiert die Sammlung auf 1916-1920.

Inhalt: Hausdorff betrachtet den Übergang vom System  $S(n)$  zum System  $S(t_n)$  (vgl. [27], II, S.280). Für  $\sum \frac{\log t_n}{t_n}$  konvergent ergibt sich für die Differenz zweier total monotoner Funktionen  $\mu(t), \mu^*(t)$ , die an allen  $t_n$  übereinstimmen, eine gewisse Darstellung; Hausdorff wirft die Frage auf, ob man eine solche auch für den Fall einer Folge  $t_n$  mit  $\sum \frac{1}{t_n}$  konvergent hat.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem; total monotone Funktionen; Konvergenzfall

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1006

Keine meiner Summationsmethoden ist stärker als Borel : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1920]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Notizen zu der in der Überschrift genannten Behauptung und Stichpunkte bzgl. zu untersuchender Fragen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Hausdorff-Verfahren; Borel-Verfahren

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1007**

[Die Wirkung von  $C$ -Folgen auf  $(-1)^n$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], Januar 1920. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005.

Inhalt: Hausdorff stellt die Frage, ob die Folge  $(-1)^n$  durch jede  $C$ - Folge  $\mu_n$  (mit  $\mu_n \rightarrow 0$ ) konvergent wird. Für eine Momentfolge  $\mu_n = \int_0^1 u^n d\Phi(u)$  mit an 0 und 1 stetigem  $\Phi(u)$  ist das der Fall. Der allgemeine Fall bleibt offen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  $C$ -Folgen; Momentfolgen

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1008**

$C$ -Folgen jenseits der Hölder-Cesàro-Scala : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 2.1.1920. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Die Tinte ist stark verlaufen; Ms. ist nicht kopierbar.

Inhalt: Ausführliche Darstellung der im Schluß von §6, [27],I, nur angedeuteten Gewinnung von reinen  $C$ -Folgen, die alle Hölderschen  $C$ - Folgen übertreffen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren;  $C$ -Folgen; Hölder-Verfahren

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1009**

[Fragmente] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [1920]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Auf der (durchgestrichenen) Rückseite von Bl.2 befindet sich die Datierung 17.2.1920. Bll.3-4 sind die Seiten 29 u. 30 eines größeren Ms.

Inhalt: Bl.1: Bemerkung zu Differenzen  $\mu_{m,n}$  einer Folge  $\mu_n$ . Bl.2: Bemerkung zur Regularität von  $\sum \mu_n x^n$  (die Bedingungen an  $\mu_n$  sind auf Bl.2 nicht genannt, auf sie wird mit  $(\beta)$  verwiesen). Bll.3-4: ausführlichere Version zum Ende des §6 von [27],I.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren;  $C$ -Folgen

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1010**

[Zur Hardyschen Mittelbildung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 5.5.1920. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Hausdorff verweist auf G.H.Hardy, Quarterly Journ. 38 (1907), S.269-288.

Inhalt: G.H.Hardy hat folgende, mit  $(R, d_n)$  bezeichnete Mittelbildung vorgeschlagen:  $\sum d_n$  sei divergent,  $d_n > 0$ ,  $D_n = \sum_{k=0}^n d_k$ . Man setze  $A_p = \frac{\sum_{k=0}^p d_k a_k}{D_p}$ . Für  $a_n \rightarrow a$  ist auch  $A_p \rightarrow a$ ; dagegen kann  $\lim A_p$  auch ohne Existenz von  $\lim a_n$

existieren. Hausdorff zeigt, daß  $(R, \frac{1}{n+1})$  stärker als die einfache Mittelbildung  $C_1$  ist, aber mit  $C_{1+\delta}$ ,  $\delta > 0$  unvergleichbar ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Hardy-Verfahren; Riesz-Verfahren; Cesàro-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1011

[Folgerungen aus der Bestimmtheit des Momentenproblems] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1920]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert. Hausdorff verweist auf §9 von [27],I.

Inhalt: Aus der Bestimmtheit des Momentenproblems folgt, daß man zu einer gegebenen  $C$ -Folge  $\mu_0, \mu_1, \dots$  in eindeutiger Weise Zahlen  $\mu_{\frac{1}{2}}, \mu_{\frac{3}{2}}, \dots$  finden kann, so daß  $\mu_0, \mu_{\frac{1}{2}}, \mu_1, \mu_{\frac{3}{2}}, \dots$  eine  $C$ -Folge wird. Hausdorff nennt eine für  $t \geq 0$  definierte und für  $t > 0$  stetige Funktion  $\mu(t)$  eine reine  $C$ -Funktion, wenn für jedes  $t > 0$   $\mu(0), \mu(t), \mu(2t), \dots$  eine reine  $C$ -Folge ist. Die in §9 von [27],I verwendeten Funktionen sind reine  $C$ -Funktionen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Momentenproblem;  
Bestimmtheit des Momentenproblems;  $C$ -Folgen; reine  $C$ -Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1012

Zur Wahrsch[einlichkeits]rechnung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1919 oder 1920]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Das Ms. ist undatiert. Hausdorff nimmt auf den von Misesschen Kollektivbegriff Bezug (s.R.v.Mises „Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung“, Math.Z. 5 (1919), S.52-99).

Inhalt: In einer Versuchsfolge sei  $w_n$  die relative Häufigkeit des betrachteten Ereignisses in den ersten  $n$  Versuchen. Wenn  $w_n \rightarrow w$ , so ist  $w$  die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses. Hausdorff bemerkt, daß, wenn  $w_n$  nicht konvergiert, es auch durch keine Cesàrosche und nicht einmal durch Abelsche Mittelbildung konvergent wird.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie;  
Wahrscheinlichkeitstheorie; Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren; Abel-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1013

[Eine Funktionalgleichung für Matrizen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Ist  $S(\alpha)$  eine einparametrische Schar unendlicher Matrizen mit  $S(\alpha)S(\beta) = S(\alpha + \beta)$  und  $S(1) = S$ , wo  $S$  die untere Dreiecksmatrix aus lauter Einsen ist, so gilt  $S(\alpha) = S^\alpha$  mit der Cesàro-Matrix  $S^\alpha$  (s.[27],I, S.82).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Funktionalgleichungen; Cesàro-Verfahren

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1014**

[Die Funktion  $\Phi(x, \lambda)$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald],  
[vermutl.1916-1920]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Es wird die Funktion

$$\Phi(x, \lambda) = \frac{x^\lambda}{\lambda} + \frac{x^{\lambda+1}}{\lambda(\lambda+1)} + \frac{x^{\lambda+2}}{\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)} + \dots$$

untersucht, insbesondere ihre Integraldarstellung und ihr Zusammenhang mit  
der Gammafunktion.

SW: Analysis; Funktionentheorie; ganze Funktionen; Gammafunktion

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1015**

[Untersuchung des Integrals  $I_\gamma(t)$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald],  
[vermutl.1916-1920]. – 4 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Hausdorff betrachtet das Integral

$$I_\gamma(t) = \int_0^\infty e^{-x-\frac{t}{x}} x^{\gamma-1} dx$$

( $t > 0$ ). Er leitet eine DGL für  $I_\gamma(t)$  her und zeigt die Darstellung

$$I_\gamma(t) = \Gamma(\gamma)f(t, -\gamma) + \Gamma(-\gamma)t^\gamma f(t, \gamma)$$

mit

$$f(t, \gamma) = 1 + \frac{t}{1!(1+\gamma)} + \frac{t^2}{2!(1+\gamma)(2+\gamma)} + \dots$$

Es wird ein Zusammenhang von  $I_\gamma(t)$  mit den Besselfunktionen hergestellt.  
Desweiteren werden Reihen untersucht, die durch Summation von  $\int_0^\infty e^{-\frac{y}{t}} y^{\alpha n} dy$   
über  $n$  entstehen.

SW: Analysis; Funktionentheorie; ganze Funktionen; Gamma-Funktion;  
Bessel- Funktionen; uneigentliche Integrale



### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1016

Zur Arbeit über die Hölderschen und Cesàroschen Mittel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1919 oder 1920]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Das Ms. ist undatiert. Es bezieht sich nicht auf [34], sondern vermutl.auf die Arbeit [27],I, die am 11.2.1920 bei der Math.Z. eingegangen ist.

Inhalt:  $\mu_n = \vartheta^n$  ( $0 < \vartheta < 1$ ) ist eine  $C$ -Folge. Hausdorff hatte vermutet, daß die hierdurch erzeugte Summationsmethode stärker als die Cesàrosche oder Höldersche ist; das ist aber nicht der Fall. Aus einem Satz von Hardy und Littlewood („Theorems concerning the Summability of Series by Borel’s Exponential Method“, Rendiconti di circolo math.di Palermo 41 (1916), S.36-53; der Satz steht auf S.50) läßt sich ein Summationsverfahren ableiten; es ist nicht stärker als die Cesàroschen oder Hölderschen. Es gibt  $C$ -Folgen, die stärker wirken als jede Cesàrosche oder Höldersche Mittelbildung. Es gibt  $C$ -Folgen, die schwächer sind als jede Cesàrosche Mittelbildung und solche, die zwischen die Stufen der Cesàroschen Mittelbildung fallen. Darstellung des allgemeinen Gedankens, die lineare Beziehung  $A = a\lambda$  in eine Multiplikation  $B_n = b_n\mu_n$  zu transformieren (s.[27],I,S.77). Bemerkungen zum Verhältnis der Abelschen Summation zu den Hölder- und Cesàro-Verfahren, zu der am Anfang betrachteten  $\vartheta$ -Methode und zu der von Hardy-Littlewood (mit späteren Korrekturen). Beweis, daß  $\mu_n = \frac{n!}{(2n)!}$  und  $\mu_n = \frac{1}{n!}$  keine  $C$ -Folgen sind.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren;  $C$ -Folgen; Momentenproblem; Cesàro-Verfahren; Hölder- Verfahren; Abel-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1017

Ist die Borelsche Grenzwertbestimmung stärker als die Cesàrosche? : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 995. Das Ms. ist undatiert. Es ist bogenweise numeriert:  $\alpha - \gamma$ , entspr. Bll.1-6.

Inhalt: Zunächst wird gezeigt, daß die Borelmethode nicht stärker ist als die arithmetische Mittelbildung und auch nicht stärker als  $C_\alpha$  (Cesàro) für  $\alpha \geq 1$ . Es wird dann das Verhältnis des Borel- Verfahrens zu  $C_\alpha$  für  $0 < \alpha < 1$  untersucht.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Borel-Verfahren; Cesàro-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1018

$x^n = \sum_{i=1}^n A_i(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_i)$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Es soll mit  $x_0 = 0$  und willkürlichen  $x_1, \dots, x_n$  die in der Überschrift angegebene Entwicklung gelten. Hausdorff bestimmt die  $A_k$  zu

$$A_k = \sum x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdots x_{k+1}^{\alpha_{k+1}}$$

mit  $\sum_{j=1}^{k+1} \alpha_j = n - k$  und  $A_n = 1$ . Das Resultat wird auf den Fall  $x_l = l$  angewendet.

SW: Analysis; Potenzsummen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1019

Die Cesàroschen und Hölderschen Mittel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Bll.1-4: Definition der  $(H, k)$ -Konvergenz einer Folge  $a_n$  (Konvergenz im Hölderschen Sinne der Ordnung  $k$ ); Definition der  $(C, k)$ -Konvergenz (Konvergenz im Cesàroschen Sinne der Ordnung  $k$ ); Äquivalenzsatz von Knopp und Schnee. Bl.5: Für  $\alpha > 0$  definiert Hausdorff  $b_n = T_\alpha a_n = \frac{1}{\alpha} a_n + \frac{\alpha-1}{\alpha} M a_n$  mit  $M a_n = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n a_k$ . Es wird  $a_n$  durch  $b_n$  ausgedrückt, d.h. der zu  $T_\alpha$  inverse Operator bestimmt und sein Zusammenhang mit den Cesàro-Mitteln hergestellt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Hölder-Verfahren; Cesàro-Verfahren; Äquivalenzsatz von Knopp-Schnee

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1020

Die Cesàroschen Mittel : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 6.12.1918): Definition der Cesàro-Mittel  $C_\alpha a_n = S^\alpha a_n : \binom{\alpha+n}{n}$  mit  $S^\alpha a_n = \sum_{k=0}^n \binom{\alpha+k-1}{k} a_{n-k}$ . Sätze: (1) Ist  $\gamma > \alpha \geq 0$  und  $C_\alpha a_n \rightarrow \lambda$ , so auch  $C_\gamma a_n \rightarrow \lambda$ . (2) Ist  $A_n = \sum_{i=1}^n a_i$ ,  $B_n = \sum_{i=1}^n b_i$  und  $D_n = \sum_{i=1}^n a_i b_{n-i}$ , so gilt: aus  $C_\alpha A_n \rightarrow \lambda$ ,  $C_\beta B_n \rightarrow \mu$  folgt  $C_{\alpha+\beta+1} D_n \rightarrow \lambda\mu$ . Bll.3-4 (vom 6.11.1919): (1) Ist  $b_n > 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $S^\alpha b_n : \binom{\alpha+n-1}{n} \rightarrow \infty$  und  $\frac{a_n}{b_n} \rightarrow \lambda$ , so auch  $\frac{S^\alpha a_n}{S^\alpha b_n} \rightarrow \lambda$ . (2) Obiger Satz (1) für  $\gamma > \alpha > -1$ . Bll.5-6 (undatiert):  $g(x) = \sum b_n x^n$  sei für  $|x| < 1$  konvergent,  $b_n > 0$  ab einem  $n_0$  und  $\sum b_n$  divergent. Es sei  $f(x) = \sum a_n x^n$  mit  $\frac{a_n}{b_n} \rightarrow \lambda$ . Dann gilt  $\frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow \lambda$  für  $x \rightarrow 1$ . Das wird für  $g(x) = (1-x)^{-\beta}$  angewendet.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1021

Summation divergenter Reihen nach Cesàro : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Definition des Begriffs „ $k$ -fach unbestimmte Reihe  $\sum a_n$ “; Satz von Cesàro: Ist  $\sum a_n$   $k$ -fach und  $\sum b_n$   $l$ -fach unbestimmt, so ist  $\sum_n c_n = \sum_n \sum_{i=1}^n a_i b_{n-i}$  höchstens  $(k + l + 1)$ -fach unbestimmt; ihre verallgemeinerte Summe ist gleich dem Produkt der verallgemeinerten Summen von  $\sum a_n$  und  $\sum b_n$ . Ein Beweis wird nicht gegeben.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren; verallgemeinerte Summen; Satz von Cesàro

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1022

Der Abelsche Stetigkeitssatz und seine Umkehrung : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 19.10.1916. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Die Tinte ist verlaufen, Ms. nicht kopierbar.

Inhalt: Es werden der Abelsche Stetigkeitssatz und seine Umkehrung bewiesen.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Abelscher Stetigkeitssatz; Tauber- Theoreme

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1023

Die Abelsche und die Borelsche Summation divergenter Reihen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 23.u.24.2.1917. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005.

Inhalt: Bll.1-4 (vom 23.2.1917): Definition von Abel- und Borel- Summierbarkeit. Hausdorff vermutete, daß das Borel-Verfahren mächtiger als das Abel-Verfahren ist, zeigt aber hier nun durch ein Beispiel, daß eine Reihe A-summierbar sein kann, ohne B-summierbar zu sein. Bll.5-6 (vom 24.2.1917): Es wird das Verhältnis von A-Summierbarkeit und B-Summierbarkeit von  $\sum a_n$  geklärt in Abhängigkeit vom Konvergenzradius von  $\sum a_n x^n$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Abel-Verfahren; Borel-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1024

Riemanns verallgemeinerte Integration : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 1 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Hausdorff betrachtet den Integraloperator

$$R_\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^1 f(tx)(1-t)^{\alpha-1} dt$$

für  $\alpha > 0$ , leitet einige Eigenschaften her und stellt am Schluß die Frage, ob

$$\sum_{k=0}^n \binom{\alpha+k-1}{k} f\left(\frac{n-k}{n}x\right) : \binom{\alpha+n}{n}$$

für  $n \rightarrow \infty$  nach  $R_\alpha f(x)$  konvergiert.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Integraloperatoren

#### **NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1025**

[( $C, \beta$ )-Summierbarkeit] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [vermutl.1916-1920]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt:  $\beta(t)$  sei eine für  $t \geq 0$  monoton abnehmende Funktion mit  $\beta(+0) = 1$ ,  $\beta(\infty) = 0$  und  $\sum u_n$  eine Reihe. Man bildet  $v(\delta) = \sum \beta(n\delta)u_n$ .  $\sum u_n$  heißt ( $C, \beta$ )-summierbar, falls  $\lim_{\delta \rightarrow 0} v(\delta) = V$  existiert. Es werden zwei einfache Eigenschaften der ( $C, \beta$ )-Summierbarkeit gezeigt.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren

#### **NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1026**

[Übersicht über Summierungsverfahren] : Zusammenstellung / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Greifswald], [nach 15.8.1918-1920]. – 1 Bl. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 1005. Das Ms. ist undatiert. Auf der Rückseite eine Einladung vom 15.8.1918.

Inhalt: Hausdorff stellt für 7 Summationsverfahren die grundlegenden Formeln zusammen.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren

#### **NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1027**

Erweiterung des Systems der messbaren Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], 4.u.5.1.1917. – 6 Bll.

Hausdorff hat die Faszikeln 1027 u.1028 in einer Mappe unter der Überschrift „Masstheorie. Kugelparadoxon“ zusammengefaßt.

Inhalt:  $\mathcal{M}$  sei ein ( $\sigma\delta$ )-Körper von Mengen und auf  $\mathcal{M}$  sei ein  $\sigma$ -additives Maß  $f(A)$  gegeben. Für eine Menge  $A$  kann man bilden:  $\bar{f}(A) = \inf f(X)$ , das Infimum genommen über alle  $X \in \mathcal{M}$ ,  $X \supseteq A$ , und  $\underline{f}(A) = \sup f(Y)$ , das

Supremum genommen über alle  $Y \in \mathcal{M}$ ,  $Y \subseteq A$ . Es ist dann  $\overline{f}(A) \geq \underline{f}(A)$  und man kann  $A$  meßbar nennen, wenn  $\overline{f}(A) = \underline{f}(A)$  gilt; dies wird dann als  $f(A)$  definiert. Sei der  $(\sigma\delta)$ -Körper  $\mathcal{M}^*$  die maximale Erweiterung, die man auf diese Weise erzielen kann,  $U \in \mathcal{M}^*$  (es ist dann  $\overline{f}(U) > \underline{f}(U)$ ) und  $\mathcal{M}^*(U)$  der kleinste  $(\sigma\delta)$ -Körper, der  $\mathcal{M}^*$  und  $U$  enthält. Dann gelingt es Hausdorff, das Maß  $f$  auf  $\mathcal{M}^*(U)$  zu erweitern. Es bleibt allerdings zweifelhaft, ob man so abzählbar viele Mengen  $U_0, U_1, \dots$  zu  $\mathcal{M}^*$  adjungieren kann, d.h. das Maß auf  $\cup_i \mathcal{M}^*(U_0, U_1, \dots, U_i)$  ausdehnen kann.

SW: Analysis; Maßtheorie; meßbare Mengen; Erweiterung von Maßen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1028

[Zum Kugelparadoxon] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 19.u.25.6.1924. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1027.

Inhalt: Zwei Mengen  $A, B$  (in euklidischen Räumen) heißen zerlegungsgleich, in Zeichen  $A \equiv B$ , wenn es Zerlegungen  $A = \sum_{i=1}^n A_i$  und  $B = \sum_{i=1}^n B_i$  in endlich viele disjunkte Summanden gibt, so daß  $A_1$  zu  $B_1$ ,  $A_2$  zu  $B_2$ ,  $\dots$ ,  $A_n$  zu  $B_n$  kongruent ist. „ $\equiv$ “ ist eine Äquivalenzrelation. Es gilt ein Analogon zum Bernsteinschen Äquivalenzsatz: Aus  $A \equiv B_1 \subset B$  und  $B \equiv A_1 \subset A$  folgt  $A \equiv B$ . Hausdorff beweist nun folgende Verallgemeinerung seines Kugelparadoxons: Die Kugel  $K$  im  $R^3$  ist mit einer sphärischen Kreisfläche von beliebig kleinem Radius und demnach mit jeder Menge auf  $K$ , die einen inneren Punkt enthält, zerlegungsgleich.

SW: Analysis; Maßtheorie; Geometrie; Zerlegungsgleichheit; Kugelparadoxon

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1029

Doppelfolgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1923-1932]. – 28 Bll.

Die Faszikeln 1029-1042 sind in einer Mappe unter dem Titel „Doppelfolgen“ zusammengefaßt. G.Bergmann datiert sie auf den Zeitraum 1923-ca.1932. Das vorl.Ms. ist bogenweise numeriert: 1-8, entspr. Bll.1-28.

Inhalt: Es wird die Übertragung der Theorie aus [27],I, auf Doppelfolgen angestrebt. Zunächst werden notwendige und hinreichende Bedingungen an  $\lambda_{mn}^{pq}$  dafür angegeben, daß die Transformation (1):  $y_{pq} = \sum_{mn} \lambda_{mn}^{pq} x_{mn}$  jede konvergente Doppelfolge  $x_{mn}$  in eine wiederum konvergente Doppelfolge  $y_{pq}$  verwandelt. Es folgen notwendige und hinreichende Bedingungen dafür, daß die Transformation (1) jede beschränkte konvergente Doppelfolge  $x_{mn}$  in eine wiederum beschränkte konvergente Doppelfolge  $y_{pq}$  verwandelt. Diese sind (A)  $\sum_{mn} |\lambda_{mn}^{pq}| = L_{pq}$  konvergent, (B)  $L_{pq} \leq L$  beschränkt, (C)  $\lim_{pq} \lambda_{mn}^{pq} = l_{mn}$  und  $\lim_{pq} \sum_{mn} \lambda_{mn}^{pq} = l$  existieren, (D)  $\lim_{pq\nu} \sum_{n=\nu+1}^{\infty} |\lambda_{mn}^{pq}| = \lim_{pq\mu} \sum_{m=\mu+1}^{\infty} |\lambda_{mn}^{pq}| = 0$ . Letzterer Satz ist ein Analogon zum Toeplitzschen Permanenzsatz für einfache Folgen. Es werden dann Differenzen für Doppelfolgen betrachtet und

die Form einer linearen Beziehung (1) zwischen zwei Doppelfolgen ermittelt, die sich in den Differenzen multiplikativ darstellt. Zur Multiplikator-doppelfolge  $\mu_{mn}$  gehören dann (analog dem Vorgehen bei einfachen Folgen, s. [27], I, S. 80ff) gewisse  $\lambda_{mn}^{pq}$ .  $\mu_{mn}$  heißt total monoton, wenn alle  $\lambda_{mn}^{pq} \geq 0$  sind, sie heißt eine B-Folge, wenn für die  $\lambda_{mn}^{pq}$  die Bedingung (B) erfüllt ist. Wenn (A)-(D) erfüllt sind, heißt sie eine C-Folge (konvergenztreue Folge). Eine reelle B-Folge ist Differenz zweier totalmonotoner Folgen. Hinreichend und notwendig dafür, daß eine B-Folge auch C-Folge ist, ist  $\lim_p \lambda_{mn}^{pq} = \lim_q \lambda_{mn}^{pq} = l_{mn}$  mit obigem  $l_{mn}$  aus (C). Für  $l_{00} = 0$  ist sie nulltreu.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Doppelfolgen; Toeplitzischer Permanenzsatz für Doppelfolgen; totalmonotone Doppelfolgen; C-Folgen; B-Folgen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1030

[Interpolationsformeln im  $R^2$ , Stieltjesintegrale im  $R^2$ ] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. 1923-1932]. – 16 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029.

Inhalt: Bll. 1-6: Lagrangesche Interpolationsformeln für Polynome in 2 Variablen; Übertragung der Ideen von §1 u. §6 von [27], II ins Zweidimensionale. Bll. 7-8 unter der Überschrift „Mittelwertsatz“: Mittelwertsatz für Funktionen zweier Variabler. Bll. 9-16 unter der Überschrift „Stieltjes-Integrale“: Belegungen  $\chi(u, v)$  im Einheitsquadrat (doppeltmonotone Funktionen), äquivalente Belegungen; Definition des Stieltjes-Integrals in der Ebene, grundlegende Eigenschaften; der Hellysche Auswahlatz für gleichmäßig beschränkte Belegungen in der Ebene.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Integrationstheorie; Summierungsverfahren; Doppelfolgen; Interpolation; zweidimensionales Stieltjes-Integral; Hellyscher Auswahlatz

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1031

Stieltjesintegrale, wenn  $w(u, v)$  eine Treppenfunktion ist : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl. 1923-1932]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029.

Inhalt: Hausdorff zeigt die Lösbarkeit des Momentenproblems für totalmonotone Doppelfolgen  $\mu_{mn}$ , d.h. die Existenz einer monotonen Belegung  $w(u, v)$  mit  $\mu_{mn} = \int_0^1 \int_0^1 u^m v^n d^2 w$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Doppelfolgen; Momentenproblem; zweidimensionales Stieltjes-Integral

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1032

Multiplikatoren von Doppelfolgen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.11.1931. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029.

Inhalt: Hausdorff betrachtet Spezialfälle der allgemeinen Momentdoppelfolge

$$\mu_{mn} = \int_0^1 \int_0^1 u^m v^n d^2 w(u, v),$$

nämlich (A)  $\mu_{mn} = \int_0^1 u^m d\varphi(u) \cdot \int_0^1 v^n d\psi(v)$ , (B)  $\mu_{mn} = \int_0^1 t^{m+n} d\chi(t)$ , (C)  $\mu_{mn} = \int_0^1 t^m (1-t)^n d\chi(t)$  und hierfür jeweils die entsprechenden Hölder- und Cesàro-Multiplikatoren. Er gibt noch ein allgemeineres Verfahren an, von dem (C) ein Spezialfall ist.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Doppelfolgen; Multiplikatoren von Doppelfolgen;  
Cesàro-Verfahren; Hölder-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1033

Beweis, daß  $(m - n) : \binom{m+n+\alpha}{m+n} = \mu_{mn}$  ( $\alpha > -1$ ) keine B-Folge ist : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 15.11.1931. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029.

Inhalt: Es wird der in der Überschrift gen.Satz bewiesen mit einer Folgerung zur Hölder-Skala  $H^{\alpha\beta}$  für Doppelfolgen (zum Begriff B-Folge vgl. Fasz. 1029).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Doppelfolgen; B-Folgen; Hölder-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1034

[Hallenbach] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.11.1931. – 5 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029. Nach dem Datum die Bemerkung „nach Hallenbach“. Das bezieht sich auf Hallenbach, Franz „Zur Theorie der Limitierungsverfahren von Doppelfolgen“, Dissertation Bonn, 29.7.1933.

Inhalt: Bll.1-3: Es wird gezeigt, daß für  $s > 0, t > 0, 0 < \alpha < 1$  die Funktion  $\mu(s, t) = \frac{1}{s^\alpha} + \frac{1}{t^\alpha} - \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{s}\right)^\alpha$  totalmonoton ist mit einer Folgerung für die Höldermultiplikatoren (mit Verweis auf Fasz. 1033). Bll.4-5:  $\chi(u)$  sei eine Sprungfunktion mit den Sprungstellen  $u_0 < u_1 < \dots$  ( $0 < u_n < 1$ ) und den Sprüngen  $s_0, s_1, \dots$ ;  $\mu(t) = \sum s_n u_n^t$  ( $s_n > 0$ ) die zugehörige Momentfunktion. Hausdorff zeigt, daß bei geeigneten  $t_m$  das Momentenproblem unbestimmt ist, d.h. es gibt eine weitere totalmonotone Funktion  $\mu^*(t) = \sum s_n^* u_n^t$  mit  $s_n^* > 0$ , so daß  $\mu^*(t_m) = \mu(t_m)$  gilt ( $0 = t_0 < t_1 < \dots; t_n \rightarrow \infty$ ).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Doppelfolgen; Hölder-Verfahren; Momentenproblem;  
Unbestimmtheit des Momentenproblems; totalmonotone Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1035**

Überführung einer Matrix in eine Diagonalmatrix : Studie / Felix Hausdorff.  
Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1923-1932]. – 20 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-5, entspr. Bll.1-20.

Inhalt: Hausdorff gibt zunächst ein Verfahren an, eine untere Dreiecksmatrix  $a$  mit lauter verschiedenen Diagonalelementen vermöge  $\rho a \rho^{-1}$  auf Diagonalgestalt zu transformieren. Dieses läßt sich unmittelbar auf unendliche untere Dreiecksmatrizen übertragen. In [27],II hatte Hausdorff für spezielle untere Dreiecksmatrizen  $a = (a_{ik})$  ( $a_{ik} = 0$  für  $k > i$ ), nämlich für  $a_{ik} = \frac{a_k}{A_i}$  für  $k \leq i$  mit  $A_n = \sum_{i=0}^n a_i$  die Verwandlung in eine Diagonalmatrix mittels Interpolationspolynomen vorgenommen. Er überträgt dies Verfahren auf untere Dreiecksmatrizen mit konstanter Zeilensumme und behandelt die Mittelbildung mit gegenlaufenden Gewichten, d.h. die Matrix  $a_{ik} = \frac{a_{i-k}}{A_i}$  mit  $A_n = \sum_{i=0}^n a_i$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Interpolation; Transformation auf Diagonalgestalt; Cesàro-Verfahren

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1036**

Summationsmethoden für Doppelfolgen : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Greifswald], 30.11.1920. – 13 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-4, entspr. Bll.1-13.

Inhalt: Z.T. stichpunktartige Skizze einer Erweiterung der in [27] gegebenen Theorie auf Doppelfolgen. Im einzelnen: Begriff der C-Matrix ( $\lambda_{mn}^{pq}$ ), Bedingungen für C-Matrizen (Übertragung des Toeplitzschen Permanenzsatzes auf Doppelfolgen); Differenzen, totalmonotone Doppelfolgen; Verallgemeinerung der Hölder- und Cesàro-Mittel auf Doppelfolgen; Stieltjesintegrale in der Ebene, Momentfolgen; Beispiele; im Einheitsquadrat positive Polynome; die Lösung des Momentenproblems für totalmonotone Folgen, seine Bestimmtheit; Lagrangesche Interpolationsformeln in der Ebene; erste Schritte, die in [27],II gegebene Theorie auf Doppelfolgen zu verallgemeinern. Das Ms. bricht mitten im Satz ab. Vgl. auch Faszikeln 1029, 1030, 1031.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Doppelfolgen; Interpolation; Momentenproblem; C-Matrizen; Toeplitzscher Permanenzsatz für Doppelfolgen; Hölder-Verfahren; Cesàro-Verfahren

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1037**

Matrizen vom Cesàro-Typus : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.7.1929. – 8 Bll.



Vgl. Bem. bei Fasz. 1029. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8.

Inhalt:  $D$  sei die Matrix einer linearen Transformation  $y_n = \frac{1}{D_n} \sum_{i=0}^n d_i x_i$  mit  $D_n = \sum_{i=0}^n d_i$ . Gesucht werden die mit  $D$  vertauschbaren Matrizen  $A$  vom Cesàro-Typus, das sind solche, die zur Transformation  $y_n = \frac{1}{A_n} \sum_{i=0}^n a_{n-i} x_i$  mit  $A_n = \sum_{i=0}^n a_i$  gehören. Sei  $a_n \neq 0$  für alle  $n$  und  $\alpha_n = \frac{A_{n-1}}{a_n}$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\rho = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}$  gesetzt. Für  $\rho = 1$  stellt sich  $A$  als Cesàro-Matrix  $C_\alpha$  heraus; für  $\rho \neq 1$  erhält man Matrizen vom Cesàro-Typus, die nicht die Cesàro-Matrizen des Systems der mit  $D$  vertauschbaren Matrizen sind.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren; Matrizen vom Cesàro-Typus

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1038

[Matrizen vom Cesàro-Typus] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.-4.9.1922. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029.

Inhalt: Hausdorff geht von der Frage aus, ob es im System  $S(t_n)$  (vgl. [27],II, S.280) Matrizen der Form  $a_{ik} = \frac{d_{i-k}}{D_i}$  ( $D_n = \sum_{j=0}^n d_j$ ) gibt (in Fasz. 1037 hat Hausdorff solche Matrizen als Matrizen vom Cesàro-Typus bezeichnet; für  $t_n = n$  sind es die Cesàro-Matrizen  $C_\alpha$ ). Die Antwort lautet „ja“ für  $t_n = t_1 \frac{1-\rho^n}{1-\rho}$ ; allerdings gelten die Sätze der Hausdorffschen Theorie für diese Matrizen nicht mehr (es liegt der Konvergenzfall  $\sum \frac{1}{t_n}$  konvergent vor). Hausdorff bestimmt dann alle Matrizen der obigen Gestalt, die mit Matrizen gleicher Gestalt vertauschbar sind. Unter gewissen Bedingungen ist  $a = (a_{ik})$  vom obigen Typ eine reine C-Matrix.  $a$  entsprechen die Multiplikatoren  $\frac{1}{D_i}$ ;  $a^n$  sind für alle  $n$  reine C-Matrizen mit den Multiplikatoren  $\mu_i = \frac{1}{D_i^n}$ . Schließlich wird über  $C^{(n)} = \sum_{j=0}^n \frac{x^j}{j!} a^j$  durch Grenzübergang  $n \rightarrow \infty$  eine reine C-Matrix mit den Multiplikatoren  $\mu_i = e^{\frac{x}{D_i}}$  (für bel.reelles  $x$ ) definiert.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie;  
Summierungsverfahren; Matrizen vom Cesàro-Typus; C-Matrizen;  
Konvergenzfall

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1039

[Matrizen vom Cesàro-Typus] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.6.1929. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029.

Inhalt: Das Limitierungsverfahren, welches durch eine Matrix vom Cesàro-Typus  $\frac{d_{i-k}}{D_i}$  (vgl. Fasz. 1037,1038) definiert wird, umfaßt in seinem Konvergenzfeld Folgen, die dem Abelschen und damit allen Cesàro-Verfahren unzugänglich sind. Andererseits ist ihm  $(-1)^n$  unzugänglich, das schon für jedes  $C_\alpha$  ( $\alpha > 0$ )

limitierbar ist. Das genannte Limitierungsverfahren ist also mit  $A$  und allen  $C_\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) unvergleichbar.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Matrizen vom Cesàro-Typus; Abel-Verfahren; Cesàro-Verfahren

#### **NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1040**

[Totalmonotone Folgen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1923-1932]. – 3 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029. Das Ms. ist undatiert.

Inhalt: Bemerkungen über totalmonotone Folgen und ihre Interpolation im Divergenzfall:  $\sum \frac{1}{t_n}$  divergent (vgl. [27], II).

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Interpolation; totalmonotone Folgen; Divergenzfall

#### **NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1041**

Stieltjes-Integrale : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 26.u.27.2., 19.u.23.3.1923. – 9 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029.

Inhalt: Bll.1-2: Definition des Stieltjesintegrals stetiger Funktionen über Grenzwerte von Treppenfunktionen; Bll.3-4: Ausdehnung der Definition auf unterhalb stetige Funktionen; Bll.5-7: obere und untere Stieltjesintegrale, Definition des Stieltjesintegrals als arithmetisches Mittel von oberem und unterem Integral; Bll.8-9: Stieltjessche Doppelintegrale.

SW: Analysis; Integrationstheorie; Stieltjesintegrale; unterhalb stetige Funktionen

#### **NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1042**

[Limitierung von Doppelfolgen] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [nach dem 9.11.1931]. – 1 Bl. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 1029. Das Ms. ist undatiert. Es ist auf die Rückseite einer Einladung vom 9.11.1931 geschrieben.

Inhalt: Stichpunkte zur Limitierungstheorie von Doppelfolgen, meist als Fragen formuliert.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Doppelfolgen; C-Folgen; Cesàro-Verfahren; Hölder-Verfahren

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1043

[Summen von  $\aleph_1$  Mengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1935-1936]. – 5 Bll.

Fasz. 1043 und die Faszikeln 551,552,558,559 hatte Hausdorff in einer Mappe unter der Überschrift „Summen von  $\aleph_1$  Mengen (Fund.26).  $\Omega\Omega^*$ -Lücken. Der Raum  $2^X$ “ zusammengefaßt. Die Faszikeln 551,552,558,559 wurden von G.Bergmann für die Veröffentlichung in Nachgel.Schr.,I, entnommen. Sie befinden sich jetzt in Kapsel 38. Das Ms. ist von Hausdorff selbst paginiert.

Inhalt: Sierpinski hatte in Fundamenta Math. 1 (1920), S.224, folgende Fragen gestellt: 1) Kann eine Summe von  $\aleph_1$  Mengen 1.Kategorie von 2.Kategorie sein? 2) Kann eine Summe von  $\aleph_1$  Nullmengen von positivem äußerem Maß sein? (beides natürlich ohne Annahme der Kontinuumhypothese zu entscheiden). Hausdorff zeigt hier: Genau dann ist ein separabler Raum  $E$  von 2.Kategorie als Summe von  $\aleph_1$  Mengen von 1.Kategorie darstellbar, wenn  $E$  als Summe von  $\aleph_1$  aufsteigenden  $F_\sigma$ -Mengen 1.Kategorie darstellbar ist. Ebenso: Wenn ein Intervall des Euklidischen Raumes in  $\aleph_1$  disjunkte Nullmengen zerlegt ist, so ist es Summe einer wachsenden Folge von  $\aleph_1$   $G_\delta$ -Mengen. Es folgen mit Verweis auf Lusin und Sierpinski, Comptes Rendus 175 (1922), S.357-359 sowie Sélivanowski, Fundamenta Math. 21 (1933), S.20-28 Ergänzungen zu §34 von [45]. Vgl. auch [41].

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Maßtheorie; metrische Räume; separable Räume; Mengen 1.Kategorie; Suslinmengen; Borelmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1044

[Räume der Eigenschaft  $L$ ] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.10., 3.,9. u.11.11.1929. – 8 Bll.

Die Faszikeln 1044 und 1045 befinden sich in einer Mappe mit der Überschrift „Sätze, die der Cantorsche Kontinuumhypothese widersprechen“. In diese Mappe gehörten ursprünglich auch die Faszikeln 621 und 622.

Inhalt: Die stetigen Funktionen über  $A$  mit der Metrik  $\rho(f, g) = \sup_A |f - g|$  bilden genau dann einen separablen Raum, wenn  $A$  kompakt ist. Hausdorff definiert: Ein Raum  $A$  hat die Eigenschaft  $L$ , wenn es auf ihm abzählbar viele stetige Funktionen  $f_n(x)$  derart gibt, daß jede stetige Funktion auf  $A$  punktweiser Limes einer Teilfolge  $f_{n_p}(x)$  ist. Jeder separable Raum  $A$  hat die Eigenschaft  $L$ . Soll ein nichtseparabler Raum die Eigenschaft  $L$  haben, so darf die Cantorsche Kontinuumhypothese nicht gelten.  $A$  hat die Eigenschaft  $L_0$ , wenn jede beschränkte stetige Funktion als  $\lim f_{n_p}$  darstellbar ist. Dann gilt folgender Satz: Nicht separable Räume mit der Eigenschaft  $L_0$  gibt es dann und nur dann, wenn die Menge  $W$  der Ordnungszahlen  $< \Omega$  eine Folge von Teilmengen  $U_n$  enthält derart, daß jede Teilmenge  $U$  von  $W$  als Limes einer Teilfolge  $U = \lim_p U_{n_p}$  darstellbar ist ( $\Omega$  ist die Anfangszahl der dritten Zahlklasse).

SW: Topologie; Mengenlehre; teilweise metrische Räume; stetige Funktionen; separable Räume; kompakte Mengen; Räume der Eigenschaft  $L$ ; Kontinuumhypothese; Ordnungszahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1045**

[Eine Folgerung aus der Cantorschen Kontinuumhypothese] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.3.1932. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1044.

Inhalt: Mit Verweis auf [45], §34, stellt Hausdorff fest: Falls die Cantorsche Kontinuumhypothese gilt, würde in einem perfekten Raum  $E$  jede überabzählbare total imperfekte Menge  $B$  ein Suslinkomplement sein.

SW: Topologie; Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre; Kontinuumhypothese; metrische Räume; separable Räume; perfekte Räume; Suslinkomplemente

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1046**

[Notizen zur symmetrischen Stetigkeit] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1936-1937]. – 14 Bll.

Die Faszikeln 1046 und 1047 sind von Hausdorff in eine Mappe unter der Überschrift „Symmetrische Stetigkeit“ eingelegt. In diese Mappe gehörten ursprünglich auch die Faszikeln 600-602. Auf Bl.3v eine Werbung des Oldenburg-Verlages vom November 1936. Auf Bl.13 Hausdorffs Stempel mit Adresse und Telefonnummer.

Stichpunkte und Notizen zum Thema symmetrische Stetigkeit; z.T. Rechnungen ohne Text.

SW: Analysis; reelle Funktionen; symmetrisch stetige Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1047**

[Symmetrisch stetige Funktionen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.-14. u.16.6.1933, 22.1.1934. – 15 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1046. Das Ms. ist bogenweise numeriert: a-d, entspr. Bll.1-15.

Inhalt: Hausdorff betrachtet reelle Funktionen  $f(x)$  einer reellen Variablen, die überall der Bedingung

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} [f(x+h) - f(x-h)] = 0$$

genügen. Ist  $D$  die Menge der Unstetigkeitspunkte einer solchen Funktion, so werden folgende Fragen gestellt: (A) Gibt es Funktionen (1) mit  $D$  überabzählbar? (B) Gibt es Funktionen (1) mit  $D = R^1$ ? (C) Gibt es charakteristische Funktionen, d.h. solche, die nur die Werte 0 und 1 annehmen, die (1) genügen

und überabzählbares  $D$  haben? Wenn (C) mit ja beantwortet werden könnte, würde eine solche Funktion eine nicht meßbare Menge definieren (Verweis auf Mazurkiewicz, Sierpinski, Fundamenta Math. 11 (1928), S.145-150). In einem Zusatz vom 22.1.1934 stellt Hausdorff mit Verweis auf Charzynski, Fundamenta Math. 21 (1933), S.214- 225, fest, daß (C) mit nein beantwortet werden muß. Hausdorff gelingt dann folgende Konstruktion: Auf der Menge der rationalen Zahlen kann eine charakteristische Funktion so konstruiert werden, daß (1) erfüllt ist und die Funktion überall unstetig ist. Hausdorff versucht dann eine reelle nicht meßbare Funktion  $f(x)$  mit folgender Eigenschaft zu konstruieren: Zu jedem  $x$  existiert  $\delta_x > 0$  mit  $f(x+h) = f(x-h)$  für  $0 < h < \delta_x$ . Unter Voraussetzung der Gültigkeit der Kontinuumhypothese könnte die Konstruktion auf ein induktives Verfahren innerhalb der zweiten Zahlklasse zurückgeführt werden; der Induktionsschritt gelingt jedoch nicht. Die oben zitierte Arbeit von Charzynski zeigt, daß er nicht gelingen kann (späterer Vermerk Hausdorffs Bl.14v).

SW: Analysis; reelle Funktionen; Maßtheorie; Mengenlehre; symmetrisch stetige Funktionen; charakteristische Funktionen; nichtmeßbare Mengen; nichtmeßbare Funktionen; Kontinuumhypothese; Ordnungszahlen

#### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1048

Zu Steenrod : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 30.u.31.12.1936. – 8 Bll.

Die Faszikeln 1048-1050 sind in einer Mappe „Dualitätssätze“ zusammengefaßt. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-2, entspr. Bll.1-8. Die Überschrift des vorl. Fasz. bezieht sich vermutl.auf N.E.Steenrod „Universal homology groups“, American Journal of Math. 58 (1936), S.661- 701. S.auch Fasz. 750.

Inhalt: Das direkte Bild einer Topologie (Minimalraum); das inverse Bild einer Topologie (Maximalraum); dasselbe für Folgen von Räumen  $X_n$  und Abbildungen  $\psi_n : X_n \rightarrow Y$  und  $Y_n$  mit  $\psi_n : X \rightarrow Y_n$ . Übertragung auf den Fall  $\varphi_n : X_n \rightarrow X_{n+1}$  und Topologisierung des Limesraums  $X$  mit der feinsten Topologie, in der alle  $\psi_n = \psi_{n+1}\varphi_n : X_n \rightarrow X$  stetig sind (Minimalraum) bzw. auf den Fall  $\varphi_{n+1} : Y_{n+1} \rightarrow Y_n$  und Topologisierung des inversen Limesraums  $Y$  mit der größten Topologie, bezüglich der alle  $\psi_n = \varphi_{n+1}\psi_{n+1} : Y_n \rightarrow Y$  stetig sind. Begriff der topologischen Gruppe. Nach diesen Vorbereitungen beweist Hausdorff: (A) Sei  $X$  eine topologische Gruppe,  $\psi$  ein Homomorphismus von  $X$  auf die Gruppe  $Y$ . Wählt man in  $Y$  das direkte Bild der Topologie von  $X$ , d.h. wählt man  $Y$  als Minimalraum, so ist auch  $Y$  topologische Gruppe. (B)  $\psi$  sei ein Homomorphismus von  $X$  in die topologische Gruppe  $Y$ . Wählt man in  $X$  das inverse Bild der Topologie von  $Y$ , d.h. wählt man  $X$  als Maximalraum, so wird auch  $X$  topologische Gruppe. Ob auch der Minimalraum  $X$  einer Folge  $X_n$  topologischer Gruppen mit stetigen Homomorphismen  $\varphi_n : X_n \rightarrow X_{n+1}$  wieder topologische Gruppe ist, kann Hausdorff nicht entscheiden (bei Steenrod nur für den Spezialfall diskreter  $X_n$  behandelt). Für den Maximalraum  $Y$  einer inversen Folge  $\varphi_{n+1} : Y_{n+1} \rightarrow Y_n$  gilt, daß  $Y$  wieder topologische Gruppe ist.

SW: Topologie; topologische Algebra; topologische Gruppen; inverser Limes; direkter Limes; Minimalraum; Maximalraum

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1049**

Der Alexandersche Dualitätssatz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [um 1930]. – 20 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1048. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-5, entspr. Bll.1-20. Es ist undatiert; G.Bergmann datiert es mittels Papiertest um 1930. Das Ms. bezieht sich auf die Arbeit J.W.Alexander „A proof and extension of the Jordan-Brouwer separation theorem“, Transactions of the Amer. Math. Soc. 23 (1922), S.333-349.

Inhalt: Darstellung des Inhalts der o.g. Arbeit in Hausdorffs eigener Bearbeitung mit einigen kritischen Bemerkungen und dem abschließenden Urteil „Für meine Ansprüche ist diese Arbeit äußerst wenig überzeugend!“ (Bl.19).

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologie;  $n$ -Sphären; Zusammenhangszahlen; Alexanderscher Dualitätssatz; Satz von Jordan-Brouwer

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1050**

Zu Pontrjagin : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Sept.1936-1937]. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1048. Das Ms. ist bogenweise numeriert: I-III, entspr. Bll.1-12. Es ist undatiert; G.Bergmann datiert es mittels Papiertest auf 9.36- 12.37. Das Ms. bezieht sich auf die Arbeit L.S.Pontrjagin „The theory of topological commutative groups“, Annals of Mathematics 35 (1934), S.361-388.

Inhalt:  $X, Y, Z$  seien additiv geschriebene abelsche Gruppen und gleichzeitig L-Räume und die Gruppenoperation und die Inversenbildung sei stetig. Jedem  $(x, y) \in (X, Y)$  sei  $z \doteq xy \in Z$  zugeordnet mit (a) bei festem  $y$  liefert  $xy = z$  einen Homomorphismus von  $X$  in  $Z$ , bei festem  $x$  einen Homomorphismus von  $Y$  in  $Z$ , (b) für  $x_n \rightarrow x$  gilt  $x_n y \rightarrow xy$ ; für  $y_n \rightarrow y$  gilt  $x y_n \rightarrow xy$ , (c) zu  $y \neq 0$  existiert ein  $x$  mit  $xy \neq 0$ ; zu  $x \neq 0$  existiert ein  $y$  mit  $xy \neq 0$ . Erfüllen  $X, Y$  (a),(b),(c), so heißen sie ein duales Gruppenpaar bezüglich  $Z$ . Sind nur  $X$  und  $Z$  gegeben und betrachtet man die Menge  $X$  aller stetigen Homomorphismen von  $Y$  in  $Z$ , so kann man sie zum L-Raum machen. Hausdorff findet dann hinreichende Bedingungen dafür, daß  $(X, Y)$  ein duales Paar bezgl.  $Z$  ist. Wenn diese hinreichenden Bedingungen erfüllt sind und  $X$  die Gruppe der Homomorphismen von  $Y$  in  $Z$  ist,  $Y_0$  eine Untergruppe von  $Y$  und  $X_0 = (X, Y_0)$ , so ist auch  $Y_0 = (Y, X_0)$ . Ferner sind die Homomorphismengruppen von  $Y_0$  und  $Y | Y_0$  respektive mit  $X | X_0$  und  $X_0$  isomorph. Ist  $Y$  diskret und höchstens abzählbar und ist  $Z$  als L-Raum kompakt, so ist auch die Gruppe  $X$  der Homomorphismen von  $Y$  in  $Z$  als L-Raum kompakt; ist  $Z$  höchstens separabel, so auch  $X$ .

SW: Topologie; topologische Algebra; topologische Gruppen; abelsche Gruppen; Homomorphismengruppen; duale Gruppenpaare; kompakte Gruppen; diskrete Gruppen; Limesräume

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1051

Endliche kommutative Ringe mit Einselement : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.-9.5.u.9.-10.10.1933; 25.2., 7.u.9.3., 28.7.1934. – 89 Bll.

Die Faszikeln 1051-1056 befinden sich in einer Mappe „Endliche kommutative Ringe mit Einselement“. Das vorl.Fasz. ist von Hausdorff bogenweise numeriert: 1-17, entspr. Bll.2-89; einige Bogen sind eingeschoben, z.B. 8 $\alpha$ -8 $\epsilon$ , entspr. Bll.33-49. Bl.1 enthält Notizen und offene Fragen und dient als Umschlag für das übrige; auf der Rückv. von Bl.1 befindet sich eine Einladung des „Jüdischen Kulturbunds Rhein-Ruhr“ vom 27.2.1934.

Inhalt: Bll.1-32: Hausdorff betrachtet endliche kommutative Ringe  $R$  mit Eins; mit  $H$  bezeichnet er die multiplikative Gruppe der Nichtnullteiler (regulären Elemente). Eine multiplikative abelsche Gruppe heißt regulär, wenn sie sich derart in einen Ring einbetten läßt, daß sie die Gruppe aller regulären Elemente von  $R$  ist. Dann folgt: direktes Produkt zweier Ringe  $R = (R_1, R_2)$ ; Form der Ideale im direkten Produkt; reduzible und irreduzible Ringe, Kriterium für Irreduzibilität; Homomorphismen; das homomorphe Bild der Gruppe der regulären Elemente; irreduzible Ringe  $R$ , das Radikal  $N$  von  $R$ ;  $R | N$  ist ein Galoisfeld  $\text{GF}(p^f)$ , Folgerungen für die Ordnungen  $r, n, h$  von  $R, N, H$ ; 2 Beispiele. Hausdorff definiert nun:  $R$  hat die Eigenschaft (P), wenn es zu jedem von (0) verschiedenen Ideal  $I$  einen Nullteiler  $\pi$  derart gibt, daß aus  $\pi\eta = 0$  folgt  $\eta \in I$ . Ist  $R = (R_1, R_2)$ , so hat  $R$  die Eigenschaft (P)  $\Leftrightarrow R_1, R_2$  haben die Eigenschaft (P); für einen irreduziblen Ring ist (P) damit gleichbedeutend, daß sein Radikal Hauptideal ist; Folgerungen aus dem bisherigen für die regulären Gruppen; Bemerkungen zum System  $G$  der  $n$ -ten Potenzen der Ringelemente. Bll.33-49 (Einschub vom 9.-10.10.1933 u. vom 25.2.1934): Sehr kritische Bemerkungen und Verbesserungen zu den Arbeiten von G.Mignosi, Rendiconti di circolo matematico di Palermo 56 (1932), S.161-208, und dies.Zeitschr. 57 (1933), S.357-401. Bll.50-84 unter der Überschrift „Charaktersummen“: Charaktersummen  $\{\chi, \sigma\}$  (zur Def.u.Bez.s.Fasz. 429); 3 Beispiele; wesentliche und eigentliche Charaktere; jeder eigentliche Charakter ist wesentlich; in jedem irreduziblen Ring gibt es wesentliche Charaktere; Kriterium dafür, wann ein irreduzibler Ring eigentliche Charaktere hat oder nicht; Beispiele. Dann geht es um die Frage, wann die Menge der wesentlichen mit der Menge der eigentlichen Charaktere übereinstimmt; es wird dafür eine notwendige und hinreichende Bedingung formuliert. Beispiele. Bll.85-89: Multiplikation der Charaktersummen. Vgl. auch Faszikeln 429,442,460,564-65,582-83.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Einbettung abelscher Gruppen in Ringe; Nichtnullteiler; reguläre Gruppen; irreduzible Ringe; Galoisfelder;

Charaktere; Charaktersummen; wesentliche und unwesentliche Charaktere; eigentliche und uneigentliche Charaktere

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1052**

Zur Frage  $W = E$  (Übereinstimmung der wesentlichen und eigentlichen Charaktere) : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 11.3., 26.- 30.7. u.2.8.1934. – 22 Bl

Vgl. Fasz. 1051.

Inhalt: Bl.1-10:  $N_1$  sei das Ideal aller  $\omega \in R$  mit  $\omega\nu = 0$  für jeden Nullteiler  $\nu$ . Hausdorff versucht am 11.3. zunächst vergeblich zu beweisen, daß „ $N_1$  ist Hauptideal“ für  $W = E$  hinreichend ist; das gelingt ihm am 26.7. Bl.11-22: Sei  $N_1$  wie oben definiert,  $N_1 = (\omega_1, \dots, \omega_l)$ . Es wird zunächst erneut gezeigt, daß  $l = 1$  hinreichend für  $W = E$  ist. Für  $l > 1$  gibt es keine eigentlichen Charaktere. Sei  $H_1$  die Gruppe aller Elemente  $\equiv \epsilon(N_1)$  ( $\epsilon$  Einsele. von  $R$ ), so zeigt Hausdorff:  $\chi$  in  $H_1$  Nebencharakter  $\rightarrow \chi$  wesentlich. Offen ist die Frage, ob hiervon die Umkehrung gilt. Hausdorff versucht das zu beweisen, was nicht gelingt.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Charaktersummen; wesentliche und unwesentliche Charaktere; eigentliche und uneigentliche Charaktere

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1053**

[Charakterisierung der wesentlichen Charaktere] : Studie / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Bonn], 3.8.1934. – 6 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1051. Fasz. 1053 ist eine unmittelbare Fortsetzung von Fasz. 1052.

Inhalt: Hausdorff hat für „ $\chi$  wesentlich  $\longleftrightarrow \chi$  Nebencharakter in  $H_1$ “ eine äquivalente Behauptung aufgestellt, und versucht, diese zu beweisen, was nicht gelingt.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Charaktersummen; wesentliche und unwesentliche Charaktere; eigentliche und uneigentliche Charaktere

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1054**

[Charakterisierung der wesentlichen Charaktere] : Rechnungen, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.8.1934. – 3 Bl.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1051.

Inhalt: Rechnungen für einen Spezialfall in Fortsetzung von Fasz. 1053; sie sind in Fasz. 1055 allgemeiner durchgeführt.



SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Charaktersummen; wesentliche und unwesentliche Charaktere; eigentliche und uneigentliche Charaktere

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1055**

[Charakterisierung der wesentlichen Charaktere] : Studie / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Bonn], 6.-7.8.1934. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1051. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12.

Inhalt: In Fortsetzung von Fasz. 1053 geht es um den Beweis von „ $\chi$  wesentlich  $\rightarrow \chi$  Nebencharakter in  $H_1$ “. Hausdorff formuliert eine Aussage, aus der dies folgen würde. Er prüft den Fall, daß der Kern  $K = GF(p)$  ist, und formuliert für diesen Fall einen Satz, aus dem die o.g.Aussage folgen würde. Er versucht diesen Satz zu beweisen. Schließlich erkennt er an einem Gegenbeispiel, daß dieser Satz falsch ist, womit das Ausgangsproblem weiter offen bleibt.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Charaktere; Charaktersummen; wesentliche und unwesentliche Charaktere; eigentliche und uneigentliche Charaktere

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1056**

Einbettung von  $H$  in  $R$  : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 4.2.1933. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1051.

Inhalt: Einbettungsproblem von  $H$  in  $R$  wie in Fasz. 1051. Dann wird folgender Satz formuliert: Eine Gruppe  $H$  von ungerader Ordnung  $h$  ist genau dann regulär-irreduzibel, wenn  $h = 2^f - 1$  und  $H$  zyklisch ist;  $R$  ist dann ein Galoisfeld  $GF(2^f)$ . Das Ms. bricht nach 2 Zeilen des Beweises ab.

SW: Algebra; endliche kommutative Ringe; Einbettung abelscher Gruppen in Ringe; Nichtnullteiler; reguläre Gruppen; irreduzible Ringe; Galoisfelder

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1057**

Bairesche Abbildungen : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.-15.9.1932. – 12 Bll.

Die Faszikeln 1057-1059 sind von Hausdorff in eine Mappe mit der Aufschrift „Borelsche Mengen. Differenzenketten (ensembl. développ.) Homöomorphie d.Kl.  $\alpha, \beta$ . Borelsche und Bairesche Funktionen (Banach). Nichtseparable Räume“ eingelegt. In diese Mappe gehörten ursprünglich auch die Faszikeln 618-620. Fasz. 1057 hat neben der Überschrift den Vermerk „Banach“. Das bezieht sich vermutl. auf S.Banach „Über analytisch darstellbare Operationen in

abstrakten Räumen“, Fundamenta Math. 17 (1931), S.283-295. Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-3, entspr. Bll.1-12. Es bricht auf Bl.12 mitten im Satz ab.

Inhalt: Zunächst werden folgende Bezeichnungen eingeführt: Die Mengen  $R$  mögen einen Ring ( $R$ ) bilden. Dann seien die  $R_\sigma$  die Vereinigungen, die  $R_\delta$  die Durchschnitte je abzählbar vieler der  $R$ ,  $R_\mu$  die Mengen aus  $(R_\sigma) \cap (R_\delta)$  und  $R_\lambda$  die Limes konvergenter Folgen von Mengen  $R$ .  $X, Y$  seien metrische Räume; es wird die Gesamtheit der eindeutigen Abbildungen  $\varphi$  von  $X$  in  $Y$  betrachtet.  $M \subseteq X$  durchlaufe ein Mengensystem ( $M$ ),  $N$  durchlaufe die Komplemente  $X - M$ . Hausdorff hat in [45], S.267 bewiesen, daß der Limes einer konvergenten Folge von Funktionen der Klasse ( $M$ ) von der Klasse ( $N_{\delta\sigma}$ ) ist. Das ist i.a. nicht umkehrbar; im vorl.Fasz. wird die Umkehrbarkeit unter einschränkenden Voraussetzungen untersucht:  $Y$  sei nämlich endlich oder separabel. ( $R$ ) sei ein Körper, dem  $X$  angehört. Dann werden u.a.folgende Sätze bewiesen: (1) Jede isolierte Funktion  $\varphi$  der Klasse ( $R_\lambda$ ) ist Limes einer konvergenten Folge endlicher Funktionen der Klasse ( $R$ ); (2) Jede Funktion der Klasse ( $R_\sigma$ ) ist Limes einer gleichmäßig konvergenten Folge von isolierten Funktionen der Klasse ( $R_\mu$ ); (3) Jede Funktion der Klasse ( $R_{\delta\sigma}$ ) ist Limes einer gleichmäßig konvergenten Folge von isolierten Funktionen der Klasse ( $R_\lambda$ ); (4) Die Mengen  $M \subseteq X$  mögen einen Ring bilden,  $N = X - M$  seien ihre Komplemente; jedes  $M$  sei ein  $N_\sigma$ , jedes  $N$  ein  $M_\delta$ . Dann ist jede Funktion der Klasse ( $M_{\delta\sigma}$ ) Limes einer konvergenten Folge endlicher Funktionen der Klasse ( $N_\sigma$ ); (5) Für  $0 < \eta < \Omega$  ( $\Omega$ : Anfangszahl der 3.Zahlklasse) sind die Funktionen der Klasse ( $M^{\eta+1}$ ) identisch mit den Limes konvergenter Folgen von Funktionen der Klassen ( $M^{\xi+1}$ ) ( $\xi < \eta$ ). Es folgen noch Bemerkungen zu reellen Funktionen.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; separable Räume; Bairesche Abbildungen; Bairesche Klassifizierung; reelle Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1058

[Charakterisierung der verdichteten  $F^{\alpha+1}$ ] : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Anfang 1937]. – 12 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1057. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert: S.5-16, entspr. Bll.1-12; die ersten 4 Seiten fehlen. Es hängt eng mit Fasz. 620 u.624 zusammen.

Inhalt: Es geht im wesentlichen um den Beweis des Satzes: Jedes verdichtete  $F^{\alpha+1}$  ( $\alpha > 0$ ) ist  $(0, \alpha)$ -Bild des Nullraums. Zunächst wird der Fall  $\alpha = 1$  behandelt: Jedes verdichtete  $F^2 = F_{\sigma\delta}$  ist  $(0, 1)$ -Bild des Nullraums (s.Fasz. 624). Zur Bez.vgl. [45], S.178.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Borelmengen; verdichtete  $F^{\alpha+1}$ ; Bairesche Abbildungen; Bairescher Nullraum

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1059

[Charakterisierung der verdichteten Borelmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 7.3.1937. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1057. Das Ms. ist bogenweise nummeriert: I-II, entspr. Bll.1-7. Es trägt den Vermerk „Erledigt“. Bl.8 unter der Überschrift „Banach“ stellt Sätze vom Typ wie in Fasz. 1057 zusammen (vgl. die dort zit. Arbeit von Banach).

Inhalt: Es wird folgendes Theorem bewiesen: Alle verdichteten Borelmengen sind schlichte stetige Bilder des Nullraums  $N$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; verdichtete Borelmengen; Bairescher Nullraum; schlichte stetige Abbildungen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1060

[Projektion ebener Suslinmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 5.1.1928. – 4 Bll.

Die Faszikeln 1060-1062 sind in einer Mappe „Satz über die unabzählbar vielfachen Bilder“ zusammengefaßt. In diese Mappe gehörte ursprünglich auch Fasz. 614.

Inhalt: Hausdorff beweist „in etwas lesbarer Form“ (Bl.1) den Satz von Mazurkiewicz/Sierpinski:  $A$  sei eine ebene Suslinmenge. Die Menge  $N(A)$  aller reellen Zahlen  $b$  derart, daß der Durchschnitt von  $A$  mit der Geraden  $y = b$  überabzählbar ist, ist eine lineare Suslinmenge (vgl. S.Mazurkiewicz, W.Sierpinski „Sur un problème concernant les fonctions continues“, Fundamenta Math. 6 (1924), S.161-169).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; ebene Suslinmengen; Projektion; reelle Suslinmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1061

Satz über die unabzählbar vielfachen Bilder : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 18.-19.1. u.17.12.1934. – 14 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1060. Vorl.Fasz. besteht aus zwei Versionen, eine erste vom 18.1.1934 (bogenweise nummeriert: 1-2, entspr. Bll.1-7) und eine verbesserte zweite vom 19.1.1934 unter obiger Überschrift (auch bogenweise nummeriert: 1-2, entspr. Bll.8-13), Bl.14 ein Zusatz vom 17.12.1934.

Inhalt: Hausdorff verallgemeinert das Ergebnis von Mazurkiewicz und Sierpinski (vgl. Fasz. 1060) zu folgendem Satz: Sind  $X, Y$  vollständige separable metrische Räume,  $C$  eine Suslinmenge in  $Z = (X, Y)$ , so ist die Menge  $Q$  der Punkte  $y$ , für die es überabzählbar viele  $(x, y) \in C$  gibt, eine Suslinmenge. Bl.14: Anwendung auf Bairesche Abbildungen (vgl. Fasz. 1062).

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; separable Räume; Produkträume; Suslinmengen; Projektion; Bairesche Abbildungen; Abbildungen mit überabzählbar vielfachen Bildern

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1062**

[Bairesche Abbildungen von Suslinmengen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 10.12.1934. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1060. Vgl. Fasz. 1061.

Inhalt: B-Mengen bzw. S-Mengen seien die Borelschen bzw. Suslinschen Mengen in einem separablen vollständigen metrischen Raum.  $y = \varphi(x)$  sei Bairesche Abbildung der S-Menge  $A$  auf  $B$ .  $B^{\aleph_1}$  sei Menge der  $y \in B$ , die überabzählbar viele Urbilder haben. Dann ist  $B^{\aleph_1}$  Suslinmenge.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; separable Räume; Bairesche Abbildungen; Suslinmengen; Borelmengen; Abbildungen mit überabzählbar vielfachen Bildern

**NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1063**

[Konstruktion verschiedener Mengenkörper aus einem gegebenen Mengenkörper] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Schloß Hornegg, 10.3.1931 [u.späterer Zusatz]. – 4 Bll.

Hausdorff hat die Faszikeln 1063-1066 in einer Mappe unter der Überschrift „Ringe. Körper. Trennungssätze. Bedeckungssätze (Messbarkeit)“ zusammengefaßt. Ursprünglich enthielt diese Mappe auch die Faszikeln 531,607-609,631-633,644-645. Bl.4v des vorl.Fasz. enthält einen nach dem 1.5.1935 geschriebenen Zusatz.

Inhalt: Die Mengen  $A$  mögen einen Mengenkörper  $(A)$  bilden.  $(A_\delta)$ ,  $(A_\sigma)$ ,  $(A_\mu)$ ,  $(A_\lambda)$  sind wie in Fasz. 1057 erklärt. Mit Verweis auf N.Lusin „Leçons sur les ensembles analytiques“, Paris 1930 werden folgende Sätze bewiesen (mit kritischen Bemerkungen zu Lusin): (1)  $(A_{\lambda\mu}) = (A_\lambda)$ ; (2) Zwei disjunkte Mengen  $A_\delta$  sind in zwei disjunkte Mengen  $A_\mu$  einschließbar; (3) Wenn die  $B_n$  disjunkte Mengen  $A_\lambda$  sind und simultan in disjunkte Mengen  $D_n = A_\mu$  einschließbar sind, so ist  $\sum B_n = B$  auch ein  $A_\lambda$ ; (4) Jede Menge  $A_\lambda$  ist eine Menge  $A_{\delta\sigma}$ , und zwar kann sie als Summe einer Folge disjunkter Mengen  $A_\delta$  dargestellt werden; (5) Die Summe  $B$  eines abzählbaren separierten Systems disjunkter Mengen  $B_\alpha = A_\delta$  ist eine Menge  $A_\lambda$ . Der Zusatz enthält Anwendungen und Bemerkungen zu offenen Fragen für den Fall, daß  $(A) = (F_\sigma)(G_\delta)$  in einem separablen vollständigen Raum ist.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Mengenalgebra; Mengenkörper; Konvergenz von Mengenfolgen; Trennbarkeit durch Mengensysteme; metrische Räume; Borelmengen

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1064

[Konstruktion verschiedener Mengenkörper aus einem gegebenen Mengenkörper, Trennung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Schloß Hornegg, 25.3.1931. 3 Bll. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 1063. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert: 1-5, entspr. Bll.1-3. Es ist auf Hotelbriefbogen von Schloß Hornegg geschrieben.

Inhalt: Fortsetzung und Vertiefung der Betrachtungen von Fasz. 1063; die dortigen Sätze werden noch einmal bewiesen, an neuen Sätzen kommen hinzu: (1) Jede Menge  $A_\lambda$  ist Summe einer Folge disjunkter  $A_\delta$ ; (2) Die Mengen  $C_1, C_2, \dots$  seien disjunkte Mengen  $A_\delta$ . Damit  $S = \sum C_n$  ein  $A_\lambda$  sei, ist notwendig und hinreichend, daß die  $C_n$  in Mengen  $B_n = A_\mu$  mit  $\lim B_n = \emptyset$  einschließbar sind; (3) Es sei  $C_0, C_1, \dots, C_\omega, \dots$  ein wohlgeordnetes abzählbares System disjunkter Mengen  $A_\lambda$  und  $C_\beta$  lasse sich in eine Menge  $B_\beta = A_\mu$  einschließen, die mit den folgenden  $C_\gamma$  ( $\gamma > \beta$ ) disjunkt ist. Dann ist  $S = \sum C_\beta$  ein  $A_\lambda$ .

SW: Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre; Mengenalgebra; Mengenkörper; Konvergenz von Mengenfolgen; Trennbarkeit durch Mengensysteme

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1065

[Konstruktion von Mengenringen durch Limesbildung] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 16.1.1932. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1063

Inhalt: ( $A$ ) sei ein Ring von Teilmengen einer Menge  $E$ . ( $A_\sigma$ ), ( $A_\delta$ ), ( $A_\mu$ ), ( $A_\lambda$ ) sind wie in Fasz. 1057 definiert. Dann gilt: (1) Diese Mengensysteme sind auch Ringe; (2) ( $A_\lambda$ ) = ( $A_{\mu\lambda}$ ) = ( $A_{\lambda\mu}$ ); (3) Zwischen  $A_\delta \subseteq A_\sigma$  läßt sich ein  $A_\mu$  einschieben (mit Verweis auf W.Sierpinski, Fundamenta Math. 6 (1924), S:1-5); (4) Jede Menge, die zugleich ein  $A_{\sigma\delta}$  und ein  $A_{\delta\sigma}$  ist, ist ein  $A_\lambda$ .

SW: Mengenlehre; deskriptive Mengenlehre; Mengenalgebra; Mengenringe; Konvergenz von Mengenfolgen; Trennbarkeit durch Mengensysteme

### NL Hausdorff: Kapsel 48: Fasz. 1066

Jedes  $G_{\delta\sigma}$  ist  $\varinjlim G_n$  : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 13.2.1934. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1063

Inhalt: Bemerkungen zu dem o.g.Satz. W.Sierpinski beweist in Fundamenta Math. 6 (1924), S.21-23, für den  $R^n$  folgenden Satz: Jedes  $F_{\sigma\delta}$  hat die Form  $\overline{\varinjlim F_n}$  mit abgeschlossenen  $F_n$ .

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume;  $G_{\delta\sigma}$ - Mengen

### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1067**

[Zeit und Raum] : z.T. ausgearbeitetes Ms., z.T. Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Leipzig], [vermutl.1904]. – 21 Bll.

Bl.13v ist ein Brief des Verlags Veit & Comp. (Leipzig) an Hausdorff vom 15.3.1904 mit der Bitte, ein Expl.des mit dem Brief verschickten Verlagsvertrages unterschrieben zurückzusenden. Bl.15v u. 16v sind eine an Hausdorff gerichtete Einladung zu einem Winterfest und das Programm des Festes. Bl.17v ist eine Werbung für Kristall-Eis vom Frühjahr 1904. Bl.19v u.20 sind ein Spendenaufruf vom 3.9.1902 für das Frauenhaus in Borsdorf bei Leipzig.

Inhalt: Bll.1-12 unter der Überschrift „Erstes Kapitel. Der Formalismus“: Druckreif ausformuliertes Ms., welches auf Bl.12 abbricht. Es geht Hausdorff darum, die reine Mathematik und insbesondere die Geometrie als autonome Wissenschaften aufzufassen. Die Auffassung, Geometrie befasse sich mit dem wirklichen Raum, drängt sie in die Heteronomie. Eine autonome Mathematik muß von indefiniblen Grundbegriffen und von Axiomen ausgehen; ihre Gesetze entstehen durch Deduktion nach den Gesetzen der formalen Logik. Insbesondere vermeidet sie den Rekurs auf die Anschauung. Hausdorff gibt Beispiele für die Unsicherheit der Anschauung und charakterisiert den großen Fortschritt der Mathematik in der zweiten Hälfte des 19.Jahrhunderts in der Überwindung von Ansichten, die durch naive Anschauung nahegelegt waren. Bl.13: Teile eines Inhaltsverzeichnisses eines vermutl.von Hausdorff geplanten Buches (s.o.Bem. zu Bl.13v) über Raum und Zeit mit drei Teilen: „I.Das formale oder mathematische Problem: Raum und Zeit als logische Constructionen. II. Das objektive oder erkenntnistheoretische Problem: Raum und Zeit als Wirklichkeiten. III. Das subjective oder psychologische Problem: Raum und Zeit als Bewußtseinsinhalte.“ Die Titel der ersten 5 Kapitel des ersten Teils sind angegeben: „1. Der Formalismus, 2. Die Axiome der Zeit, 3. Die Axiome des euklidischen Raumes, 4. Die nichteuklidische Geometrie, 5. Sonstige geometrische Systeme.“ Zum zweiten Kapitel ist auch noch eine Paragrapheneinteilung angegeben. Bll.15-20: einschlägige stichpunktartige Notizen. Bl.21: Einladung von K[irstein] an Hausdorff zum Spaziergang; auf der Rückseite einschlägige stichpunktartige Notizen. Vgl. auch Fasz. 72.

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Grundlegung der Mathematik; autonome Mathematik; heteronome Mathematik; Formalismus; Raum; Zeit; Geometrie; nichteuklidische Geometrie

### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1068**

B.A.Russell, The principles of Mathematics : Vorbereitung einer Rezension / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Leipzig], [zwischen 1903 u.1905]. – 57 Bll.

Es handelt sich um die Vorbereitung der Besprechung [13] des Buches von B.Russell „The principles of Mathematics“, Cambridge 1903. Bll.1- 44 sind von

Hausdorff selbst paginiert.

Inhalt: Bll.1-44: Von 1-474 durchnummerierte Exzerpte, Notizen und z.T. sehr kritische Bemerkungen zum o.g.Buch von B.Russell. Bll.45-46 unter der Überschrift „Besprechung von Russell“: kurze Notizen und kritische Bemerkungen. Die erste dieser Notizen lautet „Schreibt zu häufig zu dicke Bücher; wartet Klärung seiner Ansichten nicht ab.“ (Bl.45). Bll.47-56: Text einer Besprechung der Abschnitte I. Die Indefiniblen der Mathematik, und II. Die Zahl, und einige Sätze zu III. Quantität. Der veröffentlichte Text [13] enthält daraus Gedanken, unterscheidet sich aber davon. Bl.57: Fragment (z.T. in den Text [13] eingegangen).

SW: Philosophie; Logik; Erkenntnistheorie; Mengenlehre; Grundlegung der Mathematik; Axiomatik; Zahlbegriff; Ordnungsbegriff; Unendlichkeit; Stetigkeit; Raum; Materie; Bewegung

#### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1069**

Rotationsbewegungen : Studien, Referate / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.vor 1900]. – 30 Bll.

Die Ausarbeitung könnte mit der Vorlesung „Figur und Rotation der Himmelskörper“, Fasz. 68, zusammenhängen. Der erste Teil ist von Hausdorff paginiert: 1-49, entspr. Bll.1-25.

Inhalt: Bll.1-25: d’Alembertsches Prinzip; virtuelle Verrückungen eines starren Körpers; Eulersche DGL.; freie Rotation; Anwendung auf die Erdbewegung; Einführung der Eulerschen Winkel; Plastische Körper; Referenzachsen, Hauptachsen, mittlere Achsen; nahezu feste Körper; Gyldéns Theorie (nach „Recherches sur la Rotation de la Terre“, Upsala 1871); Integration der Gleichungen durch sukzessive Näherung. Bll.26-30: Referat zu Darwin „On the Influence of Geological Changes on the Earth’s Axis of Rotation“, Phil.Transactions 167 (1877).

SW: Mechanik; angewandte Mathematik; Rotation starrer Körper; Kreisel; Rotation plastischer Körper; Erdrotation

#### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1070**

Elemente der Hydrodynamik : Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.vor 1900]. – 12 Bll.

Ausarbeitung nach G.Kirchhoff „Mechanik“, Leipzig 1876. Das Ms. ist von Hausdorff paginiert: 1-23, entspr. Bll.1-12.

Inhalt: Grundgleichungen der Hydrodynamik; reibungsfreie Flüssigkeiten; zähe Flüssigkeiten; elastische Körper; Hydrostatik; Eulersche und Lagrangesche Gleichungen, Wirbelbewegungen, Geschwindigkeitspotential.

SW: Mechanik; angewandte Mathematik; Hydrodynamik; Hydrostatik

**NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1071**

Das Gaußsche Fehlergesetz : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.vor 1900]. – 11 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert: S.1-22, entspr. Bll.1-11.

Inhalt: Hausdorff leitet auf zwei verschiedene Weisen das Gaußsche Fehlergesetz (Normalverteilung) her, einmal nach der Methode der Elementarfehler, dann nach der von Gauß in der „Theoria motus ...“ verwendeten Methode des arithmetischen Mittels. Es folgt als Anwendung die Bestimmung einer Unbekannten aus einer Anzahl direkter Messungen (Methode der kleinsten Quadrate).

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; mathematische Statistik; Fehlertheorie; Normalverteilung; Maximum-Likelihood-Methode; Methode der kleinsten Quadrate

**NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1072**

Algebraische Curven der Ebene : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.vor 1900]. – 9 Bll.

Inhalt: Definition einer ebenen algebraischen Kurve  $C_n$ ; Parameterzahl; Büschel von  $C_n$ ; singuläre Punkte; Tangenten; Geschlecht einer Kurve; die Polaren einer  $C_n$ ; die Hessesche Kurve; die Plückerschen Gleichungen; Kurven 3.Ordnung; absolute Invariante einer  $C_3$ .

SW: Geometrie; algebraische Geometrie; ebene algebraische Kurven

**NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1073**

Elementare Herleitung der wichtigsten Störungen des Mondes durch die Sonne : Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Berlin, WS 1888/89. – 41 Bll.

Das Ms. ist von Hausdorff paginiert: S.1-81, entspr. Bll.1-41.

Inhalt: Ausarbeitung nach A.F.Möbius „Die Elemente der Mechanik des Himmels“, Leipzig 1843, Abschnitte I-III.

SW: Astronomie; Himmelsmechanik; angewandte Mathematik; Störungstheorie; Mondbewegung; Mondstörungen durch die Sonne

**NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1074**

Theorie der Oberflächen 2.Grades : Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Berlin oder Leipzig], [vermutl.vor 1895]. – 46 Bll.

Es handelt sich vermutl.um eine Ausarbeitung aus der Studentenzeit (3 Hefte). Die Hefte sind durchgehend paginiert: S.1-91, entspr. Bll.1-46.

Inhalt: Zahlreiche Aufgaben aus der Theorie der  $F_2$ , z.B. Bestimmung geometrischer Örter, die auf  $F_2$  führen.

SW: Geometrie; analytische Geometrie; Flächen zweiter Ordnung



### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1075**

[Finanzmathematik, Versicherungen, Mathematische Statistik] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [nach 1897]. – 96 Bll.

Die ersten drei Hefte sind durchgehend paginiert: S.1-104, entspr. Bll.3-77. Sie enthalten jeweils auf dem Umschlag Inhaltsverzeichnisse und einige unpaginierte Einschübe. Heft IV ist für sich paginiert: S.1-37, entspr. Bll.78-96.

Inhalt: Bll.1-20: Zinseszinsrechnung; Tilgungspläne; Kurs von Anleihen; Versicherung von Einzelleben; Versicherung verbundener Leben; Prämienreserve; Risiko. Bll.21-85: Ausarbeitungen zur Statistik und zur Versicherungsmathematik nach Arbeiten von Wittstein, Zeuner, Zach, Scheffler, Zillmer. Bll.85v-91: Auszüge aus G.Th.Fechner „Collectivmasslehre“, Leipzig 1897. Bll.92-96: Zur Entwicklung von Fehlerfunktionen.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Finanzmathematik; Versicherungsmathematik; Mathematische Statistik; Kollektivmaßlehre

### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1076**

Projective Geometrie. Grundlagen, Axiome. Freie Beweglichkeit : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Leipzig], [vermutl.1895-1910]. – 54 Bll.

Das Fasz. besteht aus verschiedenen Studien und Notizen, die nicht datiert sind. Einige sind 1903 oder später bzw.1904 oder später entstanden. 1910 dürfte eine sichere obere Grenze sein. Bll.52-54 sind vermutl.vor 1899 entstanden. 1895 dürfte eine untere Grenze sein. Auf Bl.7v befindet sich eine Mitteilung des Rektors der Univ.Leipzig vom 21.Mai 1904. Auf Bl.17v eine Anzeige des Rechtsanwalts Hillig vom Dez.1900.

Inhalt: Bl.1: Bemerkungen zum Unterschied zwischen intensiven und extensiven Größen. Bl.2: Notiz zu Cliffords Auffassung der Bewegung als wellenartige Fortsetzung der Raumkrümmung. Bl.3: „Krümmungsmaß“ (Stichpunkte). Bl.4: „Allgemeinheit in der Mathematik“. Bl.5: „Hilbert“ (Notizen zu Hilberts Axiomatik der Geometrie). Bl.6: „Das Doppelverhältnis in der nichteuklidischen Geometrie“. Bl.7: „Die Gerade als kürzeste Linie“. Bl.8: „Zur freien Beweglichkeit“. Bl.9: „Der logische Zusammenhang der Axiome“ (es geht insbesondere um die Beweisbarkeit der Sätze von Pascal und Desargues). Bl.10: Auseinandersetzung mit Lechallas (Revue philos. 30 (1890)); eine kritische Bem. zu Kant. Bl.11: Bemerkung zum Unterschied von „kürzeste Linie auf einer Fläche“ und „kürzeste Linie überhaupt“. Bl.12: „Zur Arithmetik“ mit Verweis auf B.Russell „The Principles of Mathematics“, 1903 (es geht um die Frage, ob Geometrie und Arithmetik rein formal oder empirisch sind). Bl.13: Zusammenhang zwischen Sätzen von Schur und Beltrami, die Flächen konstanter Krümmung charakterisieren. Bll.14-16: „Über die freie Beweglichkeit“ (mit z.T. umfangreichen Rechnungen). Bl.17: „Axiom der freien Beweglichkeit“ (mit Verweis auf

Helmholtz). Bl.20: Veranschaulichung der Rolle des Helmholtzschen Monodromieaxioms bei zwei und drei Dimensionen. Bl.21-23: „Zum Monodromieaxiom“ (mit Verweis auf den Anhang II in der 2.Aufl. von D.Hilbert „Grundlagen der Geometrie“, 1903). Bl.24-30 (von Hausdorff paginiert: S.1-7): „Axiome der Geometrie“. Bl.31-34 (von Hausdorff paginiert: S.1-8): „Bemerkungen zu Hilberts autographierter Vorlesung: Elemente der Euklidischen Geometrie“ (die Autographie erschien 1899). Bl.35-37: „Einführung einer Streckenrechnung ohne Hülfe der Congruenzaxiome auf Grund des Desargues’schen Satzes“ (mit Verweis auf Hilbert). Bl.38- 41: „Aufbau der projectiven Geometrie“. Bl.42-45: „Die projectiven Axiome.“ Bl.46-47: „Nachtrag zu meinem Raumcapitel“ (gemeint ist Kap.V von „Das Chaos in kosmischer Auslese“, Leipzig 1898) (insbesondere zur Denkbarkeit von Räumen mit nichtquadratischem Linienelement). Bl.48-49: „Freie Beweglichkeit“ (es wird gezeigt, daß eine Ableitung der Winkelmessung aus dem Ausdruck für das Linienelement ohne Voraussetzung freier Beweglichkeit im Kleinen i.a.nicht möglich ist). Bl.50-51: Auseinandersetzung mit A.Donadt, der glaubte, den inneren Grund entdeckt zu haben, daß das Parallelenaxiom keine Folge der übrigen ist (Hausdorff bezieht sich auf A.Donadt „Das mathematische Raumproblem und die geometrischen Axiome“, Leipzig 1881). Bl.52-54 (von Hausdorff paginiert: S.1-5): Von 1-6 durchnummerierte Bemerkungen zu Bijektionen zwischen Kontinua verschiedener Dimension, über die Axiome der Geometrie, freie Beweglichkeit, das quadratische Bogenelement und ein euklidisches Modell der Lobatschewskischen Ebene. 2) lautet: „Die rein logische und mathematische Untersuchung über die Axiome der Geometrie, ihre notwendige und hinreichende Anzahl, ist nicht abgeschlossen. Euklid, Riemann, Helmholtz, Lie u.A. haben Formulierungen aufgestellt; keine ist definitiv.“ (Bl.52; da Hilbert nicht erwähnt ist, ist dies Ms. vermutl.vor 1899 entstanden).

SW: Geometrie; Philosophie; Erkenntnistheorie; Arithmetik; Raum; Grundlagen der Geometrie; Axiomatik; projektive Geometrie; nichteuklidische Geometrie; Differentialgeometrie; freie Beweglichkeit; Monodromieaxiom

### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1077**

Ähnlichkeit, absolute und relative Bewegung. Der Raum als Ganzes : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.1895-1910]. – 24 Bll.

Das Fasz. besteht aus verschiedenen undatierten kleineren Ms. und Notizen. Eine Datierung ist schwierig; obige Daten sind ziemlich sichere Grenzen nach unten und oben. Die Mehrzahl der Ms. dürfte 1900-1905 entstanden sein.

Inhalt: Bll.1-2: Bem. zur Relativität mechanischer Bewegungen („erste Stufe des Transformationsprinzips“). Bl.3: Auszüge aus I.Kant „Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft“, Ed.A.Höfler, Leipzig 1900, mit kritischen Bemerkungen. Bl.4: Bemerkungen zum Gesamtraum und zur Korrespondenz von Gedankensystemen mit der Wirklichkeit. Bl.5: Kurze Notizen und Bemerkungen zur Existenz eines leeren Raumes, zur Relativität der Bewegung, zur Kausalität, zur Bewegungsgruppe und zu Ähnlichkeitstransformationen. Bl.6:

Auseinandersetzung mit W.Ostwalds Forderung, in den Gleichungen der Physik dürften nur meßbare Größen auftreten. Bl.7-9: „Homogenität des Raumes“ (Diskussion um den leeren Raum; Beziehung der Körper zum Raum und des Raumes zu den Körpern). Bl.10-11: Diskussion der Tatsache, daß die Existenz einer absoluten Länge in der hyperbolischen Geometrie unserer Anschauung Schwierigkeiten bereitet, die Existenz eines absoluten Winkels in der Euklidischen Geometrie aber nicht. Bl.12: Bemerkung zu Galileis Behauptung, daß ein ähnlich vergrößertes Tier oder Bauwerk bei einer bestimmten Größe unter seinem Eigengewicht zusammenbrechen müßte. Bl.13-14: „Die Ähnlichkeit in der euklidischen Geometrie“ (Auseinandersetzung mit philosophischen Argumentationen gegen die Möglichkeit eines nichteuklidischen Raumes; Hausdorff weist auf die Möglichkeit eines geschlossenen Universums hin). Bl.15: „Homogenität des Raumes“ (Notizen mit Verweis auf Maxwell, Russell, Delboeuf, L.Weber). Bl.16: Polemik gegen die Meinung, daß absolute Bewegung nicht erkennbar ist und daher nicht vorkommen darf; Hausdorff meint: „sie kommt vor und ist teilweise erkennbar“ (Bl.16v). Bl.17-18: nochmalige Argumentation zur Frage der relativen und absoluten Bewegung. Bl.19-24 (von Hausdorff paginiert: S.1-6): „Chaos, p.85“ (bezieht sich auf Hausdorffs „Das Chaos in kosmischer Auslese“, Leipzig 1898) (über Raumtransformationen und die Relativität der Messung).

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Geometrie; Mechanik; nichteuklidische Geometrie; leerer Raum; relative Bewegung; absolute Bewegung; Transformationsprinzip

### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1078**

Stetigkeit. Mengenlehre. Dreidimensionalität. Fern- und Nahwirkung : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Leipzig], 22.11.1908 u.[vermutl.1895-1910]. – 20 Bll.

Das Fasz. besteht aus verschiedenen, mit Ausn.von Bl.15 undatierten kleineren Ms. und Notizen. Zur Datierung gilt das bei Fasz. 1077 Gesagte. Auf Bl.6v eine Firmenwerbung, die 1900 oder später gedruckt wurde.

Inhalt: Bl.1-2: „Dimensionszahl“ (zunächst eine kritische Bemerkung zu W.Wundt; dann bespricht Hausdorff zahlreiche Eigenschaften, die von der Dimension des Raumes wesentlich abhängen). Bl.3: „Raumdeductionen („Beweise“, dass der Raum 3 Dimensionen haben müsse)“ (drei Auszüge aus verschiedenen Autoren, darunter aus Palágyi „Neue Theorie des Raumes und der Zeit“, Leipzig 1901). Bl.4: „Zur mehrdimensionalen Geometrie (Bianchi)“ (einige stichpunktartige Notizen differentialgeometrischen Inhalts). Bl.5: zweizeilige Notiz zur Fernwirkung. Bl.6: Hausdorff zeigt: „Die Klasse aller Cardinalzahlen ist ein unvollziehbarer Begriff“. Bl.7-9: „Continuum“ (In einem Kontinuum folgt aus dem Dedekindschen Vollständigkeitsaxiom (D) das Archimedische Axiom (A); Bemerkungen zu Bernsteins Ultrakontinuum; insbesondere kann dort (A) ohne (D), aber auch (D) ohne (A) gelten; Bemerkungen zu Veroneses „absolutem“ Kontinuum, wo (A) nicht gilt). Bl.10: „Continuität“ (Bemerkungen und

Einwände zu einer Passage bei Helmholtz „Vorlesungen“ I,1, S.38). Bll.11: z.T. polemische Bemerkungen zu verschiedenen Ansichten über freie Beweglichkeit, Fernwirkung und Kontaktwirkung und den Begriff des augenblicklichen Zustandes. Bll.12-14: „Zur Stetigkeit“ (Clifford und Boltzmann leugneten die Notwendigkeit des Überalldichtseins der Zeit; dagegen hat Hausdorff Bedenken. Für die Unendlichkeit der Menge der Raumpunkte ist aus der Betrachtung, die Hausdorff für die Zeit durchführt, noch nichts bewiesen; es wird mengentheoretisch gezeigt, daß schon mit zwei Weltzuständen eine aperiodische Ausfüllung der unendlichen Zeit möglich ist). Bl.15 vom 22.11.1908: Es genügen abzählbar viele „Weltzustände“, um die Zeit in einer gänzlich aperiodischen Weise auszufüllen. Bl.16: „Zur Stetigkeit des Raumes“ (Verweis auf Hilberts Überlegung, daß die sämtlichen Axiome der euklidischen Geometrie auch in einer passend gewählten überalldichten Punktmenge gelten würden). Bll.17- 18: Diskussion der Frage „Ist das Stetigkeitsaxiom vielleicht auf eine Art Undurchdringlichkeit der Materie zurückführbar?“ und Spekulationen über das raumerfüllende Reale. Bl.19: Stichpunkte über Figur und Gegenfigur in der sphärischen Ebene und Körper und Gegenkörper im sphärischen Raum und Zeichnung zur regulären Einteilung der pseudosphärischen Ebene nach Poincaré. Bl.20: Bemerkung zum Begriff der  $n$ -dimensionalen Mannigfaltigkeit als in zulässiger Weise gewonnener Gattungsbegriff. Bemerkungen zur vierten Dimension.

SW: Geometrie; Mengenlehre; Philosophie; Erkenntnistheorie; nichteuklidische Geometrie; Raum; Zeit; Dimensionszahl des Raumes; Stetigkeit des Raumes; Stetigkeit der Zeit; freie Beweglichkeit; Fernwirkung;  $n$ -dimensionale Mannigfaltigkeiten; Antinomien

### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1079**

Transformationsprinzip : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Leipzig], [vermutl.1895-1910]. – 27 Bll.

Das Fasz. besteht aus verschiedenen undatierten Manuskripten und Notizen. Bll.9-23 stellen ein zusammenhängendes Ms. dar, von Hausdorff paginiert: S.1-15. Auf Bl.6v eine Mitteilung des Hirzel-Verlags vom 20.9.1900, auf Bl.8v eine Firmenwerbung vom Sept.1903. Zur Datierung gilt das bei Fasz. 1077 Gesagte.

Inhalt: Bl.1: Philosophische Bemerkungen, insbesondere Kritik des Apriorismus. Bl.2: Stichpunktartige Notizen zu Transformationen des Raumes. Bl.3: „Transformationsprinzip“ (stichpunktartige Bemerkungen und Fragen zu Hausdorffs allgemeinem Transformationsprinzip, u.a. die Bem., daß auch Poincaré es habe). Bll.4-7: „Zeit und Raum“ (alle Zeitlinien einer transfiniten Menge von Weltzuständen sind gleich wirklich, hat man eine, so ist sie für die hinein verflochtenen Intellekte die alleinige Bewußtseinswelt; eine ähnliche Überlegung für den Raum; Möglichkeit von Zeit als abzählbare überalldichte Menge von Weltzuständen; mengentheoretische Argumentation zur Möglichkeit, daß die absolute Zeit Platz hat für unseren Weltverlauf als Spezialfall, und daneben,

dazwischen für Millionen gleichberechtigte Welten und Spezialfälle. Diese Argumentation wird eingeleitet mit dem Satz „Der Nerv meiner Betrachtung liegt eigentlich anderswo, als ich im „Chaos“ errathen lasse.“ (Bl.7). Bl.8: „Abbildung im Sinne von Zuordnung, Correlation“ (Bemerkungen zum Abbildungsbegriff, vor allem im Zusammenhang mit Bewußtseinsinhalten). Bll.9-23: ausführliche Diskussion der Einbettung von erfüllter Zeit und erfülltem Raum in „leere Zeit“ und „leeren Raum“ und damit im Zusammenhang Diskussion der Frage, was es heißt, Raum und Zeit seien unendlich, anfangslos, grenzenlos; auch die Annahme eines Punktes  $\omega$ , der nach unserer Zeitmessung endlich weit entfernt ist und ab dem nichts mehr geschieht, ist nicht widersprüchlich; damit im Zusammenhang kurze Diskussion der These vom Wärmetod des Weltalls; Erörterung der Frage, ob für den leeren Raum und die leere Zeit jede beliebige Hypothese denkbar ist. Bl.24: Hausdorff betont die Sonderung von Essenz und Existenz und kritisiert Lotze („Grundzüge der Metaphysik“, Leipzig 1883<sup>1</sup>, 1887<sup>2</sup>, 1901<sup>3</sup>, Nr.156, S.298), der diese Sonderung verwirft. Bl.25: Hausdorff erläutert seine „transzendente Idealität des Raumes“ mittels der Analogie zu einer geographischen Karte. Bl.26: Beschreibung eines Gedankenexperiments, welches Hausdorffs Transformationsprinzip bestätigen würde; Bemerkungen, inwieweit Geometrie von der Physik abhängt, ferner zur Denkbarekeit einer Raumstruktur, in der sich unsere unterschiedlichen Erfahrungen nicht widerspruchsfrei bewältigen ließen und zu Anschauungen a priori im Sinne Kants. Bl.27: „Starre Körper“ (Starrheit und freie Beweglichkeit könnten nur angenähert zutreffen, da Messungen stets einen Spielraum haben: „An Raum und Zeit ist Nichts selbstverständlich, so sehr wir auch geneigt sind, das Gewohnte und tausendmal Erfahrene dafür zu halten.“)

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Geometrie; Raum; Zeit; Endlichkeit von Raum und Zeit; Unendlichkeit von Raum und Zeit; Transformationsprinzip; starre Körper; freie Beweglichkeit; Wärmetod des Weltalls

### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1080**

Psychologisches : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Leipzig], [vermutl.1895-1910]. – 12 Bll.

Das Fasz. besteht aus verschiedenen undatierten Manuskripten und Notizen. Es ist von Hausdorff paginiert. Zur Datierung gilt das bei Fasz. 1077 Gesagte.

Inhalt: Bll.1-4: „Schemata der räumlichen Wahrnehmung“ (Hausdorff entwickelt mathematische Schemata des Sehens, des räumlichen Hörens und des Tastens. „Alle diese Schemata wollen nicht sagen, wie es wirklich zugeht, sondern wie es zugehen könnte; nicht welches der physiologisch einfachste Vermittlungsapparat wäre, sondern was logisch der Kernpunkt der Sache ist.“ (Bl.4). Verweis auf C.Siegel „Entwicklung der Raumvorstellung des menschlichen Bewußtseins“, Leipzig 1899. Bl.5: Bemerkungen zu den Mannigfaltigkeiten, die die Empfindungen des Tastens oder Sehens oder der Tonhöhe bilden (extensive Abstufung der Empfindungen) im Gegensatz zu den Farbempfindungen (intensive Abstufung).

Bl.6: Ein Organ als  $n$ -dimensionaler Körper kann eine Empfindungsmannigfaltigkeit von mit  $n$  verschiedener Dimension haben; hätte z.B. die dreidimensionale Hand in jeder Fingerspitze Empfindung je einer Intensität, so wäre sie ein Sensorium für eine fünfdimensionale Mannigfaltigkeit von Empfindungen; kurze Bemerkungen zur Dreizahl der Raumdimensionen (die Frage nach dem Warum dieser Dreizahl ist sinnlos). Bl.7: 6 Zeilen Bemerkungen zur These „Empfindungsverhältnis  $\neq$  Verhältnisempfindung“, z.B., die räumliche Ordnung erregter Fasern erregt noch nicht die Vorstellung räumlicher Ordnung. Bl.8: Bem. zu S.99 von E.Mach „Beiträge zur Analyse der Empfindungen“, 1886<sup>1</sup>, 1900<sup>2</sup>, 1903<sup>4</sup>. Bll.9-10: Bem. zu S.55 von Hausdorffs „Das Chaos in kosmischer Auslese“, 1898. Bl.11: kurze Notizen über Netzhautbilder, Sinnestäuschungen, Sprachbetrug. Bl.12: „Raum und Zeit“ (Stichpunkte über Raum und Zeit in der Kunst; erwähnt werden F.Th.von Vischer, Th.Storm, Schopenhauer, Häckel, Leibniz, Kant, Rembrandt, A.Stifter).

SW: Psychologie; Philosophie; Erkenntnistheorie; Wahrnehmung; Empfinden; Raum; Zeit; Dimensionszahl des Raumes; Physiologie; Kunst

#### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1081**

Zeit : Studien, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.1895-1910]. – 10 Bll.

Das Fasz. besteht aus verschiedenen undatierten Manuskripten und Notizen. Zur Datierung gilt das bei Fasz. 1077 Gesagte.

Inhalt: Bl.1: 8 Zeilen Bemerkungen zur Existenz der Vergangenheit. Bl.2: Bemerkungen zum „und“ in dem Ausdruck „Zeit und Raum“ sowie Zitate aus verschiedenen Philosophen (Hegel, Schopenhauer, Schelling, Herbart) zur Zeit. Bll.3-4: Herausarbeitung der Analogien zwischen Zeit und Raum, insbesondere dadurch, daß die einander entsprechenden korrelativen Begriffe scharf gefaßt werden, z.B. Weltzustand (Inbegriff aller Raumpunkte  $P$  in einem bestimmten Zeitpunkt  $M$ ) und Weltgeschichte des Punktes  $P$  (Inbegriff aller Zeitpunkte  $M$  in einem bestimmten Raumpunkt  $P$ ). Bll.5- 6: Diskussion der Frage, ob die Zeit statt als Linearkontinuum als abzählbare überall dichte Punktmenge aufgefaßt werden kann und wie sich Hausdorffs Fundamentalsatz über Sukzession der empirischen Zeitpunkte in der absoluten Zeit dann gestaltet. Bl.7: „Für die Zeit läßt sich eine atomistische Auffassung des Geschehens leicht genug widerlegen.“ Bll.8-10: „Zeitmessung und zeitliche Succession“.

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Zeit; Raum; Zeitmessung; zeitliche Sukzession

#### **NL Hausdorff: Kapsel 49: Fasz. 1082**

Gruppentheorie : Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.nach 1899]. – 46 Bll.

Bll.1-44 sind bogenweise numeriert: G1-G11; sie stellen eine zusammenhängende Ausarbeitung dar. Es folgen zwei lose Blätter; auf Bl.46v eine Firmenwerbung vom Sept.1903. Auf Bl.3 wird von S.Lie's Lebenswerk gesprochen; Lie starb 1899.

Inhalt: ausführliche Motivation des Gruppenbegriffs als Transformationsgruppe; Beispiele; die Bewegungsgruppe; konjugierte Transformationen; Untergruppen, Normalteiler; transitive Gruppen; intransitive Gruppen, die Idee der Invariante; jede Gruppe kann durch Wechsel des „Substrats“, auf dem sie operiert, transitiv oder intransitiv gemacht werden; Bemerkungen zu Homöomorphismen und ihren Invarianten, Topologie; Gruppe der Ähnlichkeitstransformationen, diese Gruppe ist nicht abgeschlossen; die affine Gruppe; die Untergruppe der flächentreuen affinen Transformationen; die projektive Gruppe; die Gruppe der Kreisverwandtschaften; die Gruppe der nichteuklidischen Bewegungen, isomorphe und homomorphe Bilder von Transformationsgruppen. Bll.45-46: Notizen zu den euklidischen und nichteuklidischen Bewegungsgruppen. Vorliegendes Ms. ist weniger ein mathematisches Ms. im technischen Sinne als vielmehr eine anschauliche, verbale Erläuterung grundlegender Ideen.

SW: Algebra; Gruppentheorie; Geometrie; Topologie; Lie-Gruppen; Transformationsgruppen; Invarianten; Bewegungsgruppe; affine Gruppe; projektive Gruppe; nichteuklidische Bewegungen

### NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1083

[Differentialgeometrie] : Vorlesungsmanuskript, Fragment / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Greifswald], [1913-1920]. – 26 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 4-18, entspr. Bll.1-26.

Inhalt: Theorie der Raumkurven.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Raumkurven

### NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1084

[Algebraische Topologie] : §§5 und 6 einer größeren Ausarbeitung / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1933]. – 39 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 43-51, entspr. Bll.1-39.

Inhalt: Bll.1-16: „Homologiegruppen kompakter Räume (nach Vietoris)“ (Hausdorff bezieht sich vermutl.auf L.Vietoris Math.Ann. 97 (1927), S.454-472 und Math.Ann.101 (1929), S.219-225). Bll.17-39: „Abbildungen, Retrakte“ (mit Verweis auf K.Borsuk, Fundamenta Math.21 (1933), S.91-98).

SW: Topologie; algebraische Topologie; kompakte Räume; Homologiegruppen; Homotopie; Retrakte; Sterne; Pseudomannigfaltigkeiten

### NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1085

[Peanosche Kontinua] : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1926 oder später]. – 11 Bll.

Das Ms. ist bogenweise numeriert:  $\xi, \eta, \vartheta$ , entspr. Bll.1-11. Eingangs verweist Hausdorff auf die Arbeiten von C.Kuratowski in Fundamenta Math. 8 (1926), S.137-150 und 12 (1928), S.214-239.

Inhalt: Bll.1-7: Es wird gezeigt: Für die Ebene  $E$  oder die Kugelfläche  $E$  sind für Peanosche Kontinua  $C$  folgende beiden Eigenschaften äquivalent:  $C$  ist einfach zusammenhängend,  $E - C$  ist zusammenhängend. Es folgt der Jordansche Kurvensatz. Bll.8-11: Es werden 4 Eigenschaften eines Raumes  $E$  betrachtet und ihre gegenseitigen Beziehungen untersucht, z.B. die Eigenschaften ( $\alpha$ ) Wenn  $E = C_1 \cup C_2$  Summe zweier Kontinua ist, so hat  $C_1 \cap C_2$  höchstens  $k$  Komponenten. ( $\gamma$ ) Jede abgeschlossene Menge  $F$ , die  $a$  und  $b$  trennt, enthält eine abgeschlossene Menge  $F'$  mit höchstens  $k$  Komponenten, die  $a$  und  $b$  trennt.

SW: Topologie; Kontinua; Topologie der Ebene; Peanosche Kontinua; Jordanscher Kurvensatz; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; Trennungseigenschaften



### NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1086

[Fragmente aus Vorlesungen] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], SS 1907, [vor 1910]. – 12 Bll.

Inhalt: Bll.1-4: Beginn der Vorlesung „Algebraische Gleichungen“ (SS 1907, vgl. Fasz. 22), durchstrichen. Bll.5-6: ein Stück aus der Theorie der Polynome über einem Körper. Bll.7-8 (mit der Bogennr.13): Stück einer Analysisvorlesung (Stetigkeit). Bll.9-12 (mit der Bogennr.1): Ausarbeitung über Hensels  $p$ -adische Zahlen nach K.Hensel, Journal f.d.reine u.angew.Math. 127 (1904), S.51-84; Ms. bricht ab.

SW: Algebra; algebraische Gleichungen; Polynome;  $p$ -adische Zahlen; Analysis; stetige Funktionen

### NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1087

[Topologische Fragmente] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [30-er Jahre]. – 4 Bll.

Inhalt: Bl.1 (Bl.4 eines größeren Ms.): es geht um retrahierende Abbildungen und Isomorphie von Homologiegruppen. Bll.2-4 (Bogen 3 eines Ms.): Notizen zu Paragraphen 4 u.5, Theoremen 15-21 einer nicht genannten Arbeit mit Verweisen auf Moore, Bull.Am.Math.Soc. 29 (1923), S.289-302, und C.Kuratowski, B.Knaster, Fundamenta Math. 2 (1921), S.206-255.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Kontinua; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; kompakte Kontinua; Retrakte; Homologiegruppen

### NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1088

[Analytische Sätze] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [Sept.1920-1921]. – 6 Bll.

Inhalt: Bll.1-4: Beweis des Weierstraßschen Approximationssatzes mit dem Vermerk „kürzester Beweis, von mir“ mit Verweis auf S.Bernstein, Sammlung der Mitt.und Protokolle der Math.Ges. in Charkow (2) 13 (1912), S.1-2. Es folgen ein funktionentheoretischer Satz und ein Satz über rektifizierbare Jordansche Kurvenbögen, beide mit dem Vermerk „Beweis von M.Riesz, Sassnitz, Sept.1920“ (Hausdorff traf sich im Sept.1920 mit M.Riesz in Sassnitz, vgl. Fasz. 867, 873). Es folgt ein Satz von Hurwitz u.Polya mit dem Vermerk „Nauheim, Sept.1920.“. Bl.5: Fünf offene Fragen (meist im Anschluß an Vorträge auf der DMV-Tagung in Bad Nauheim 1920). Bl.6: Hausdorff beweist folgenden Satz: Die reellen Zahlen  $t_n \geq 0$  seien so beschaffen, daß jedes  $f \in C[0, 1]$  durch lineare Aggregate von  $u^{t_n}$  gleichmäßig approximiert werden kann. Wenn dann  $\int_0^1 g(u)u^{t_n} du = \mu_n$  gegeben sind, ist  $g(u)$  eindeutig bestimmt. (Für  $t_n = n$  ist das ein Satz von M.Lerch).

SW: Analysis; Funktionentheorie; Funktionalanalysis; Weierstraßscher Approximationssatz; reguläre Funktionen; Jordanbögen; algebraische Funktionen; Momentenproblem

**NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1089**

[Mengenfolgen in metrischen Räumen] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [nach 1914]. – 3 Bll.

Hausdorff verweist mehrfach auf sein Buch [44].

Inhalt:  $A_1, A_2, \dots$  seien nichtleere Teilmengen eines metrischen Raumes mit kompakter Vereinigung. Dann läßt sich aus  $A_n$  eine konvergente Teilfolge  $A_p$  auswählen (Konvergenz im Sinne des Mengenabstands).

SW: Topologie; metrische Räume; Mengenfolgen

**NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1090**

[Räume von Teilmengen eines metrischen Raumes] : Studien / Felix Hausdorff. Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [vermutl.1915-1922]. – 4 Bll.

Die Datierung stützt sich nur auf die verwendete Tinte.

Inhalt: Bl.1: Ist  $E$  ein vollständiger metrischer Raum, so ist die Menge  $\mathcal{E}$  der kompakten Mengen von  $E$  ebenfalls vollständig. Bl.2: ein analoger Satz für die abgeschlossenen Teilmengen von  $E$ . Bll.2v-3: Zeichnungen zu Jordanbögen mit positivem Flächeninhalt. Bl.4: Beispiel einer ebenen Punktmenge, die in  $\aleph_0$  Komponenten zerfällt und die durch Hinzufügen einer Strecke zusammenhängend wird, obwohl jede der Komponenten von der hinzugefügten Strecke getrennt ist.

SW: Topologie; metrische Räume; Räume von Teilmengen; Topologie der Ebene; Jordanbögen; Zusammenhang

**NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1091**

[Rechnungen zur Limitierungstheorie] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald, Bonn], [nach dem 25.8.1920]. – 1 Bl.

Die Rechnungen befinden sich auf der Rückseite einer Traueranzeige für den Leipziger Mathematiker Karl Rohn vom 25.8.1920.

Inhalt: Rechnungen, die mit [27], II im Zusammenhang stehen.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; total monotone Folgen

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1092**

[Limitierungstheorie] : Vorlesungsmanuskript, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1923 oder später]. – 97 Bll.

Hausdorff verweist auf seine Arbeiten [27] u. [29]. Vermutl. hängt die Ausarbeitung mit der Vorlesung über divergente Reihen (Fasz. 45) zusammen. Das Ms. ist mit durchstrichenen Bogennummern versehen: 5-58. Bögen 15-19, 41-53 fehlen. Nach Bogen 58 bricht das Ms. ab.

Inhalt: Bll.1-25 (Bögen 5-14): Äquivalenz von Summierungs- und Limitierungsverfahren; Permanenz; Toeplitzschers Permanenzsatz; Verfahren erster und zweiter Art; notwendige und hinreichende Bedingung für Permanenz eines Verfahrens zweiter Art; Beispiele. Bll.26-79 (Bögen 20-40): C-A-Satz; C-Summierbarkeit von Potenzreihen; Summierbarkeit der Binomialreihe; Satz von Cesàro über die C-Summierbarkeit von Produkten; die mit C vertauschbaren Matrizen; total monotone Folgen; C-Matrizen, C-Folgen; Euler-Verfahren; Bildung total monotoner Folgen; Äquivalenzsatz von Knopp und Schnee und seine Verallgemeinerung; total monotone Folgen als Momentfolgen; total monotone Funktionen. Bll.80-97 (Bögen 54-58): Umkehrsätze (A-K-Satz; A-C<sub>1</sub>-Satz; A-K-Satz von Hardy-Littlewood). Das Ms. enthält zahlreiche Verweise auf einschlägige Literatur.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Toeplitzschers Permanenzsatz; total monotone Folgen; C-Folgen; C-Matrizen; Momentenproblem; Cesàro-Verfahren; Hölder-Verfahren; Äquivalenzsatz von Knopp-Schnee; Abel-Verfahren; Euler-Verfahren; Borel-Verfahren; Tauber-Theoreme

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1093**

[Umkehrsätze, Borelverfahren] : Vorlesungsmanuskript, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1923 oder später]. – 25 Bll.

Das Ms. sind die Bögen 41-51 eines Manuskripts, aber nicht die fehlenden von Fasz. 1092; siehe die dort gemachten Bem.

Inhalt: Bll.1-15: „§4. Umkehrsätze“ (hauptsächlich der Hardy-Littlewoodsche A-K-Satz und seine Verschärfung). Bll.16-25: „§5. Das Borelsche Verfahren“.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Tauber-Theoreme; Borel-Verfahren

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1094**

[Satz von M.Riesz] : Vorlesungsmanuskript, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1923 oder später]. – 12 Bll.

Das Fasz. besteht aus den Bögen 28-31 eines Ms.; vgl. die Bem. bei Fasz. 1092.

Inhalt: Es geht hauptsächlich um den Beweis des folgenden Satzes von M.Riesz: Ist  $\alpha > 0$  und  $u_n = o(n^\alpha)$ , so ist die Reihe  $\sum u_n t^n$  an jeder regulären Stelle des Einheitskreises  $C_\alpha$ - summierbar.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Cesàro-Verfahren; Satz von M.Riesz

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1095**

[Abgelegte Manuskripte aus Vorlesungen I] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig, Bonn, Greifswald], [vor 1921]. – 48 Bll.

Inhalt: Bl.1: ein Stück aus der elementaren Zahlentheorie; Bl.1v: Notizen aus der Limitierungstheorie. Bll.2-5: Rechnungen mit Matrizen, Determinantentheorie. Bll.6-9 (mit Bogenr.4): Seminaraufgaben aus der Differentialgeometrie und der Limitierungstheorie. Bll.10-13 (Bogenr.43): Ausnahmepunkte von Kurven. Bll.14-37 (Bogennummern 1-6): „Quadratische Formen“ (Anfänge der Gaußschen Theorie der binären quadratischen Formen). Bll.38-40 (paginiert: 59-61): es geht um die Bestimmung einer Belegungsfunktion. Bll.41-43 (Bogenr.3): Rekursionsformeln der  $\lambda_{m,p}$  (siehe [27]). Bll.44-46 (Bogenr.9): zum Rieszschen Summierungsverfahren. Bll.47-48: Über Grenzwertsätze von Ljapunow.

SW: Analysis; lineare Algebra; Zahlentheorie; Geometrie; Differentialgeometrie; quadratische Formen; Limitierungstheorie; Wahrscheinlichkeitstheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1096**

[Abgelegte Manuskripte aus Vorlesungen II] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1927 u.später]. – 81 Bll.

Inhalt: Bll.1-15 (S.5-19 eines Ms.): Kompakte Mengen bei Abbildungen; oberhalb stetige Zerlegung; Verhalten Suslinscher Mengen bei Abbildungen; Projektionen. Bll.16-24 (S.181-189 eines Ms.): „§20. Umformung der Souslinschen Mengen“ mit Vermerk „fällt weg“. Bll.25-30 (Bogenr.2-3): Trennbarkeitseigenschaften von Borelschen und Suslinschen Mengen. Bll.31-33: Fragment aus der algebraischen Topologie. Bll.34-41 (Bogenr.8-9):  $m$ -te Zusammenhangsgruppe; Charakteristik. Bll.42-52 (Bogenr.4-6): Teile aus der Dimensionstheorie. Bll.53-81 (Bogenr.6-13): Teile aus der algebraischen Topologie, insbesondere Homologiegruppen kompakter Räume.

SW: Topologie; algebraische Topologie; deskriptive Mengenlehre; Dimensionstheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1097**

[Abgelegte Manuskripte und Notizen] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], 10.u.12.6.1907, [1910 u.früher]. – 35 Bll.

Auf Bl.29v befindet sich eine Einladung des Rektors der Univ. Leipzig vom 4.2.1910. Einige Teile der Notizen sind mit Bleistift durchgestrichen.

Inhalt: Teile einer Analysisvorlesung; Teile eines Ms. über geordnete Mengen und Pantachien (datiert s.o.); Rechnungen ohne Text; Teile eines Vorlesungms. über Differentialgeometrie.

SW: Mengenlehre; Analysis; Geometrie; Pantachien; Ordnungstypen; Differentialgeometrie

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1098**

[Differentialgeometrie] : Vorlesungms., Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Greifswald], [1914-1921]. – 14 Bll.

Inhalt: Elemente der Flächentheorie.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Flächentheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1099**

[Seminare und Übungen] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte. – [Greifswald, Bonn], [1911-1935]. – 17 Bll.

Bl.6v enthält ein Hausdorff nicht betreffendes Dokument der Univ.Greifswald vom 24.6.1919; Bll.7-11 inliegend.

Inhalt: Bll.1-2: Literaturzusammenstellung (reicht bis max.1926). Bll.3-4: Stichpunkte zu Themen mit Zuordnung zu Studenten und z.T. Literatur (reicht bis max.1928). Bl.5: „Seminar: Neue Themata“ (aus der Greifswalder Zeit, z.T. aus der Bonner Zeit). Bll.6-11: Notizen zu Übungen aus der Greifswalder Zeit, Bll.7-11 von fremder Hand. Bl.12: Themen, z.T. durchstrichen. Bl.13: Literaturzusammenstellung (reicht bis max.1911). Bl.14: Themen zu DGL. Bl.15: Rechnungen zu Beta-Funktionen. Bll.16-17: Stichpunkte zu Seminarthemen.

SW: Seminarthemen

### **NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1100**

[Angaben zu Studenten] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 14.7.1934. – 4 Bll.

Inhalt: Bll.1-3: Angaben zu den auswärts gehörten Vorlesungen von 3 Studenten (von fremder Hand). Bl.4: „Urteil über die Prüfungsarbeit von Herrn H.Hellrung: Über gruppeninvariante Masse“, von Hausdorff unterzeichnet am 14.7.1934.

SW: Gutachten

**NL Hausdorff: Kapsel 50: Fasz. 1101**

[Varia] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Druck. – [Greifswald], [1920-1921]. – 3 Bll.

Bl.1v enthält eine Einladung vom 14.2.1920.

Inhalt: Bll.1-2: Stichpunktartige Angabe des Inhalts der einzelnen Paragraphen von [27], I.u.II. Bl.3: Bei Naumann in Leipzig gedruckte Tafel „Rechnungsgrundlagen für Versicherung einzelner Leben“.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Versicherungsmathematik

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1102

[Finanzmathematik] : Vorlesungsm., Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [WS 1910/11]. – 14 Bll.

G.Bergmann hat das Ms. Hausdorffs Lehrtätigkeit an der Handelshochschule Köln im WS 1910/11 zugeordnet.

Inhalt: Zinseszins- und Rentenrechnung; einige Rechnungen und Notizen zur Versicherungsmathematik.

SW: Finanzmathematik; Versicherungsmathematik

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1103

[Literatur zur Wahrscheinlichkeitstheorie] / E.A.Weiß. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach 1920]. – 1 Bl.

Von E.A.Weiß angelegtes Literaturverzeichnis zur Wahrscheinlichkeitstheorie.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1104

[Zur Baker-Campbell-Hausdorff-Formel] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [um 1906]. – 28 Bll.

Bll.13-20 (A-4) sind von 1-8 paginiert.

Inhalt: Bll.1-3: „Klammeroperation“ (Hausdorff betrachtet in einer nichtkommutativen Algebra  $(AB) = AB - BA$  und definiert dann sukzessive  $[AB] = (AB)$ ,  $[ABC] = (A(BC))$ ,  $\dots$ ; er stellt für diese Ausdrücke Identitäten auf). Bll.4-6: Parametergruppen. Bll.7-10: Von 1 bis 73 durchnummerierte z.T. kritische Bemerkungen zu Campbell „Introductory Treatise on Lie’s Theory of Finite Continuous Transformation Groups“, Oxford 1903. Bll.11-12: „Mit jeder  $r$  gliedrigen Gruppe ist eine lineare homogene  $p$  gliedrige Gruppe verbunden, deren Ordnung  $p$  zwischen 1 und  $r^2$  liegt (Übertragung meiner „Index“-systeme)“. Bll.13-15: „Die Indexgruppe der proj. Gruppe in  $n$  Veränderlichen“. Bll.16-17: „Die Indexgruppe der projectiven Gruppe einer quadratischen Mannigfaltigkeit“. Bll.18-20: „Die Indexgruppe der proj. Gruppe eines linearen Complexes im  $R_{2n-1}$ “. Bll.21-26: „Zur Exponentialformel (Nachträge)“. Bl.27: Bemerkungen zu den von Lie „derivierte Gruppen“ genannten Gruppen. Bl.28: „Symbolische Potenzreihen“. (das Ms. bricht ab).

SW: Algebra; Algebren; Lie-Gruppen; Lie-Algebren; Parametergruppen; Indexgruppen; Exponentialformel; Klammersausdrücke; symbolische Potenzreihen

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1105**

[Notizen zur Dimensionstheorie] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [1928 und später]. – 1 Bl.

Inhalt: Stichpunktartige Notizen zu topologischer Literatur mit Verweis auf K.Menger „Dimensionstheorie“, Leipzig 1928; ferner Formulierung eines Themas für A.Hilgers. Bl.1v: Notizen zu Themen für einige Studenten.

SW: Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1106**

Endliche kommutative Ringe : Seminararbeit, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], SS 1934. – 61 Bl.

Das Ms. ist bogenweise numeriert: 1-16, entspr. Bl.1-61. Bogen 14 (zw.Bl.53 u. Bl.54) fehlt. Das Ms. bricht auf Bl.61 ab. Auf Bl.52 der Vermerk „bis hierher im Sem. S.S.1934 vorgetragen“. Das Ms. enthält zahlreiche Aufgaben.

Inhalt: Grundbegriffe; direkte Summe; Irreduzibilität; endliche Ringe mit Einselement; Galoisfelder; irreduzible Ringe, das Radikal  $N$ , der Kern  $K$ ; Fall, daß  $N$  Hauptideal ist; Ringe, in denen  $K$  ein Körper ist; Gruppencharaktere; multiplikative und additive Charaktere eines Ringes; Charaktersummen; wesentliche und unwesentliche Charaktere; eigentliche und uneigentliche Charaktere.

SW: Algebra; Ringe; irreduzible Ringe; endliche kommutative Ringe; Galoisfelder; Einbettung abelscher Gruppen in Ringe; Charaktere; Charaktersummen

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1107**

[Gutachten zur Dissertation Hallenbach] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1933]. – 1 Bl.

Inhalt: Es handelt sich um den Beginn des Gutachtens von Hausdorff zur Dissertation von F.Hallenbach „Zur Theorie der Limitierungsverfahren von Doppelfolgen“, Bonn 1933.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Doppelfolgen; Gutachten

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1108**

Lineare Räume : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], Febr.1934. – 8 Bl.

Es handelt sich um die Bögen 1 und 14 einer größeren Ausarbeitung.

Inhalt: Bl.1-4 (Bogen 1): lineare Räume, stetige Abbildungen. Bl.5-8 (Bogen 14): Für einen Operator  $S = I - T$ ,  $T$  vollstetig, auf einem vollständigen Raum haben der Kern von  $S$  und der Kern des Konjugierten dieselbe endliche Dimension.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; lineare Räume; vollstetige Operatoren



**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1109**

Der Raum  $I^\infty$  als Universalraum : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1932 oder später]. – 3 Bll.

Hausdorff verweist auf S.Banach „Théorie des opérations linéaires“, Warschau 1932, S.185 und bemerkt, daß Uryson, Bull. sc.math. 51 (1927), S.1-38, für die separablen Räume einen wesentlich komplizierteren Universalraum konstruiert hat.

Inhalt:  $I^\infty$  ist der Raum  $C[0, 1]$  mit der Maximumnorm. Hausdorff zeigt: Jeder separable metrische Raum ist mit einer Teilmenge von  $I^\infty$  isometrisch.

SW: Analysis; Topologie; Funktionalanalysis; Raum  $C[0, 1]$ ; separable Räume; lineare Räume; metrische Räume; Universalräume

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1110**

Charzyński : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1936]. – 10 Bll.

Das Ms. ist bogenweise nummeriert: 1-3, entspr. Bll.1-10. Die Überschrift bezieht sich auf die Arbeit von Charzyński „Sur les fonctions dont la dérivée symétrique est partout finie“, Fundamenta Math. 21 (1933), S. 214-225. Vgl. auch Fasz. 602, 1046-1047.

Inhalt: Es sei  $\overline{\lim}_{h \rightarrow 0} \left| \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} \right|$  überall endlich und  $D$  die Menge der Unstetigkeitspunkte von  $f(x)$ . Dann ist  $D$  separiert.

SW: Analysis; reelle Funktionen; symmetrisch stetige Funktionen; Unstetigkeitspunkte; separierte Mengen

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1111**

[Mengenkörper] : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 12.2.1934 u. 2.5.1937. – 6 Bll.

Das Ms. enthält 2 Bll. eines Bogens 1 und Bogen 2. Vgl. Faszikeln 1057 und 1063-1066.

Inhalt: Die Mengen  $M_{\lambda\mu}$  und  $M_{\mu\lambda}$  sind Mengen  $M_\lambda$  (zur Bezeichnung siehe o.g.Faszikeln).  $\overline{\lim} M_n$  ist ein  $M_{\sigma\delta}$ . Hausdorff wirft die Frage auf, ob auch das Umgekehrte gilt. Dahinter die Bemerkung „Nein! 2/5 37“. Dann wird behauptet: Wenn die Mengen  $M$  einen Körper bilden, gilt die Umkehrung. Es folgen zu diesem Satz ein Beispiel und eine Verallgemeinerung. Es folgen Ergänzungen zu einem Einschubungssatz, der auf dem fehlenden Teil von Bogen 1 gestanden haben muß.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Mengenalgebra; Mengenkörper; Konvergenz von Mengenfolgen; Trennbarkeit durch Mengensysteme; metrische Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1112**

[Kuratowskische Schichten] : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], 2.u.3.1.1938. – 4 Bll.

Bogen 3 u.4 einer Studie; der Text ist komplett durchgestrichen.

SW: Topologie; Zusammenhang; Kontinua; Kuratowskische Schichten

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1113**

[Literaturverzeichnis] : Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1935 u.später]. – 11 Bll.

Hausdorff hat leere Blätter mit den Buchstaben A-Z versehen und begonnen, ein Literaturverzeichnis zur Topologie anzulegen. Neben seiner eigenen Arbeit [39] sind folgende Autoren vertreten: C.Kuratowski, G.Köthe und O.Toeplitz, K.Menger, W.Sierpiński, H.Tietze.

SW: Topologie; Funktionalanalysis; lineare Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1114**

[Konfigurationen im projektiven Raum] : Studien / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], 9.3.1941. – 13 Bll.

Das Ms. besteht aus 5 nummerierten Bögen (1-5, entspr. Bll.1-10) u. einem unnummerierten Bogen (Bll.11-13). Das Datum befindet sich auf Bl.9v.

Inhalt: Umfangreiche Betrachtungen und Rechnungen über Konfigurationen im projektiven Raum.

SW: Geometrie; projektive Geometrie; Konfigurationen; abzählende Methoden

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1115**

[Topologische Gruppen] : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.1938-1940]. – 11 Bll.

Das Ms. besteht aus den Bögen IV, IV\* (einer verbesserten Version von IV) und V eines größeren Ms. Es wird auf Pontrjagin verwiesen, gemeint ist vermutl. Pontrjagin, Annals of Math. 35 (1934), S.361-388.

Inhalt: Es werden verschiedene Sätze unter Voraussetzungen  $(\eta)$ ,  $(\zeta)$  formuliert;  $(\eta)$ ,  $(\zeta)$  sind aber in dem Fragment nicht erklärt. Vgl. Inhalt der Faszikeln 538,681,746,751,1050.

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; topologische Gruppen; abelsche Gruppen; kompakte Gruppen; Charaktere

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1116**

[Brun] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [vermutl.Nov.1940]. – 3 Bll.

Das Ms. hängt eng mit Fasz. 757 zusammen; es wird auf dieselbe Stelle bei Landau verwiesen.

SW: Zahlentheorie; analytische Zahlentheorie; Möbiusformalismus

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1117**

Sierpiński, Hypothèse du continu. (Extrakt) : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [Sept.1938-11.1.1941]. – 4 Bll.

Vgl. Faszikeln 714,729,761. Das Ms. trägt die Bogennr.1.

Inhalt: Hausdorff bezweifelt  $H \rightarrow P_3$  (Sierpiński „Hypothèse du continu“, Warszawa-Lwow 1934, S.12). Er beweist eine schwächere Aussage:  $H \rightarrow Q$ , wobei  $Q$  folgender Satz ist: Es gibt eine Folge  $f_n(x)$  reeller Funktionen einer reellen Variablen derart, daß für jede überabzählbare Menge  $A \subset X$  unendlich oft  $f_n(A) = Y$  wird. ( $X = Y =$  Menge der reellen Zahlen).

SW: Mengenlehre; Analysis; Kontinuumhypothese; reelle Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1118**

Steenrod : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.Okt.1940]. – 2 Bll.

Hausdorff bezieht sich auf die Arbeit von N.E.Steenrod „Universal homology groups“, American Journal of Math. 58 (1936), S.661-701. Vgl. Faszikeln 749,750,1048.

Inhalt: Bemerkungen zu S.664 und 669 der gen. Arbeit von Steenrod.

SW: Topologie; Algebra; topologische Algebra; topologische Gruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1119**

[Zusammenhang] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig. – [Bonn], [vermutl.1941]. – 1 Bl.

Inhalt: Von 1-6 numerierte stichpunktartige Notizen (Sätze aus der Theorie des Zusammenhangs).

SW: Topologie; Zusammenhang; Zusammenhangskomponenten; Zerlegungspunkte

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1120

[Limitierungstheorie] : Fragmente / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Greifswald, Bonn], [etwa 1917-1925]. – 34 Bll.

Die Faszikeln 1120-1128 hat G.Bergmann in einer Mappe „Reste aus früherer Zeit (wohl vor 1925)“ zusammengefaßt.

Inhalt: Bll.1-4 (mit den Bogennr.1-2): Vergleich von Mittelbildungen. Bll.5-8 (mit durchstrichener Bogennr.8): Interpolationsformeln, Momentfunktionen. Bll.9-13: „Äquivalenz von  $(C, \alpha)$  und  $(R, n, \alpha)$ “ (Rieszverfahren); „Riesz“ (vgl. Fasz. 141,142,910,1094). Bll.14- 18: Jede totalmonotone Folge ist Momentfolge (für die allgemeine in [27],II betrachtete Situation). Bll.19-22: Von 1-7 numerierte Bemerkungen und Notizen zum allg.Fall  $(S(t_n))$ ; s.[27],II, S.280). Bll.23-26: Transformation einer zeilenfiniten Matrix  $\lambda$  auf die Form  $\lambda = \rho^{-1}\mu\rho$ ,  $\mu$  Diagonalmatrix, mit Beispielen. Bll.27-29: Ausführungen zum Momentenproblem (vgl. Fasz. 870). Bl.30: „Gibts zu  $b = \rho a$ ,  $a = \rho^{-1}b$  ähnliche erzeugende Funktionen wie im Spezialfall?“ (gemeint ist der Fall  $S(t_n)$ , [27],II,S.280, gegenüber  $S(n)$  aus [27],I). Bl.31: Mit  $\mu_n$  ist auch  $\sum_{k=0}^n \mu_k (-1)^k \binom{n}{k}$  eine C-Folge. Bll.32-33: Für die Mittelbildung  $A_n = \frac{\sum_{i=0}^n a_i d_i}{\sum_{i=0}^n d_i}$  wird bewiesen: Wenn  $(a_n - a_{n-1}) \frac{\sum_{i=0}^{n-1} d_i}{d_n}$  beschränkt ist, folgt aus  $A_n \rightarrow \alpha$  auch  $a_n \rightarrow \alpha$ . Bl.34: Notizen und Stichpunkte zu M.Riesz, Comptes rendus 152 (1911), S.1651-1654.

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Limitierungstheorie; Summierungsverfahren; Momentenproblem; Cesàro-Verfahren; Riesz-Verfahren; Interpolation; totalmonotone Folgen; C-Matrizen

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1121

Methode der kleinsten Quadrate in Matricenform : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [SS 1923 oder später]. – 2 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120. Es handelt sich um eine Ergänzung zu §9 von Hausdorffs Vorlesung über Wahrscheinlichkeitstheorie vom SS 1923 (Fasz. 64).

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Methode der kleinsten Quadrate

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1122

[Satz von Frobenius] : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [nach Januar 1929]. – 1 Bl. A-4

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120. Auf der Rückseite befindet sich ein Bestellformular vom Januar 1929.

Inhalt: Satz von Frobenius über die charakteristischen Wurzeln eines Polynoms, dessen Variable mit einer Matrix  $X$  vertauschbare Matrizen sind (vgl. Fasz. 942).

SW: Algebra; Matrizenalgebren; charakteristische Wurzeln; Satz von Frobenius

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1123**

Das Waringsche Problem : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig, Bonn], [1909 -1913]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120. Hausdorff verweist auf seine Arbeit [20]. Das Ms. ist vermutl.vor der Greifswalder Zeit entstanden.

Inhalt: Vor allem historische Bemerkungen zum Waringschen Problem.

SW: Zahlentheorie; Waringsches Problem

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1124**

Ergänzungen zur Differentialgeometrie : Vorlesungsm. / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig, Bonn, Greifswald], [1901-1921]. – 6 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120.

Inhalt: Bl.1: „Ergänzungen zur Differentialgeometrie“ (11 stichpunktartige Thematika). Bl.2: „Berührung von Curven“. Bl.3: „Linienflächen“. Bll.4-5: „Mittlere Krümmung und Krümmungsmaß bei Darstellung  $F(x, y, z)$ “. Bl.6: „Hauptrichtungen bei einer Curve im  $R_n$ “.

SW: Geometrie; Differentialgeometrie; Raumkurven; Linienflächen; Krümmung

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1125**

Ermittlung bestimmter Integrale : Vorlesungsm. / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Greifswald], [1914-1921]. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120. Es handelt sich um §7 eines größeren Ms. Nach der Tinte zu urteilen in der Greifswalder Zeit nach Beginn des ersten Weltkrieges entstanden.

Inhalt: Anwendung funktionentheoretischer Methoden zur Berechnung bestimmter Integrale.

SW: Analysis; Funktionentheorie; Cauchysche Integralformel; Residuentheorie; Integrationsmethoden

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1126**

Über verkettete Mengen : Studie, Fragment / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.vor 1910]. – 4 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120. Das Ms. bricht nach Bl.4 mitten im Satz ab.

Inhalt: Es wird der Begriff „verkettete Menge“ definiert; daraus entspringt der Begriff „Verkettungstyp“. Hausdorff gibt für Mengen von 1,2,3,4 Elementen alle möglichen Verkettungstypen an. Es folgen noch einige Begriffe (inverser Verkettungstyp, verbundene verkettete Mengen, primitive und imprimitive Mengen), dann bricht das Ms. ab.

SW: Mengenlehre; verkettete Mengen; Verkettungstyp

### **NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1127**

Die quadratischen Formen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig, Bonn, Greifswald], [1905-1914]. – 7 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120. Vgl. Fasz. 61.

Inhalt: Die quadratischen Formen werden abweichend von Gauß in der Gestalt  $ax^2 + bxy + cy^2$  geschrieben. Es folgen die Grundbegriffe: primitive Formen; Diskriminante; definite und indefinite Formen; unimodulare Substitutionen; eigentlich bzw. uneigentlich äquivalente Formen; Automorphismen einer primitiven Form, Pellsche Gleichung; Pseudomorphien ( $f \sim -f$ ); zur Lösung der Pellschen Gleichung.

SW: Zahlentheorie; quadratische Formen; Pellsche Gleichung

### **NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1128**

[Varia, Reste] : Fragmente, Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Leipzig, Bonn, Greifswald], [vor 1915], 13.6.1907. – 40 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1120. Auf Bl.9v befindet sich eine Einladung vom Juni 1909. Auf Bl.40v befindet sich eine Übersicht über Aktienentwicklungen einer preußischen Gesellschaft bis 1906.

Inhalt: Bl.1: Notizen zu Ljapunoffs zentralem Grenzwertsatz und zu Arbeiten von van Vleck, Amer.Math.Soc.Transactions 4 (1903), S.297-332 und O.Perron, Math.Ann. 74 (1913), S.545-554 zum Momentenproblem und zu Kettenbrüchen. Bl.2: Bibliogr.Daten einer Arbeit von J.Liouville, Journal de Math. (2) 1 (1856), S.82-88. Bll.3-4: Drehung von Achsenkreuzen im Raum. Bll.5-6: Notizen über quadratische Zahlkörper. Bll.7-8: Einheitswurzeln. Bll.9-12: „Algebraische Zahlen“ mit einem Literaturverzeichnis. Bll.13-14: Fragmente über Orthonormalsysteme von Funktionen. Bll.15-16: Fragment aus der Differentialgeometrie (Fundamentalgrößen der Flächentheorie). Bll.17- 18: Rechnungen ohne Text. Bll.19-20: Aufgaben aus der Kurventheorie. Bl.21: Aufstellen von Verkettungstypen (vgl. Fasz. 1126). Bl.22: Notizen zu Kurven 3.Ordnung. Bll.23-24: Beispiele aus der Finanzmathematik. Bll.25-30: Rechnungen zur Theorie der quadratischen Formen. Bl.31: Rechnungen ohne Text (unendliche Reihen). Bll.32-39: Rechnungen ohne Text (algebraische Zahlentheorie); Bl.40: Rechnungen zur Theorie der Ordnungstypen mit einer vom 13.6.1907 datierten Bemerkung zum (vermutlichen) Typus des Veroneseschen „absoluten Kontinuums“.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; Wahrscheinlichkeitstheorie; Analysis; Momentenproblem; Zahlentheorie; algebraische Zahlkörper; quadratische Formen; Differentialgeometrie; Finanzmathematik

### **NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1129**

[Maß- und Integrationstheorie] : Teil eines Buchmanuskripts, Fragmente / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [2.Hälfte der 20-er Jahre]. – 203 Bll.

G.Bergmann datiert die Faszikeln 1129-1130 mit „Januar 1930 abwärts“. Bll.1-73 haben die Überschrift „Zehntes Kapitel. Mengenfunktionen und Funktionale“ und beginnen mit §45. Das schließt sich in Kapitel- und Paragraphenzählung an [45] an und war von Hausdorff vermutl. als Ergänzung bei einer Neuauflage vorgesehen. Dieser Teil des Faszikels ist von Hausdorff paginiert: S.91-168 (mit 2 Lücken: S.111,112 u. 115,116 fehlen). Bll.74-133 haben bis auf die Paragraphenzählung, die freigelassen ist, dieselbe Überschrift und den Vermerk „umgearbeitet“, stellen also eine frühere Version von Bll.1-73 dar.

Inhalt: Bll.1-12: „§45. Additive Mengenfunktionen“ (additive und  $\sigma$ -additive Mengenfunktionen; die Wahrscheinlichkeit als Beispiel; Zurückführung auf monotone Mengenfunktionen; meßbare Mengen). Bll.13-41: „§46. Konstruktion additiver Mengenfunktionen“ (Erweiterung eines Körpers zu einem  $\delta$ -Körper; äußeres und inneres Maß; Maß, Meßbarkeit; Konstruktion im  $R^1$  und  $R^2$ ). Bll.42-51: „§47. Lineare Funktionale“ (reelle Funktionale; Axiome für ein lineares Funktionensystem (System integrierbarer Funktionen); lineare Funktionale; monotone Funktionale; Darstellung linearer Funktionale als Differenz monotoner Funktionale). Bll.52-73: „§48. Konstruktion linearer Funktionale“ (Erweiterung eines gegebenen Funktionensystems zu einem linearen System; charakteristische Funktionen; Skalenfunktionen (Treppenfunktionen); meßbare Skalenfunktionen; meßbare Funktionen; integrierbare Funktionen; Definition des Integralbegriffs, Eigenschaften; quasiintegrierbare Funktionen: sie sind genau dann integrierbar, wenn jede Teilmenge einer Nullmenge meßbar ist. Spezialfall: Lebesgue-Stieltjes-Integral im  $R^1$ ). Bll.74-133: Vorversion zu Bll.1-73. Bll.134-185: weitere Manuskriptteile, die überarbeitet in die Version Bll.1-73 eingegangen sind. Bll.186-193: „§3. Das Lebesguesche Integral“ (Integral als Funktional; Axiome für den Integralbegriff; Erweiterung eines Integralbegriffs durch Interpolation (zu gegebenem  $f$  werden die integrierbaren Minoranten und Majoranten herangezogen und ein oberes und unteres Integral definiert); Anwendung dieser Idee auf die Erweiterung des R-Integrals im  $R^1$ ). Bll.194-199: „Stieltjes-Lebesguesche Integrale“. Bll.200-203: Teil eines Ms. aus der Integrationstheorie.

SW: Analysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; Wahrscheinlichkeitstheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1130

[Varia, Reste] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], 17.10.1929, [20-er Jahre]. – 8 Bll.

Vgl. Bem. bei Fasz. 1129. Auf Bl.2v sagt Hausdorff, daß er eine gewisse Frage „bisher (17.10.29)“ nicht entscheiden konnte.

Inhalt: Bl.1: Stichpunktartige Notizen, meist zur Topologie. Bll.2-3: Fragment, in dem es um gestrahlte Matrizen geht (vgl. Fasz. 45, 350). Bl.4: Fragment zur Interpolation (vgl. [27],II,S.281 ff). Bll.5-8: „Die Verteilung der Primzahlen. §1. Elementares über Zählung der Primzahlen“ (vermutl.eine abgelegte Version des Beginns der entsprechenden Vorlesung, Fasz. 44).

SW: Topologie; Analysis; Limitierungstheorie; Zahlentheorie; Primzahlverteilung

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1131**

Suslinsche und projektive Mengen : Studie / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Schloß Hornegg, [1930-12.3.1932]. – 4 Bll. A-4

Hausdorff bezieht sich mehrfach auf N.Lusin „Leçons sur les ensembles analytiques“, Paris 1930. Auf Bl.1v kommentiert Hausdorff ein Ergebnis bei Lusin, S.213ff so: „Fein, aber schwierig. Von mir vereinfacht und berichtigt 12.3.32“.

Inhalt: Es werden u.a.folgende Sätze bewiesen: (1) Sind  $A, A'$  zwei Suslinsche Mengen in einem vollständigen separablen Raum  $X$ , so sind die Mengen  $A - AA', A' - AA'$  durch Komplemente von Suslinmengen trennbar. (2) Umgekehrt: Sind zwei Mengen  $A_1 - A_3, A_2 - A_4$  Differenzen Suslinscher Mengen und durch Komplemente Suslinscher Mengen trennbar, so sind sie von der Form  $C_1 - C_1C_2, C_2 - C_1C_2$  mit Suslinmengen  $C_1, C_2$ . (3) Zwei disjunkte Komplemente Suslinscher Mengen sind stets durch Borelsche Mengen trennbar. (4) Es gibt im Raum  $(X, Y)$  ( $X$  separabel, vollständig mit perfektem Kern  $\neq \emptyset, Y = R^1$ ) eine Borelmenge  $C$ , deren Projektion auf  $X$  der ganze Raum ist, in der aber keine schlichte Borelmenge  $y = \varphi(x)$  ( $\varphi(x)$  Bairesche Funktion) enthalten ist. (4) Ist  $A$  Borelsch,  $B$  vermöge  $y = \varphi(x)$  stetiges Bild von  $A, B'$  die Menge der  $y$ , deren Urbild einpunktig ist, so ist  $B'$  ein Suslinkomplement.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Suslinkomplemente; Borelmengen; Trennungssätze; Projektionen

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1132**

Hallenbach, Diss. : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., Stichpunkte. – [Bonn], [1933]. – 4 Bll.

Der Titel bezieht sich auf F.Hallenbach „Zur Theorie der Limitierungsverfahren von Doppelfolgen“, Dissertation Bonn, 29.7.1933. Vgl. Fasikeln 455, 1034, 1107.

Inhalt: Notizen und z.T. kritische Bemerkungen zur Dissertation von Hallenbach.

SW: Analysis; Limitierungstheorie; Doppelfolgen

**NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1133**

Litteraturangaben zur Vorlesung über Zahlentheorie. – Hs. Ms., vervielfältigt. – [Leipzig, Bonn, Greifswald], [nach 1907]. – 25 Bll.

Es handelt sich um 25 vervielfältigte Exemplare eines Literaturverzeichnisses zur Zahlentheorie von fremder Hand. Vermutlich hat Hausdorff es zum Verteilen unter die Hörer seiner Vorlesung herstellen lassen (vgl. Fasz. 26). Die Literaturangaben reichen bis 1907.

SW: Zahlentheorie



### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1134

[Manuskriptreste I] : Notizen, Fragmente / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. – [Bonn], [nach 1921]. – 24 Bll.

Inhalt: Bll.1-2: Rechnungen zu Bernoullischen Zahlen. Bl.3: Fragment über Integralgleichungen. Bl.4: 7 Zeilen Namen, z.T. verbunden mit Stichworten. Bl.5: „Lineare Funktionaloperatoren“ (Behandlung mittels Momentbildung). Bll.6-9: Fragment zur Limitierung von Dirichletreihen (mit Verweis auf ein Ms. vom 10.8.1922, wo analoge Betrachtungen über Potenzreihen angestellt sind). Bll.10-15 (mit Bogenr.II-IV): Untersuchung unendlichdimensionaler Matrizen (Operatoren in  $l^p$ ) (starke und schwache Konvergenz; Existenz der Inversen; Zerlegung von Matrizen; Vollstetigkeit, Sätze über vollstetige Matrizen). Bl.16: „Hahn. Absolut additive Mengenfunktionen“ (Notizen; auf der Rückseite ein angefangener Brief vom 15.1.1925). Bl.17: 6 Probleme, z.T. beantwortet. Bl.18: Bemerkung zum Aufbau der Maß- und Integrationstheorie. Bl.19: stichpunktartige Auflistung von Themen, meist aus der Maß- und Integrationstheorie, z.T. durchgestrichen. Bll.20-21: „Der moderne Integralbegriff“ (Stichpunkte und Literatur; vgl. Fasz. 43). Bll.22-23: zur Verteilungsfunktion des Abrundungsfehlers. Bl.24: Zusammenhang zwischen den Momenten  $\mu_k$  einer auf  $(-\infty, \infty)$  monotonen Funktion  $\varphi(t)$  und der Darstellung  $f(z) \sim \sum \frac{\mu_k}{z^k}$  von  $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varphi(t)}{z-t}$ .

SW: Analysis; Funktionalanalysis; Maßtheorie; Integrationstheorie; Wahrscheinlichkeitstheorie; Funktionentheorie; Limitierungstheorie

### NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1135

[Manuskriptreste II] : Notizen, Fragmente / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., meist stichpunktartig. – Vulpera, [Leipzig, Greifswald, Bonn], 19.u.22.8.1927, [vor 1930]. – 32 Bll.

Bll.2-3 sind in Bl.1 eingelegt. Bll.20-30 stecken in einem Briefumschlag (Bl.19). Auf Bl.1v befindet sich ein Dokument vom 20.7.1920, auf Bl.2v ein Schreiben des Universitätsbauamtes Greifswald vom 28.5.1921, auf Bl.16v eine kurze Mitteilung an Hausdorff vom 12.5.1909, auf Bl.17v eine Aufforderung der Deutschen Bank zur Zeichnung von Anleihen zum 6.4.1908, auf Bl.21v eine Danksagung von Aloys Schulte für Glückwünsche zum 70.Geburtstag vom 5.8.1927.

Inhalt: Bll.1-3: Rechnungen und Notizen zum Momentenproblem. Bll.4-6: Rechnungen zum Momentenproblem (Interpolationspolynome); auf den Rückseiten ein nicht durchgestrichener Text über homogene Ordnungstypen. Bl.7: „Betragsdefinition für Matrizen, einfachster Fall“. Bl.8: Rechnungen aus der Theorie der Markovprozesse. Bl.9: Rechnungen zu Grenzwertsätzen. Bl.10: Literaturzusammenstellung. Bl.11: Notizen aus der Theorie der reellen Funktionen. Bl.12: Notizen aus der deskriptiven Mengenlehre. Bl.13: Umschlag mit Überschrift „Topologische Räume. Topologisierung von Summe, Produkt usw. Die Räume  $2^X, Y^X$ . Abbildungsklassen, wesentliche Abbildungen. Separabilität topologischer Räume. Erweiterung stetiger Fkt.“. Bl.14: stichpunktartige Notizen zur

algebraischen Zahlentheorie. Bl.15: Abbildungen 25-27 aus [44], S.341 (gedruckter Abzug). Bl.16: Bemerkungen über vollkommene Zahlen. Bl.17 „Transformation der Riccatischen Gleichung“. Bl.18: spezielle Abbildungen der komplexen Ebene auf sich. Bll.19 (Umschlag)-27: Rechnungen ohne Text zum Problem der Erweiterung einer Homöomorphie (vgl. [35]). Bll.28-29 (Vulpera, 19.8.27): Es wird u.a.gezeigt:  $F$  sei in  $A$  abgeschlossen und mit  $\overline{F}$  homöomorph. Diese Homöomorphie läßt sich zu einer Homöomorphie zwischen  $A$  und einem geeigneten Raum  $\overline{A}$  erweitern. Bl.30 (Vulpera, d.22.8.27): Versuch der Definition von Oberhalbstetigkeit und Unterhalbstetigkeit einer Abbildung  $\Phi(x)$  vermöge ( $\alpha$ ) Für  $x_n \rightarrow x$  ist  $\overline{Fl}\Phi(x_n) \subseteq \Phi(x)$  (oberhalbstetig), ( $\beta$ ) Für  $x_n \rightarrow x$  ist  $\underline{Fl}\Phi(x_n) \supseteq \Phi(x)$  (unterhalbstetig) mit Diskussion und Vorschlag einer modifizierten Definition (zur Bezeichnung vgl. [45], S.146- 147). Bl.31: Notizen aus der Versicherungsmathematik. Bl.32: Notizen aus der deskriptiven Mengenlehre.

SW: Topologie; Erweiterung von Homöomorphismen; halbstetige Abbildungen; Analysis; Momentenproblem; Wahrscheinlichkeitstheorie; deskriptive Mengenlehre; Zahlentheorie

### **NL Hausdorff: Kapsel 51: Fasz. 1136**

[Manuskriptreste III] : Notizen, Rechnungen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [1909]. – 14 Bll. A-4

Auf Bl.1v eine Werbung vom März 1908, auf den Rückseiten der Bll.5-14 Einladungen, Werbungen, Aufrufe u.ä. aus dem Jahre 1909.

Inhalt: Rechnungen (fast alle ohne Text) aus der Theorie der Algebren.

SW: Algebra; Algebren

### NL Hausdorff: Kapsel 52: Fasz. 1137

[Mengenlehre] : Notizbuch / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig. Heiligendamm, Lübeck, Leipzig, [Sommer 1907]-27.1.1908. – 40 Bll. A-6

Eingangs befindet sich ein Kalendarium aus dem Jahre 1907. Die datierten Eintragungen reichen vom 22.8.1907 (Bl.18) bis 27.1.1908 (letzte Eintragung). Das Tagebuch ist von Hausdorff bis Bl.38v paginiert: S.1-76, die letzten zwei Blätter sind nicht mehr paginiert.

Inhalt: Diverse Versuche zur Fortsetzung seiner in [15] und [16] niedergelegten Untersuchungen über Ordnungstypen.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen; dichte Typen

### NL Hausdorff: Kapsel 52: Fasz. 1138

[Fakultätssitzungen. Mathematische Notizen] : geb.Heft / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stichpunktartig, z.T. stenographisch. – [Greifswald], [1913], 6.u.12.8.1913. – 14 Bll.

Das Heft ist vorwärts (Bll.1-3) und rückwärts (Bll.4-14) zu lesen.

Inhalt: Bll.1-3: Notizen (z.T. stenographisch) zu Sitzungen der philosophischen Fakultät der Univ. Greifswald. Bll.4-6: Notizen u.Stichpunkte zur Topologie. Bll.6v-8 (vom 6.8.1913): „Componenten und Ordnungszahlen“. Bl.9 unter der Überschrift „Noch zu erledigen“: 9 Punkte, z.T. durchgestrichen, mit topologischen Themen und Problemen. Bl.10: Notizen zur Zusammenhangsproblematik. Bll.11-14 (vom 12.8.1913): Bll.11 enthält die Feststellung „Die Komponenten einer abgeschlossenen beschränkten Menge sind mit den Quasikomponenten identisch“, ist aber durchgestrichen. Dann (Bl.11v ff) untersucht Hausdorff folgendes Problem:  $\Gamma_1, \Gamma_2$  seien zwei durchschnittsfremde Gebiete der Ebene  $R^2$ . Gibt es dann zwei durchschnittsfremde Gebiete  $G_1 \supseteq \Gamma_1, G_2 \supseteq \Gamma_2$  derart, daß  $R^2 - G_1 - G_2 = H$  eine geschlossene Kurve ist? Bl.12v korrigiert er einen Irrtum von Schoenflies.

SW: Topologie; Zusammenhang; Fakultätssitzungen

### NL Hausdorff: Kapsel 52: Fasz. 1139

Seminar über conf[orme] Abb[ildungen] : Notizen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. [Bonn], WS 1922/23. – 2 Bll.

Bl.1v enthält die Statuten der Tietzeschen Familienstiftung. Bl.2 ist eine Einladung des Akademischen Turnvereins Greifswald an Hausdorff, seine Gattin und seine Tochter zu einem Tanzkränzchen.

Inhalt: Bl.1: 12 durchnummerierte Notizen zu Resultaten (z.T. mit Hinweis auf die Autoren) aus der Theorie der konformen Abbildungen.

SW: Analysis; Funktionentheorie; konforme Abbildungen

**NL Hausdorff: Kapsel 52: Fasz. 1140**

Worte am Grabe von Eduard Study / Felix Hausdorff. – Maschinenms.,  
hs.Korrekturen. – [Bonn], 9.1.1930. – 3 Bll. A-4

Inhalt: Grabrede für Eduard Study.

SW: Grabrede; Study

**NL Hausdorff: Kapsel 52: Fasz. 1141**

„Mengenlehre“, 3.Aufl. 1935 ([46]).

[Korrekturen, Ergänzungen, Verbesserungen zur „Mengenlehre“, 3.Aufl.1935] /  
Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Bonn], [1935 u.später], 25.11.1941. – 11 Bll.

Beigefügt: „Mengenlehre“, 3.Aufl. 1935 ([46]).

Es handelt sich um lose Zettel, die an 10 Stellen von [46] eingelegt sind  
(S.80,82,163,170,192,219,239,266,276,282); außerdem gibt es auf S.299 eine  
hs.Korrektur. Nur die Ergänzung zu S.80 (Bll.1-2) ist datiert: 25.11.1941.

SW: Mengenlehre; Topologie; deskriptive Mengenlehre

**NL Hausdorff: Kapsel 52: Fasz. 1142**

Sant' Ilario : Gedicht / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Greifswald, 18.2.1921. 2  
Bll.

Beigefügt: Paul Mongré (Felix Hausdorff) „Sant' Ilario. Gedanken aus der Land-  
schaft Zarathustras“, Leipzig 1897.

Das Gedicht „Sant' Ilario“ hat Hausdorff seinem Freunde Prof.Dr.Th.Posner  
(Greifswald) zum 50.Geburtstag gewidmet. Es ist in ein Exemplar des  
o.g.Buches eingeklebt. Buch und Gedicht waren ein Geschenk an Th.Posner.

SW: Sant' Ilario; Lyrik

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1143**

Übungen zur Differential- und Integralrechnung I,II,III : Lösung von Übungsaufgaben / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.1888]. – 38 Bll.

Das Fasz. besteht aus 3 Heften; jedes Heft ist von Hausdorff für sich paginiert. Die Hefte enthalten Randbemerkungen und Korrekturen von fremder Hand (A.Mayer?).

SW: Analysis; Differentialrechnung

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1144**

Math.Seminar zur Variationsrechnung : Lösung von Übungsaufgaben / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], SS 1889. – 22 Bll.

Das Fasz. besteht aus einem von Hausdorff paginierten Heft: S.1-43, entspr. Bll.1-22. Es enthält Randbemerkungen von fremder Hand (A.Mayer?).

SW: Analysis; Variationsrechnung

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1145**

Nachtrag zur Variationsrechnung I,II : Seminararbeiten / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., stenographisch. – Leipzig, WS 1889/90. – 28 Bll.

Zwei durchgehend paginierte Hefte (S.1-48, entspr. Bll.1-14, 18-28) aus dem von A.Mayer abgehaltenen Seminar zur Variationsrechnung. Im ersten Heft einige unpag.Seiten, die rückwärts zu lesen sind (Bll.14v-17).

SW: Analysis; Variationsrechnung

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1146**

Variationsrechnung und Dynamik : Seminararbeiten / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], WS 1889/90. – 22 Bll.

Ein Heft von Hausdorff paginierte Aufzeichnungen (S.1-43, entspr. Bll.1-22) mit Randbemerkungen von fremder Hand (A.Mayer?).

SW: Analysis; Mechanik; Variationsrechnung; Dynamik

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1147**

Differentialgleichungen : Seminararbeiten / Felix Hausdorff. – Hs. Ms.,z.T. stenographisch. – [Leipzig], SS 1890. – 68 Bll.

Zwei Hefte (teilweise paginierte) stenographische Aufzeichnungen und Rechnungen (Bll.1-30), dazu zwei weitere durchgehend paginierte Hefte (S.1- 64, entspr. Bll.31-63) sorgfältige Ausarbeitung der Aufgaben. Dazu kommen im vierten Heft 5 Bll. lose eingelegte unpag.Aufzeichnungen (Bll.64-68). Die Hefte 3 u.4 enthalten Randbemerkungen von fremder Hand (A.Mayer?).

SW: Analysis; gewöhnliche Differentialgleichungen; partielle Differentialgleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1148**

Differentialgleichungen : Seminarsarbeiten / Felix Hausdorff. – Hs. Ms., z.T. stenographisch. – [Leipzig], WS 1890/91. – 70 Bll.

Es handelt sich um ein von A.Mayer abgehaltenes Seminar über partielle Differentialgleichungen. Ein erstes Heft besteht aus paginierten stenographischen Aufzeichnungen (S.1-35, entspr. Bll.1-18), inliegend 6 unpag.Bll. stenogr.Aufzeichnungen (Bll.19-24); dazu kommen weitere drei durchgehend paginierte Hefte (S.1-89, entspr. Bll.25-70) sorgfältige Ausarbeitung der Aufgaben mit gelegentlichen Randbem.von fremder Hand (A.Mayer?).

SW: Analysis; partielle Differentialgleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1149**

Seminar analytische Geometrie : Ausarbeitung von Übungsaufgaben / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.WS 1887/88]. – 44 Bll.

Das Fasz. besteht aus drei Heften; Heft 2 ist paginiert: S.1-34, entspr. Bll.21-37. Das Ms. ist nicht datiert, stammt aber vermutl.vom Beginn der Studien Hausdorffs, d.h. aus dem WS 1887/88. Es enthält Randbem.und Korrekturen von unbekannter Hand.

SW: Geometrie; analytische Geometrie

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1150**

Einige Sätze aus der Determinantenlehre : Ausarbeitung / [Unbekannt]. – Hs. Ms. – [Leipzig], [o.D.]. – 14 Bll.

Es handelt sich möglicherweise um Studienmaterial, welches das Mathematische Institut der Univ.Leipzig vervielfältigt und an die Studenten ausgegeben hat (vgl. Fasz. 1151-1152).

SW: lineare Algebra; Determinanten

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1151**

Übungen in analytischer Geometrie : Studienmaterial / [Unbekannt]. – Hs. Ms., vervielf. – Leipzig, SS 1883. – 21 Bll.

Vom Math.Inst.der Univ.Leipzig herausgegebenes Studienmaterial.

SW: Geometrie; analytische Geometrie

**NL Hausdorff: Kapsel 53: Fasz. 1152**

Übungen in Darstellender Geometrie : Studienmaterial / [Unbekannt]. – Hs. Ms., vervielf. – Leipzig, SS 1883. – 23 Bll.

Vom Math.Inst.der Univ.Leipzig herausgegebenes Studienmaterial.

SW: Geometrie; darstellende Geometrie

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1153**

Übungen im Anschluß an die Kritik der reinen Vernunft : Aufzeichnungen, Notizen, Exzerpte / Paulsen, Friedrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,meist stichpunktartig, teilw.stenographisch. – [Berlin], WS 1888/89. – 27 Bll.

Das Ms.(1 Heft) ist blattweise numeriert: 1-27.

Inhalt: Bll.1-10: Aufzeichnungen Hausdorffs aus dem Paulsenschen Seminar; Bll.11-19: leer; B.20 (rückwärts zu lesen): Notizen zu den Veda, einige Rechnungen, stenogr.Notizen zur Physiologie; Bll.21-24: Exzerpt zu Kant aus Bd.3 der „Geschichte der Philosophie“ von Kuno Fischer; Bl.25: mathemat.Notizen (stenograph.); Bl.26: Abschrift des Gedichtes „Niagara“ von W.Jordan; Bl.27: leer.

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Physiologie; Indien; Lyrik; Geometrie; ebene Kurven

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1154**

Himmliche Mechanik : Ausarbeitungen, Mitschriften / Tietjen,Friedrich; Lehmann-Filhés,Rudolf (Ass.); Hausdorff,Felix. – Hs. Ms.,meist stichpunktartig, teilw.stenographisch. – [Berlin], WS 1888/89. – 111 Bll.

5 Hefte, z.T. einzeln paginiert.

Inhalt: Bll.1-9: Ausarbeitung Hausdorffs zur Vorlesung von Tietjen; Bll.10-24: Ausarbeitung Hausdorffs zur Hansenschen Störungstheorie nach den Ausführungen von Lehmann-Filhés; Bl.25: Exzerpt Hausdorffs aus Serret „Algèbre supérieure“; Bll.25-111 (4 Hefte): stichpunktartige, meist stenogr.Mitschriften der Lehrveranstaltungen von Tietjen und Lehmann- Filhés.

SW: Astronomie; Himmelsmechanik; Störungstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1155**

Theorie der elliptischen Funktionen : Vorlesungsausarbeitung, Mitschrift / Fuchs, Lazarus; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms. – Berlin, WS 1888/89. – 24 Bll.

Ein von Hausdorff paginiertes Heft (S.1-47, entspr. Bll.1-24) mit der Mitschrift der o.g.Vorl.; der Beginn der Vorl.ist sorgfältig ausgearbeitet. Das Ms. endet mit der Vorl.vom 20.12.1888.

SW: Analysis; Funktionentheorie; elliptische Funktionen

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1156**

Analytische Mechanik : Vorlesungsmitschrift, Notizen / Fuchs,Lazarus; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,meist Stichpunkte,z.T. stenographisch. – Berlin, WS 1888/89. – 26 Bll.

1 Heft, z.T. nur Rechnungen ohne Text.

SW: Mechanik; analytische Mechanik; sphärisches Pendel

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1157**

Mathematische Geographie : Vorlesungsmitschrift / Bruns, Heinrich; Engel, Friedrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., meist Stichpunkte, überwiegend stenographisch. – Leipzig, SS 1889. – 58 Bll.

3 Hefte. Die Mitschr. der Vorl. „Mathematische Geographie“ ist durchgehend paginiert: 1-87, entspr. Bll.1-44. Im 3. Heft, rückwärts zu lesen, befindet sich ein Teil der Mitschr. einer Vorl. von F. Engel über partielle Differentialgleichungen, paginiert von 1-28, entspr. Bll.45-58

SW: Geodäsie; mathematische Geographie; angewandte Mathematik; Analysis; partielle Differentialgleichungen; Lie-Gruppen

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1158**

Astronomisches Seminar : Seminararbeit, Mitschrift / Bruns, Heinrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., z.T. Stichpunkte, z.T. stenographisch. – Leipzig, SS 1889. – 79 Bll.

3 Hefte (paginiert von 1-93, entspr. Bll.1-47) sorgfältige Ausarbeitung, 2 Hefte (Bll.48-79) Mitschrift.

SW: Astronomie; angewandte Mathematik; Wahrscheinlichkeitstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1159**

Analytische Mechanik : Vorlesungsmitschr., Fragment / Neumann, Carl; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., stichpunktartig, stenographisch. – Leipzig, WS 1889/90. – 12 Bll.

Von 1-24 paginierte Mitschrift (Bll.1-12), bricht ab.

SW: Mechanik; analytische Mechanik

**NL Hausdorff: Kapsel 54: Fasz. 1160**

Bahnbestimmung und specielle Störungen : Vorlesungsausarbeitung, Mitschrift / Bruns, Heinrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig, z.T. stenographisch. – Leipzig, WS 1889/90. – 265 Bll.

10 Hefte (pagin. von 1-319, entspr. Bll.1-160) druckreife Ausarbeitung der Brunsschen Vorlesung, 6 Hefte (pagin. von 1-209, entspr. Bll.161-265) stenographische Mitschr. der Vorl.

SW: Astronomie; angewandte Mathematik; Bahnbestimmung; Störungstheorie



**NL Hausdorff: Kapsel 55: Fasz. 1161**

Allgemeine Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen : Vorlesungsmitschrift / Mayer, Adolph; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig], SS 1890. – 153 Bll.

7 durchgehend pagin. Hefte (s.1-302, entspr. Bll.1-151) stenogr.Mitschr.der Mayerschen Vorl.; Bll.152-153: detailliertes Inhaltsverz. der Vorl.

SW: Analysis; gewöhnliche Differentialgleichungen; partielle Differentialgleichungen 1.Ordnung

**NL Hausdorff: Kapsel 55: Fasz. 1162**

Wahrscheinlichkeitsrechnung : Vorlesungsausarbeitung, Mitschrift / Bruns, Heinrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig, z.T. stenographisch. – [Leipzig], SS 1890. – 95 Bll.

Zwei durchgehend paginierte Hefte (S.1-100, entspr. Bll.1-50) sorgfältige Ausarbeitung, 3 durchgehend paginierte Hefte (S.1-71, entspr. Bll.51-95) stenographische Mitschrift der Brunsschen Vorlesung.

SW: Wahrscheinlichkeitstheorie; Fehlertheorie; Methode der kleinsten Quadrate

**NL Hausdorff: Kapsel 55: Fasz. 1163**

Dynamische Differentialgleichungen : Vorlesungsmitschrift / Mayer, Adolph; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., stichpunktartig, stenographisch. – Leipzig, WS 1889/90. – 176 Bll.

8 durchgehend paginierte Hefte (S.1-351, entspr. Bll.1-176) stenographische Mitschrift der Mayerschen Vorlesung.

SW: Analysis; Differentialgleichungen; Mechanik; analytische Mechanik

**NL Hausdorff: Kapsel 55: Fasz. 1164**

Praktische Astronomie : Vorlesungsmitschrift, themat.Ausarbeitung / Bruns, Heinrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., z.T. stichpunktartig, z.T. stenographisch. – Leipzig, SS 1890. – 77 Bll.

4 durchgehend paginierte Hefte mit einem einliegenden unpag.Blatt (S.1-125, entspr. Bll.1-64) stenographische Mitschrift der Brunsschen Vorlesung, ein Heft (S.1-25, entspr. Bll.65-77) Ausarbeitungen unter dem Titel „Mathematische Entwicklungen zur praktischen Astronomie (Vorlesung a.d.Un. Leipzig, gehalten von Prof.Brunns, SS 1890)“; es geht darin um die Theorie des Fernrohrs.

SW: Astronomie; angewandte Mathematik; Optik

**NL Hausdorff: Kapsel 55: Fasz. 1165**

Analytische Mechanik : Vorlesungsmitschrift / Mayer, Adolph; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig], WS 1890/91. – 156 Bl.

6 durchgehend paginierte Hefte (S.1-312, entspr. Bl.1-156) stenographische Mitschrift der Mayerschen Vorlesung.

SW: Mechanik; analytische Mechanik; Statik; Dynamik

**NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz. 1166**

Theorie der Transformationsgruppen : Vorlesungsmitschrift, Übungen / Lie, Sophus; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig,stenographisch. – Leipzig, SS 1889. – 59 Bll.

Drei durchgehend paginierte Hefte (S.1-105, entspr. Bll.1-36, 40-56) stenographische Mitschrift der Lieschen Vorlesung. Einliegend 6 Bll. (Bll.37-39, 57-59) von Hausdorff bearbeitete Übungsaufgaben mit Randbemerkungen von fremder Hand.

SW: Analysis; Algebra; Geometrie; Gruppentheorie; Lie-Gruppen; Lie-Algebren

**NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz. 1167**

Anwendungen der Berührungstransformationen : Vorlesungsmitschrift / Lie, Sophus; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig,stenographisch. – Leipzig, SS 1889. – 37 Bll.

Zwei durchgehend paginierte Hefte (S.1-71, entspr. Bll.1-37) stenographische Mitschrift der Lieschen Vorlesung.

SW: Geometrie; Analysis; Berührungstransformationen; Differentialgleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz. 1168**

Theorie der Berührungstransformationen : Vorlesungsmitschrift / Lie, Sophus; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig,stenographisch. – Leipzig, WS 1889/90. – 10 Bll.

Ein Heft (S.1-19, entspr. Bll.1-10) stenographische Mitschrift der Lieschen Vorlesung. Das Ms. bricht mit der Vorl. vom 11.11.1889 ab (vermutl. Lies schwere Erkrankung).

SW: Geometrie; Analysis; Berührungstransformationen; Differentialgleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz. 1169**

Mechanik des Himmels : Vorlesungsausarbeitung, Mitschrift / Bruns, Heinrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,z.T. stichpunktartig u.stenographisch. – [Leipzig], WS 1890/91. – 213 Bll.

Vier durchgehend paginierte Hefte (S.1-189, entspr. Bll.1-95) sorgfältige Ausarbeitung der Brunsschen Vorlesung, 5 durchgehend paginierte Hefte (S.1-199, entspr. Bll.96-143, 148-200) stenographische Mitschrift der Vorlesung. In Heft 6 sind vier paginierte Bll. (S.I-IV, entspr. Bll.144-147) einer Ausarbeitung unter dem Thema „Rotation eines starren Körpers“ eingelegt; im Heft 9 liegen 13 Bll. einer Ausarbeitung mit der Überschrift „Entwicklung der Störungfunctionen“ (Bll.201-213).

SW: Astronomie; Mechanik; Himmelsmechanik; Störungstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz. 1170**

Einleitung in die höhere Algebra und Lehre von den Determinanten : Vorlesungsausarbeitung / Mayer, Adolph; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms. – [Leipzig], [vermutl.1887-1890]. – 59 Bll.

Vier jeweils einzeln paginierte Hefte Ausarbeitung der Mayerschen Vorlesung.

SW: Algebra; Polynome; lineare Algebra; Determinanten

**NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz. 1171**

Differential-und Integralrechnung/ Theorie der algebraischen Gleichungen : Vorlesungsmitschriften / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig], [vermutl.1887-1890]. – 91 Bll.

Das Fasz. enthält in 6 Heften die stenographischen Mitschriften von zwei Vorlesungen: 1) Differential- und Integralrechnung; 2) Theorie der algebraischen Gleichungen. Die Namen der Dozenten sind nicht angegeben, eine Datierung fehlt. Die ersten vier Hefte sind vorwärts und rückwärts zu lesen; sie enthalten auf Bll.1-12, 17-25, 33-42, 49-59 die Vorl. 1), auf den Bll.16-12, 32-25, 48-43, 65-59 die Vorl. 2). Der Rest der Vorl. 2) befindet sich in den letzten beiden Heften (Bll.66-91).

SW: Analysis; Differentialrechnung; Algebra; algebraische Gleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 56: Fasz. 1172**

Partielle Differentialgleichungen erster Ordnung : Vorlesungsmitschrift / [S. Lie oder A. Mayer]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig], [vermutl.1889-1891]. – 78 Bll.

Vier durchgehend paginierte Hefte (S.1-155, entspr. Bll.1-78) stenographische Mitschrift. Der Dozent ist nicht genannt; vom Thema her können nur Lie oder Mayer die Vorl. gehalten haben. Datierung fehlt; die Anfangssemester Hausdorffs kommen nicht in Frage.

SW: Analysis; partielle Differentialgleichungen erster Ordnung

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1173**

Allgemeine Astronomie mit besonderer Rücksicht auf Astrophysik : Vorlesungsmitschrift, Tabelle / Foerster, Wilhelm; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,z.T. stichpunktartig u.stenographisch. – [Berlin], WS 1888/89. – 13 Bll.

Auf Bll.1-9 die stenographische Mitschrift der Foersterschen Vorlesung; Bll.10-13 unter dem Titel „Zur Statistik der Kometenbahnen“ eine tabellarische Übersicht über alle Kometen, deren Bahn bis Anfang 1884 bekannt war.

SW: Astronomie; Astrophysik; Kometen

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1174**

Theorie der Fehler und Kritik von Messungsergebnissen/ Methode der kleinsten Quadrate : Vorlesungsmitschriften, Rechnungen / Foerster, Wilhelm; Helmert, Friedrich; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., stichpunktartig,meist stenographisch. – Berlin, WS 1888/89. – 22 Bll.

Das Fasz. enthält in einem Heft, welches vorwärts und rückwärts zu lesen ist, zwei stenographische Vorlesungsmitschriften: 1) Theorie der Fehler und Kritik von Messungsergebnissen von Foerster (Bll.1-9), 2) Methode der kleinsten Quadrate von Helmert (Bll.21-18). Bll.10-17, 22 enthalten Rechnungen im wesentlichen ohne Text.

SW: Fehlertheorie; Methode der kleinsten Quadrate; Integralrechnung

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1175**

[Potentialtheorie] : Vorlesungsmitschrift, Rechnungen / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig o. Berlin], [1887-1891]. – 25 Bll.

Bll.1-11 Mitschrift über Potentialtheorie, Bll.12-25 Rechnungen.

SW: Analysis; Potentialtheorie; Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1176**

Mathematische Geographie/ Physik : Vorlesungsmitschriften / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig], [1887-1891]. – 46 Bll.

Das Fasz. enthält in einem Heft, welches vorwärts und rückwärts zu lesen ist, stenographische Mitschriften von zwei Vorlesungen: 1) Mathematische Geographie (Bll.1-28), 2) Physik (Bll.46-29).

SW: mathematische Geographie; Astronomie; Physik

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1177**

Differentialinvarianten/ [partielle Differentialgleichungen] : Aufzeichnungen (Mitschriften?) / Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig], [1887-1891]. – 9 Bll.

Das Fasz. enthält in einem Heft, welches vorwärts und rückwärts zu lesen ist, stenographische Aufzeichnungen (jeweils nur wenige Seiten) zu folgenden Themen: 1) Differentialinvarianten (Bll.1-4), 2) partielle DGL. (Bll.9-5).

SW: Analysis; Differentialinvarianten; partielle Differentialgleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1178**

Integralrechnung : Vorlesungsmitschriften / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig o.Freiburg], [SS 1888 - 1889]. – 67 Bll.

Stenographische Mitschriften von Vorlesungen über Integralrechnung (3 Hefte, Heft 1 u.3 für sich paginiert).

SW: Analysis; Integralrechnung; Differentialgleichungen

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1179**

Analytische Geometrie/ Algebra : Vorlesungsmitschriften, Übungen / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms., meist stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig o.Freiburg], [1887-1889]. – 119 Bll.

Das Fasz. enthält 3 jeweils vorwärts und rückwärts zu lesende Hefte mit stenographischen Mitschriften zweier Vorlesungen: 1) Analytische Geometrie (Bll.12-47, 70-93, 106-113), 2) Algebra (Bll.69-48, 105-94, 119-114). Bll.1- 11 (in Heft 1 eingelegt) enthalten von Hausdorff ausgearbeitete Übungsaufgaben zur analytischen Geometrie mit Bemerkungen von fremder Hand.

SW: Geometrie; analytische Geometrie; Algebra; Polynome

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1180**

Differential- und Integralrechnung/ Projective Geometrie : Vorlesungsmitschriften / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig o.Freiburg], [1887- 1889]. – 44 Bll.

Das Fasz. enthält in einem Heft, welches vorwärts und rückwärts zu lesen ist, stenographische Mitschriften von zwei Vorlesungen: 1) Differential- und Integralrechnung (Bll.1-18); 2) Projektive Geometrie (Bll.44-19).

SW: Analysis; Differentialrechnung; Integralrechnung; Geometrie; Differentialgeometrie; projektive Geometrie

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1181**

Projective Geometrie des Raumes/ [Heinrich von Kleist] : Vorlesungsmitschrift, Aufzeichnungen / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig o.Freiburg], [1887- 1889]. – 42 Bll.

Ein Heft stenographische Mitschrift der o.g.Vorl. (Bll.1-40). Auf den Blättern 41 u.42 befinden sich, rückwärts zu lesen, stenographische Aufzeichnungen zur Literatur, hauptsächlich über Heinrich von Kleist.

SW: Geometrie; projektive Geometrie; deutsche Literatur

**NL Hausdorff: Kapsel 57: Fasz. 1182**

[Projektive Geometrie] : Vorlesungsmitschrift, Fragment / [Unbekannt]; Hausdorff, Felix. – Hs. Ms.,stichpunktartig, stenographisch. – [Leipzig o.Freiburg], [1887-1889]. – 20 Bll.

Ein (unvollständiges) Heft mit einer stenographischen Mitschrift zur projektiven Geometrie (mit einigen merkwürdigen Karikaturen auf Bl.14).

SW: Geometrie; projektive Geometrie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1923/04/18**

Brief an [Felix Hausdorff] in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 18.4.1923. – 1 e.Br. (4 S.)

Inhalt: Alexandroff und Urysohn teilen Hausdorff eine Reihe Resultate mit, die sie in der von Hausdorff geschaffenen Theorie der topologischen Räume erzielt haben, insbesondere über kompakte und lokalkompakte Räume, über Metrisierungssätze und Mächtigkeitsaussagen. Bitte an Hausdorff, ihn besuchen zu dürfen und Bitte an Hausdorff, die Einreise durch ein Schreiben an die deutsche Botschaft in Moskau zu unterstützen.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Metrisierbarkeit topologischer Räume; kompakte Räume; lokalkompakte Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1923/06/19**

Brief an [Felix Hausdorff] in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 19.06.1923. – 1 e.Br. (8 S.)

Der zweiseitige Brief enthält einen 6-seitigen Anhang von Urysohn, in dem dieser Hausdorff seine Konstruktion eines Raumes mitteilt, der zusammenhängend und abzählbar ist.

Inhalt: Dank für Hausdorffs Brief und Hilfe bei der Einreise nach Deutschland; Bedauern, daß A. und U. nicht nach Bonn kommen können, weil Bonn besetzt ist.

SW: Topologie; Axiomatik topologischer Räume; Zusammenhang

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1924/05/21**

Brief an [Felix Hausdorff] in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 21.05.1924. – 1 e.Br. (5 S.)

Inhalt: Dank für Hausdorffs eleganten Beweis eines Satzes über die  $G_\delta$ ; Mitteilung eines Beweises für den Satz, daß eine Teilmenge eines metrischen Raumes  $E$ , die einem vollständigen metrischen Raum homöomorph ist, in  $E$  ein  $G_\delta$  ist; Mitteilung eines Metrisationssatzes.

SW: Topologie; metrische Räume; Metrisierbarkeit topologischer Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1924/06/28**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 28.06.1924. – 1 e.Pk.

Inhalt: Ankündigung eines Besuches von Alexandroff und Urysohn in Bonn für den 10. Juli 1924.



**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1924/08/03**

Brief an [Felix Hausdorff] in Bonn / Paul Alexandroff. – Bourg de Batz, 03.08.1924. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Mitteilung eines Resultats von Urysohn (Konstruktion eines vollständigen separablen metrischen Universalraumes für separable metrische Räume), Diskussion von Bezeichnungen in der Topologie, Bemerkungen über den Besuch bei Brouwer.

SW: Topologie; metrische Räume; separable Räume; Universalräume

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1924/08/18**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Bourg de Batz, 18.08.1924. – 1 e.Pk.

Inhalt: Alexandroff teilt mit, daß Urysohn am 17.8. beim Baden im Atlantik ertrunken ist.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1924/08/24**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 24.08.1924. – 1 e.Pk.

Inhalt: Alexandroff beschreibt kurz die näheren Umstände des Todes von Urysohn.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1924/09/02**

Brief an [Felix Hausdorff] in Bonn / Paul Alexandroff. – Berlin, 02.09.1924. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Alexandroff schildert sein Leben und seine Gemütsverfassung nach dem tragischen Tod seines Freundes Urysohn.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1925/08/02**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Bourg de Batz, 02.08.1925. – 1 e.Br. (3 S.)

Inhalt: Alexandroff schreibt über seinen ungebrochenen Schmerz über den Tod des Freundes, schildert kurz seine akademische Arbeit in Moskau beim Aufbau einer topologischen Schule und seine Reisepläne.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1925/08/18**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Bourg de Batz, 18.08.1925. – 1 e.Br. (4 S.)

Inhalt: Kommentierende Bemerkungen zum mathematischen Teil eines Hausdorffschen Briefes; Mitteilung von Resultaten über Suslinmengen; Bemerkungen zur Herausgabe der nachgelassenen Urysohnschen Arbeiten in den Fund.Math.; Mitteilung einiger Grundlagen der Urysohnschen Dimensionstheorie und Bemerkungen zu ihrer Verallgemeinerung durch Alexandroffs Schüler Tumarkin.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Dimensionstheorie; Suslinmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1925/10/27**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Bourg de Batz, 27.10.1925. – 1 e.Br. (3 S.)

Inhalt: A.kündigt seinen Besuch in Bonn an und schreibt kurz von seinen Reisen im Sommer 1925.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1925/11/10**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Blaricum, 10.11.1925. – 1 e.Br. (1 S.) + 4 Fotos (Urysohn; Urysohn und Brouwer; Urysohn, Brouwer(?) u.Alexandroff; Urysohn und Alexandroff).

Inhalt: Kurze Schilderung der Fahrt nach Holland, Dank an Hausdorff für die in seinem Hause genossene Gastfreundschaft.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1925/11/29**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Blaricum, 29.11.1925. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Alexandroff äußert seine Bewunderung für den „rein deskriptiven“ Hausdorffschen Beweis des Baireschen Satzes; kritische Bemerkungen zu Lusins philosophischen Ansichten in seinen jüngsten Noten; kurze Bemerkungen zu Alexandroffs Vorlesungen in Amsterdam und zur Arbeit an Urysohns Nachlaß.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Philosophie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1926/04/04**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Berlin, 04.04.1926. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: A.schildert seine Reisepläne für den Sommer, äußert große Erwartungen an Hausdorffs Buch ([45]) und möchte die Korrektur mitlesen; philosophische Ansichten Alexandroffs über Mathematik als Kunst oder Erkenntnis, über die Erkenntnismöglichkeit der Welt und über den Intuitionismus (Anlaß war ein geplantes Treffen von Hausdorff mit Brouwer in Locarno).

SW: Philosophie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1926/05/13**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 13.05.1926. – 1 e.Pk.

Inhalt: A. dankt für die erste Korrektursendung von Hausdorffs Mengenlehre ([45]) und berichtet über seine Topologievorlesung in Göttingen.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1926/07/04**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 04.07.1926. – 1 maschschr.Br.mit U. (3 S.)

Inhalt: Es geht zunächst um die Korrekturen zur Mengenlehre; Alexandroff bedauert, daß Hausdorff den topologischen Standpunkt verlassen hat und sich in der 2.Aufl. der Mengenlehre fast ausschließlich nur noch mit metrischen Räumen beschäftigt. Kurze Berichte über eigene Arbeiten und über die beginnende Zusammenarbeit mit Heinz Hopf; Reisepläne.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1926/07/13**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 13.07.1926. – 1 e.Pk.

Die Karte enthält die Unterschriften von P.Alexandroff, L.E.J.Brouwer, E.Landau, E.Noether, H.Hopf, H.Busemann, H.Grell, K.Mahler, W.von Koppenfels, E.Bessel-Hagen, G.Feigl u. (?) Malz.

Inhalt: Grüße von einer Konferenz in Göttingen.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1926/12/26**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Smolensk, 26.12.1926. – 1 maschschr.Br.mit U. (2 S.)

Inhalt: A. entschuldigt sich für langes Schweigen und Untreue beim Korrekturlesen, kündigt an, 1927 wieder für ein Semester in Göttingen zu sein; Neujahrswünsche.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1927/03/06**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 06.03.1927. – 1 maschschr.Br.mit U. (2 S.)

Inhalt: Dank für die Zusendung von Hausdorffs Mengenlehre ([45]). A. erklärt, warum er Hausdorff 1926 im Anschluß an die DMV-Tagung in Düsseldorf nicht besuchen konnte; Bemerkungen über Lusins Gesundheit und über Arbeiten von Hurewicz; A. teilt mit, daß auch einer seiner Schüler, N.Wedenisoff, Hausdorffs Charakterisierung der vollständigen Räume mittels geschlossener Umgebungssysteme gefunden habe.

SW: Topologie; vollständige Räume; geschlossene Umgebungssysteme

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1927/05/25**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 25.05.1927. – 1 e.Pk.

Inhalt: Nochmalige Erwähnung der Arbeit von Wedenissoff (s.Brief vom 06.03.1927); kurzer Bericht über sein Topologie-Seminar in Göttingen; Ankündigung eines Besuchs in Bonn.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1927/07/22**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 22.07.1927. – 1 e.Pk.

Inhalt: Ankündigung eines Besuches, Mitteilung der Reisepläne nach Amerika.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1927/12/25**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Schiff zwischen New York und Savannah, 25.12.1927. – 1 e.Br. (4 S.)

Inhalt: Neujahrswünsche; kurze Bemerkungen über Princeton und die dortigen Mathematiker Alexander, Veblen und Lefschetz; Ankündigung, daß A. mit dem Schreiben eines Buches beginnt; Charakterisierung der  $k$ -dimensionalen kompakten Mengen des  $R^n$ .

SW: Topologie; Dimensionstheorie; euklidische Räume

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1928/04/20**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Princeton, 20.04.1928. – 1 maschschr.Br.mit U. (3 S.) + Programm des 260.Meeting der American Mathematical Society, New-York City, 6.-7.4.1928.

Inhalt: A. zeigt sich beeindruckt von Hausdorffs Beweis für den Satz, daß ein in jeder Metrik vollständiger Raum notwendig kompakt ist, und erwähnt die Beweismethode von Niemytzki und Tychonoff; dringende Empfehlung an Hausdorff, seinen Beweis zu veröffentlichen; A. nennt offene Probleme über Suslin-Komplemente im Anschluß an Arbeiten von Sierpiński, skizziert dann seine neuen Interessen in der Topologie. Er möchte ferner von Hausdorff wissen, wie dieser zu einer Teilnahme deutscher Mathematiker am Weltkongreß in Bologna steht.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Dimensionstheorie; Suslinkomplemente

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1928/06/18**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 18.06.1928. – 1 maschschr.Br.mit U.und hs.Ergänz. (7 S.)

Inhalt: Hausdorff hatte in seinem Brief vom 14.6.1928 (Kapsel 62) ein Versehen Alexandroffs in dessen Arbeit „Simpliziale Approximationen in der allgemeinen Topologie“, Math. Ann. 96 (1926), S.489-511, mitgeteilt, und seine eigenen Ideen zur Verbesserung dargelegt. Darauf geht A. ein; dann teilt er seine Modifizierung der Methode mit, die mit dem Begriff des Projektionsspektrums arbeitet. Er macht einen Vorschlag, wie die Berichtigung der Arbeit in Math. Ann. aussehen könnte. Es geht ferner darum, daß Hausdorffs Kritik auch Resultate von Hurewicz ins Schwanken brachte; es folgen Ideen, Hurewicz Resultate zu retten. Dank an Hausdorff; Bemerkungen zur Bezeichnung „Simplex“ oder „Simplum“; kurze Schilderung von Alexandroffs Lehrtätigkeit in Göttingen.

SW: Topologie; algebraische Topologie; simpliziale Approximationen; Projektionsspektren

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1928/08/09**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Bourg de Batz, 09.08.1928. – 1 maschschr.Br.mit U.und hs.Ergänz. (2 S.)

Inhalt: A.schildert seine Zahnerkrankung als Grund, daß er nicht wie vorgesehen nach Bonn gekommen ist; Reisepläne; Mitteilung, daß er sein Buch zu schreiben begonnen habe.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1928/08/21**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Bourg de Batz, 21.08.1928. – 1 maschschr.Br.mit U.und hs.Ergänz. (2 S.)

Inhalt: Br.war Begleitschreiben eines Ms. einer Arbeit von A. für Math. Ann.; erst nach Zustimmung Hausdorffs wollte A. das Ms. einreichen. Bemerkungen über das Dorf Chassis sur mer.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1928/10/01**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 01.10.1928. – 1 gedruckte Pk. ohne U.

Inhalt: Mitteilung der neuen Moskauer Adresse.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1928/10/04**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Berlin, 04.10.1928. – 1 e.Br. (1 S.)

Inhalt: Dank für Hausdorffs Brief und die beigelegten Durchschläge von A.s Arbeit.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1928/12/20**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 20.12.1928. – 1 maschschr.Br.mit U. und hs.Erg. (4 S.)

Inhalt: Mitteilung, daß A. 1929 nicht nach Deutschland kommen kann; Reisepläne für den Sommer 1929 in Rußland; kritische Bemerkungen zu Mengers Buch „Dimensionstheorie“, Leipzig 1928. Bitte an Hausdorff, sich zur Alexandroffschen Arbeit zum allgemeinen Dimensionsbegriff (Math. Ann. 98 (1928)) zu äußern; Bemerkungen zum Problem der Äquivalenz verschiedener Dimensionsbegriffe mit Hinweis auf Arbeiten von Pontrjagin und Frankl; Bemerkungen über Arbeiten von M. Morse und van Dantzig/van der Waerden; Bemerkungen über den Hinauswurf Brouwers aus der Redaktion der Math. Ann.

SW: Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1929/07/10**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Wolga-Dampfer, 10.07.1929. – 1 maschschr.Br.mit U. und hs.Erg. (4 S.)

Inhalt: Bericht über eine Wolgafahrt mit Kolmogoroff; Reisepläne; Schilderung des Aufenthalts von Emmy Noether in Moskau; Bericht über mathematische Resultate der Moskauer Schule, insbesondere über Arbeiten von Frankl und Pontrjagin zur Dimensionstheorie.

SW: Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/03/30**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – [Moskau], 30.03.[1930]. – 1 maschschr.Br.mit U. und hs.Erg. (4 S.)

Antwort auf Nr.8, Kapsel 62.

Inhalt: Schilderung einiger Lebens- und Arbeitsumstände in Moskau; Reaktion auf die Mitteilung von Studys Tod. A.berichtet dann ausführlich darüber, wie es ihm gelungen ist, die Urysohn-Mengersche Dimensionstheorie in seine kombinatorischen Begriffsbildungen einzuordnen, ferner Bemerkungen zum dimensionstheoretischen Produktsatz. Es folgen Bemerkungen über einen russischen mathematischen Dilletanten, der sich offenbar auch an Hausdorff gewandt hatte.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/06/27**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 27.06.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Reisepläne, Ankündigung eines Besuchs in Bonn.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/07/07**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 07.07.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Termin von A.s Reise nach Bonn; Einladung an Hausdorff, eine Arbeit für die Recueil Mathématique de Moscou einzureichen, deren Redaktion A. nun angehörte.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/07/31**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 31.07.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Begründung der Verschiebung der Reise nach Bonn; Reisepläne.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/08/08**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 08.08.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Feste Zusage des Besuchs im November.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/09/13**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Sanary sur mer, 13.09.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: A. schildert seine Reise, bittet Hausdorff, ihm mitzuteilen, wann er wieder in Bonn ist, kündigt einen späteren Besuch Kolmogoroffs bei Hausdorff an.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/10/24**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Paris, 24.10.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Mitteilung des Besuchstermins.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/10/26**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Paris, 26.10.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Mitteilung der genauen Ankunfts- und Abreisezeit.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/11/02**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 02.11.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Dank für den Aufenthalt in Hausdorffs Hause, insbesondere auch für die Musikabende; Mitteilung, daß A. vermutlich ein ganzes Jahr Auslandsaufenthalt genehmigt erhält.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1930/12/30**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 30.12.1930. – 1 e.Pk.

Inhalt: Neujahrswünsche; A. teilt mit, daß er eine Einladung nach Princeton hat, seine Beurlaubung aber immer noch nicht endgültig geklärt ist.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1931/01/13**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 13.01.1931. – 1 e.Pk.

Inhalt: Bemerkungen über seine Zahnerkrankungen und seine Princeton-Reise; A. teilt mit, daß es ihm, Hopf und Pontrjagin gelungen ist, einen allgemeinen Verschlingungssatz einfach zu beweisen, aus dem in durchsichtiger Weise die Dualitätssätze für  $F \subset R^n$  folgen.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Verschlingungssatz; Dualitätssätze

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1931/02/01**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 01.02.1931. – 1 maschschr.Br. mit U. (2 S.)

Inhalt: Hausdorff hatte einen gravierenden Fehler in einer Arbeit von Alexander, den Lefschetz in seinem Buch „Topology“, New York 1930, wiederholt hat, gefunden. A. erklärt, daß dieser Fehler seine mit Hopf und Pontrjagin erzielten Resultate nicht beeinträchtigt. Bemerkungen zur Amerika-Reise und zu seinem Urlaub. Bewunderung für Hausdorff, daß er in einer mathematischen Arbeit jeden Fehler bemerkt.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1931/06/15**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Berlin, 15.06.1931. – 1 e.Br.

Inhalt: Abschiedsgruß vor der Rückreise nach Moskau, Begründung, warum A. Hausdorff nicht mehr besuchen konnte; Bemerkung über die Alexandersche Verbesserung von dessen und Lefschetz' Fehler (s.Brief vom 01.02.1931), dann legt A. kurz seine eigene Beweistechnik dar. Ankündigung, daß der erste Band seines Buches mit Hopf bald druckfertig ist; Reisepläne für die nächste Westeuropa-Reise.

SW: Topologie; algebraische Topologie



**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1931/09/22**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 22.09.1931. – 1 maschschr.Br.mit U. und hs.Erg. (4 S.)

Inhalt: Entschuldigung für lange Schreibpause; Erkundigung nach Hausdorffs Gesundheit; Bemerkungen zu Alexandroffs Arbeit „Dimensionstheorie“ (ersch.in Math.Ann.106 (1932)) und zu Resultaten von Borsuk, welche A.'s Ergebnisse tangieren. A. erläutert dann den Inhalt von Bd.1 des Topologiebuches, welches er und Hopf schreiben, den Inhalt der geplanten Bände 2 und 3 skizziert er kurz.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1932/10/27**

Postkarte an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – München, 27.10.1932. – 1 e.Pk.

Inhalt: Es geht um ein Gutachten über R.Baer, das Hausdorff von A. erbeten hatte, ferner schildert A. seine Fußerkrankung.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1932/11/07**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 07.11.1932. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Geburtstagsglückwünsche; Probleme des Gutachtens über R.Baer (s.Postkarte vom 27.10.1932); Mitteilung über A.'s Fußerkrankung und seine Vortragstätigkeit in Göttingen.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1932/11/09**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 09.11.1932. – 1 maschschr.Br.mit U.und hs.Erg. (2 S.)

Inhalt: Zum Gutachten über R.Baer für die Rockefeller Foundation (s.Postkarte vom 27.10.1932); Grüße von Emmy Noether an Hausdorff.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1932/11/17**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Göttingen, 17.11.1932. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: A. berichtet über seine Gesundheit, den Plan eines Zwischenstopps in Warschau und über H.Weyls Absicht, nach Amerika zu gehen. Ferner Bemerkungen zu Emmy Noethers Gutachten über R.Baer.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1932/12/12**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 12.12.1932. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Schilderung der Lebensumstände in A.s Datsche; Erinnerung an die Tage mit Hausdorff am Lago Maggiore, Bitte um ein Bild Hausdorffs.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1932/12/27**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 27.12.1932. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Neujahrswünsche; Bericht über topologische Sätze von Pontrjagin; ein mathematisches Problem von Kolmogoroff; Themen von A.s Vorlesungen in Moskau.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Maßtheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1933/01/22**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 22.01.1933. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Dank für Brief und Bild; Schilderung von Lebensumständen in der Datsche und Verpflegung; Bemerkungen zur Arbeit am gemeinsamen Buch mit Hopf.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1933/07/02**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 02.07.1933. – 1 maschschr.Br.mit U. (2 S.)

Inhalt: A. berichtet von seiner Augenkrankheit; er äußert Betroffenheit über die Veränderungen in Deutschland und darüber, daß ihm dieses Land nun verschlossen ist; Anfrage an Hausdorff, ob er ihm weiter schreiben kann; kurze Bemerkungen über die Arbeit im vergangenen Wintersemester und über die Sommerpläne.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Aleksandrov: 1935/03/09**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Paul Alexandroff. – Moskau, 09.03.1935. – 1 maschschr.Br.mit U.und hs.Erg. (4 S.)

Inhalt: A. dankt Hausdorff ganz herzlich für das Korrekturlesen seines gemeinsamen Buches mit Hopf, er geht dann auf Einwände Hausdorffs näher ein. Teilt mit, daß das Reisen für ihn immer schwieriger wird, er aber hofft, zum Kongreß nach Oslo fahren zu können.

SW: Topologie; algebraische Topologie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Baer,M.: 1938/10/26**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Marianne Baer. – Champaign, Ill., 26.10.1938. – 1 e.Br. (3 S.) + 1 Foto des Sohnes Klaus Baer

Inhalt: Glückwünsche zum 70.Geburtstag; einige Bem. über die Lebensumstände in Urbana.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Baer,R.: 1938/10/26**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Reinhold Baer. – Urbana, Ill., 26.10.1938. – 1 maschschr.Br.mit U. (1 S.) nebst Umschlag

Inhalt: Glückwünsche zum 70.Geburtstag; Dank an Hausdorff für alles, was B. von ihm gelernt hat; einige Bem. über das Institut und die Lebensbed. in Urbana.

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Bessel-Hagen: 1937/04/05**

Mitteilung an Felix Hausdorff in Bonn / Erich Bessel-Hagen. – [Bonn], 05.04.1937. – 1 e.Schr. (5 S.)

Lag urspr.im Umschlag 52 von NL Hausdorff.

Inhalt: Darstellung des Beweises von G.Frobenius für das quadratische Reziprozitätsgesetz.

SW: Zahlentheorie; quadratisches Reziprozitätsgesetz

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Brandeis: 1931/03/10**

Brief an Felix und Charlotte Hausdorff in Bonn / Ludwig Brandeis. – Prag, 10.03.1931. – 1 e.Br. (1 S.) + 1 S. mit Dank und Grüßen von Brandeis' Ehefrau.

Auf der Rückseite beider Seiten befindet sich eine Ausarbeitung Hausdorffs aus der deskriptiven Mengenlehre; es sind u.a.folgende Sätze bewiesen: 1) Das stetige halbschlichte Bild einer Borelschen Menge ist wieder eine solche. 2) Das Bairesche halbschlichte Bild einer Borelschen Menge ist wieder eine solche.

Inhalt: Dank für Zusendung von Büchern; Anfrage, ob Hausdorff über die Zeitschrift „Der Spinner und der Weber“ Literatur verbilligt beschaffen kann; Einladung nach Prag.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; metrische Räume; Suslinmengen; Borelmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Carathéodory: 1913/03/30**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Constantin Carathéodory. – Breslau, 30.03.1913. – 1 e.Br.mit Umschl.(3 S.)

Inhalt: Es geht um Grundbegriffe der Punktmengentopologie, insbesondere um die Frage, wie die Definitionen von Hausdorff und Carathéodory für den Begriff „Kern“ in Einklang zu bringen wären. C.teilt dann noch ein eigenes Resultat mit: ein Gebiet, das aus lauter Primenden 2.Art besteht, kann nicht existieren.

SW: Topologie

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Flandorffer: 1938/11/06**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Margarete Flandorffer. – Berlin, 06.11.1938. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Glückwünsche zum 70.Geburtstag; Schilderung ihrer und ihres Partners Lebensumstände.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Glaser: 1926/11/05**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Anton Glaser. – Prag, 05.11.1926. – 1 e.Br. (1 S.)

Auf der Rückseite befinden sich Notizen Hausdorffs zur Literatur über hyperkomplexe Systeme.

Inhalt: Geburtstagswünsche; Bemerkungen über Vorträge von Lessing in Prag.

SW: Algebra; hyperkomplexe Systeme

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Herbertz: 1921/08/10**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Richard Herbertz. – Thun, 10.08.1921. – 1 maschschr.Br.mit U. (5 S.)

Inhalt: Hausdorff hatte den mathematischen Teil (Mengenlehre) eines Buches von Herbertz (vermutl. „Das philosophische Urerlebnis“, Bern/ Leipzig 1921) -offenbar recht scharf- kritisiert. Herbertz dankt und geht auf die Kritik sehr eingehend ein.

SW: Mengenlehre; Philosophie; Ordnungszahlen

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Hölscher: o.D.**

Brief an [Felix Hausdorff] in [Bonn] : Fragment / Gustav Hölscher. – unbek., o.D. – letzte S. eines e.Br.

Auf der Rückseite befinden sich Notizen Hausdorffs über Arbeiten von R.L.Moore, hauptsächlich über topologische Kurventheorie.

Inhalt: Schilderung von Lebensumständen, Grüße.

SW: Topologie; Topologie der Ebene; Kurventheorie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Krbek: 1938/11/07**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Franz von Krbek. – Berlin, 07.11.1938. – 1 maschschr.Br.mit U.und Umschl. + 1 Expl.der Arbeit „Nichtlineare nichtholonyme Bindungen in der Mechanik“, Jahresber.der DMV 48 (1938),S.165-168.

Beilage: 1 S.maschschr.Ms. zur Relativitätstheorie

Inhalt: Glückwünsche zum 70.Geburtstag; Erläuterungen zu den Beilagen.

SW: Relativitätstheorie; Mechanik

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Loewenstein: 1938/11/06**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Martha Loewenstein. – [Schweiz], 06.11.1938. – 1 e.Br. (5 S.)

Inhalt: Glückwünsche zum 70.Geburtstag; Herzlicher Dank für Hausdorffs Freundschaft gegenüber der Familie Loewenstein; Erinnerungen, insbesondere an gemeinsames Musizieren mit Hausdorff; Mitteilungen über die Familie; Einladung Hausdorffs in die Schweiz.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 61: London: 1938/11/07**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Edith London. – Paris, 07.11.1938. – 1 e.Br. (2 S.) mit Umschl.

Inhalt: Glückwünsche zum 70.Geburtstag; Dank für die Freundschaft der Familie Hausdorff gegenüber Edith und Fritz London.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Threlfall: 1933/03/27**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Wilhelm Threlfall. – Dresden, 27.03.1933. – 1 maschschr.Br.mit U.(3 S.) + 1 maschschr.Nachschrift (2 S.) vom 20.04.1933 u.1 hs.Nachschrift (2 S.) vom 11.05.1933.

Inhalt: Threlfall hatte an Hausdorff Teile des Ms. von Seifert/Threlfall „Lehrbuch der Topologie“, Leipzig 1934 geschickt. Hausdorff muß sich dazu ziemlich reserviert verhalten haben, denn T. bemerkt resigniert, daß es wohl wenig Zweck habe, weitere Manuskriptstücke zu schicken. Dann erläutert er seine und Seiferts Definition der singulären Homologiegruppen und das Problem der Ausnahmestellung der Dimension 0 bei den Betti-Zahlen und erbittet Hausdorffs Definitionen bzw. Meinung; beim Problem der Betti-Zahlen hält er Hausdorffs Ansicht für verfehlt. T. hebt Seiferts Talent hervor; dankt Hausdorff. Inhalt der Nachschriften: 1) T. will doch weitere Teile an Hausdorff schicken; zweifelt, ob das Buch überhaupt erscheinen solle. Er schildert dann sehr instruktiv die unterschiedlichen Standpunkte von Seifert und ihm selbst zu den Grundlagen der Mathematik, zur mathematischen Sprache und zur geeigneten Darstellung mathematischer Sachverhalte. 2) T. begründet, warum sich die Zusendung weiterer Ms.-Teile verzögert hat, erläutert Veränderungen gegenüber früheren Teilen, bittet Hausdorff um Rat in Benennungsfragen und um Auskunft zu einem Sachproblem, den klassischen Dimensionsbegriff im  $R^n$  betreffend.

SW: Topologie; algebraische Topologie

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Tietz: 1907/02/18**

Brief an Felix und Charlotte Hausdorff in Leipzig / Hugo Tietz. – Leipzig, 18.02.1907. – 1 e.Br. (1 S.)

Auf der Rückseite zeigt Hausdorff durch ein Gegenbeispiel, daß folgende Vermutung falsch ist: Wenn der Ordnungstypus  $\mu$  die Eigenschaft hat, daß für  $\alpha \neq 1$  niemals  $\alpha\mu = \mu$  sein kann, so kann auch für  $\alpha \neq \beta$  niemals  $\alpha\mu = \beta\mu$  sein.

Inhalt: Annahme einer Einladung.

SW: Mengenlehre; Ordnungstypen

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Unterberg: 1931/03/18**

Brief an Felix Hausdorff in Gundelsheim / Carl Unterberg. – Bonn, 18.3.1931. – 1 e.Br. (1 S.)

Auf der Rückseite Notizen Hausdorffs aus der deskriptiven Mengenlehre.

Inhalt: Anfrage wegen einer Zigarrenbestellung Hausdorffs.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Suslinmengen; Borelmengen

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Wolff: 1938/11/07**

Brief an Felix Hausdorff in Bonn / Käte Wolff. – Paris, 07.11.1938. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Glückwünsche zum 70.Geburtstag; Erinnerungen an die Zeit in Greifswald; Schilderung von Lebensumständen.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 61: Zuname unbek., Natja: o.D.**

Natja: o.D. Brief an [Felix Hausdorff] in Bonn : Fragment / Natja ? - unbek., o.D. – 1 e.Br. (1.S.)

Auf der Rückseite Notizen Hausdorffs aus der deskriptiven Mengenlehre.

Inhalt: Dank für ein Geschenk, Schilderung von Lebensumständen.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1924/08/23**

Brief an Paul Alexandroff in [Moskau] : Xerokopie / Felix Hausdorff. – Bad Nauheim, 23.08.1924. – 1 e.Br. (2 S.) + 1 e.Zusatz von Charlotte Hausdorff

Inhalt: Felix und Charlotte Hausdorff drücken ihre tiefe Betroffenheit und ihre Anteilnahme anlässlich des Todes von Urysohn aus. Hausdorff bewundert Urysohns Metrisationssätze; sie seien so schön, daß er nun seine eigenen nicht veröffentlichen wolle.

SW: Topologie; Metrisierbarkeit topologischer Räume

Zugangsnr.: H 95.12

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1927/05/29**

Brief an Paul Alexandroff in [Göttingen] : Xerokopie / Felix Hausdorff. – Bonn, 29.05.1927. – 1 e.Br. (4 S.)

Antwort auf Kapsel 61, Brief vom 06.03.1927.

Inhalt: Kritische Bemerkungen zu Mengers Dimensionsbegriffen. Hausdorff schickt Alexandroff eine Verschärfung von dessen Note in Comptes Rendus 178 (diese Verschärfung hatte auch Wedenissoff gefunden); H.empfielt Wedenissoff die Publikation, er selbst wolle nur publizieren, falls sein Beweis wesentlich anders und einfacher sein sollte. Bemerkungen zu Lusin, insbesondere zur Aufnahme von Beweisen Lusins in Hausdorffs Mengenlehre ([45]); Mitteilung, daß er Großvater geworden ist.

SW: Topologie; deskriptive Mengenlehre; Dimensionstheorie

Zugangsnr.: H 95.12

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1928/06/14(a)**

Abschrift eines Teils eines Briefes an P.S.Aleksandrov in [Göttingen] / Felix Hausdorff. – Bonn, 14.06.1928. – e.Abschr. (4 S.)

Zur Reaktion von Alexandroff s. Kapsel 61, Brief vom 18.06.1928.

Inhalt: S. Kapsel 62, Brief vom 14.06.1928.

SW: Topologie; algebraische Topologie; simpliziale Approximationen

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1928/06/14**

Brief an Paul Alexandroff in [Göttingen] : Xerokopie / Felix Hausdorff. – Bonn, 14.06.1928. – 1 e.Br. (12 S.)

Zur Reaktion von Alexandroff s.Kapsel 61, Brief vom 18.06.1928.

Inhalt: Dank für Brief aus Princeton und Sonderdrucke; kurze Diskussion von Hausdorffs Erweiterungssatz; Bericht über Hausdorffs Italien-Urlaub; Bemerkungen über Toeplitz und die Frage der Teilnahme am Bologna-Kongreß;



Hauptanliegen: Hausdorff zeigt durch ein Gegenbeispiel, daß ein wesentlicher Punkt in Alexandroffs Arbeit „Simpliziale Approximationen in der allgemeinen Topologie“, Math. Ann. 96 (1926), S. 489-511, falsch ist und nur gerettet werden kann, wenn Alexandroffs Begriff der simplizialen Approximation verschärft wird.

SW: Topologie; algebraische Topologie; simpliziale Approximationen; metrische Räume

Zugangsnr.: H 95.12

### **NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1928/07/01**

Brief an Paul Alexandroff in [Göttingen] : Xerokopie / Felix Hausdorff. – Bonn, 01.07.1928. – 1 e.Br. (4 S.)

Antwort auf Kapsel 61, Brief vom 18.06.1928.

Inhalt: Bemerkungen zur Berichtigung von Alexandroffs Arbeit und zum geplanten Bonn-Besuch von Alexandroff; Bemerkungen über Projektionsspektren; Hausdorff bemerkt, daß er früher die kombinatorische Topologie für etwas „unfassbar Langweiliges“ (S.3) hielt, und er erst durch Alexandroffs Arbeiten eine Neigung zu diesem Gebiet erweckt wurde. Kritische Bemerkungen über die Arbeit von J.W. Alexander „Combinatorial analysis situs“, Transact. Amer. Math. Soc. 28 (1926), S. 301-329.

SW: Topologie; algebraische Topologie

Zugangsnr.: H 95.12

### **NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1929/01/04**

Brief an Paul Alexandroff in [Moskau] : Xerokopie / Felix Hausdorff. – Bonn, 04.01.1929. – 1 e.Br. (4 S.) + 1 Dankschreiben (2 S.) für die einstimmige Wahl Hausdorffs zum Ehrenmitglied des topologischen Vereins der Universität Moskau.

Antwort auf Kapsel 61, Brief vom 20.12.1928.

Inhalt: Dank für die Ehrungen aus Rußland; Bedauern, daß Alexandroff 1929 nicht nach Deutschland kommt; Übereinstimmung mit Alexandroffs Ansicht über Mengers „Dimensionstheorie“ mit weiteren ironischen Bemerkungen; Kurze vorläufige Bemerkungen über Alexandroffs Arbeit über Dimensionstheorie (Math. Ann. 98 (1928), S. 617-635).

SW: Topologie; algebraische Topologie; Dimensionstheorie

Zugangsnr.: H 95.12

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1930/03/08**

Brief an Paul Alexandroff in [Moskau] : Xerokopie / Felix Hausdorff. – Bonn, 08.03.1930. – 1 e.Br. (4 S.)

Zur Reaktion Alexandroffs Kapsel 61, Brief vom 30.03.1930.

Inhalt: Bemerkungen über Studys Tod, über Study als Mensch und Gelehrter, über seine letzte Arbeit zu den Antinomien; Hausdorffs eigene Ansicht über Antinomien und Intuitionismus; Bemerkungen über Lusinsche Resultate aus der deskriptiven Mengenlehre; Frage nach einem russischen mathematischen Dilletanten, der sich an Hausdorff gewandt hatte.

SW: Philosophie; Topologie; deskriptive Mengenlehre; Antinomien

Zugangsnr.: H 95.12

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1931/01/14(a)**

Abschrift eines Teils eines Briefes an P.S.Aleksandrov in [Göttingen] / Felix Hausdorff. – Bonn, 14.01.1931. – e.Abschr. (4 S.)

Zur Reaktion von Alexandroff s. Kapsel 61, Brief vom 01.02.1931.

Inhalt: Hausdorff bemerkte in der Behandlung der Homologie mod  $m$ , falls  $m$  keine Primzahl ist, bei J.W.Alexander, Transact.Amer.Math.Soc. 28 (1926), S.301-329, einen gravierenden Fehler, den S.Lefschetz in seinem Buch „Topology“, New York 1930, wiederholt. Hausdorff zeigt hier durch ein Gegenbeispiel, daß gewisse Alexander/Lefschetzsche Behauptungen für zusammengesetztes  $m$  falsch sind.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Homologiegruppen mod  $m$

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1931/10/07**

Brief an Paul Alexandroff in [Moskau] : Xerokopie, Fragment / Felix Hausdorff. – Bonn, 07.10.1931. – 1 e.Br. (4 S.)

Antwort auf die Briefe vom 15.06. und 22.09.1931, Kapsel 61. Der Brief bricht auf S.4 ab.

Inhalt: Hausdorff berichtet über seinen Gesundheitszustand, schreibt dann seine Ansichten über kombinatorische Topologie, insbesondere bemerkt er, daß die Fundamente ihm nach wie vor kein Vertrauen einflößen; hofft in dieser Beziehung auf das Buch von Alexandroff/Hopf.

SW: Topologie; algebraische Topologie

Zugangsnr.: H 95.12

**NL Hausdorff: Kapsel 62: Hausdorff: 1933/02/18**

Brief an Paul Alexandroff in [Moskau] : Xerokopie / Felix Hausdorff. – Bonn, 18.02.1933. – 1 e.Br. (4 S.)

Antwort auf Kapsel 61, Brief vom 22.01.1933.

Inhalt: Persönliches; Frage nach Lusins Gesundheit; Bemerkungen über seine Vorlesung über reelle Funktionen und Maßtheorie im WS 1932/33; freundliche Bemerkungen über den ersten Teil des Manuskriptes von Seifert/Threlfall „Topologie“.

SW: Analysis; reelle Funktionen; Maßtheorie; Topologie

Zugangsnr.: H 95.12

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 1**

Geburtsattest für Felix Hausdorff / Königl.-Preußisches Amtsgericht Breslau. – Breslau, 21.06.1906. – 1 Bl. – Urkunde

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 2**

Taufschein für Charlotte Hausdorff / Französische reformierte Kirche Berlin. – Berlin, 24.03.1896. – 1 Bl. + Fotokopie aus dem Übertrittsbuch der Jerusalems-gemeinde Berlin (Übertritte von Charlotte und Sitta Goldschmidt). – Urkunde

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 3**

[Aufzeichnungen aus einem Offizierslehrgang] / Felix Hausdorff. – Hs. Ms.,z.T. stichpunktartig, wenig stenographisch. – [Leipzig], [1892]. – 23 Bll.

Das Heft ist vorwärts und rückwärts zu lesen; zur Datierung diene Bl.15v.

Inhalt: Allgemeine Dienstkenntnisse, Felddienstordnung.

SW: Militärgeschichte

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 4**

Heiratsurkunde von Felix und Charlotte Hausdorff / Standesamt Bad Reichenhall. – Bad Reichenhall, 01.04.1910. – 1 Bl. – Urkunde

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 5**

Brief an Arthur König in Jena / Felix Hausdorff. – Bonn, 26.07.1933. – 1 e.Br. (3 S.)

Inhalt: Persönliche Daten von Felix Hausdorff und seinen Eltern sowie Charlotte Hausdorff und ihren Eltern; Bemerkungen zu Fragebögen.

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 6**

Vornamensänderung : Hs. Notizen / Felix Hausdorff. – [Bonn], 15.11.1938. – 1 Bl.

Inhalt: Angaben zu den Standesämtern u.sonstigen Registerstellen, die Geburt und Heirat von Felix Hausdorff, Charlotte Hausdorff und Edith Pappenheim beurkundet haben.

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 7**

Staatsangehörigkeit : Hs. Notizen / Felix Hausdorff. – [Bonn], [vermutl.1938]. – 1 Bl.

Inhalt: Angaben zur Staatsangehörigkeit von Felix Hausdorff, Charlotte Hausdorff und Edith Pappenheim.

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 8**

Führung zusätzlicher Vornamen : Mitteilung an Felix Hausdorff / Standesamt Bad Reichenhall. – Bad Reichenhall, 23.11.1938. – 1 Bl.

Inhalt: Das Standesamt teilt mit, daß es die zusätzlichen Vornamen in den Heiratsregistern beigeschrieben hat.

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 9**

Anträge auf Kennkarten : Hs. Notizen / Felix Hausdorff. – [Bonn], 12.12.1938. – 1 Bl.

Inhalt: Notizen Hausdorffs, welche Dokumente den Anträgen auf Kennkarten beigegeben waren, über die Rückgabe dieser Dokumente und die Ausgabe der Kennkarten.

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 10**

Kennkarte „J“ für Felix Hausdorff / Ortspolizeibehörde Bonn. – Bonn, 02.02.1939. – 1 Bl. – Ausweisdokument

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 11**

Kennkarte „J“ für Charlotte Hausdorff / Ortspolizeibehörde Bonn. – Bonn, 02.02.1939. – 1 Bl. – Ausweisdokument

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 12**

Brief an Lenore König in [Jena] / Charlotte Hausdorff. – [Bonn], ??.11.1941. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Schilderung der hoffnungslosen Lebenssituation; Mitteilungen über Verwandte und Freunde und diesbezügliche Anfragen; Bemerkungen über die Enkelkinder, persönliche Worte an die Tochter.

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 13**

Sterbeurkunde von Felix Hausdorff / Standesamt Bonn. – Bonn, 29.01.1942. – 1 Bl. + 3 beurkundete Durchschriften

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 14**

Sterbeurkunde von Charlotte Hausdorff / Standesamt Bonn. – Bonn, 29.01.1942. – 1 Bl. + 2 beurkundete Durchschriften

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 15**

Todesanzeige für Felix Hausdorff, Charlotte Hausdorff und Edith Pappenheim : 4 Expl. / Lenore König. – Jena, 14.02.1942. – 1 Bl.

SW: Judenverfolgung

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 63: Nr. 16**

Erbschein / Amtsgericht Bonn. – Bonn, 19.02.1942. – 1 Bl. – Urkunde

Inhalt: Es wird festgestellt, daß Arthur König der Alleinerbe der Eheleute Felix und Charlotte Hausdorff ist.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 1**

Gedächtnisstunde für Felix Hausdorff : Programm / [Universität Bonn, Math.Inst.]. – [Bonn], 26.01.1949. – 1 Bl.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 2**

Brief an Felix König in Bonn / Mathematisch-Naturwissensch.Fakultät der Universität Bonn. – Bonn, 04.11.1968. – 1 maschschr.Br.mit U. (1 S.)

Inhalt: Einladung zur Kranzniederlegung anlässlich des 100.Geburtstages von Felix Hausdorff.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 3**

Nachruf auf Felix Hausdorff / [Universität Bonn]. – [Bonn], [8.11.1968]. – 1 Bl.(Kopie). – Zeitungsanzeige

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 4**

Mathematiker und Dichter. Zum 100.Geburtstag Dr.Felix Hausdorffs / Kurt Oppert. – [9.11.1968]. – 1 Bl. – Zeitungsartikel

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 5**

Gedenkfeier für Prof.Felix Hausdorff. – Bonn, [9.11.1968]. – 1 Bl. – Zeitungsartikel mit Foto der Grabstätte, Bonner Generalanzeiger

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 6**

Tragik und Begabung zeichneten sein Leben : Zum 100.Geburtstag von Professor Dr.Felix Hausdorff-Kranzniederlegung. – [Bonn], [7.11.1968]. – 1 Bl. – Zeitungsartikel mit Foto Hausdorffs

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 7**

Zum 100.Geburtstag von Prof.Felix Hausdorff. – [Bonn], [8.11.1968]. – 1 Bl. Zeitungsartikel

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 8**

Einladung zu einem Kolloquium zum Gedächtnis des 100.Geburtstages von Felix Hausdorff / Mathematisches Seminar der Universität Hamburg. – Hamburg, 8.11.1968. – 1 Bl.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 9**

Einladung zum Mathematischen Kolloquium : Zum Gedächtnis des 100.Geburtstages von Felix Hausdorff / Mathematisches Institut der Universität Bonn. – Bonn, 7.2.1969. – 1 Bl.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 10**

Dekan Leis verlieh Hausdorff-Gedächtnispreis. – Bonn, 27.1.1972. – 1 Bl. – Zeitungsartikel aus Bonner Rundschau

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 11**

Studenten setzten Felix Hausdorff ein Denkmal. – Bonn, [Anf.Febr.1980]. – 1 Bl. – Zeitungsartikel mit Foto der Gedenktafel aus Bonner Generalanzeiger

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 12**

Gedenktafel für Felix Hausdorff. – [Bonn], 6./7.2.1980. – 1 Bl. – Zeitungsartikel aus „Schaufenster“.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 13**

Felix Hausdorff. Ein Mathematiker seiner Zeit. : Preprint eines Vortrags / Herbert Mehrrens. – Bonn, Febr.1980. – 40 S.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 64: Nr. 14**

Fünf Jahrhunderte Mathematik in Greifswald: Sonderdruck / Franz von Krbek. – 2 Expl.

Zugangsnr.: H 92.3



**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 1**

Porträtfoto von Louis Hausdorff. 10x15cm. – s/w

Gerahmt

Es handelt sich um ein Foto in jüngeren Jahren.

Zugangsnr.: H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 2**

Porträtfoto von Sigismund Goldschmidt mit seinem Töchterchen Edith. – um 1884; 20x28cm. – s/w

Gerahmt

Zugangsnr. H 92.3

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 3**

Porträtfoto von Felix Hausdorff / fotogr.vermutl.von A.König. – [Jena], [verm.1932]. – 2 Expl. ; 5x7 cm. – s/w

Dazu eine gerahmte Vergrößerung 12x17cm.

Die Bilder 03, 15-17 wurden bei einem Besuch von Felix und Charlotte Hausdorff bei ihrer Tochter in Jena aufgenommen.

Zugangsnr.: H 92.2

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 4**

Porträtfoto von Felix Hausdorff / Foto: N.Perscheid, Leipzig. – [Leipzig], [kurz vor 1900]. – 2 Expl. ; 10x24 cm. – s/w

1 Expl.unter Glas, 1 Expl.gerahmt.

Zugangsnr.: H 92.2

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 5**

Porträtfoto von Felix Hausdorff. – [Bonn], [vermutl.1.Hälfte der 30-er Jahre]. – 2 Expl. ; 9x14 cm. – s/w

1 Expl.gerahmt.

Zugangsnr.: H 92.2

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 6**

Porträtfoto von Felix Hausdorff / Foto: M.Kempe, Greifswald. – Greifswald, [1914-1921]. – 2 Expl. ; 8x13 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 7**

Porträtfoto von Felix Hausdorff / Foto: verm.A.König. – [Bonn], [verm.8.11.1938]. – 2 Expl. ; 6x8 cm. – s/w

Die Aufnahme entstand vermutl.zu Hausdorffs 70.Geburtstag.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 8**

Felix Hausdorff an der Ecke des Universitätsgebäudes : Ganzaufnahme. / Foto: Erna Bannow. – Bonn, März 1932. – 5 Expl. ; 5x8 cm. – s/w

Auf einem Expl.die Widmung: „Zur freundlichen Erinnerung an Ihre dankbare Erna Bannow.“ E.Bannow wurde später die Ehefrau von Ernst Witt.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 9**

Felix Hausdorff vor seinem Wohnhaus in Bonn : Ganzaufnahme mit einer unbek.jungen Frau. – Bonn, 1933 ; 5x7 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 10**

Felix Hausdorff mit seiner Frau und seiner Schwester Vally im Hochgebirge. – bei Interlaken, 1934 ; 6x8 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 11**

Felix Hausdorff mit seinem Enkel Hermann in der Wohnung. – [Bonn], [um 1935]. – 2 Expl. ; 6x9 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 12**

Felix und Charlotte Hausdorff mit ihrem Enkel Hermann in der Wohnung. – [Bonn], [um 1935]. – 2 Expl. ; 6x9 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 13**

Charlotte Hausdorff, Lenore König(?) und Hermann und Felix König vor Hausdorffs Wohnhaus. – [Bonn], [um 1935] ; 6x6 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 14**

Charlotte Hausdorff mit ihren Enkeln vor dem Haus. – [Bonn], [um 1935] ; 6x6 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 15**

Felix Hausdorff mit seiner Frau und Hermann König als Baby / fotogr.verm.von A.König. – [Jena], [verm.1932]. – 3 Expl. ; 5x6 cm. – s/w

S.Bem. bei 65:03.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 16**

Felix und Charlotte Hausdorff mit ihrer Tochter Lenore / fotogr.vermutl.von A.König. – [Jena], [verm.1932] ; 8x5 cm. – s/w

S.Bem. bei 65:03.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 17**

Felix und Charlotte Hausdorff, Arthur und Lenore König / fotogr.vermutl.von A.König. – [Jena], [verm.1932] ; 6x5 cm. – s/w

S.Bem. bei 65:03.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 18**

Tischgesellschaft zum 70.Geburtstag von Felix Hausdorff. – [Bonn], [8.11.1938]. – 5 Expl. ; 9x6 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 19**

Porträtfoto von Charlotte Hausdorff mit Hut und Mantel. – [vermutl.Ende der 20-er Jahre] ; 6x7 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 20**

Porträtfoto von Charlotte Hausdorff. – [vermutl.Ende der 30-er Jahre] ; 6x8 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 21**

Urlaubsbilder der Familie Hausdorff : 2 verschiedene Aufn. – Langeoog, 1911. – 2 Expl. ; 8x5 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 22**

Charlotte Hausdorff mit ihrer Tochter Lenore. – [um 1905] ; 6x9 cm + 1 Foto mit einer unbekanntem jungen Frau („Käthi“) und Lenore aus derselben Zeit. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 23**

Felix Hausdorff mit seiner Tochter Lenore : Zwei verschiedene Aufnahmen aus etwa derselben Zeit. / Foto: M.Kempe, Greifswald. – Greifswald, [etwa zwischen 1918 u.1921] ; 9x13, 10x14 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 24**

Gruppenfoto mit acht Personen in Hausdorffs Greifswalder Wohnung. – [Greifswald], [um 1920] ; 12x9 cm. – s/w

Von den Abgebildeten waren zu identifizieren: Felix und Charlotte Hausdorff, ihre Tochter Lenore sowie das Ehepaar Posner.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 25**

Grabmal von Felix Hausdorff, Charlotte Hausdorff und Edith Pappenheim. – Bonn. – 3 Expl. ; 8x13 cm. – s/w

2 verschiedene Aufnahmen.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 26**

Hausdorffs Haus Am Graben 5 in Greifswald : Ansichtskarte. – Greifswald, 24.2.1914. – s/w

Auf dem Balkon des Hauses stehen Felix und Charlotte Hausdorff mit ihrer Tochter Lenore.

Die Karte von Charlotte Hausdorffs Hand ist an ihren Vater S.Goldschmidt in Wien gerichtet. Sie lädt ihn ein, nach Greifswald zu kommen.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 27**

Hausdorffs Wohnhaus in Bonn : Ansichtskarte. – Bonn ; 9x14 cm. – s/w

Auf der Rückseite ein Neujahrsgruß von Charlotte Hausdorffs Hand.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 28**

Foto des Hauptgebäudes der Universität Bonn. – Bonn ; 17x10 cm. – s/w

Das Foto ist mit T.Schmitz signiert.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 29**

Felix Hausdorff am Schreibtisch : Stereobild / Foto Hogrefe,Bad Godesberg. – [Bonn], [8.-14.6.1924] ; 5x4 cm. – s/w

Die Aufnahme entstand vermutl.im Zusammenhang mit der Verlobung von Hausdorffs Tochter Lenore mit Arthur König am 25.6.1924. Der Kalender an der Wand zeigt die Woche vom 8.-14.6.1924.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 30**

Felix und Charlotte Hausdorff mit Lenore König im Wohnzimmer : Stereobild / Foto Hogrefe,Bad Godesberg. – [Bonn], [8.-14.6.1924] ; 5x4 cm. – s/w

s. Bemerkung bei Nr. 29

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 31**

Felix und Charlotte Hausdorff mit Arthur und Lenore König im Wohnzimmer: Stereobild / Foto Hogrefe,Bad Godesberg. – [Bonn], [8.-14.6.1924] ; 5x4 cm. – s/w

s. Bemerkung bei Nr. 29

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 32**

Coelestine Goldschmidt mit ihren Töchtern Charlotte (später Hausdorffs Frau) und Sitta / Foto: Th.Prümm, Berlin. – Berlin, [um 1877] ; 10x16 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 33**

Charlotte und Sitta Goldschmidt / Foto: E.Hoenisch, Leipzig. – Leipzig, [um 1883/84] ; 10x14 cm. – s/w

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 34**

Charlotte Hausdorff mit einer unbekanntem jungen Frau. – Bonn, 01.1933 ; 5x7 cm. – s/w

Die abgebildete junge Dame ist dieselbe wie auf Bild 09.

Zugangsnr.: H 94.5

**NL Hausdorff: Kapsel 65: Nr. 35**

Damenkränzchen der Bonner Professorengattinnen : verschiedene Aufnahmen. – [Bonn], [Ende 20-er Jahre]. – 10 Expl. ; 5x5 cm. – s/w

Auf einigen Aufnahmen sind Charlotte Hausdorff und Erna Toeplitz, die Frau von Otto Toeplitz zu erkennen.

Zugangsnr.: H 94.5

# Anhang

### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 1**

Hausdorff, Nr.1 Edmund Landau, Handbuch der Lehre von der Vertheilung der Primzahlen : Manuskript der Besprechung und Vorarbeiten dazu / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. Bonn, 1909. – 40 Bll.

Inhalt: Bll.1-14: Manuskript der Besprechung des Landauschen Werkes in Jahresbericht der DMV 20 (1911), 2.Abt., IV Literarisches, 1.b. Besprechungen, S.92-97; Bll.15-30: Vorbereitungen, insbesondere Exzerpte aus Landaus Buch; Bll.31-34: Erste Version eines Teils des Ms.; Bll.35-40: Rechnungen zur Primzahlverteilung und Skizze des Beweisgangs des Primzahlsatzes.

SW: Zahlentheorie; analytische Zahlentheorie; Funktionentheorie; Primzahlverteilung

### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 2**

Hausdorff, Nr.2 [Unterlagen zum Separataversand] : Adressenlisten, Versandunterlagen / Felix Hausdorff. – Hs. Ms. – Bonn, [1928-1938]. – 44 Bll.

Inhalt: Bll.1-2 (vom 20.9.1938): Bitte an Toeplitz, zu einer Reihe von Namen von Mathematikern die Privatadressen zu ergänzen mit entsprechenden Angaben von Toeplitz und zwei Bemerkungen von Toeplitz; Bl.3 (undatiert): Liste von Mathematikern, getrennt nach Deutschland und Ausland, zum Separataversand der beiden Arbeiten aus dem Jahre 1923; Bll.4-15 (undatiert): Alphabetisch geordnete Adressenliste von Mathematikern, gruppiert nach Deutschland und Ausland; Bll.16-17 (undatiert) [vermutl.1938]: Liste der Empfänger der Veröffentlichungen Hausdorffs aus den Jahren 1933-1937; Bll.18-30 (undatiert): Liste der Empfänger der drei Arbeiten Hausdorff aus den Jahren 1930-1932 mit Adressenergänzungen von fremder Hand; Bll.30-32 (vom März 1935): Adressenliste; Bll.33-35 (undatiert): Namenslisten mit Bemerkungen zum Versand von Separata (welcher, ist nicht angegeben); Bll.36-38 (vom Febr.1928): Namensliste mit Bemerkungen zum Versand der vier Hausdorffschen Arbeiten aus den Jahren 1924-1927; Bl.39 (undatiert): Adressenliste; Bl.40v (undatiert): Adressenliste mit der Bemerkung „Das nächste Mal (i Febr.1928) ev.zu berücksichtigen“; Bll.41-42 (undatiert): Adressenlisten; Bl.43 (undatiert): Unterlagen zum Versand der Arbeit aus dem Jahre 1924; Bl.44 (undatiert): Namensliste.

SW: Adressenlisten; Separataversand

### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 3**

Hausdorff, Nr.3 Postkarte von Hausdorff an J.O.Müller in Bonn / Felix Hausdorff. – Bonn, 24.10.1938. – 1 Pk.

Inhalt: kurze Erläuterung einer mathematischen Literaturstelle.



#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 4**

Hausdorff, Nr.4 Brief Hausdorffs an J.O.Müller in Bonn / Felix Hausdorff. – Bonn, 20.5.1940. – 1 e.Br. (1 S)

Inhalt: Hausdorff wünscht Müller Besserung; versucht ihn zu trösten [Müller litt an einer sehr schmerzhaften Erkrankung, vermutl.Speiseröhrenkarzinom, an der er 1940 gestorben ist].

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 5**

Hausdorff, Nr.5 Brief Hausdorffs an J.O.Müller in Bonn / Felix Hausdorff. – Bonn, 6.6.1940. – 1 e.Br. (4 S.)

Inhalt: Trost und gute Wünsch an Müller; philosophische Bemerkungen über den Schmerz; interessante Bemerkungen zu Hausdorffs Verhältnis zur algebraischen Topologie und zu den Büchern von Veblen, Threlfall-Seifert, Lefschetz, Alexandroff-Hopf, auch zu seinem neuen eigenen Beweis für die topologische Invarianz der Homologiegruppen; ein hübsches zahlentheoretisches Rätsel.

SW: Topologie; algebraische Topologie; Zahlentheorie; Philosophie

Hausdorff, Nr.6 Brief Hausdorffs an J.O.Müller in Bonn / Felix Hausdorff. – Bonn, 27.6.1940. – 1 e.Br. (2 S.)

Inhalt: Geburtstagswünsche für Müller; Erinnerungen an gemeinsame Erlebnisse; Bemerkungen zur damaligen Situation.

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 7**

Hausdorff, Nr.7 [Materialien zu Hausdorffs Antrittsvorlesung]. – [Leipzig], [1903]. – 3 Bl.

Inhalt: Bl.1: Gedruckte Einladung zu Hausdorffs Antrittsvorlesung am 4.7.1903; Bl.2: Auszug aus „Poggendorff“ über Hausdorff mit einer hs.Korrektur, die Publ.der Antrittsvorlesung betreffend; Bl.3: Vorankündigung der Antrittsvorlesung Hausdorffs und ein Bericht darüber aus „Leipziger Tageblatt“, 1903.

SW: Philosophie; Erkenntnistheorie; Raumproblem

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 8**

Hausdorff, Nr.8 Brief Hausdorffs an Hans Wollstein in Bonn / Felix Hausdorff. – Bonn, 25.1.1942. – 1 e.Br. (3 S.)

Inhalt: Abschiedsbrief Hausdorffs vor seinem Freitod mit der Begründung seiner Entscheidung, Dank an seine Freunde und letzten Wünschen.

SW: Judenverfolgung

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 9**

Hausdorff, Nr.9 Christian Huygens' nachgelassene Abhandlungen: Über die Bewegung der Körper durch den Stoß. Über die Centrifugalkraft : Druckbogen. – Leipzig, 1903. – 79 S.

Vollständiger Druckbogen (unaufgeschnitten) des von Felix Hausdorff herausgegebenen Bandes der Serie „Ostwalds Klassiker“, Verlag Wilhelm Engelmann, Leipzig 1903.

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 10**

Hausdorff, Nr.10 Sprachkritik : Druckbogen / Felix Hausdorff. – Leipzig, 1903. – 10 S.

3 Expl.eines Druckbogens (S.1249-1258) des Aufsatzes „Sprachkritik“, den F.Hausdorff unter dem Pseudonym Paul Mongré in der Zeitschrift „Neue Deutsche Rundschau der Freien Bühne“ 14 (1903),12, S.1233-1258 veröffentlichte.

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 11**

Hausdorff, Nr.11 Das Raumproblem : Sonderdruck / Felix Hausdorff. – Leipzig, 1903. – 23 S.

3 Sonderdrucke der Arbeit „Das Raumproblem“, Ostwalds Annalen der Naturphilosophie 3 (1903), S.1-23.

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 12**

Hausdorff, Nr.12 Die Graduierung nach dem Endverlauf : Sonderdruck / Felix Hausdorff. – Leipzig, 1909. – 40 S.

1 Sonderdruck der Arbeit „Die Graduierung nach dem Endverlauf“, Abh.der Königl.Sächs.Ges.der Wiss.zu Leipzig. Math.-phys.Klasse 31 (1909), S.295-334.

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 13**

Hausdorff, Nr.13 Über halbstetige Funktionen und deren Verallgemeinerung : Sonderdruck / Felix Hausdorff. – Greifswald, 1919. – 18 S.

4 Expl.der o.g.Arbeit, Math.Zeitschr. 5 (1919), S.292-309.

#### **UA Bonn, Hausdorff: Nr. 14**

Hausdorff, Nr.14 Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen : Sonderdruck / Felix Hausdorff. – Bonn, 1923. – 7 S.

7 Expl. der o.g.Arbeit, Math.Zeitschr. 16 (1923), S.163-169.

**UA Bonn, Hausdorff: Nr. 15**

Hausdorff, Nr.15 Zur Theorie der linearen metrischen Räume : Sonderdruck / Felix Hausdorff. – Bonn, 1931. – 18 S.

10 Expl. der o.g.Arbeit, Journal für die reine und angewandte Math. 167 (1931), S.294-311.

## Sachverzeichnis

Vorbemerkung: Das Programmsystem HANS sieht vor, daß jeder Eintrag durch die Vergabe einiger weniger Schlagworte inhaltlich charakterisiert wird. Das Sachverzeichnis ist eine Kompilation aller dieser Schlagwortzuordnungen. Diese Art der Entstehung führt zu einigen Problemen, deren sich der Nutzer bewußt sein sollte, um nicht mit falsche Erwartungen an das Sachverzeichnis heranzugehen.

Die Schlagwortvergabe ist notwendigerweise sehr inhomogen, was die Feinheit und Detailliertheit angeht. Wenn z.B. eine Studie von einem Blatt sich mit einem ganz speziellen Begriff oder Satz befaßt, so wird dieser als Schlagwort auftauchen. Zu einer umfangreichen Vorlesung über das ganze Gebiet wird man nur Schlagworte höherer Ebenen wählen können. Obwohl der in Rede stehende Begriff oder Satz auch in der Vorlesung vorkommt, wird er dort nicht als Schlagwort erscheinen. So wird z.B. in einem Faszikel, in dem Hausdorff auf einem Blatt einen kurzen eleganten Beweis der Minkowskischen Ungleichung gibt, das Schlagwort „Minkowskische Ungleichung“ vergeben. In umfangreicheren Faszikeln über Funktionalanalysis, in denen auch die Minkowskische Ungleichung vorkommt, kann ein Schlagwort dieser Detailliertheit nicht vergeben werden. Ferner werden für ganze Gebiete grundlegende Begriffe, wie etwa Häufungspunkt, nur dort als Schlagwort vergeben, wo sie besonders thematisiert werden, etwa wo versucht wird, sie zu modifizieren oder zu verallgemeinern. Ansonsten würden Hunderte von Faszikeln das Schlagwort „Häufungspunkt“ erhalten müssen, und die eigentliche Information, nämlich daß die Faszikel 641,705 und 758 unter anderem gerade diesen Begriff thematisieren, ginge verloren. Aus alledem ergibt sich folgendes: Ist im Sachverzeichnis einem Schlagwort X die Faszikelnummer a zugeordnet, so kommt X in Faszikel a vor, wird dort möglicherweise definiert oder besonders thematisiert. Daraus, daß dem Schlagwort X die Faszikelnummer b nicht zugeordnet ist, kann man nicht folgern, daß X in Faszikel b nicht vorkommt.

Desweiteren ist zu beachten, daß das Sachverzeichnis in den detaillierteren Begriffen keineswegs hierarchisch aufgebaut ist. Ein solcher hierarchischer Aufbau hätte das Sachverzeichnis ungeheuer ausgeweitet und unhandlich gemacht. Zum Beispiel beschäftigt sich Hausdorff in zahlreichen Faszikeln mit Peanoschen Kontinua. Dort erscheint das Schlagwort „Kontinua, Peanosche“, ohne daß notwendigerweise die übergeordneten Begriffe „Kontinua“ bzw. „Zusammenhang“ erscheinen müssen. Um die Faszikel, welche sich mit Kontinua beschäftigen, zu finden, hat man also außer unter „Kontinua“ auch unter „Kontinua, Peanosche“, „Kontinua, bogenverknüpfte“, „Kontinua, irreduzible“ usw. nachzusehen.

Es wurde aber Wert darauf gelegt, auf der Ebene ganzer mathematischer Teildisziplinen und Teilgebiete die Zuordnung möglichst hierarchisch und vollständig zu gestalten. So findet man alle Faszikel und genau diese, welche sich mit Analysis beschäftigen, unter dem Stichwort „Analysis“. Dasselbe trifft für die großen

Teilgebiete der Analysis zu, die Hausdorff vor allem bearbeitet hat, wie Funktionentheorie, Funktionalanalysis, Limitierungstheorie, Maßtheorie, Integrationstheorie, reelle Funktionen, Differential- und Integralrechnung und Differentialgleichungen, wobei sich bei der Zuordnung von Faszikeln zu solchen Teilgebieten Subjektivität nicht ganz vermeiden läßt. Das für die Analysis Gesagte gilt auch für die anderen großen Gebiete: Topologie (mit algebraischer Topologie, deskriptiver Mengenlehre, Dimensionstheorie), Zahlentheorie (mit algebraischer Zahlentheorie, analytischer Zahlentheorie, elementarer Zahlentheorie), Geometrie (mit nichteuklidischer Geometrie, Differentialgeometrie, analytischer Geometrie, projektiver Geometrie), Mengenlehre, Algebra, Wahrscheinlichkeitstheorie, angewandte Mathematik, Physik, Philosophie, Astronomie, Kartographie und Psychologie.

Bei den Werkmanuskripten erfolgen die Verweisungen nach Faszikelnummern. Da die Briefsignaturen ziemlich lang sind, erfolgt die Verweisung bei Briefen nur auf die Kapseln mit der Korrespondenz. Anhand der Schlagwortlisten bei den einzelnen Briefen findet man sehr schnell die Stücke heraus, auf die sich ein bestimmtes Schlagwort bezieht.

- Abbildung in eine Sphäre (s.a. Raum  $S_{n-1}^X$ ): 581.
- Abbildungen, abgeschlossene: 549, 550, 708, 709, 711, 776.
- , allgemein-stetige: 549, 550.
- , A-stetige: 708, 776.
- , Bairesche: 566, 573, 1057, 1058, 1061, 1062.
- , Borelsche: 566, 614, 627.
- der ersten Borelschen Klasse: 573.
- der Klasse  $\alpha, \beta$ : 97, 619, 620.
- der Klasse 0, 1: 624.
- , dimensionserhöhende: 541, 542, 986.
- , doppeltstetige: 543, 635.
- , eindeutige: 521.
- ,  $\epsilon$ -: 528, 544, 989.
- , fastschlichte: 541, 542.
- , f-stetige: s.: Abbildungen, abgeschlossene.
- geordneter Mengen: 110.
- , g-stetige: s.: Abbildungen, offene.
- , halbmonotone: 651.
- , halbschlichte: 103, 464, 465, 472, 493.
- , halbstetige: 555, 1135.
- in Funktionenräumen: 363.
- , konforme: 67, 147, 467, 503, 593, 801, 1139.
- , mehrdeutige: 93, 168, 268, 269, 407, 572.
- mit überabzählbar vielfachen Bildern: 614, 1061, 1062.
- , monotone: 648, 650, 651, 661, 673.
- , natürliche simplizialer Komplexe: 793.
- , oberhalbstetige: 710.
- , offene: 407, 515-518, 549, 550, 694, 707, 708, 711, 754, 776, 986.
- , offene in einer Menge  $A$ : 519, 520, 522-525.
- , schlichte: 147.
- , schlichte stetige: 613, 620, 652, 1059.
- , simpliziale: 288, 539, 570, 742, 794, 991.
- , stetige (s.a. Raum  $Y^X$ ): 29, 97, 511, 535, 537, 541, 542, 572, 576, 708, 710, 711, 727, 776, 987.
- , wesentliche: 663, 679, 680, 688, 726, 728, 760.
- , wesentlich verschiedene: 677.
- , zur Einheit homotope: 580.
- Abbildungsgrad: 688.
- Abbildungsklassen: 581.
- , Brouwersche: 669.
- Abel-Verfahren: 45, 56, 365, 1012, 1016, 1023, 1039, 1092.
- Abelscher Stetigkeitssatz: 1022.
- Abgeschlossenheit, lokale: 610, 658.
- , schwache: 419, 470.
- Ableitungen, einseitige: 807.
- , symmetrische: 87.
- von Funktionen: 236, 343.
- von Mengen: 230, 701.
- Abstandsräume: 164, 654.
- Abzählbarkeitsaxiome (s.a. Axiomatik topol.Räume): 121, 231, 604, 703, 741.
- Abzählende Methoden: 1114.
- Adhäsionsschichten: 357.
- d'Alembertsches Prinzip: 17.
- Alephs, erreichbare (unerreichbare): 531, 645, 695.
- Algebra: 7, 9, 15, 20, 22, 27, 32, 40, 41, 46, 48, 51, 86, 111, 192, 195, 282, 289, 302, 306, 307, 333, 360, 362, 373, 402, 429, 440-448, 454, 459, 461, 466, 471, 479, 480, 494, 495, 500, 538, 564, 565, 571, 582-584, 592, 595, 644, 663, 665, 679, 681, 683, 716, 719, 720, 738, 743,

746-751, 756, 777, 779, 780, 789,  
 790, 792, 802, 803, 822, 823, 827,  
 830, 840, 941-984, 993, 1051-1056,  
 1082, 1086, 1104, 1106, 1115, 1118,  
 1122, 1136, 1166, 1170, 1171, 1179,  
 Kapsel 61.  
 -, Boolesche: 644, 683, 777.  
 -, homologische: 743.  
 -, lineare: 9, 27, 37, 92, 362, 592, 712,  
 719, 720, 802, 803, 823, 830, 840,  
 908, 943, 1095, 1170.  
 -, topologische: 746-751, 756, 1048,  
 1050, 1115, 1118.  
 Algebren (s.a. Systeme,  
 hyperkomplexe): 7, 15, 32, 46, 184,  
 333, 373, 679, 719, 720, 827,  
 941-984, 1104, 1136.  
 -, nichtassoziative: 965.  
 -,  $\sigma$ -: 936.  
 Analysis: 16, 19, 23-25, 30, 31, 33, 35,  
 36, 39, 42, 43, 45, 47, 50, 53, 54,  
 56-59, 62, 63, 69, 70, 76, 82, 84, 85,  
 87, 90, 91, 111, 118, 119, 124, 131,  
 132, 135-145, 147-152, 155, 159, 167,  
 170, 175, 187, 197-201, 203, 204,  
 206-208, 210, 212, 213, 219, 222,  
 232-237, 239-246, 248-259, 261, 266,  
 276-278, 293, 299, 303-305, 308, 309,  
 311, 315, 318-325, 327, 328, 330-332,  
 337-339, 341-343, 347-355, 361, 363,  
 365, 367-369, 372, 376-378, 380-386,  
 388, 389, 392, 396, 398-400, 403-406,  
 410, 412-423, 425, 439, 455-457, 467,  
 469-471, 473-478, 481, 485-487,  
 489-492, 494-497, 501-506, 508,  
 510-512, 514, 532, 538, 546, 547,  
 553, 554, 573, 587, 588, 593,  
 600-602, 604, 621, 622, 626, 690-699,  
 713, 714, 729-733, 735, 739, 751,  
 761, 775, 781, 789, 792, 797, 798,  
 802-805, 807, 809, 810, 812, 816-818,  
 820-826, 828, 829, 831, 833-839,  
 841-873, 875, 877-891, 893-895,  
 897-938, 940, 1005-1042, 1046, 1047,  
 1086, 1088, 1091-1095, 1097,  
 1107-1110, 1117, 1120, 1125,  
 1128-1130, 1132, 1134, 1135, 1139,  
 1143-1148, 1155, 1157, 1161, 1163,  
 1166-1168, 1171, 1172, 1175, 1177,  
 1178, 1180, Kapsel 62.  
 Anfangszahlen, reguläre (singuläre):  
 693, 704, 705.  
 Angewandte Mathematik: 2, 3, 11, 17,  
 67, 68, 72-74, 811, 837-839, 1069,  
 1070, 1073, 1157, 1158, 1160, 1164.  
 Anleihen: 3, 72.  
 Antinomien: 112, 1078, Kapsel 62.  
 Approximation durch Polynome,  
 gleichmäßige: 829.  
 - stetiger Funktionen: 131, 321, 775.  
 - von  $L^p$ -Funktionen: 890.  
 Approximationen, simpliziale: 297,  
 411, Kapsel 61, Kapsel 62.  
 Approximationsatz von Kronecker:  
 840.  
 -, Weierstraßscher: 805, 1088.  
 Äquivalenz bis auf Mengen erster  
 Kategorie: 452.  
 Äquivalenzsatz von Hausdorff: 56, 142,  
 149.  
 - von Knopp-Schnee: 56, 142, 149, 934,  
 1019, 1092.  
 Arithmetik: 1076.  
 -, politische: 2, 3, 72, 74.  
 Astronomie: 68, 837-839, 1073, 1154,  
 1158, 1160, 1164, 1169, 1173, 1176.  
 Astrophysik: 68, 1173.  
 Auflösung in Radikalen: s.:  
 Gleichungen, algebraisch auflösbare.  
 Ausgleichsrechnung (s.a. Methode der  
 kleinsten Quadrate): 10.  
 Aussagenlogik: 644, 739, 777.

Außenrand kompakter Mengen: 765.  
 Automorphismen quadratischer  
   Formen: 943-945, 949, 953, 956, 958,  
   959, 963, 964, 966, 968, 972.  
 - von Algebren: 969, 971.  
 Axiomatik: 71, 112, 1068, 1076.  
 - topologischer Räume: 12, 29, 32, 34,  
   42, 49, 50, 53, 55, 80, 99, 100-102,  
   121, 146, 164, 214, 223, 224, 231,  
   265, 269, 535-537, 540, 543, 548-550,  
   557, 569, 574, 576, 604, 610, 617,  
   656, 671, 672, 684, 701, 703, 707,  
   741, Kapsel 61.  
 Bäcklund-Transformation: 38, 806.  
 Bahnbestimmung: 1160.  
 Bairesche Bedingung: 103, 150, 243,  
   264, 408, 409.  
 Bairesche Klassen: 42, 243, 247, 255,  
   315, 384, 409, 513, 514, 554, 1057.  
 Bairesche Räume: 517, 518, 527.  
 - -, dyadische: 552, 625.  
 Bairescher Nullraum: 97, 268, 273, 310,  
   316, 374, 426, 427, 432, 436, 468,  
   472, 530, 551, 555, 566, 613, 619,  
   624, 627, 721, 759, 986, 992, 1058,  
   1059.  
 Bairesches Theorem: 246.  
 Banachräume: 50, 398, 400, 692, 694,  
   696, 730.  
 Basen: 703, 711.  
 -, total geschlossene: 548.  
 Baumkurven: 555, 770, 985.  
 Bedeckungen: 703-705, 755.  
 -,  $\epsilon$ -: 675.  
 -, spezielle: 755.  
 Begrenzung von Gebieten: 766, 767.  
 Belegungen aus  $L^p[0, 1]$ : 903.  
 -, beschränkte meßbare: 903.  
 - beschränkter Schwankung: s.:  
   Momentenproblem.  
 - mit Dichte: s.: Dichtefunktionen.  
 Bernoulli-Schema: 193, 876, 877.  
 Bernoulli-Zahlen: 808.  
 Berührungstransformationen: 16, 17,  
   1167, 1168.  
 Besicovitch-Funktionen: 457, 546.  
 Bessel-Funktionen: 1015.  
 Bestimmtheit des Momentenproblems:  
   867-873, 875, 877, 878, 893, 898,  
   899, 903, 925, 937, 1011.  
 Betafunktionen: 25, 31, 59, 76.  
 Betti-Gruppen (s.a.  
   Homologiegruppen): 666, 682, 688.  
 - mod  $mu$ : 666.  
 Betti-Zahlen: 682, 689.  
 Bettische  $N$ -Zahlen: 744.  
 Bevölkerungsstatistik: 5.  
 Beweglichkeit, freie: 72, 994, 1076,  
   1078, 1079.  
 Bewegung: 1068.  
 -, absolute: 1077.  
 -, elastische: 17.  
 -, mittlere: 837-839.  
 -, relative: 1077.  
 Bewegungen, nichteuklidische: 1082.  
 Bewegungsgruppe: 1082.  
 Bieberbachsche Vermutung: 147.  
 Bilder, schlichte stetige des Nullraums:  
   620.  
 Bildketten: 405.  
 Bilinearformen: 92, 474, 487, 802.  
 Bilinearkomponenten: 974, 975.  
 Biquaternionen: 8.  
 Blockketten: 664.  
 Bögen: 561, 734, 771, 772, 782, 985.  
 -, geodätische: 734.  
 -, topologische Charakterisierung von:  
   561, 772, 773.



Bogenkomplexe: 675.  
 Bogenmengen: 577.  
 Borel-Cantelli-Lemma: 560.  
 Borel-Hadamardsche Ungleichung: 812.  
 Borelmengen: 160, 163, 169, 170, 260, 270, 298, 300, 304, 334, 354, 387, 427, 432, 437, 462, 464, 465, 472, 491, 493, 513, 555, 558, 568, 618, 620, 625, 627, 629, 662, 674, 718, 759, 936, 1043, 1058, 1063, 1131, Kapsel 61.  
 -, verdichtete: 624, 1058, 1059.  
 Borel-Verfahren: 45, 56, 210, 910, 1006, 1017, 1023, 1092, 1093.  
 Borelsche Abbildungen der Klasse  $\alpha$ : 618, 619.  
 Borelsche Klassen: 609, 662.  
 Borelsche Systeme: 374, 529, 613, 788.  
 Brüche,  $g$ -adische: 836.  
 Brunssche Reihe: 10, 211.  
 Cantorsche Kurve: 985.  
 Cartesische Ovale: 799.  
 Cayleysche Maßbestimmung: 6, 8, 14.  
 Cayleysche Zahlen: 679.  
 Cesàro-Matrizen: s.: Cesàro-Verfahren.  
 Cesàro-Mittel: s.: Cesàro-Verfahren.  
 Cesàro-Verfahren: 45, 56, 149, 203, 331, 341, 365, 392, 910, 930, 934, 1010, 1012, 1013, 1016, 1017, 1019-1021, 1032, 1035-1037, 1039, 1042, 1092, 1094, 1120.  
 Charaktere: 44, 52, 306, 307, 360, 429, 440-443, 500, 564, 565, 582, 583, 595, 681, 743, 984, 1051-1055, 1106, 1115.  
 -, ausgezeichnete: 441-443, 461.  
 -, eigentliche (uneigentliche): 441, 443, 564, 565, 583, 1051-1055, 1106.  
 -, wesentliche (unwesentliche): 564, 565, 583, 1051-1055, 1106.  
 Charakterensysteme: 307.  
 Charaktergruppen: 746-751, 756.  
 Charaktersummen: 460, 564, 565, 583, 1051-1055, 1106.  
 Charakteristik (einer Lipschitzalgebra): 948, 953.  
 Charakteristiken: 47, 368, 817.  
 Darstellung von Gruppen: 306, 307, 360, 750.  
 - - Liealgebren, lineare: 827.  
 Darstellungstheorie: 306, 307, 360, 750, 827.  
 Dedekindscher Diskriminantensatz: 66.  
 Deformationsretrakte: 364, 663.  
 Denjoyscher Verteilungssatz: 53, 256.  
 Derivierte: 53, 256, 457, 907.  
 Deskriptive Mengenlehre: 42, 49, 50, 53, 93, 96, 100, 101, 120, 151, 152, 158, 160, 163, 169, 170, 214, 238, 260-262, 264, 268, 270, 271, 274, 275, 278, 279, 281, 298, 300, 301, 304, 305, 313, 316, 317, 320, 334, 338, 347, 354, 359, 369, 374, 380, 382, 387, 408, 409, 425, 426, 430-433, 435-438, 453, 462, 464, 465, 468, 472, 476, 491, 493, 513, 527-530, 532, 544, 554, 555, 558, 559, 566, 568, 588, 597, 605, 607-609, 613, 614, 618-620, 624, 625, 627, 629, 630, 662, 674, 718, 722, 729, 735, 759, 788, 845, 995-1004, 1043, 1045, 1057-1059, 1060-1066, 1096, 1111, 1131, 1141, Kapsel 61, Kapsel 62.  
 Determinanten: 7, 9, 27, 37, 1170.  
 Diagramme, kommutative: 571.  
 Dichtefunktionen: 884, 885, 897.  
 Dichtigkeitbegriffe, verallgemeinerte: 999, 1000.  
 Differente: 66.  
 Differentiale, elliptische: 35.

Differentialgeometrie: 13, 19, 23, 28,  
 30, 38, 57, 60, 70, 202, 205, 209, 800,  
 801, 806, 811, 815, 817, 1076, 1083,  
 1095, 1097, 1098, 1124, 1128, 1180.  
 Differentialgleichung, Besselsche: 16,  
 24.  
 -, Clairautsche: 16, 24.  
 -, hypergeometrische: 36.  
 -, Lamésche: 355.  
 -, Legendresche: 36.  
 -, Riccatische: 16, 24.  
 Differentialgleichungen: 16, 24, 36, 47,  
 69, 1163, 1167, 1168, 1178.  
 -, algebraische: 16.  
 -, Cauchy-Riemannsche: 593.  
 - der Fuchsschen Klasse: 36.  
 -, gewöhnliche: 16, 24, 36, 39, 1147,  
 1161.  
 -, lineare: 16, 24, 36, 355, 891.  
 -, lineare partielle: 47.  
 -, partielle 24, 47, 69, 328, 817, 1147,  
 1148, 1157, 1177.  
 -, partielle 1.Ordnung: 47, 69, 1161,  
 1172.  
 -, partielle 2.Ordnung: 47, 368.  
 -, Pfaffsche: 16, 24.  
 -, quasilineare: 47.  
 Differentialgleichungssysteme: 16, 24,  
 47.  
 -, lineare: 24.  
 Differentialinvarianten: 20, 32, 1177.  
 Differentialoperatoren, lineare: 36.  
 Differentialparameter: 38, 202.  
 Differentialrechnung: 19, 23, 25, 30, 31,  
 57, 58, 70, 810, 1143, 1171, 1180.  
 Differenzenketten: 120, 221, 544, 612,  
 658, 995, 998, 1003.  
 Differenzenrechnung: 825.  
 Differenzierbarkeit des Integrals: 547.  
 -, gliedweise: 155.  
 -, komplexe: 593.  
 Dimension: s.: Dimensionstheorie.  
 - von Produkträumen: 760.  
 Dimensionssatz in euklidischen  
 Räumen: 712.  
 Dimensionsteile: 986.  
 Dimensionstheorie: 34, 49, 104, 121,  
 280, 395, 458, 541, 542, 569, 579,  
 586-588, 594, 598, 606, 635, 667,  
 721, 724, 735, 744, 760, 845,  
 985-992, 1096, 1105, Kapsel 61,  
 Kapsel 62.  
 Dimensionszahl des Raumes: 1078,  
 1080.  
 Dinische Erweiterung: 43.  
 Dirichletreihen: 44, 52, 371, 389.  
 Dirichletsche  $L$ -Reihen: 44, 459.  
 Disjunktion, schwache (starke): 607.  
 Diskontinua, dyadische: 552.  
 Diskontinuum, Cantorsches: 560, 601,  
 605, 626, 629, 643, 669, 740.  
 Dislokationseigenschaften: 986, 992.  
 Divergenzfall (beim  
 Momentenproblem): 911, 921, 924,  
 929, 931, 1040.  
 Divergenzmenge einer Funktionenfolge:  
 425.  
 Divergenzmengen: 848, 859.  
 Doppelfolgen: 455, 1029-1034, 1036,  
 1042, 1107, 1132.  
 -, total monotone: 1029.  
 Doppelintegrale: 76.  
 Dreiecksaxiom, schwaches: 654.  
 Dreikontinuensätze: 580.  
 Dualitätssätze: 639, 666, 682, Kapsel  
 61.  
 -, Alexandersche: 580, 666, 1049.  
 -, Poincarésche: 666.

Dualitätstheorie, Pontrjaginsche: 746-750.  
 Durchmesser von Mengen: 725.  
 Dynamik: 17, 1146, 1165.  
 Ecken einer konvexen Zelle: 526.  
 Eckpunkte in der Kurventheorie: 577.  
 Eigenfunktionen: 39.  
 Eigenschaften, absolute: 656.  
 -, zyklisch extensive: 736, 782.  
 -, zyklisch reduzible: 736, 782.  
 Eigenwerte: 39, 405, 474, 802.  
 Eikonale: 811.  
 Einbettung abelscher Gruppen in Ringe: 447, 459, 461, 1051, 1056, 1106.  
 - von Galoisfeldern in Ringe: 448.  
 Einbettungssätze der Dimensionstheorie: 49, 986-988.  
 - für topologische Räume: 987.  
 Einheiten: 289, 498, 500, 791.  
 - einer Lipschitzalgebra: 956.  
 Einheitensatz, Dirichletscher: 52, 65.  
 Einheitswurzeln (s.a. Kreisteilung): 716.  
 Einschaltungssätze: 552.  
 Elementarteiler: 362, 720, 830, 840.  
 Elementartransformationen: 830.  
 Elemente, bilineare: 970, 971, 974.  
 -, singuläre: 564, 583, 584.  
 Elementvereine: 47.  
 Empfinden: 1080.  
 Endlichkeit von Raum und Zeit: 1079.  
 Endomorphismen von Algebren: 969.  
 Entfernung zweier beschränkter Mengen: 668.  
 Entfernungsbegriffe: 225.  
 Entfernungsräume: 164.  
 Entwicklung nach Orthogonalfunktionen: 850, 852, 859, 861, 862, 864, 865, 879.  
 Enveloppen einer Kugelschar: 800.  
 Erdrotation: 1069.  
 Erfolgsserien: 193.  
 Erkenntnistheorie: 71, 79, 796, 994, 1067, 1068, 1076-1081, 1153.  
 erreichbare Punkte: 577, 590, 766, 771, 783.  
 Erwartungswert: 892.  
 Erweiterung Bairescher Funktionen: 293, 354.  
 - Borelscher Abbildungen: 618, 619, 627.  
 - des Stetigkeitsbegriffs: 254.  
 - offener Abbildungen: 517, 519, 520, 522-524.  
 - stetiger Abbildungen: 98, 411, 511, 578, 579, 634.  
 - stetiger Funktionen: 514.  
 - von Abbildungen: 170, 680.  
 - - Automorphismen: 790.  
 - - Charakteren: 681.  
 - - Homomorphismen: 538, 746.  
 - - Homöomorphismen: 95, 98, 619, 1135.  
 - - Maßen: 1027.  
 - - Mengenfunktionen: 234.  
 Erzeugungsprinzipien: 112.  
 Euklidischer Algorithmus: 424.  
 Eulercharakteristik: 649.  
 Euler-Verfahren: 56, 1029.  
 Eulersche Summenformel: 187.  
 Eulersche Zahlen: 877.  
 Existenzproblem für Maße: 386, 388.  
 Existenzsatz, Cauchyscher: 36.  
 Existenzsätze für Differentialgleichungen: 36, 328.  
 Exponentialformel: 1104.

Exponentialfunktion: 311, 373, 822.  
 Exponentialsummen: 837-839.  
 Exponentialtheorem: 32.  
 Fakultätenreihen: 237, 930.  
 Fakultätssitzungen: 1138.  
 $F^{\alpha+1}$ , verdichtete: 1058.  
 Fehlergesetze: 10.  
 Fehlerintegral (s.a. Normalverteilung):  
 321.  
 Fehlertheorie: 1071, 1162, 1174.  
 Fermatproblem: 52, 65, 117, 191, 192,  
 482, 832.  
 Fernwirkung: 1078.  
 Figur der Himmelskörper: 68.  
 Finanzmathematik: 2, 3, 72, 74, 1075,  
 1102, 1128.  
 Fixpunkteigenschaft: 728, 762, 782,  
 783.  
 Fixpunktsatz, Brouwerscher: 410, 726.  
 -, Schauderscher: 398.  
 Fixpunktsätze: 397, 398, 410, 726.  
 Flächen, abwickelbare: 13, 60.  
 -, isotherme: 209.  
 - konstanter Krümmung: 14, 28, 38, 60,  
 994.  
 -, pseudosphärische: 38, 806, 994.  
 - zweiter Ordnung: 4, 6, 795, 1074.  
 -, zyklische: 800.  
 Flächenkurven: 815.  
 Flächenscharen: 801.  
 Flächentheorie: 13, 28, 38, 60, 800,  
 806, 817, 1098.  
 Folgen, B-: 1029, 1033.  
 -, C-: 140, 142, 1007-1009, 1011, 1016,  
 1029, 1042, 1092.  
 -, dyadische: 552, 560, 758.  
 -, gestrahlte: 350.  
 - meßbarer Mengen: 856.  
 - natürlicher Zahlen: 551.  
 -,  $\Omega$ -: 715.  
 -, totalmonotone: 45, 142, 323, 455,  
 909, 913, 921, 922, 924, 926, 928,  
 929, 932, 933, 1040, 1091, 1092,  
 1120.  
 -, unbedingt totalmonotone: 913, 915,  
 921.  
 Folgenräume: 39, 50, 212, 253, 382,  
 399, 400, 413, 418, 420, 422, 469,  
 481, 486, 487, 504, 505, 579, 696,  
 697, 699.  
 Formalismus: 1067.  
 Formen, Hermitesche: 802, 803, 823.  
 -, quadratische: 21, 26, 27, 46, 61, 188,  
 189, 484, 494, 495, 855, 909, 938,  
 940, 943, 1095, 1127, 1128.  
 Fortsetzung, analytische: 33, 381, 473.  
 Fourierkoeffizienten: 276, 277, 510, 846,  
 879.  
 Fourierreihen: 25, 62, 63, 85, 119, 203,  
 204, 331, 476, 841, 843, 846-848,  
 857, 860, 880-882, 886.  
 Fouriertransformation: 62, 63.  
 Fréchet-Räume: 146.  
 Fredholmsche Theorie: 39.  
 Frobeniussche Kovarianten: 719.  
 Fundamentalfolgen (in der  
 algebraischen Topologie): 571, 639.  
 Fundamentalgruppe: 390, 391.  
 Fundamentalsatz der Algebra: 9, 22,  
 33, 40.  
 Fundamentalschichten: 661.  
 Funktionalanalysis: 39, 45, 50, 56, 62,  
 63, 82, 84, 85, 92, 132, 142, 146,  
 150, 152, 212, 213, 219, 253, 255,  
 258, 276, 277, 299, 348, 349, 351,  
 352, 363, 380, 382, 383, 385, 396,  
 398-400, 403-406, 410, 412-423,  
 469-471, 474, 476, 481, 486, 487,

- 489, 492, 501, 502, 504, 505, 508,  
510-512, 514, 526, 538, 588, 690-699,  
730-733, 802, 803, 823, 826, 841-844,  
846, 847, 850-855, 859-865, 867-873,  
875, 877-887, 889, 890, 893, 895,  
897-906, 908-922, 924-929, 931-933,  
935, 937, 938, 940, 1005-1013, 1016,  
1017, 1019-1021, 1023-1026,  
1029-1040, 1042, 1088, 1092, 1108,  
1109, 1113, 1120, 1134.
- Funktionale, lineare: 239, 240, 255, 348,  
385, 403, 423, 470, 492, 695, 730.
- , lineare absolut additive: 233, 235.
- Funktionalgleichungen: 252, 475, 1013.
- Funktion, Riemannsche: 809.
- Funktionen, algebraische: 816, 818,  
1088.
- ,  $\alpha$ -: 409, 514, 555, 573.
- ,  $\alpha_0$ -: 514.
- auf Gruppen: 789.
- , Bairesche: 170, 293, 300, 304, 305,  
320, 338, 354, 491, 532, 573, 626,  
936.
- , beschränkte: 807.
- beschränkter Schwankung: 905, 907.
- ,  $\beta$ -: 408, 409, 513, 573, 730.
- ,  $C$ -: 140.
- , charakteristische: 644, 873, 1047.
- ,  $\delta_s$ -: 96, 260, 316, 430-433, 435, 530.
- der Klasse  $(P, Q)$ : 232, 553.
- , differenzierbare nirgends monotone:  
251.
- , einseitig fastperiodische: 789.
- , elementarsymmetrische: 339, 810.
- , elliptische: 35, 198, 353, 355, 1155.
- , fastperiodische: 789.
- , ganze: 798, 812, 820, 1014, 1015.
- , halbschlichte: 304.
- , halbstetige: 139, 267, 318, 497.
- , harmonische: 477.
- , integrable: 319, 349.
- , konvexe: 133, 807.
- , meromorphe: 33, 35.
- , meßbare (s.a. Maßtheorie): 349, 496,  
513, 936.
- mit vorgeschriebenem  
Regularitätsgebiet: 259.
- , monotone: 807, 907.
- , - mit Ableitung 0 auf einer dichten  
Menge: 367.
- , nach oben (unten) finite: 478.
- , nicht meßbare: 1047.
- , nirgends differenzierbare stetige: 118,  
457.
- , quadratisch integrable: 276, 277.
- , quasiintegrable: 241.
- , quasistetige: 257.
- , rationale: 821.
- , reelle: 42, 53, 87, 118, 131, 139, 144,  
145, 150, 152, 155, 167, 170, 232,  
236, 242, 244-246, 249-252, 254, 256,  
257, 261, 266, 278, 293, 304, 305,  
309, 315, 320, 324, 338, 343, 347,  
349, 367, 377, 378, 380, 384, 408,  
409, 425, 439, 457, 476, 478, 496,  
497, 513, 514, 532, 546, 553, 554,  
573, 588, 600-602, 604, 621, 622,  
626, 691, 714, 729, 735, 739, 761,  
775, 805, 807, 809, 847, 848, 850,  
852-854, 857-866, 905, 907, 936,  
1046, 1047, 1057, 1110, 1117, Kapsel  
62.
- , reguläre: 135, 259, 473, 797, 1088.
- , reguläre mehrerer Variabler: 200.
- , reguläre schlichte: 894.
- , reine  $C$ -: 1011.
- ,  $\sigma\delta$ -: 260.
- , stetige: 42, 249, 254, 384, 805, 807,  
857, 1044, 1086.

- , stetige mod 1: 739.
- , subharmonische: 477.
- , superharmonische: 477.
- , Suslinsche: 532.
- , Suslinsche  $\delta_s$ -: 436.
- , symmetrisch stetige: 600-602, 1046, 1047, 1110.
- , symmetrische: 9, 40.
- , totalmonotone: 893, 913-915, 918-922, 924-926, 932, 933, 1005, 1034.
- , totalstetige: 905.
- , unterhalbstetige: 245, 267, 1041.
- von beschränkter Schwankung: 145.
- von Zufallsvariablen: 892.
- Funktionenklassen: 244, 324, 425.
- Funktionenräume: 39, 50, 510, 511, 851, 886.
- Funktionenreihen, alternierende: 841.
- Funktionensysteme: 242, 245.
- , biorthogonale: 842.
- , orthogonale: 39, 826, 850.
- , vollständige: 553, 554.
- Funktionentheorie: 33, 35, 121, 135, 137, 138, 147, 159, 175, 198, 200, 259, 322, 327, 342, 353, 355, 361, 380, 416, 456, 467, 473, 477, 481, 485, 503, 506, 593, 735, 792, 797, 798, 804, 812, 816, 818, 820, 821, 824, 828, 829, 845, 847, 881, 882, 888, 894, 1006, 1012, 1014-1017, 1022, 1023, 1026, 1035, 1038, 1039, 1088, 1092-1094, 1125, 1134, 1139, 1155.
- Galoisfelder: 51, 66, 429, 448, 564, 582-584, 595, 779, 780, 1051, 1106.
- Galoistheorie: 22, 41, 48, 479, 738, 993.
- Gammafunktion: 5, 25, 31, 59, 76, 1014, 1015.
- ganzzahlige Lösung linearer Gleichungssysteme, näherungsweise: 840.
- Gaußsche Summen: 429, 440, 483, 500.
- Gegenstufenfunktion: 529.
- Geodäsie: 1157.
- Geographie, mathematische: 1157, 1176.
- Geometrie: 1, 4, 6, 8, 13, 14, 18, 20, 28, 32, 37, 38, 60, 71, 75, 79, 83, 88, 133, 134, 188, 202, 205, 209, 739, 779, 780, 795, 799-801, 806, 811, 813, 815, 817, 819, 994, 1028, 1067, 1072, 1074, 1076-1079, 1082, 1083, 1095, 1097, 1098, 1114, 1124, 1149, 1153, 1166-1168, 1179, 1180-1182.
- , algebraische: 819, 1072.
- , analytische: 1, 4, 18, 37, 75, 795, 799, 813, 1074, 1149, 1179.
- , elliptische: 8, 14, 38, 994.
- , euklidische (s.a. Räume, euklidische): 8, 14, 71, 79, 83, 133, 134, 725, 994.
- , hyperbolische: 8, 14, 38, 88, 994.
- , nichteuklidische: 8, 14, 15, 28, 38, 71, 79, 88, 994, 1067, 1076-1078.
- , projektive: 4, 6, 14, 37, 75, 188, 739, 1076, 1114, 1180-1182.
- , sphärische: 14, 994.
- Geometrien,  $n$ -stufige projektive: 777.
- Geometrische Funktionentheorie: 147.
- Geraden in  $F$ -Räumen: 731.
- Geradentransformationen: 811.
- Geschlechter dichter Typen: 173.
- in quadratischen Zahlkörpern: 52, 61.
- geschlossene volle Systeme offener Mengen: 265.
- Gesetze der großen Zahl: 10, 64, 833, 834, 874, 939.
- Gesimsflächen: 205.
- Gewicht eines topologischen Raumes: 711.

Gitter: 189, 785, 837-840.  
 Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten: 68, 1175.  
 Gleichheit bis auf Mengen erster Kategorie: 735.  
 Gleichung, charakteristische: 942.  
 - 5.Grades: 993.  
 -, Pellische: 21, 326, 791, 1127.  
 Gleichungen, Abelsche: 41, 48, 302.  
 -, algebraisch auflösbare: 40, 41, 48, 479, 993.  
 -, algebraische: 9, 22, 40, 41, 48, 479, 738, 993, 1086, 1171.  
 -, Diophantische: 190, 819, 832.  
 -, reine: 738.  
 -, zyklische: 22, 41, 48.  
 Gleichungssysteme, lineare: 9, 27, 37, 840.  
 Gleichverteilung mod 1: 837-839.  
 Grabrede: 1140.  
 Graduierung: 90, 111.  
 Gram-Charlier-Reihe (s.a. Brunssche Reihe): 211.  
 Graßmannalgebren: 7, 15.  
 Grenzwertsatz, zentraler: 10, 64, 877, 937.  
 Größensysteme, nichtarchimedische: 129.  
 Grundlagen der Geometrie: 1076.  
 Grundlegung der Mathematik: 1067, 1068, Kapsel 61.  
 Grundmengen, symmetrische: 221.  
 Gruppe, affine: 1082.  
 - der Nichtnullteiler: 443, 444, 446.  
 - der reellen Zahlen mod 1: 756.  
 -, projektive: 1082.  
 Gruppen, Abelsche: 55, 282, 362, 402, 447, 459, 538, 539, 571, 663, 681, 790, 1050, 1115.  
 -, diskrete Abelsche: 746-751, 1050.  
 -, duale: 746-749.  
 -, endliche: 716.  
 -, kompakte Abelsche: 746, 747, 749, 751, 1050, 1115.  
 -, lineare: 479.  
 -, lokalkompakte Abelsche: 603, 748.  
 -, reguläre: 1051, 1056.  
 -, topologische: 538, 588, 665, 681, 688, 746-751, 753, 1048, 1050, 1115, 1118.  
 -, primäre: 790.  
 -, reduzierte: 790.  
 Gruppenpaare, duale: 746-750, 1050.  
 -, primitive: 666.  
 Gruppentheorie: 20, 32, 360, 362, 471, 480, 716, 790, 792, 1082, 1166.  
 Gruppoid, Brandtsches: 466.  
 Gutachten: 1100, 1107.  
 Haarsches Maß: 603.  
 Halbbasen: 604.  
 Halbnormen: 695.  
 Hamel-Basen: 170.  
 Hamilton-Jacobi-Gleichung: 24.  
 Hamilton-Prinzip: 17.  
 Hardy-Verfahren: 1010.  
 Häufigkeit von Ziffern: 835, 836.  
 - von Ziffernkomplexen: 836.  
 Häufungskontinua: 357, 545, 637, 660, 661.  
 Häufungspunkte: 641, 758.  
 -,  $S$ -: 641.  
 -, vollständige: 705, 758.  
 Hauptmengen: 789.  
 Hausdorff-Dimension: 53, 91.  
 Hausdorffscher Maximalmengensatz: 90.  
 Hausdorff-Räume: 543, 576, 623, 635, 656, 657, 697, 703, 724, 750, 758.

-, kompakte: 750, 758.  
 Hausdorff-Verfahren: 1006.  
 Hellyscher Auswahlssatz: 875, 878, 914, 940, 1030.  
 Hessensbergsche Produkte: 127, 130.  
 Hessensbergsche Summen: 120, 127.  
 Hilbertquader: 762, 783.  
 Hilberträume: 50, 415, 418, 469, 481, 487, 579, 634.  
 Himmelsmechanik: 68, 1073, 1154, 1169.  
 Hölder-Matrizen: s.: Hölder-Verfahren.  
 Hölder-Mittel: s.: Hölder-Verfahren.  
 Hölder-Verfahren: 45, 56, 149, 910, 1008, 1016, 1019, 1031, 1033, 1034, 1036, 1042, 1092.  
 Höldersche Ungleichung: 201.  
 Homologie: s.: Homologiegruppen.  
 -, Čechsche: 461, 463, 742, 750.  
 -,  $\epsilon$ -: 295.  
 -, nach einem Teilkomplex: 450.  
 Homologiegruppen: 55, 287, 295, 314, 401, 402, 449, 450, 451, 539, 570, 571, 664, 742-745, 1049, 1084, 1087.  
 - abzählbarer Komplexe: 742.  
 -, lokale: 449.  
 - mit allgemeiner Koeffizientengruppe: 750.  
 - mod  $m$ : 401, 402, Kapsel 62.  
 -, singuläre: 745.  
 -, Vietorische: 742.  
 Homologieklassen: 787.  
 Homomorphismen: 443, 444, 446, 571.  
 -, stetige: 538.  
 Homomorphismengruppen: 1050.  
 Homomorphismensysteme, direkte (inverse): 750.  
 Homöomorphismen: 42, 95, 154, 164, 539, 652, 669, 708, 991.  
 Homöomorphie von Komplexen: 290.  
 Homöomorphismen, lineare: 698.  
 Homotopie: 556, 578, 580, 581, 586, 594, 663, 669, 679, 680, 688, 782, 783, 1084.  
 -, grobe: 669, 680.  
 Hüllen, konvexe: 725.  
 Hüllenoperation: 617, 641, 684, 701.  
 Hydrodynamik: 68, 1070.  
 Hydrostatik: 1070.  
 hyper-Borelsche Mengen: 262, 613.  
 hyper-Suslinsche Mengen: 262.  
 Hypothese, statistische: 5.  
 Ideale: 51, 65, 454, 500, 644.  
 - in Boolschen Ringen: 777.  
 Idealklassen: 484.  
 Ikosaedertheorie: 993.  
 Indexformel: 985.  
 Indexgruppen: 1104.  
 Indices: 674, 718.  
 Indien: 1153.  
 Inertialsysteme: 796.  
 Infinitärkalkül: 175, 178.  
 Inhalt (s.a. Maßtheorie): 34, 43, 222.  
 Integral (s.a. Integrationstheorie): 19, 23, 25, 31, 43, 58, 496.  
 -, Denjoysches: 43.  
 -, Duhamel-Serretsches: 43, 58.  
 -, Lebesguesches: 43, 53, 318, 496, 497.  
 -, Lebesguesches in der Ebene: 547.  
 -, Lebesgue-Stieltjessches: 53.  
 -, Perronsches: 43, 53, 325.  
 -, Perron-Stieltjessches: 936.  
 -, Riemannsches: 19, 23, 25, 31, 43, 58, 76, 248, 496.  
 -, Riemann-Darbouxches: 497.  
 -, Riemann-Stieltjessches: 199.  
 -, Stieltjessches: 348, 907, 1041.



- , verallgemeinertes Stieltjessches: 898, 899.
- , zweidimensionales Stieltjessches: 1030, 1031.
- Integrale, algebraische: 824.
- , elliptische: 35.
- , uneigentliche: 25, 31, 59, 76, 490, 781, 1015.
- Integralformel, Cauchysche: 33, 1125.
- Integralgleichungen: 39, 62, 213, 417.
- Integralkonstruktionen: 239, 240, 496.
- Integraloperatoren: 502, 538, 1024.
- Integralrechnung: 19, 23, 25, 31, 58, 59, 70, 76, 781, 1174, 1178, 1180.
- Integralsatz, Cauchyscher: 33.
- Integration auf kompakten Gruppen: 538.
- Integrationsmethoden: 16, 24, 1125.
- Integrationstheorie: 43, 53, 199, 233, 235, 239-241, 248, 318, 319, 325, 348, 349, 372, 377, 476, 490, 496, 497, 547, 695, 713, 735, 898, 899, 907, 936, 1030, 1041, 1129, 1134.
- Interpolation: 258, 299, 423, 828, 911, 923, 933, 935, 1030, 1035, 1036, 1040, 1120.
- regulärer Funktionen: 804.
- , trigonometrische: 63, 842, 843, 901.
- Interpolationsformel, Hermitesche: 828, 933.
- Interpolationspolynome, Jacksonsche: 843.
- Invarianten: 20, 195, 360, 1028.
- Abelscher Gruppen: 282.
- kleiner Abbildungen: 728.
- Inversion: 209.
- Irrationalzahlen, quadratische: 494, 495.
- Isomorphismen von Algebren: 952, 955-957, 961.
- Janiszewski-Eigenschaft: 736.
- Jordanbögen: 215, 217, 218, 1088, 1090.
- Jordan-Inhalt: 43.
- Jordankurven, geschlossene: 228, 229, 580, 685, 1085.
- Judenverfolgung: 63:05-63:15.
- Kantenwege: 390, 391.
- Kapitalversicherung: 73.
- Kardinalzahlen (s.a. Mächtigkeiten, Alephs): 12, 29, 34, 42.
- , meßbare: 531.
- , unerreichbare: 729.
- , zweiwertig meßbare: 531.
- Kartenprojektionen: 11, 67.
- Kartographie: 11, 67.
- Kegelprojektionen: 67.
- Kegelschnitte: s.: Kurven 2.Ordnung.
- Keplerbewegung: 24.
- Kernbildung: 684.
- Kern eines Ringes: 564, 583.
- Ketten: 292, 569.
- von Komponenten: 580.
- Kettenbrüche: 21, 61, 494, 495, 835, 872.
- Klammerausdrücke: 1104.
- Klassen,  $F$ -: 453.
- ,  $G$ -: 453.
- Klassenkörper: 302, 792.
- Klassenlotterie: 3.
- Klassenzahlbestimmung: 52, 61, 494.
- Klassifikation hyperkomplexer Systeme: 15, 981-984.
- Koeffizientenabschätzungen: 342.
- Koeffizientensatz, Löwnerscher: 147.
- Kohäsionsschichten: 357.
- Kollektivmaßlehre: 1075.
- Kollineationen: 6, 801.
- Kombinatorik: 778, 845.

Kometen: 1173.  
 Kommutatoren: 803.  
 Kompaktheitsbegriffe (s.a. Mengen, Räume, kompakte): 703-705, 741.  
 -, allgemeinste: 704, 705, 741.  
 Komplexe, abstrakte: 285, 292, 401, 402, 649, 750, 793.  
 -, derivierte: 286, 290, 291, 346, 742, 744.  
 -, simpliziale: 539, 570, 793, 986, 991.  
 Komplexmengen: 128-130.  
 Konfigurationen: 1114.  
 Kongruenz von Matrizen: 830.  
 Kongruenzen: 21, 26.  
 -, binomische: 26.  
 Kongruenzgruppe mod  $p$ : 479.  
 Konstituenten: 335, 649, 669.  
 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal: 40.  
 Kontinua: 122, 157, 344, 345, 357, 488, 561, 562, 661, 723, 762, 763, 769, 770, 985, 1085, 1087, 1112.  
 -, absolut unzerlegbare: 646.  
 -, bikohärente: 661.  
 -, bogenverknüpfte: 556.  
 -, Brouwersche: 635.  
 -, irreduzible: 216-218, 267, 356, 357, 985.  
 -, kompakte: 215, 216, 267, 533, 534, 545, 567, 577, 598, 651, 660, 685, 687, 736, 768, 985, 1087.  
 -,  $L$ -: 646.  
 -, multikohärente: 661, 673, 728.  
 -,  $n$ -fach zusammenhängende: 675.  
 -, Peanosche: 555, 556, 577, 578, 599, 634, 638, 653, 659, 660, 663, 687, 689, 728, 736, 762-767, 769-771, 782, 783, 985, 1085.  
 -, reguläre: 357, 648, 649.  
 -, total Peanosche: 599, 635, 659, 660, 764, 985.  
 -, unikohärente (s.a. Räume, unikohärente): 555, 689, 728, 736.  
 -, unzerlegbare: 170, 329, 649, 660, 661.  
 -,  $X$ -: 648.  
 -, zwischen zwei Punkten irreduzible: 533, 534, 561-563, 567, 637, 648-651, 661, 685, 985.  
 -, zyklische: 985.  
 Kontinuensummen: 655, 985.  
 Kontinuumhypothese: 12, 29, 116, 176, 177, 281, 513, 621, 622, 677, 714, 729, 740, 761, 1044, 1045, 1047, 1117.  
 -, äquivalente Sätze zur: 729, 761.  
 -, verallgemeinerte: 434, 611, 729.  
 Kontinuumproblem: 12, 29, 116, 177, 705, 729.  
 Konvergenz, absolute: 858.  
 - dem Maß nach: 512.  
 - f.ü.: 378, 512, 844, 861, 862, 864, 865.  
 -, gleichmäßige: 798.  
 -, schwache: 219, 406, 421, 732, 733.  
 -, starke: 219, 406.  
 -, triviale: 553.  
 -, uniforme: 409.  
 - von Mengenfolgen: 1063-1065, 1111.  
 - von Verteilungen: 937.  
 Konvergenzfall (beim Momentenproblem): 914-916, 918-922, 925, 926, 1005, 1038.  
 Konvergenzkontinua: 687, 764, 985.  
 Konvergenzmengen: 167, 249, 377, 378, 852, 859-862, 864, 865.  
 Konvergenzsatz von Szász: 870.  
 Konvergenzsätze: 337, 372, 377, 512.  
 Konvergenzsysteme: 700.  
 Köpcke-Funktionen: 251, 256.

Körper, konvexe: 83, 134.  
 - mit Klassenzahl 1: 424.  
 -, starre: 17, 35, 68, 1079.  
 Körpererweiterungen: 500.  
 Korrelationskoeffizienten: 939.  
 Kovarianten: 195.  
 -, Frobeniussche: 592.  
 Kreise, topologische: 375, 555, 580,  
 638, 660, 687, 728, 754, 764, 765,  
 767, 769-771, 784, 985.  
 Kreisflächen, topologische: 764.  
 Kreisel: 35, 68, 1069.  
 Kreiselgleichungen: 35, 68.  
 Kreigeometrie: 8.  
 Kreistangenten: 739.  
 Kreisteilungsgleichungen: 22, 26, 40,  
 41, 48, 51, 993.  
 Kreisteilungskörper: 51, 52, 65, 66,  
 302, 440, 482, 483, 499.  
 Kreiverwandtschaften: 8.  
 Krümmung: 13, 1124.  
 Kugel-Durchschnittssatz: 690.  
 Kugelfunktionen: 68.  
 Kugelparadoxon: 386, 1028.  
 Kugelprojektionen: 11, 67.  
 Kugelscharen: 801.  
 Kummersche Körper: 66, 498-500.  
 Kunst: 1080.  
 Kuratowski-Räume: 536, 543.  
 Kuratowskische Bedingung: 725.  
 Kuratowskische Schichten: 267, 356,  
 357, 375, 533, 534, 555, 562, 567,  
 648, 650, 651, 1112.  
 Kuratowskisches Problem: 774.  
 Kurse von Anleihen: 3.  
 Kurven, ebene: 13, 18, 23, 28, 30, 37,  
 57, 60, 1072, 1153.  
 -, ebene algebraische: 1072.  
 -, einfache geschlossene: 577.  
 -, elliptische: 35.  
 -, geschlossene: 649, 661.  
 -, Peanosche: 626.  
 -, rationale: 985.  
 -, reguläre: 638, 764, 985.  
 -,  $\Theta$ -: 764.  
 -, 4.Ordnung: 799.  
 -, 2.Ordnung: 1, 6, 18, 37.  
 Kurvenbegriff, topologischer: 985.  
 Kurvenbögen, einfache: 685.  
 Kurvenintegrale: 31.  
 Kurvennetze auf einer Fläche,  
 orthogonale: 815.  
 Kurvensummen: 985.  
 Kurventheorie, topologische: 329, 575,  
 577, 578, 580, 585, 586, 588-591,  
 635, 637, 638, 646, 649, 653, 660,  
 661, 675, 685, 687, 734, 736, 754,  
 763-765, 767, 769, 770-773, 782-784,  
 985, Kapsel 61.  
 Lagrange-Gleichungen: 17.  
 Lagrangesche Gleichungstheorie: 48.  
 - Resolventen: 429, 440, 483.  
 Lambertsche Reihen: 137, 138.  
 Laplace-Gleichung: 355.  
 Laplacesche Kaskadenmethode: 47.  
 Laurentreihen: 33.  
 Lebesguesche Mengen: 42, 170.  
 - Zahl: 366.  
 Legendre-Transformation: 47.  
 Lie-Algebren: 20, 32, 827, 1104, 1166.  
 Lie-Gruppen: 20, 32, 827, 1082, 1104,  
 1157, 1166.  
 Liesche Fundamentalsätze: 32, 1166.  
 Limes, direkter: 1048.  
 -, inverser: 750, 1048.  
 -, transfiniten: 692.

Limesgruppen: 688.  
 Limesräume: 269, 535-537, 555, 557,  
 604, 628, 640, 641, 654, 665, 671,  
 678, 681, 684, 697, 700, 741, 746,  
 1050.  
 -, topologische: 535, 537.  
 Limitierungstheorie: 45, 56, 82, 91, 119,  
 132, 140-143, 148, 149, 203, 204,  
 206-208, 210, 237, 255, 303, 308,  
 322, 323, 330, 331, 341, 350, 365,  
 380, 389, 455, 490, 695, 696, 897,  
 901, 909-922, 924-934, 1005-1013,  
 1016, 1017, 1019-1021, 1023-1026,  
 1029-1040, 1042, 1091-1095, 1107,  
 1120, 1130, 1132, 1134.  
 Limitierungsverfahren: s.:  
 Limitierungstheorie.  
 Linearformen: 699.  
 Liniengeometrie: 8.  
 Linienflächen: 1124.  
 Liniestücke: 215, 217, 218.  
 Lipschitzalgebren: 46, 679, 943-946,  
 948-951, 953-956, 958-964, 966-980,  
 982, 983.  
 -  $L_7$ : 971, 973, 975-977, 979, 980, 982,  
 983.  
 Literatur, deutsche: 1181.  
 Logik: 644, 739, 777, 1068.  
 Lorentz-Transformation: 796.  
 Lotto: 3.  
 Lücken: 563.  
 Lusinsche Entwicklungen: 544.  
 Lusinsches Siebverfahren: 555.  
 Lyrik: 1142, 1153.  
 Mächtigkeiten, reguläre: 704, 705.  
 Mächtigkeitsaussagen: 94, 115, 262,  
 598, 611, 616, 631-633, 676, 677,  
 695, 770, 848.  
 Majorantenmethode: 328.  
 Mannigfaltigkeiten,  $n$ -dimensionale:  
 1078.  
 Markoffsche Formel: 868, 870.  
 Markoffsche Ungleichung: 874.  
 Maß: s.: Maßtheorie.  
 -, Lebesguesches: 43, 53, 497.  
 -, Lebesgue-Stieltjessches: 53.  
 - von Konvergenzmengen: 852.  
 Maße auf dem dyadischen Baireschen  
 Raum: 552, 560.  
 - auf der Kreisperipherie: 849.  
 Maßraum einer Verteilung: 936.  
 Maßtheorie: 34, 43, 53, 64, 91, 123,  
 124, 170, 222, 233-235, 239-241, 325,  
 349, 369, 376, 386, 388, 439, 457,  
 462, 471, 475, 476, 496, 497, 512,  
 513, 531, 552, 558, 560, 587, 588,  
 603, 616, 645, 647, 695, 729, 751,  
 758, 833-836, 845, 849, 856, 859-862,  
 936, 940, 1027, 1028, 1043, 1047,  
 1129, 1134, Kapsel 61, Kapsel 62.  
 Materie: 1068.  
 Mathematik, autonome (heteronome):  
 1067.  
 Matrixfunktionen: 373, 592.  
 Matrizen,  $C$ -: 143, 911, 929, 932, 933,  
 1038, 1092, 1120.  
 -, ganzzahlige: 840.  
 -, gestrahlte: 45, 330.  
 -, halbfinite: 481.  
 -, Hermitesche: 92, 474, 481, 487.  
 -, mit einer Matrix vertauschbare: 912.  
 -, quadratische: 592, 719, 720.  
 -, reguläre über Galoisfeldern: 779.  
 -, vom Cesàro-Typus: 1037-1039.  
 -, zeilenfinite: 481, 912.  
 Matrizenalgebren: 15, 46, 333, 373,  
 719, 720, 830, 942, 946, 947, 949,  
 950, 952, 955-957, 960, 961, 963,  
 969, 1122.

- Matrizenbüschel: 830.  
 Matrizenpolynome: 720.  
 Matrizenräume: 400.  
 Maximalraum: 543, 641, 684, 751, 1048.  
 Maximum-Likelihood-Methode: 1071.  
 Mechanik: 17, 24, 35, 68, 796, 1069, 1070, 1146, 1156, 1159, 1163, 1165, 1169, Kapsel 61.  
 -, analytische: 17, 1156, 1159, 1163, 1165.  
 Mehrfachintegrale: 31.  
 Mengen  $A$ : 577.  
 -, abgeschlossene: 230.  
 -,  $\alpha$ -: 409, 453.  
 -, analytische: s.: Suslinmengen.  
 -,  $B$ -: 408.  
 -,  $\beta$ -: 408, 409, 452, 462, 513, 559, 568.  
 -, bogenverknüpfte: 669, 783.  
 - der Eigenschaft  $D$ : 394.  
 -, dichte: 999.  
 -, diskontinuierliche: 687.  
 -, dyadische: 49.  
 - erster Kategorie: 236, 408, 409, 513, 558, 600-602, 694, 1043.  
 -, fadenförmige: 773.  
 -, fast disjunkte: 611.  
 -, fast disjunkte lineare: 616.  
 -  $G_\delta$  in vollständigen metrischen Räumen: 619.  
 -  $G_{\delta s}$ : 281.  
 -  $G_{\delta\sigma}$ : 1066.  
 -, geordnete (s.a. Ordnungstypen): 81, 89, 110, 130.  
 -  $G_{II}$ : 548.  
 -  $H$ : 577.  
 -, halbgeordnete: 90, 111, 114, 116, 156, 171, 178, 182.  
 -, höchstens  $n$ -dimensionale: 541, 667, 721, 724, 728, 986, 992.  
 -, - nulldimensionale: 985.  
 -, irreduzible: 156.  
 -, kanonische: 168.  
 -, kompakte: 296, 356, 366, 397, 744, 765, 783, 793, 986, 989, 1044.  
 -, konvexe: 92, 133, 397, 802.  
 -,  $\lambda$ -: 790.  
 -, lineare: 347.  
 -, lokal zusammenziehbare: 783.  
 -, meßbare (s.a. Maßtheorie): 513, 936, 1027.  
 - mit kompaktem Rand: 428.  
 -,  $n$ -dimensionale (s.a. Dimensionstheorie): 667.  
 -, nichtmeßbare: 170, 1047.  
 -, nulldimensionale: 49, 542, 606, 667, 721, 986, 992.  
 -, offene der Dimension  $n$ : 579.  
 -, offene und zugleich abgeschlossene: 774.  
 -, projektive: 96, 270, 274, 275, 279, 605, 608, 613, 643, 721.  
 -, quasioffene: 672.  
 -, reduzible: 120, 658, 995-998, 1001, 1002.  
 -, regulär abgeschlossene: 567, 692, 694.  
 -, regulär offene: 713.  
 -, reguläre: 453.  
 -, relativ perfekte: 261.  
 -, schwach  $n$ -dimensionale: 458, 986.  
 -, separierte: 220, 394, 462, 658, 1110.  
 -, spaltbare: 464.  
 -,  $\Theta$ -: 715.  
 -, total abgeschlossene: 692.  
 -, total zusammenhanglose: 358, 740.  
 -, transfinit abgeschlossene: 692, 693.

- , universale abgeschlossene: 263.
- , verallgemeinerte reduzible: 995, 997, 998, 1001, 1002.
- , verkettete: 1126.
- , wohlgeordnete: s.: Ordnungszahlen.
- , Y-: 151, 317.
- , Youngsche: 151, 246.
- , zerstreute: 153.
- , zusammenziehbare: 783.
- zweiter Kategorie: 513, 616, 1043.
- - - in sich: 735.
- Mengenalgebra: 211, 544, 612, 630-633, 644, 658, 713, 777, 789, 1063-1065, 1111.
- Mengenfolgen: 1089.
- , ähnliche: 579.
- Mengenfunktionen, additive: 234.
- , analytische: 431.
- , positiv analytische: 438.
- Mengenketten, dyadische: 528.
- Mengenkörper (s.a. Mengenalgebra): 1063, 1064, 1111.
- Mengenlehre (ohne deskriptive M.): 12, 29, 34, 42, 71, 81, 89, 90, 94, 99-104, 110-116, 120, 127-130, 145, 156, 168, 171-184, 221, 252, 430, 431, 434-436, 513, 521, 525, 530, 531, 533, 534, 551, 552, 588, 589, 607-609, 611, 612, 616, 621, 622, 629, 631-633, 645, 647, 674, 677, 695, 702, 704, 705, 713-715, 729, 739, 740, 761, 1044, 1045, 1047, 1063-1065, 1068, 1078, 1097, 1111, 1117, 1126, 1128, 1137, 1141, Kapsel 61.
- Mengenringe (s.a. Mengenalgebra): 631-633, 1065.
- Mengensysteme, ähnliche: 618.
- , teilweise wohlgeordnete: 265.
- Mengenerlegungen: 158, 789.
- Mercatorprojektion: 67.
- Meromorphie zwischen Komplexen: 284.
- Meromorphiekreis: 797.
- Meßbarkeitsproblem der Alephs: 531.
- Methode der kleinsten Quadrate: 10, 64, 1071, 1121, 1162, 1174.
- von A.Mayer: 47.
- von Jacobi: 47.
- von Lagrange-Charpit: 47.
- Metrisierbarkeit topologischer Räume (s.a. Metrisierung): 654, Kapsel 61, Kapsel 62.
- Metrisierung: 123, 165, 215, 253, 272, 382, 543, 55-557, 569, 596, 619, 635, 636, 654, 656, 665, 668, 669, 671.
- linearer Räume: 731.
- Michelson-Versuch: 796.
- Militärgeschichte: 63:03.
- Minimalflächen: 13, 28, 38.
- Minimalideal: 595.
- Minimalraum: 543, 549, 550, 574, 635, 636, 641, 684, 1048.
- Minkowskische Ungleichung: 201.
- Mittag-Lefflerscher Stern: 322, 829.
- Mittelwertsatz (für fastperiod.Funktionen): 789.
- Möbiusband: 294.
- Möbiusformalismus: 1116.
- Modifikation simplizialer Abbildungen: 794.
- Moduln: 51, 645, 647, 743, 790.
- , duale: 743.
- Momente (s.a. Momentenproblem): 874, 876.
- Momentfolgen: s.: Momentenproblem.
- , allgemeine: 912-916, 918-922, 924-926, 929, 931-933.
- Momentenmethode: 937.
- Momentenproblem: 45, 56, 64, 82, 84,

85, 142, 258, 308, 455, 867-873, 875,  
 877, 878, 881, 883-885, 887, 889,  
 893, 897-906, 908, 909, 913-922,  
 924-929, 931-933, 935, 937, 938, 940,  
 1005, 1007, 1011, 1016, 1031, 1034,  
 1036, 1088, 1092, 1120, 1128, 1135.  
 - für  $[a, b]$ : 870, 881, 883, 884, 897-900,  
 902-904.  
 - für bedingt konvergente Integrale:  
 906.  
 - für periodische Funktionen: 902.  
 -, Hamburgersches: 867-870, 872, 873,  
 875, 877, 878.  
 -, Stieltjessesches: 869-871, 873, 881, 884.  
 -, trigonometrisches: 880, 882-885, 887,  
 889, 900, 901, 935.  
 Momentenprobleme, unbestimmte: 870.  
 Momentmatrizen: 330.  
 Mondbewegung: 1073.  
 Mondstörungen durch die Sonne: 1073.  
 Monge-Ampere-Gleichung: 47.  
 Monodromieaxiom: 1076.  
 monotone Systeme abgeschlossener  
 Mengen: 642.  
 - -, rechtsstetige: 642.  
 Multiplikatoren von Doppelfolgen:  
 1032.  
 Nablafunktion: 943, 946, 950, 951, 953,  
 963.  
 Näherungsverfahren: 40.  
 natürliche Grenzen: 135.  
 natürliche Zerlegung von Mengen: 226.  
 $n$ -Bein-Satz: 985.  
 $n$ -Bogen-Satz: 985.  
 Nebencharaktere: 565.  
 Nerv einer Bedeckung: 675, 793.  
 - - Raumzerlegung: 539, 569.  
 Netze: 518.  
 Netzraum eines metrischen Raumes:  
 517, 518.  
 Nichtnullteiler: 445, 1051, 1056.  
 $n$ -Körperproblem: 24.  
 normale Auflösbarkeit: 404, 406, 417,  
 470, 492, 649.  
 Normalbereiche: 667, 986, 992.  
 Normalgleichungen: 738.  
 Normalkongruenzen: 811.  
 Normaltypen: 94.  
 Normalverteilung: 10, 877, 1071.  
 Normaxiome: 396.  
 Nullketten: 405.  
 Nullteiler: 965.  
 Oberflächenintegrale: 31.  
 Oktaven, Cayleysche: 965.  
 $\Omega^*$ -Lücken: 551, 552.  
 Operatoren, duale: 404.  
 -, lineare (i.a.stetig vorausges.): 39, 50,  
 212, 385, 396, 400, 403, 404, 469,  
 470, 481, 487, 492, 505, 694, 696,  
 730, 908.  
 -, vollstetige: 39, 50, 403-405, 413, 492,  
 502, 1108.  
 Optik: 796, 811, 1164.  
 Optimierung, lineare: 10.  
 Ordnungsbegriff: 1068.  
 Ordnung eines Punktes: 723.  
 -, finale: 90, 111, 551, 552.  
 - von  $f(z)$  in  $z_0$  des Konvergenzkreises:  
 506.  
 -, zyklische: 673.  
 Ordnungstypen: 12, 29, 42, 81, 89, 94,  
 113, 115, 129, 130, 145, 171-173,  
 175-177, 180-184, 434, 533, 534, 551,  
 552, 629, 642, 674, 702, 715, 1097,  
 1128, 1137, Kapsel 61.  
 -, überall dichte: 113, 115, 173, 715,  
 1137.  
 Ordnungszahlen: 12, 19, 42, 127, 128,

130, 174, 525, 611, 629, 643, 645,  
 647, 674, 702, 715, 1044, 1047,  
 Kapsel 61.  
 -, rationale: 127, 128, 130.  
 Orthogonalisierung: 258.  
 Orthonormalsysteme (s.a.  
   Funktionensysteme, orthogonale;  
   Entwicklung nach  
   Orthogonalfunktionen: 62, 351, 415,  
   855, 861, 862.  
 Pantachien: 90, 111, 114, 116, 171, 175,  
   176, 178, 179, 182, 434, 1097.  
 Pantachietypen: 114, 116.  
 Parallelenaxiom (s.a. Geometrie,  
   nichteuclidische): 14, 88, 994.  
 Parametergruppen: 1104.  
 Parsevalscher Satz: 510.  
 Partitionen: 194, 196.  
 Pascalsche Schnecke: 799.  
 Pendel: 17.  
 -, sphärisches: 35, 1156.  
 Permutationsgruppen: 41.  
 Pflasterdimension: 49, 121, 395, 986.  
 Pflastersatz: s.: Zerlegungssatz der  
   Dimensionstheorie.  
 $\wp$ -Funktion: 35.  
 Philosophie: 71, 79, 796, 994, 1067,  
   1068, 1076-1081, 1153, Kapsel 61,  
   Kapsel 62.  
 Physik: 17, 24, 55, 68, 796, 811, 1069,  
   1070, 1146, 1156, 1159, 1163-1165,  
   1169, 1173, 1176, Kapsel 61.  
 Physiologie: 1080, 1153.  
 Picardscher Satz: 361, 467, 812.  
 Poissonverteilung: 877.  
 Pole: 797.  
 Polyeder: 366, 578, 579, 728.  
 Polygone, geschlossene: 675.  
 Polygonapproximation von Gebieten:  
   126.  
 Polynome: 40, 258, 825, 1086, 1170,  
   1179.  
 -, Bernsteinsche: 843, 903, 905.  
 -, Hausdorffsche: 826.  
 -, Hermitesche: 826, 891.  
 -, Jacobische: 258.  
 -, Laguerresche: 826.  
 -, Lamésche: 355.  
 -, Legendresche: 342, 897.  
 - mit Matrixkoeffizienten: 720, 830.  
 -, orthogonale: 258, 867, 870, 872, 875,  
   877, 937, 938.  
 -, positive: 904, 935.  
 -, trigonometrische: 841-843, 847, 853,  
   890, 895, 935.  
 -, Tschebyscheffsche: 363, 831.  
 Polynomkongruenzen: 51.  
 Potentialtheorie: 68, 1175.  
 Potenzen von Ordnungstypen: 172.  
 Potenzreihen: 30, 33, 54, 57, 58, 237,  
   327, 342, 506, 797, 818, 847, 881,  
   882.  
 -, formale: 32.  
 - mit positiven Koeffizienten: 456.  
 -, symbolische: 1104.  
 Potenzsummen: 808, 810, 1018.  
 Prämien: 2, 73.  
 Primfaktorzerlegung: 505, 814.  
 Primidealzerlegung: 51, 52, 65.  
 Primteile: 215, 216, 635.  
 Primzahlen: 737.  
 Primzahlsatz: 44, 371.  
 Primzahlverteilung: 44, 371, 1130.  
 Primzahlwillinge: 757.  
 Produkte, direkte: 446, 461.  
 -, unendliche: 197.  
 - von Algebren: 945, 950, 954, 956, 960,



965.  
 - von Vektoren: 967, 970.  
 Produkträume: 269, 430-433, 472, 493, 606, 613, 619, 625-627, 641, 643, 663, 722, 758, 774, 1061.  
 Produktsummen reiner Vektoren: 978.  
 Projektionen: 268, 274, 347, 426, 430, 431, 532, 555, 606, 613, 619, 643, 722, 726, 759, 1060, 1061, 1131.  
 - auf die Sphäre: 725.  
 -, flächentreue: 11, 67.  
 -, längentreue: 11, 67.  
 -, perspektivische: 67.  
 -, schlichte: 627, 740.  
 -, winkeltreue: 11, 67.  
 Projektionsgleichungen, Lagrangesche: 67.  
 Projektionsspektren: Kapsel 61.  
 Projektivität: 430, 431.  
 Pseudomannigfaltigkeiten: 1084.  
 Pseudosphäre: 8, 14, 994.  
 Psychologie: 71, 79, 1080.  
 Punkte,  $\epsilon$ -: 1003, 1004.  
 -, rationale: 190.  
 -, singuläre (in der Dimensionstheorie): 986.  
 Punktmengen (s.a. Topologie): 12, 29, 34, 42, 49, 50, 53, 80, 175, 220, 267, 383.  
 Quadratur, numerische: 59.  
 Quadratzahlen: 791.  
 Quasihäufungspunkte: 672.  
 Quasikomponenten: 358, 774.  
 Quasipolynome: 913, 914, 916.  
 Quasiumgebungen: 672.  
 Quaternionen: 7, 8, 15, 46, 679, 947, 960, 963, 965.  
 Quotientenräume: 406.  
 Randmengen: 154.  
 Randsatz von Janiszewski: 122, 637, 768.  
 Randverhalten regulärer Funktionen: 888.  
 Randwertprobleme: 39.  
 Ranggleichung: 942, 947, 951.  
 Rangordnung, finale: 171.  
 Rationalitätsrang einer Matrix: 840.  
 Raum, Raumproblem: 71, 79, 796, 1067, 1068, 1076, 1078-1081.  
 Raum  $C[0, 1]$ : 690, 1109.  
 - der Funktionen beschränkter Schwankung: 905.  
 - der Nullfolgen: 698.  
 -, dualer: 470, 486, 505, 690, 692-694, 732, 733.  
 -, leerer: 1077.  
 -  $l^\infty$ : 699.  
 -  $L^2(a, b)$ : 851, 886.  
 -  $[0, 1^X]$ : 648.  
 -  $R^p$ : 691.  
 -  $S_1^X$ : 784.  
 -  $S_{n-1}^X$ : 763, 764, 782.  
 -  $Y^X$ : 578, 580, 581, 626, 663, 669, 680, 688, 762, 783.  
 -  $Z^{\aleph_0}$ : 665.  
 -  $2^X$ : 555-558, 594, 646, 669, 687.  
 Räume, absolut abgeschlossene: 703.  
 -, bogenverknüpfte: 594, 680, 734, 763.  
 -, bogenweise lokal zusammenhängende: 578.  
 -, Borelsch geordnete: 615.  
 - der Eigenschaft L: 621, 1044.  
 -, einfach zusammenhängende: 488.  
 - erster Klasse: 423.  
 -, Euklidische: 8, 14, 34, 154, 157, 358, 395, 397, 411, 526, 578, 689, 712, 722, 725-728, 740, 752, 763, 765, 766, 783, 785, 908, 986, 991, 992,

- Kapsel 61.
- ,  $F$ -: 730, 731.
- , flache: 422.
- , gestufte: 535-537, 543, 549, 550, 557, 604, 628, 640, 672, 700, 741.
- , gleichmäßig lokal zusammenhängende: 659.
- ,  $G_{II}$ -: 724.
- , halbkompakte: 393.
- , halbtologische: 617, 641, 684.
- , Janiszewskische: 653.
- , kompakte (s.a. Mengen, kompakte): 165, 297, 364, 370, 392, 449, 488, 543, 548, 555, 556, 558, 561, 569, 571, 576, 578, 580, 635, 636, 641, 648, 652, 655, 663, 665, 670, 691, 710, 711, 724, 728, 753, 772, 774, 985, 987, 988, 1084, Kapsel 61.
- , konjugierte: 385, 399, 492.
- konstanter Krümmung: 994.
- , konvexe: 734.
- , lineare: 397, 400, 489, 492, 526, 573, 588, 691, 695, 730-733, 1108, 1113.
- , lineare metrische: 416, 514, 730, 905.
- , lineare normierte: 50, 396, 406, 412-414, 419, 421-423, 501, 505, 692-694, 698.
- , lineare separable: 690, 1109.
- , lokalkompakte: 393, Kapsel 61.
- , lokal separable: 772.
- , lokal zusammenhängende: s.: Zusammenhang, lokaler.
- ,  $l^p$ -: 846.
- ,  $L^p$ -: 510, 512, 846, 879, 890, 895, 908.
- , metrische: 42, 50, 93, 95, 97, 98, 100, 101, 123, 150-152, 162, 164-166, 223, 225, 230, 242, 247, 253, 254, 264-266, 272, 296, 297, 354, 366, 392, 408, 409, 428, 433, 437, 452, 453, 462, 464, 465, 472, 493, 514, 517, 518, 523, 525, 527-529, 540-542, 544, 553, 555, 573, 578-581, 596, 630, 634-636, 642, 646, 652, 654, 655, 658, 663, 668, 669, 684, 690, 691, 709, 710, 718, 721, 723, 724, 727, 728, 734, 741, 745, 753, 772, 783, 986-988, 992, 995, 1043, 1045, 1057, 1058, 1061-1063, 1066, 1089, 1090, 1109, 1111, Kapsel 61, Kapsel 62.
- , metrische mit verschärfter Dreiecksungleichung: 273, 522.
- , metrisierbar vollständige: 657.
- mit Eigenschaft  $S$ : 659.
- ,  $n$ -dimensional lokal zusammenhängende: 578.
- , nichtseparable: 573, 619, 621, 622.
- , nicht unikohärente: 784.
- ,  $n$ -kohärente: 663.
- , normale: 165, 543, 576, 654, 703.
- , nulldimensionale: 273, 544, 580, 774.
- , Peanosche: 577.
- , perfekte: 1045.
- , projektive über Galoisfeldern: 779, 780.
- , punkthafte: 273.
- , quasi-Peanosche: 784.
- , reguläre: 543, 576, 610, 657, 703, 987.
- , reflexive: 399, 403, 486, 501.
- , Riemannsche: 994.
- , separable (i.d.R.vollständig vorausgesetzt): 49, 50, 97, 162, 166, 231, 263, 298, 359, 374, 387, 394, 427, 432, 464, 465, 493, 519, 524, 528, 541, 542, 544, 553, 559, 569, 579, 580, 598, 605, 606, 608, 612-615, 618-621, 624, 625, 627, 634, 642, 643, 648, 654, 667, 687, 721, 770, 773, 774, 986-988, 1043-1045, 1057, 1061, 1062, 1109, Kapsel 61.

- , stetig geordnete: 615, 773.
- , teilweise metrische: 1044.
- ,  $T_1$ -: 700.
- , topologische: s.: Topologie, Axiomatik topologischer Räume.
- , topologisch vollständige: 515-517, 519, 548, 620, 623, 657.
- , - - metrisierbare: 548, 657.
- , total beschränkte: 579, 659.
- , unendlichdimensionale: 606.
- , unikohärente: 580, 653, 660, 663, 686, 762, 768.
- , vollständig konvexe: 734.
- , vollständige (s.a. Räume, separable): 49, 50, 97, 169, 298, 359, 394, 406, 407, 412, 427, 523, 524, 851, Kapsel 61.
- von erster Kategorie in sich: 412.
- von Teilmengen: 1090.
- von zweiter Kategorie in sich: 573.
- , zwischen  $a, b$  irreduzibel zusammenhängende: 561.
- , zusammenhängende: s.: Zusammenhang.
- Raumkurven: 13, 28, 38, 58, 60, 1083, 1124.
- Rechtfertigungssatz (der Dimensionstheorie): 49, 986, 992.
- Redukte: 782.
- Reduktionssatz: 608, 609.
- Regelflächen: 13, 28, 38.
- Regularitätsgebiet: 135.
- Reihe, Bendixsonsche: 915, 917, 921.
- , hypergeometrische: 353.
- , Legendresche: 897.
- Reihen, asymptotische: 321.
- , divergente (s.a. Summierungsverfahren): 45, 56, 124, 207, 208, 859.
- , trigonometrische (s.a. Fourierreihen): 62, 63, 119, 124, 751, 842, 844, 845, 850, 853, 854, 863, 866, 895.
- , trigonometrische divergente: 850, 854, 858, 863.
- , unendliche: 19, 23, 25, 30, 54, 57, 58, 155, 175, 337.
- Relationen, symmetrische reflexive: 525.
- Relativbegriffe: 336.
- Relativitätsprinzip: 796.
- Relativitätstheorie, allgemeine: 796.
- Relativitätstheorie, spezielle: 796, Kapsel 61.
- Relativkörper: 500.
- Rentenrechnung: 2, 72, 73.
- Residualmengen: 739.
- Residuen (topol.): 658.
- Residuum, verallgemeinertes: 1003.
- Resduentheorie (funktionenth.): 33, 1125.
- Restklassenringe: 441, 564, 565, 582, 583.
- mod  $m$ : 289.
- Resultanten: 9, 192.
- Retrakte: 578, 580, 634, 663, 762, 784, 1084, 1087.
- , absolute: 762, 763, 782.
- Retraktion, topologische Eigenschaften bei: 762.
- Reziprozitätsgesetz, Eisensteinsches: 500.
- , quadratisches: 21, 26, 51, 66, 326, Kapsel 61.
- Reziprozitätsgesetze: 21, 26, 51, 52, 66, 326, 500, Kapsel 61.
- Riemannsches Flächen: 33, 35, 121.
- Riesz-Schaudersche Auflösungstheorie: 492.

- Riesz-Verfahren: 141, 910, 911, 1010, 1120.
- Ringe: 1106.
- , Boolesche: 644, 683, 777.
- , endliche kommutative: 429, 442-448, 459, 461, 564, 565, 582-584, 595, 1051-1056, 1106.
- , irreduzible: 564, 565, 583, 1051, 1056, 1106.
- , kommutative: 454, 984.
- Risiko: 3, 73.
- Röhrenflächen: 800.
- Rotation plastischer Körper: 1069.
- starrer Körper: 1069.
- Roulette: 3.
- Sant'Ilario: 1142.
- Satz von Abel: 22.
- - Arzelà-Ascoli: 491, 502.
- - Banach-Schauder: 385, 492.
- - Bernoulli: 937, 939.
- - Borel: 372, 377.
- - Brouwer: 991.
- - Burnside: 306.
- - Cantor-Lebesgue: 751, 852.
- - Cesàro: 1021.
- - Dedekind: 777.
- - der stetigen Inversen: 385, 492.
- - Fischer-Riesz: 880, 886.
- - Frobenius: 716, 942, 1122.
- - Hahn-Banach: 385, 400, 403, 417, 423, 492, 695.
- - Jordan-Brouwer: 1049.
- - Kronecker-Weber: 302.
- - Lindemann: 822.
- - Molien: 306.
- - Parseval, verallgemeinerter: 846, 879, 880, 895.
- - Poisson: 937, 939.
- - M.Riesz: 1094.
- - Thue: 791.
- - Tychonoff: 641, 758.
- - van Vleck-Jensen: 872.
- - von Staudt-Clausen: 808.
- - Wedderburn: 86.
- - Wigert: 798.
- Schichten (s.a. Kuratowskische Schichten): 673, 709-711.
- Schiefkörper: 86.
- Schnitte: 563, 724.
- in der geschlossenen Ebene: 580.
- Schnittzahlen: 688, 752.
- Schranken, obere: 807.
- Schraubenflächen: 13.
- Semiinvarianten: 874, 876, 938-940.
- Seminarthemen: 77, 1099.
- Separabilitätseigenschaften (s.a. Räume, separable): 604, 741.
- Separatoren: 986.
- Serien: 390, 391.
- Siebprozeß: 613.
- Sierpińskischer Einschiebungssatz: 244, 609, 630.
- Sigmafunktionen: 35.
- $\sigma$ -Netz einer Menge  $A$ : 525.
- Signatur: 790, 823.
- Simplexe (s.a. Topologie, algebraische): 312, 346.
- , der Sphäre einbeschriebene: 725.
- , singuläre: 745.
- Singularitäten, wesentliche: 797.
- Skalarprodukt monotoner Funktionen: 352.
- Skalarteile: 947.
- Skalen: 90.
- von Limitierungsverfahren: 323.
- Skalenfunktionen: 936.

Somen: 713.  
 Spaltung, halbstetige: 356.  
 -, stetige: 536, 537.  
 Spektralschar: 508.  
 Spektraltheorie: 508.  
 Spezies dichter Typen: 173.  
 Sphären,  $n$ -dimensionale: 581, 679, 680, 726-728, 783, 1049.  
 -, topologische: 669, 736.  
 Spiegelungen im  $R^n$ : 972.  
 Sprungsummen: 145.  
 Spuren: 947.  
 Stabilität: 68.  
 Statik: 17, 1165.  
 Statistik, mathematische: 5, 64, 1071, 1075.  
 Sterbetafeln: 2, 5, 73.  
 Sterne: 364, 539, 1084.  
 -, baryzentrische: 539, 793.  
 Stetigkeit (s.a. Funktionen, stetige; Abbildungen, stetige): 1068.  
 -,  $\alpha$ -: 266.  
 -, approximative: 256.  
 -,  $\beta$ -: 266.  
 - der Zeit: 1078.  
 - des Raumes: 1078.  
 Stetigkeitsschichten: 635.  
 Stirlingsche Reihe: 321.  
 Störungen, sekulare: 837-839.  
 Störungstheorie: 837-839, 1073, 1154, 1160, 1169.  
 Strahlensysteme: 38.  
 Streckenbilder: 344, 488, 545, 577, 762.  
 Streckenkomplexe: 675.  
 Streckenzüge: 646.  
 Strukturkonstanten: 827.  
 Stücke eines Raumes: 561-563.  
 Stufenfunktionen: 535, 537, 549, 550.  
 Sturmsche Reihen: 9, 22, 40.  
 Sturmscher Satz: 9, 22, 40.  
 Stützfunktional: 421.  
 Subkomponenten: 335.  
 Subkonstituenten: 335.  
 Sukzession, zeitliche: 1081.  
 Summen, direkte: 454.  
 -, - linearer Räume: 414.  
 -, - von Ringen: 565.  
 -, - zyklischer Gruppen: 790.  
 - unabhängiger Zufallsgrößen: 937.  
 -, verallgemeinerte: 1021.  
 - von beliebigem Ordnungstypus: 145, 252.  
 Summierungsverfahren (s.a. Limitierungstheorie): 45, 56, 82, 141, 143, 148, 149, 203, 204, 206, 207, 210, 237, 303, 322, 331, 341, 897, 901, 910, 927, 929, 932-934, 1006, 1008-1010, 1012, 1013, 1016, 1017, 1019-1021, 1023-1026, 1030, 1032-1039, 1042, 1092-1094, 1120.  
 - von Le Roy: 322.  
 Superposition von Funktionen: 775.  
 Suslinkomplemente: 281, 359, 374, 426, 462, 527, 622, 643, 718, 759, 788, 1045, 1131, Kapsel 61.  
 Suslinmengen (analytische Mengen): 93, 158, 163, 169, 170, 214, 238, 268, 270, 274, 278, 279, 281, 298, 300, 301, 304, 305, 316, 320, 334, 338, 347, 369, 374, 382, 387, 409, 426, 432, 437, 462, 491, 493, 513, 527, 528, 530, 532, 555, 559, 568, 608, 620, 627, 629, 643, 674, 718, 722, 759, 788, 1043, 1061, 1062, 1131, Kapsel 61.  
 -, ebene: 1060.  
 -, reelle: 271, 1060.  
 -, verallgemeinerte: 436.

Suslinsche Systeme: 275, 374, 408, 568, 597, 605, 613.  
 Suslinscher Prozeß (opération (A)): 605.  
 Suslinsches Problem: 604, 715.  
 Sylvesterscher Trägheitssatz: 27.  
 Systeme, deduktive: 644.  
 -, dynamische: 837-839.  
 -,  $F$ -: 705.  
 -,  $G$ -: 705.  
 -, hyperkomplexe (s.a. Algebren): 7, 15, 46, 942-951, 953-984, Kapsel 61.  
 -, konvexe: 894.  
 -,  $\sigma$ -: 528.  
 Syzygien: 390, 391.  
 Tauber-Theoreme: 45, 56, 148, 371, 1022, 1092, 1093.  
 Teilräume, topologische: 628, 640, 656, 700.  
 Thetafunktionen: 35, 198.  
 Tilgungspläne: 3, 72.  
 Toeplitzschers Permanenzsatz: 132, 911, 1092.  
 - - für Doppelfolgen: 1029, 1036.  
 Tontinen: 2.  
 Topologie: 12, 29, 32, 34, 42, 49, 50, 53, 55, 80, 93, 95, 97-104, 121-123, 125, 126, 146, 151-154, 156, 157, 162, 164-166, 169, 175, 214-218, 220, 223-231, 238, 242, 243, 247, 249, 253, 254, 260-265, 267-274, 278-292, 295-298, 300, 301, 304, 305, 310, 312-314, 316, 317, 320, 329, 334-336, 340, 344-346, 354, 356-359, 364, 366, 370, 374, 375, 379, 380, 387, 390-395, 397, 401, 402, 406-412, 426-428, 430-433, 436-438, 449-453, 458, 462-465, 468, 471, 472, 476, 488, 493, 509, 511, 513-530, 533-545, 548-553, 555-563, 566-581, 585-591, 594, 596-599, 603-610, 612-630, 634-643, 645, 646, 648-676, 678-682, 684-694, 697, 698, 700, 701, 703-711, 713, 718, 721-731, 734-736, 739-756, 758-760, 762-774, 776, 777, 782-788, 792-794, 827, 845, 985-992, 995-1004, 1043-1045, 1048-1050, 1057-1063, 1066, 1082, 1084, 1085, 1087, 1089, 1090, 1096, 1105, 1109, 1111-1113, 1115, 1118, 1119, 1130, 1131, 1135, 1138, 1141, Kapsel 61, Kapsel 62.  
 -, algebraische: 55, 280, 282-288, 290-292, 294, 295, 297, 312, 314, 346, 366, 390, 391, 401, 402, 411, 449-451, 463, 526, 539, 570, 571, 579, 580, 586, 587, 591, 639, 649, 664, 666, 675, 682, 688, 689, 742-745, 750, 752, 786, 787, 793, 794, 1049, 1084, 1087, 1096, Kapsel 61, Kapsel 62.  
 - der Ebene: 122, 125, 126, 238, 340, 344, 375, 580, 589, 590, 591, 638, 646, 653, 660, 661, 685, 686, 689, 759, 762-769, 1085, 1090, Kapsel 61.  
 - des  $R^3$ : 686.  
 -, induzierte: 628, 640.  
 Topologien, Beziehungen zwischen: 697.  
 Topologisierung der Charaktergruppe: 751.  
 - der Menge der Primideale: 777.  
 - der Menge der Schnitte: 724.  
 - geordneter Mengen: 615, 628, 640, 670, 673, 684, 703, 706, 773.  
 - von Mengen: 557, 569, 574, 641, 678, 684, 697, 700, 701.  
 - von Teilmengen eines Raumes: 628, 640, 684.  
 Torsionsgruppen: 790.  
 Torsionszahlen: 282, 288, 294, 790.

Torusgruppe: 747.  
 Totalisation nach Denjoy: 145.  
 Trägheitsgesetz der Mechanik: 796.  
 - für Hermitesche Formen: 823.  
 Trajektorien, orthogonale: 801.  
 transfinite Rationalzahlen: 174.  
 transfiniter Durchmesser einer  
 Punktmenge: 340.  
 Transformation auf Diagonalgestalt:  
 802, 803, 823, 1035.  
 - von Lipschitzalgebren: 948, 950, 980,  
 983.  
 Transformationen, infinitesimale: 16,  
 20, 32.  
 -, orthogonale: 943.  
 -, unimodulare: 830.  
 -, unitäre: 802, 803.  
 Transformationsgruppen: 20, 32, 1082.  
 Transformationsprinzip: 1077, 1079.  
 Transformatoren: 943-945, 954, 958,  
 964, 968, 969, 971, 983.  
 Transformatorbestandteile: 971, 973,  
 974, 983.  
 Trennbarkeit durch Borelmengen: 426,  
 493.  
 - - ein Borelsches System: 529.  
 - - Mengensysteme: 607-609,  
 1063-1065, 1111.  
 - - reduzierbare Mengen: 658, 996.  
 - - Schnitte: 724.  
 - - Suslinkomplemente: 426, 527.  
 Trennung durch Polygone: 686.  
 - - Polyeder: 686.  
 Trennungssaxiome (s.a. Axiomatik  
 topologischer Räume): 146, 370,  
 543, 548, 576, 610, 635, 671, 703,  
 705-707, 724, 741, 751.  
 Trennungseigenschaften: 304, 375, 741,  
 1085.  
 - linearer Funktionale: 692.  
 Trennungsmengen: 768.  
 Trennungspunkte: 770.  
 Trennungssatz der Dimensionstheorie:  
 724.  
 Trennungssätze: 607-609, 788, 1131.  
 Treppenfunktionen: s.:  
 Skalenfunktionen.  
 Tripelgleichungen: 480.  
 Tripelgruppen: 480.  
 Tripelsysteme: 480.  
 Tschebyscheff-Approximation: 416,  
 831.  
 Tschebyscheffsche Ungleichung: 352.  
 Typen: s.: Ordnungstypen.  
 -, dichte: 1137.  
 -,  $H$ -: 171, 176.  
 -, homogene: 183.  
 -, perfekte: 183.  
 -, unberandete: 183.  
 -, zerstreute: 629.  
 Typenklassen: 12.  
 Typenringe: 115.  
 Typus von  $[0, 1]$ : 715.  
 Überdeckungssätze: 261.  
 Überführungssatz von Alexandroff:  
 579.  
 Übungen: 77, 78.  
 $u$ -Entfernung: 421.  
 Umgebungen abgeschlossener Mengen:  
 428.  
 -, ausgeglichene: 272.  
 Umgebungsaxiome (s.a. Axiomatik  
 topol.Räume): 34, 224, 741.  
 -, Tietzesche: 549, 550.  
 Umgebungsbasen: 703.  
 Umgebungsretrakte: 580.  
 -, absolute: 783.

Umgebungssterne: 314.  
 Umgebungssysteme, geschlossene:  
     Kapsel 61.  
 Umkehrproblem: 35, 824.  
 Ummetrisierung: 95.  
 Unabhängigkeit von Zufallsvariablen:  
     939.  
 Unbestimmtheit des  
     Momentenproblems: 914, 916, 918,  
     919, 921, 922, 925, 937, 1034.  
 Unendlichkeit: 1068.  
 - von Raum und Zeit: 1079.  
 Ungleichungssysteme, lineare: 455.  
 Unikohärenz (s.a. Räume,  
     unikohärente): 122, 125.  
 Universalfunktionen: 613, 626, 627.  
 -, stetige: 309.  
 Universalkurve: 985.  
 Universalmengen: 300, 301, 313, 432,  
     433, 613, 625, 627.  
 Universalräume: 162, 166, 654, 1109,  
     Kapsel 61.  
 Unstetigkeitspunkte: 600-602, 1110.  
 Untergruppen, perfekte: 790.  
 Unterteilung von Komplexen (s.a.  
     Komplexe, derivierte): 570, 745, 794.  
 Urysohnsche Konstanten: 986.  
 Variation: 907.  
 -, äußere: 907.  
 - eines Maßes: 376.  
 Variationsrechnung: 1144-1146.  
 Vektoren (in Lipschitzalgebren): 943,  
     945, 961, 967, 970, 971, 975.  
 -, orthogonale: 971, 972.  
 -, reine: 958.  
 Vektorkomponenten: 945, 968.  
 Vektorräume: s.: Räume, lineare.  
 Verband der regulären offenen Mengen:  
     777.  
 Verbände: 683, 777.  
 -, distributive: 683, 777.  
 -, irreduzible (reduzible): 777.  
 -, komplementäre: 683, 777.  
 -, modulare: 683, 777.  
 Verbiegung: 38.  
 Verdichtungspunkte: 641.  
 Verfeinerung monotoner Abbildungen:  
     650, 651, 673.  
 Vergrößerungsverhältnis einer  
     Abbildung: 813.  
 Verkettungstyp: 1126.  
 Vernichtungsprinzipien: 112.  
 Verschlingungssatz: 787, Kapsel 61.  
 Verschlingungszahlen: 688, 752, 786,  
     787.  
 Versicherungsmathematik: 2, 3, 72, 73,  
     1075, 1102.  
 Verteilung reeller Zahlen,  
     asymptotische: 837-839.  
 Verteilungen: 64, 717, 940.  
 -, diskrete: 938.  
 Verzerrungssatz, Koebescher: 147.  
 -, Pickscher: 147.  
 Verzerrungsverhältnisse von  
     Projektionen: 67.  
 Verzinsung, stetige: 311.  
 Verzweigungsordnung: 985.  
 Verzweigungspunkte (s.a.  
     Baumkurven): 816, 985.  
 Vierecke, konvexe: 813.  
 Viervektorenformel: 975.  
 Vortragsthemen: 77.  
 Wachstumsexponenten: 327.  
 Wahrnehmung: 1080.  
 Wahrscheinlichkeit: s.:  
     Wahrscheinlichkeitstheorie.  
 Wahrscheinlichkeitstheorie: 5, 10, 64,  
     193, 211, 299, 352, 372, 462, 717,



- 778, 792, 833-835, 837-839, 874, 876, 877, 892, 936-940, 1012, 1071, 1075, 1103, 1121, 1128, 1129, 1134, 1135, 1158, 1162.
- Waringsche Formeln: 810.
- Waringsches Problem: 136, 1123.
- Wärmetod des Weltalls: 1079.
- Wertevertelung analytischer Funktionen: 467, 503, 812.
- Würfelpaare, duale: 785.
- Wurzelgruppen: 790.
- Wurzeln, charakteristische: 592, 942, 1122.
- Zahlbegriff: 1068.
- Zahlklassen: 12, 29.
- Zahlen, ideale: 500.
- , irrationale: 485, 835, 836.
- , komplexe: 7, 14.
- ,  $p$ -adische: 1086.
- , reelle: 25, 54.
- , transzendente: 332, 822.
- Zahlentheorie: 21, 26, 44, 51, 52, 61, 65, 66, 117, 136, 185, 186, 188-192, 194, 196, 289, 302, 326, 332, 371, 424, 429, 440, 441, 459, 460, 482-484, 494, 495, 498-500, 507, 737, 757, 791, 792, 808, 814, 819, 832, 1095, 1116, 1123, 1127, 1128, 1130, 1135, Kapsel 61.
- , algebraische: 51, 52, 61, 65, 66, 185, 186, 189, 302, 326, 424, 429, 440, 441, 459, 460, 482-484, 494, 495, 498-500, 791, 792, 1128.
- , analytische: 44, 52, 371, 459, 460, 757, 1116.
- , elementare: 21, 26, 51, 61, 507, 737, 808, 814, Kapsel 61.
- Zahlkörper, algebraische: s.: Zahlentheorie, algebraische.
- , Galoisscher: 66.
- , Gaußscher: 51, 65, 326.
- , quadratische: 51, 52, 61, 65, 189, 326, 424, 484.
- Zeit: 71, 796, 1067, 1078-1081.
- Zeitmessung: 1081.
- Zellen, konvexe: 526.
- Zellzerlegungen: 787.
- Zenitprojektionen: 67.
- Zentralbewegung: 17.
- Zentralprojektionen: 11, 67.
- Zerlegung der Ebene: 768.
- der Eins: 508, 719.
- der Potenzmenge: 645.
- , disjunkte: 645.
- eines Raumes: 687, 741.
- - -, analytische: 559.
- , fast disjunkte: 434.
- von Algebren: 943, 955, 966.
- Zerlegungen, halbstetige: 268, 269, 635, 636, 643, 689.
- Zerlegungsgleichheit: 1028.
- Zerlegungsmengen: 728.
- , irreduzible: 660.
- Zerlegungspunkte: 561-563, 598, 687, 769-771, 773, 782, 985, 1119.
- Zerlegungsraum: 549, 550, 707, 709, 741.
- Zerlegungssätze: 744, 763, 986, 990.
- Zerschneidung von Räumen: 411, 685, 687.
- Zerstückelung: 598, 606, 653, 660, 670, 770, 772.
- Zinseszinsrechnung: 2, 3, 72, 74.
- Zufall: s.: Wahrscheinlichkeitstheorie.
- Zufallsspiele (Glücksspiele): 3, 10.
- Zufallsvariable: 717, 874, 876, 892, 940.
- Zufallsvektoren, diskrete: 939.
- Zusammenhang: 42, 49, 122, 125, 153,

226-229, 283, 329, 335, 344, 345,  
356, 358, 392, 401, 411, 488, 509,  
533, 534, 556, 561, 562, 580, 590,  
594, 598, 648, 649, 660, 661, 663,  
670, 675, 685, 687, 689, 723, 728,  
762, 763, 766-773, 782, 783, 985,  
986, 1085, 1087, 1090, 1112, 1119,  
1138, Kapsel 61.

-, gleichmäßiger lokaler: 767.

-, höherer: 986.

-, lokaler: 345, 488, 545, 556, 561, 577,  
578, 580, 598, 599, 635, 637, 653,  
655, 659, 660, 670, 676, 734, 762,  
763, 768, 770, 772-774, 783, 985.

-, monotoner: 773.

Zusammenhangskomponenten:

227-229, 335, 556, 598, 669, 676,  
685, 744, 764, 765, 769-772, 1085,  
1087, 1119.

Zusammenhangszahlen: 288, 292, 649,  
675, 1049.

Zwischenpunkte: 734.

Zyklen: 292, 787.

- in Moduln: 743.

- mod 2: 283.

-, nulldimensionale: 666, 682.

-, singuläre: 786.

zyklische Elemente: 577, 736, 764, 765,  
767, 769, 771, 782.

- Ketten: 577.

Zylinderprojektionen: 11, 67.

## Personenverzeichnis

Vorbemerkung: Erscheint eine Person in einem Faszikel lediglich als Autor in einer Literaturliste, ohne daß auf den Inhalt der entsprechenden Arbeit Bezug genommen wird, so gibt es an einer solchen Stelle keinen Personenverweis. Dasselbe trifft zu, wenn lediglich Sätze behandelt werden, die nach Personen benannt sind und allgemein unter diesem Namen eingeführt sind. Zum Beispiel gibt es zu einem Faszikel, in dem Hausdorff sich mit dem Weierstraßschen Approximationssatz beschäftigt, ohne auf Weierstraß als Person oder auf den Inhalt von Weierstraßschen Arbeiten einzugehen, keinen Personenverweis auf Weierstraß. Analog wird bei nach Personen benannten Begriffen verfahren, wie Minkowskische Ungleichung, Hilbertraum etc.

# Index

- Abel, N.H.: 994.  
Alexander, J.W.: 288, 401, 402,  
578, 747, 758, 1029, Kapsel  
61, Kapsel 62.  
Alexandroff, P.S.: 265, 288, 297,  
543, 569, 579, 623, 635, 639,  
649, 654, 656, 664, 666, 669,  
675, 680, 682, 685, 688, 689,  
701, 703, 704, 707, 728, 742,  
744, 750, 985-987, 989,  
1049, 1096, Kapsel 61,  
Kapsel 62.  
Archimedes: 994.  
Aronszajn, N.: 654, 655, 688, 782,  
783, 985.  
Artin, E.: 86.  
Arzelà, C.: 248.  
Auerbach, H.: 735, 739.  
Aumann, G.: 549, 550, 708, 776,  
986.  
Ayres, W.L.: 577, 585, 638, 764,  
771, 782, 985.  
Bachet de Méziriac, C.-G.: 1123.  
Baer, M.: Kapsel 61.  
Baer, R.: Kapsel 61.  
Baire, R.: 175, 1088.  
Banach, S.: 388, 396, 403, 408, 423,  
470, 538, 547, 558, 573, 588,  
603, 618, 654, 690-692, 694,  
696, 698, 699, 730, 731, 735,  
739, 1057, 1059, 1109.  
Beez, R.: 1076, 1078.  
Beltrami, E.: 994, 1076.  
Bendixson, I.: 148.  
Berkeley, G.: 1080.  
Bernstein, F.: 1078.  
Bernstein, S.N.: 148, 805, 837, 838,  
843, 847, 870, 924, 927,  
1088.  
Bessel-Hagen, E.: Kapsel 61.  
Bianchi, L.: 1078.  
Bieberbach, L.: 147, 248.  
Birkhoff, G.: 777.  
Blichfeldt, H.F.: 360.  
Bloch, W.: 796.  
Blumberg, H.: 119.  
Blumenthal, O.: 411, 702.  
Bohl, P.: 837, 840.  
Boltzmann, L.: 1078.  
Bolyai, J.: 994.  
Bolzano, B.: 1078.  
Bonse, ?.: 737.  
Borel, E.: 175, 632, 797, 812, 821,  
1006, 1093.  
Bork, M.: 800.  
Borsuk, K.: 411, 511, 556, 581, 586,  
594, 626, 634, 653, 669, 688,  
689, 725-728, 735, 762-764,  
782-784, 987, 1084, Kapsel  
61.  
Bortolotti, E.: 175.  
Boutroux, P.L.: 175.  
Brandeis, L.: Kapsel 61.  
Brandt, H.: 466.  
Braun, St.: 430.  
Bravais, A.: 1067.  
Briot, Ch.A.: 1067.  
Brouwer, L.E.J.: 578, 638, 726, 764,  
765, 991, Kapsel 61.  
Brun, V.: 757, 1116.  
Bruns, H.: 842, 1157, 1158, 1160,  
1162, 1164, 1169.

Bruschlinski, N.: 581.  
 Burali-Forti, C.: 175.  
 Busemann, H.: Kapsel 61.  
 Calinon, A.: 1079.  
 Campbell, J.E.: 1104.  
 Cantor, G.: 12, 29, 175, 994, 1076,  
 1078, 1080, 1081.  
 Carathéodory, C.: 43, 53, 85, 91,  
 713, 777, 881, 882, 901, 935,  
 Kapsel 61.  
 Carleman, T.: 843.  
 Carmichael, R.D.: 119.  
 Cartan, E.: 943.  
 Cayley, A.: 994.  
 Čech, E.: 463, 742.  
 Chapman, S.: 148, 897, 901, 927.  
 Charzyński, Z.: 87, 600, 601, 1047,  
 1110.  
 Chintschin, A.J.: 87.  
 Chittenden, C.W.: 164, 165, 636,  
 654.  
 Christoffel, E.B.: 1076.  
 Chung, K.-L.: 778.  
 Clifford, W.K.: 994, 1067,  
 1076-1078.  
 Darwin, G.H.: 1069.  
 Dedekind, R.: 1067, 1076, 1078,  
 1128.  
 Delboef, J.R.L.: 1077.  
 Denjoy, A.: 256.  
 Descartes, R.: 1067.  
 Dickson, L.E.: 360.  
 Dirichlet, P.G.Lejeune-: 1123.  
 Döderlein, ?.: 1078.  
 Donadt, A.: 1076, 1078.  
 Du Bois-Reymond, P.: 175.  
 Dushnik, B.: 604.  
 Eilenberg, S.: 580, 581, 587, 653,  
 661, 663, 669, 680, 688, 728,  
 762, 782, 784, 986.  
 Einstein, A.: 796.  
 Encke, J.F.: 1071.  
 Engel, F.: 993, 994, 1157.  
 Euklid: 994, 1076.  
 Euler, L.: 1079.  
 Fan, K.: 773.  
 Fatou, P.J.: 821, 847, 858, 1092,  
 1094.  
 Fechner, G.Th.: 1075.  
 Feigl, G.: Kapsel 61.  
 Fejér, L.: 802, 884, 897, 935.  
 Fekete, M.: 1088.  
 Fichtenholz, G.: 632, 633, 677.  
 Fischer, E.: 136, 851, 880, 886.  
 Fischer, K.: 1153.  
 Flandorffer, M.: Kapsel 61.  
 Fleck, A.: 1123.  
 Foerster, W.J.: 1173, 1174.  
 Föppl, A.: 15.  
 Frank, Ph.: 796.  
 Frankl, F.: Kapsel 61.  
 Fréchet, M.: 165, 225, 701, 731.  
 Freudenthal, H.: 986.  
 Freundlich, E.: 796.  
 Fried, H.: 602.  
 Friedrichs, K.O.: 456.  
 Frobenius, G.: 716, 719, 720, 942,  
 Kapsel 61.  
 Fuchs, L.: 1155, 1156.  
 Galilei, G.: 1077.  
 Galois, E.: 994.  
 Gauß, C.F.: 994, 1071, 1077.  
 Gehman, H.M.: 985.  
 Glaser, A.: Kapsel 61.  
 Glaser, Vally: 65:10.  
 Goldowski, G.: 425.  
 Goldschmidt, S.: 65:02.  
 Graßmann, H.: 7, 994.  
 Grell, H.: Kapsel 61.  
 Gronwall, T.H.: 119.  
 Gumbel, E.J.: 778.  
 Gyldén, H.: 1069.  
 Haar, A.: 538, 603, 747.  
 Hadamard, J.: 797, 1092.  
 Haeckel, E.: 1080.  
 Hahn, H.: 216, 403, 406, 423, 669,  
 889, 985.  
 Hallenbach, F.: 455, 1034, 1107,

- 1132.
- Hamburger, H.: 84, 867, 878, 940.
- Hardy, G.H.: 119, 148, 159, 203,  
331, 341, 896, 901, 910, 927,  
932, 1010, 1016, 1092, 1093.
- Hartenstein, W.: 1081.
- Hartman, S.: 629.
- Hartmann, E.v.: 1079.
- Hausdorff, Charlotte: Kapsel 61,  
Kapsel 62, 63:04-63:09,  
63:11, 63:12, 63:14-63:16,  
65:10, 65:12-65:14,  
65:16-65:18, 65:20-65:22,  
65:24.
- Hausdorff, Louis: 65:01.
- Hecke, E.: 460, 564, 583, 1106.
- Hegel, G.W.F.: 994, 1081.
- Hellrung, H.: 1100.
- Helly, E.: 403, 423.
- Helmholtz, H.v.: 994, 1076,  
1078-1080.
- Helmert, F.R.: 1069, 1174.
- Hensel, K.: 52, 583, 1086.
- Herbart, J.F.: 994, 1081.
- Herbertz, R.: Kapsel 61.
- Herglotz, G.: 881, 882.
- Hermes, H.: 777.
- Hermite, Ch.: 828.
- Hertz, H.: 1076, 1079.
- Hilbert, D.: 89, 985, 994, 1067,  
1076, 1078, 1079, 1123.
- Hilgers, A.: 606, 740, 986, 1105.
- Hobson, E.W.: 119, 175.
- Höfler, A.: 1077.
- Hölder, O.: 1076.
- Hölscher, G.: Kapsel 61.
- Hopf, H.: 581, 623, 635, 656, 664,  
666, 669, 679, 680, 682, 685,  
688, 689, 701, 728, 742, 744,  
750, Kapsel 61, Kapsel 62.
- Horn, J.: 328.
- Hunyadi, E.: 795.
- Hurewicz, W.: 158, 261, 281, 541,  
542, 558, 569, 581, 594, 606,  
634, 667-669, 680, 688, 724,  
735, 736, 760, 985-988, 990,  
992, Kapsel 61.
- Hurwitz, A.: 206, 965, 1088, 1123,  
1128.
- Jackson, D.: 843, 901.
- Janiszewski, S.: 122, 125, 556, 588,  
661, 689, 765, 768.
- Jarnick, V.: 986.
- Jensen, J.L.: 807.
- Jordan, W.: 1153.
- Kaczmarz, S.: 735.
- Kahle, P.E.: 104.
- Kalbfleisch, K.: 717.
- Kaluszay, K.: 985.
- Kaluza, Th.F.E.: 323, 456.
- Kampen, E.R.van: 748-750, 1130.
- Kant, I.: 994, 1067, 1076-1081.
- Kantorovitch, L.: 430-432, 436, 439,  
530, 632, 633, 677.
- Karamata, S.: 45.
- Kerékjártó, B.von: 638.
- Kierst, S.: 735.
- Killing, W.: 1076, 1078, 1082.
- Kirchhoff, G.R.: 1070, 1077.
- Kirchmann, J.H.: 1081.
- Klein, F.: 994, 1076.
- Kleinpeter, H.: 1067.
- Kleist, H.v.: 1181.
- Kline, M.: 743, 985.
- Knaster, B.: 153, 267, 488, 562,  
588, 598, 599, 635, 648, 653,  
660, 763, 987, 1087.
- Knichal, V.: 775.
- Knopp, K.: 142, 323, 934, 1092.
- Koepcke, ?.: 256.
- Kolmogoroff, A.N.: 705, Kapsel 61.
- König, Arthur: 781, 63:05, 63:16,  
65:17, 65:18.
- König, Felix: 64:02, 65:13, 65:14.
- König, Hermann: 65:11-65:14.
- König, Lenore: 63:12, 65:13,  
65:15-65:18, 65:21-65:23.
- Koppenfels, W.v.: Kapsel 61.

- Köthe, G.: 481, 678, 683, 697, 777, 1113.
- Koźniewski, A.: 619, 633.
- Krbek, F.v.: Kapsel 61, 64:14.
- Kronecker, L.: 840, 1076, 1128.
- Kunugui, K.: 759.
- Kuratowski, K.: 53, 97, 98, 153, 262, 266, 268, 344, 345, 356, 357, 375, 379, 388, 408, 423, 465, 488, 514, 516, 533, 534, 553-556, 558, 573, 577-579, 588, 594, 598, 599, 605, 608-610, 612-615, 618-620, 624, 626, 627, 629, 632-636, 638, 642, 643, 648, 649, 653, 654, 658, 660, 661, 663, 665, 670, 685, 687, 689, 710, 721, 722, 725, 728, 730, 735, 736, 740, 759, 762-764, 770, 774, 985-987, 996, 1058, 1062, 1085, 1087, 1096, 1105, 1113.
- Kurepa, G.: 629, 702.
- Kurosh, A.: 755.
- Lagrange, J.L.: 1123.
- Lambert, J.H.: 994.
- Landau, E.: 44, 148, 248, 361, 441, 467, 583, 757, 845, 1022, 1092, 1093, 1116, 1123, Kapsel 61.
- Langen, A.: 77.
- Laplace, P.S.: 1077, 1079.
- Lasswitz, K.: 1079.
- Lavrentjeff, M.: 619.
- Lebesgue, H.: 42, 119, 121, 626, 662, 845, 847, 857, 860, 897, 986.
- Lechallas, G.: 1076.
- Lefschetz, S.: 401, 402, 578, 639, 750, Kapsel 61, Kapsel 62.
- Legendre, A.-M.: 994, 1077.
- Lehmann-Filhés, R.: 1154.
- Leibniz, G.W.: 1080.
- Lennes, N.J.: 561.
- Lerch, M.: 871, 927, 1088.
- Levi-Civita, T.: 175.
- Lewy, H.: 456.
- Lexis, W.: 5.
- Liapunoff, A.: 788, 1128.
- Lie, S.: 994, 1076, 1082, 1166-1168, 1172.
- Lindemann, F.: 117, 822, 994.
- Liouville, J.: 1009, 1123, 1128.
- Lipschitz, R.: 942, 949, 963, 1076, 1078.
- Littlewood, J.E.: 119, 148, 341, 896, 1016, 1092, 1093.
- Livenson, E.: 430-432, 436, 530.
- Ljusternik, L.A.: Kapsel 61.
- Lobatschewski, N.I.: 994.
- Locke, J.: 994.
- Loewenstein, Marion(?): Kapsel 61.
- London, Edith: Kapsel 61.
- Lotze, H.: 1078, 1079.
- Löwner, K.: 147.
- Lucas, F.E.A.: 1123.
- Lukács, F.: 935.
- Lusin, N.: 279, 281, 298, 305, 320, 409, 426, 544, 554, 608, 616, 619, 627, 662, 759, 850, 866, 1043, 1063, 1065, Kapsel 61, Kapsel 62.
- Maak, W.: 789.
- Mach, E.: 1077, 1088.
- Maillet, E.Th.: 1123.
- Mahler, K.: Kapsel 61.
- Malz, ?.: Kapsel 61.
- Marcinkiewicz, J.: 735.
- Markoff, A.A.: 870, 878, 914.
- Maxwell, J.C.: 1077.
- Mayer, A.: 1145, 1148, 1161, 1163, 1165, 1170, 1172.
- Mayer, W.: 402, 743.
- Mazurkiewicz, St.: 87, 278, 458, 488, 519, 522, 524, 556, 588, 606, 613, 614, 620, 646, 660, 685, 687, 735, 739, 762, 768, 782, 985, 986, 1047, 1058,

1060-1062, 1105.  
 Mehrtens, H.: 64:13.  
 Meidell, B.: 352.  
 Menger, K.: 93, 104, 261, 280, 542,  
 575, 577, 635, 638, 762, 770,  
 985, 987, 990, 992, 1105,  
 1113, Kapsel 61, Kapsel 62.  
 Mertens, F.: 1128.  
 Mie, G.: 818.  
 Mignosi, G.: 1051.  
 Miller, G.A.: 360.  
 Minding, E.F.: 994.  
 Minkowski, H.: 796, 1067.  
 Mises, R.v.: 1012, 1093.  
 Mittag-Leffler, G.: 829.  
 Möbius, A.F.: 7, 1073.  
 Molk, J.: 1128.  
 Montel, P.A.: 804.  
 Montgomery, D.: 612, 619.  
 Moore, C.N.: 119.  
 Moore, R.L.: 93, 268, 329, 545, 589,  
 635, 636, 653, 659-661, 687,  
 735, 765, 767-769, 772, 985,  
 1087, 1096.  
 Müller, J.O.: 77.  
 Mullikin, A.: 685, 768.  
 Münz, Ch.: 927, 1088.  
 Natorp, P.: 1067, 1077.  
 Neder, L.: 848.  
 Nekrasov, A.I.: 1128.  
 Netto, E.: 480.  
 Neumann, C.: 1077, 1159.  
 Neumann, J.v.: 538, 644, 747-749,  
 789.  
 Nevanlinna, R.: 888.  
 Niemytski, V.W.: Kapsel 61.  
 Nietzsche, F.: 1076.  
 Nikodym, O.: 408, 425, 568, 722.  
 Nikodym, St.: 488, 599.  
 Nöbeling, G.: 95, 985-987.  
 Noether, E.: Kapsel 61.  
 Nörlund, N.E.: 930.  
 Novikoff, P.: 608, 759.  
 Oppenheim, A.: 424.  
 Oppert, K.: 64:04.  
 Osgood, W.F.: 248.  
 Ostwald, W.: 1077.  
 Palágyi, M.: 1078.  
 Pappenheim, Edith: 63:06-63:09,  
 63:15, 65:02.  
 Paulsen, F.: 1153.  
 Peano, G.: 1076.  
 Perron, O.: 43, 207, 424, 872, 936,  
 1088, 1092.  
 Peter, F.: 747.  
 Phillipson, A.: 104.  
 Phragmén, E.: 764, 765, 985.  
 Pick, G.: 147, 342.  
 Pincherle, S.: 175.  
 Plancherel, M.: 852, 855, 857, 862,  
 865.  
 Planck, M.: 796.  
 Poincaré, H.: 1067, 1076, 1078,  
 1079, 1082.  
 Poisson, S.D.: 1079.  
 Polya, G.: 137, 138, 735, 798, 845,  
 1088.  
 Pontrjagin, L.S.: 538, 639, 665, 666,  
 681, 688, 746, 748, 750, 760,  
 986, 1050, 1115, Kapsel 61.  
 Poprougénko, G.: 721.  
 Posament, T.: 588.  
 Poske, F.: 1079.  
 Posner, Th.: 1142.  
 Pringsheim, A.: 175, 259, 485.  
 Prüfer, H.: 500.  
 Radon, J.K.A.: 83.  
 Realis, S.: 1123.  
 Remak, R.: 250.  
 Rembrandt van Rijn: 1080.  
 Ricci-Curbastro, G.: 1076.  
 Riemann, B.: 994, 1067, 1076, 1092.  
 Riesz, F.: 212, 248, 403, 405, 423,  
 510, 701, 879, 880, 883, 886,  
 890, 897.  
 Riesz, M.: 84, 141, 142, 148, 847,  
 867, 873, 878, 901, 928, 935,  
 1088, 1092, 1094, 1120.



Rohn, K.: 1091.  
 Rosenthal, A.: 218, 685.  
 Rothe, H.: 796.  
 Rothe, R.: 209.  
 Rowe, J.E.: 119.  
 Ruciewicz, S.: 607.  
 Runge, C.: 804, 829.  
 Russell, B.: 1068, 1076, 1077.  
 Saccheri, G.: 994.  
 Saks, S.: 457, 546, 547, 603, 735.  
 Sannia, G.: 210, 1093.  
 Schauder, J.: 385, 396, 398, 423,  
     762.  
 Scheffers, G.: 981, 984.  
 Scheffler, H.: 1075.  
 Schelling, K.F.A.: 1081.  
 Scherrer, W.: 782.  
 Schläfli, L.: 1076.  
 Schlick, O.: 796.  
 Schmidt, E.: 423, 469.  
 Schmidt, R.: 45, 308, 330.  
 Schmitz-Dumont, O.: 1078.  
 Schnee, W.: 142, 1092.  
 Schnirelman, L.G.: Kapsel 61.  
 Schoenberg, I.J.: 455.  
 Schoenflies, A.: 256, 766, 1138.  
 Schopenhauer, A.: 1078, 1080, 1081.  
 Schreier, O.: 748.  
 Schumacher, H.Ch.: 994.  
 Schur, A.: 77, 78.  
 Schur, I.: 306, 901, 935, 1088, 1123.  
 Schur, F.: 1076.  
 Schwarz, H.A.: 250.  
 Schweikart, F.K.: 994.  
 Schwerdtfeger, H.: 965.  
 Seifert, H.: 664, 1084, Kapsel 61,  
     Kapsel 62.  
 Sélivanowski, E.: 1043.  
 Shoda, K.: 719, 720.  
 Siegel, C.L.: 1080.  
 Sierpiński, W.: 87, 94-96, 104, 157,  
     244, 254, 262, 270, 274, 278,  
     301, 310, 347, 423, 430, 433,  
     513, 558, 559, 561, 577, 588,  
     609, 611, 613, 614, 616, 619,  
     627, 630-633, 641, 645, 672,  
     701, 714, 722, 729, 759, 761,  
     772, 837, 838, 985, 986, 992,  
     1043, 1047, 1060-1063,  
     1065, 1066, 1105, 1113,  
     1117, Kapsel 61.  
 Silverman, L.L.: 206.  
 Smail, L.L.: 119.  
 Speiser, A.: 307, 716.  
 Sperner, E.: 789, 986.  
 Spinoza, B.de: 994.  
 Stäckel, P.: 994, 1079.  
 Stallo, J.B.: 1077.  
 Steenrod, N.E.: 749, 750, 1048,  
     1118.  
 Steinbach, G.: 408, 527.  
 Steinhaus, H.: 439, 751, 848, 866.  
 Stepanoff, W.: 425.  
 Stieltjes, Th.J.: 870, 871, 928, 932,  
     936, 937, 940.  
 Stifter, A.: 1080.  
 Stolz, O.: 175.  
 Stone, M.H.: 644, 777.  
 Storm, Th.: 1080.  
 Straszewicz, S.: 588, 685, 763, 765.  
 Study, E.: 15, 881, 882, 943, 944,  
     951, 1051, 1078, 1140,  
     Kapsel 61, Kapsel 62.  
 Szász, O.: 131, 870, 925, 927, 1088,  
     1120.  
 Szegő, G.: 456.  
 Szpilrajn, E.: 87, 555, 606, 735, 740.  
 Tarski, A.: 161, 588, 644.  
 Tauber, A.: 1092, 1093.  
 Taurinus, F.A.: 994.  
 Thomae, J.: 175.  
 Thomson, Sir W.(Lord Kelvin):  
     1079.  
 Threlfall, W.: 664, 1084, Kapsel 61,  
     Kapsel 62.  
 Thue, A.: 791.  
 Tietjen, F.: 1154.  
 Tietz, H.: Kapsel 61.

Tietze, H.: 985, 1113.  
 Toeplitz, O.: 77, 132, 327, 423, 481,  
     628, 640, 678, 696, 802, 803,  
     882, 1092, 1113, Kapsel 62.  
 Torhorst, M.: 638, 764-766.  
 Tschebyscheff, P.L.: 842, 870, 874,  
     878, 914, 928, 937.  
 Tucker, A.W.: 401.  
 Tumarkin, L.: Kapsel 61.  
 Tychonoff, A.: 654, Kapsel 61.  
 Ulam, S.: 513, 530, 588, 645, 725,  
     728.  
 Unterberg, C.: Kapsel 61.  
 Urysohn, P.S.: 94, 165, 635, 636,  
     654, 703, 704, 723, 784,  
     985-987, 992, 1105, 1109,  
     Kapsel 61, Kapsel 62.  
 Vahlen, Th.: 77.  
 Vallée Poussin, Ch.J.de la: 148,  
     662, 897.  
 Vandiver, H.S.: 119.  
 Veblen, O.: 777, Kapsel 61.  
 Veronese, G.: 1077, 1078, 1128.  
 Vietoris, L.: 93, 217, 268, 287, 402,  
     556, 557, 639, 742, 985,  
     1084, 1096, 1130.  
 Vischer, F.Th.v.: 1080.  
 Vivanti, G.: 175, 797, 812.  
 Vleck, E.B.van: 1128.  
 Voss, A.: 1128.  
 Waerden, B.L.van der: 771, 789,  
     1106.  
 Wallace, A.D.: 776.  
 Wangerin, A.: 897.  
 Waraszkiewicz, Z.: 985, 987.  
 Waring, E.: 1123.  
 Weber, H.: 494, 822.  
 Weber, L.: 1077.  
 Wedenissoff, N.: 657, Kapsel 61,  
     Kapsel 62.  
 Wegner, U.: 77, 306.  
 Weiß, E.A.: 77, 78, 1103.  
 Weisse, Ch.H.: 1078.  
 Weyl, H.: 121, 747, 836, 839, 840,  
     847, 864, 865, Kapsel 61.  
 Whitehead, A.N.: 175.  
 Whyburn, G.T.: 561, 577, 590, 598,  
     599, 635, 638, 670, 764, 765,  
     770, 776, 985.  
 Wieferich, A.: 1123.  
 Wigert, S.: 798.  
 Wilder, R.L.: 591, 599, 638, 687,  
     764, 765.  
 Wittstein, Th.L.: 1075.  
 Wolff, Käthe: Kapsel 61.  
 Wundt, W.: 1078-1080.  
 Young, G.C.: 880, 881, 885.  
 Young, J.W.: 777.  
 Young, W.H.: 43, 119, 203, 222,  
     341, 846, 880, 881, 883, 885,  
     896.  
 Zach, F.X.v.: 1075.  
 Zarankiewicz, C.: 588, 598, 635,  
     687, 770, 985.  
 Zermelo, E.: 112.  
 Zeuner, G.: 5, 1075.  
 Zillmer, A.: 1075.  
 Zippin, L.: 747, 758, 790, 985.  
 Zoretti, L.: 218, 985.  
 Zygmund, A.: 751.