
Stabilität schneller Drehbewegungen von Sportlern in Freiflugphasen

P. Maißer, U. Jungnickel

Technische Universität Chemnitz

Institut für Mechatronik

1 Einführung

Die vorliegende Arbeit fasst die Ergebnisse eines vom BISp geförderten Forschungsprojektes zusammen, das vom Institut für Mechatronik (IfM) Chemnitz in enger Kooperation mit dem Institut für Angewandte Trainingswissenschaften (IAT) Leipzig bearbeitet wurde. Einen Anstoß zur Initiierung des Forschungsvorhabens lieferten bestimmte Regeländerungen, die im Anschluss an die Olympischen Sommerspiele in Atlanta in den Sportarten Wasserspringen und Kunstturnen ursprüngliche Beschränkungen in der Entwicklung neuer Übungsteile aufhoben. Freiflugbewegungen werden auch in anderen Sportarten wie Eiskunstlaufen oder Trampolinspringen ständig weiterentwickelt. Trainer und Athleten erwarten Hilfestellung bei der Erprobung neuer Übungen, sie wünschen Informationen über die Ausführbarkeit und Stabilität dieser neuen Bewegungen. Das gilt insbesondere für die Ausführung sehr schneller Drehbewegungen im Freiflug. Aus diesen Anforderungen heraus entstanden Fragestellungen nach der Stabilität schneller Drehbewegungen in Freiflugphasen.

Bei den Untersuchungen zu dieser Problematik sollte ein kräftiges Hilfsmittel zum Einsatz gebracht werden, ohne das die Bearbeitung dieses Themas nicht möglich gewesen wäre: die Simulation der Bewegungsabläufe mit einem Dynamik-Simulationswerkzeug für Mehrkörpersysteme, dem am IfM entwickelten Programmsystem *alaska*. Eine weitere wesentliche Voraussetzung unserer Arbeiten waren bereits gut entwickelte Menschmodelle für *alaska*, doch es war überhaupt nicht klar, wie mit Hilfe dieser Menschmodelle reale Freiflugbewegungen simuliert werden können. Eine wesentliche Besonderheit bei der Freiflugsimulation liegt in der Steuerung des Bewegungsablaufes. Gesteuert werden nur die Bewegungen der sogenannten inneren Koordinaten (Relativkoordinaten der Gelenke) des Menschmodells, nicht jedoch die äußeren Koordinaten (Absolutkoordinaten des Beckens bezüglich des Inertialkoordinatensystems). Deshalb musste eine völlig neue Methode der dynamischen Steuerung für die Freiflugsimulation entwickelt werden.

Das Problem der Stabilität stellt sich vor diesem Hintergrund in zweifacher Hinsicht. Einerseits interessiert die Stabilität der Referenzbewegung selbst (realer Bewegungsablauf resultierend aus einer Videoaufnahme), andererseits entsteht in natürlicher Weise die

Frage nach der Stabilität der Steuerung zur Rekonstruktion einer Referenzbewegung in der Simulation. Diese zweite Fragestellung konnte im Laufe des Forschungsprojektes umfassend geklärt werden. Mit Hilfe bekannter Verfahren aus der Ljapunovschen Stabilitätstheorie wurde die nichtlineare Steuertheorie von Mehrkörpersystemen (MURRAY, LI & SASTRY 1994, 5) auf den Fall verallgemeinert, dass nur ein Teil der verallgemeinerten Koordinaten (beim Freiflug des Menschmodells dessen innere Koordinaten) dynamisch gesteuert werden. Die erzielten theoretischen Ergebnisse zur Stabilität solcher Steuerungen wurden in entsprechende Zusatzsoftware zu *alaska* umgesetzt und bilden die Grundlage für die Simulation von Freiflugbewegungen.

Zur Beurteilung der Stabilität der Referenzbewegungen wurden mehrere unterschiedliche Kriterien herangezogen, die anhand konkreter Bewegungsabläufe aus den genannten Sportarten erprobt wurden. Zu diesen Kriterien gehören die Berechnung von Störbewegungen bei einer gegebenen Anfangsstörung, die Berechnung des Hauptträgheitsachsensystems des Menschmodells, Ljapunovexponenten der Störbewegung und die Lösung der Ljapunovschen Differentialgleichungen. Wie sich herausstellte, kann mit diesen Mitteln vor allem die Instabilität einer Referenzbewegung festgestellt werden, d.h. es kann gezeigt werden, dass eine solche Bewegung unter bestimmten Bedingungen nicht stabil im Sinne von Ljapunov ist. Zur Überprüfung der genannten Kriterien wurde ebenfalls entsprechende Ergänzungssoftware zu *alaska* entwickelt.

Unser Kooperationspartner, das IAT Leipzig, lieferte die Zeitfunktionen der 3-D-Markerkoordinaten von 22 speziell festgelegten Punkten am Sportler für ausgewählte Bewegungen aus den Sportarten Wasserspringen (Auerbachsalto vom 3-m-Brett, Handstandangang eines Sprunges vom 10-m-Turm), Reckturnen (doppelter Tsukahara als Abgang) und Eiskunstlaufen (vierfacher Lutz, dreifacher Axel) im Ergebnis der Analyse von Video-Sequenzen. Anhand dieser Beispiele wurden sowohl die Simulation der Bewegungsabläufe als auch die entwickelten Verfahren zur nichtlinearen Steuerung und zur Beurteilung der Stabilität der Referenzbewegungen getestet. Sie dienen in der vorliegenden Arbeit der Veranschaulichung der dargelegten Theorie. Verschiedene zusätzliche Variantenuntersuchungen anhand dieser Beispiele demonstrieren die unmittelbare Trainingswirksamkeit der Simulation.

2 alaska-Menschmodell

Das *alaska*-Menschmodell bildet die Grundlage für alle durchgeführten Simulationen und für die Untersuchungen zur Stabilität von Referenzbewegungen und dynamischen Steuerungen. Das Menschmodell basiert auf einem Standard-Modell nach SAZIORSKI (ARUIN & SAZIORSKI 1989): das vom IfM ständig weiterentwickelt und vervollkommen wird. Es besteht aus 21 Segmenten (vgl. Abbildung 1), die durch Gelenke miteinander

verbunden sind. Die Segmente in diesem Modell sind Starrkörper, im Segment Bauch ist zusätzlich eine Schwabbelmasse elastisch aufgehängt.

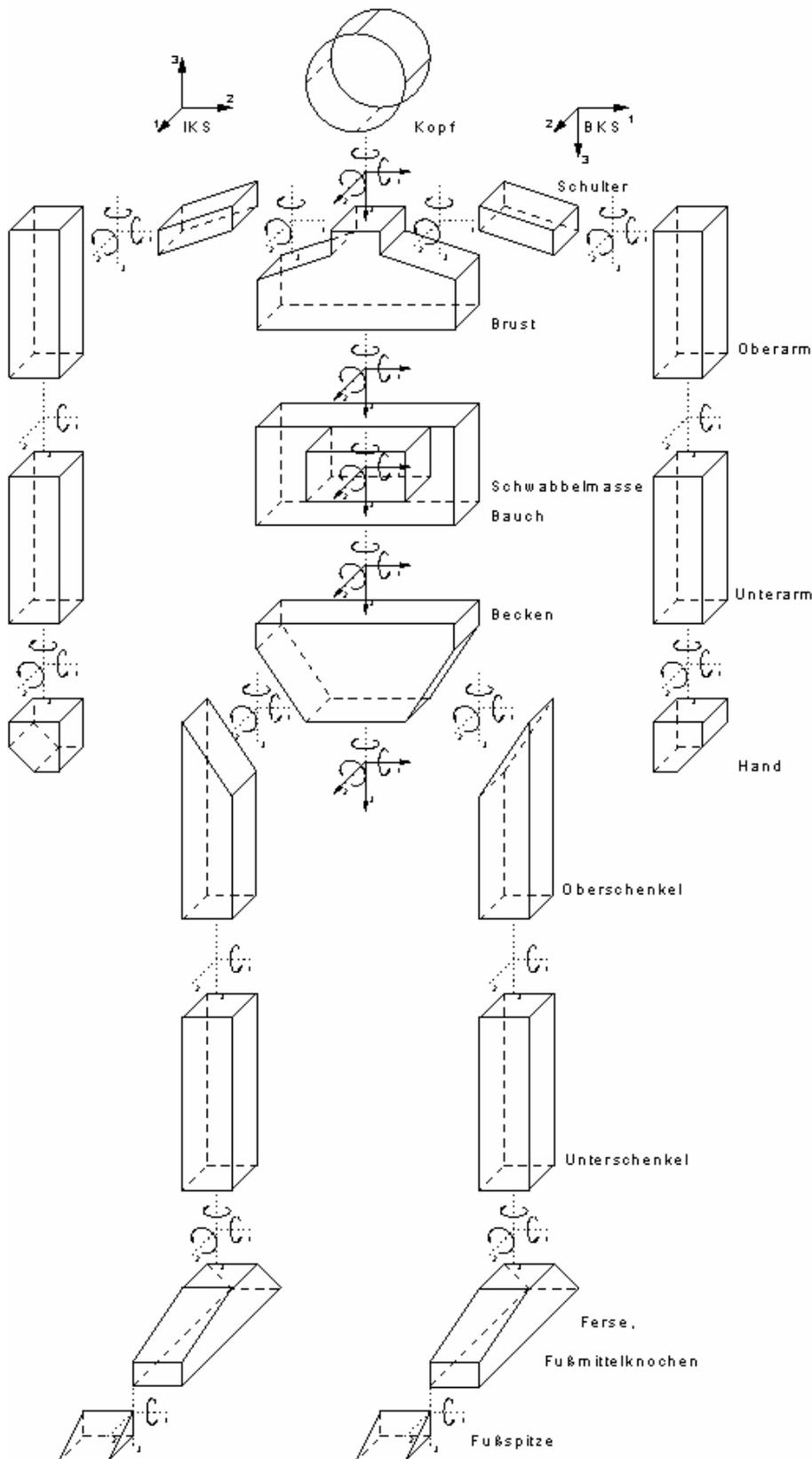


Abb. 1. Menschmodell

Das Menschmodell ist hierarchisch aufgebaut. Abbildung 1 zeigt alle Bewegungsmöglichkeiten des Modells in seiner detailliertesten Ausbaustufe. Für die Simulation der Freiflugbewegungen wurde ein reduziertes Modell verwendet, bei dem einige der dargestellten Bewegungsmöglichkeiten (z.B. die Bewegungen der Zehen, Hände, Schwabbelmasse) gesperrt sind. Die verbleibenden 25 Relativkoordinaten in den Gelenken des Menschmodells und die sechs Absolutkoordinaten des Referenzkörpers Becken in Bezug auf das Inertialsystem bilden die verallgemeinerten Koordinaten q^a , die die Lage des Mehrkörpersystems Menschmodell eindeutig beschreiben. Das Modell hat somit den Freiheitsgrad 31 und besitzt 25 innere Koordinaten q^{a1} und sechs äußere Koordinaten q^{a2} .

3 Kinematische Analyse der Referenzbewegung

Die in der Einführung erwähnten Referenzbewegungen resultieren in der Regel aus Videoaufnahmen von realen Übungen, die von den Kampfrichtern besonders gut bewertet wurden. Eine Ausnahme bildet der vierfache Lutz als Beispiel aus dem Eiskunstlaufen. In diesem Fall wurde der reale Sprung gestürzt und die Aufgabe der Simulation bestand darin, die Ursachen für den Sturz zu untersuchen.

Die Zeitfunktionen der Bewegung von 22 ausgewählten Punkten auf dem Sportler im Inertialsystem (3-D-Markerkoordinaten) wurden vom IAT aus den Videoaufnahmen mittels 3-D-Videoanalyse berechnet. Die Aufgabe der inversen Kinematik besteht darin, die Zeitfunktionen der verallgemeinerten Koordinaten des Menschmodells so zu bestimmen, dass die den Markern entsprechenden Punkte auf dem Menschmodell im Inertialsystem die gemessenen Bewegungen ausführen. Dabei ist eine gewisse Messungenauigkeit zu berücksichtigen. Es wird im Ansatz unmöglich sein, in jedem Zeitpunkt genau eine Lage des Mehrkörpersystems zu berechnen, welche alle vorgegebenen Messwerte exakt erfüllt. Selbst eine Minimierung der Abweichungen von den Messwerten, etwa im quadratischen Mittel in jedem Zeitpunkt, würde nicht zu glatten Lösungen und damit nicht zu akzeptablen Referenzbewegungen führen. Am IfM wurde deshalb eine spezielle Technik der inversen Kinematik entwickelt, die als dynamische Nachführung bezeichnet wird. Die gewöhnliche kinematische Analyse wird nur für den Anfangszeitpunkt durchgeführt, um geeignete Startwerte für die dynamische Nachführung zu erhalten. Das Menschmodell wird danach in die Menge der Markerpunkte eingebettet, wobei zwischen den Markerpunkten und den entsprechenden körperfesten Punkten auf dem Menschmodell eine viscoelastische Kraftkopplung vorgesehen wird. Die numerische Integration der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen mit den berechneten Startwerten liefert hinreichend glatte Zeitfunktionen für die inneren Koordinaten des Menschmodells. Diese Bewegungen der inneren Koordinaten können mit gutem Recht auch als Referenzbewegung ohne viscoelastische Kraftkopplung angesehen werden, weil sich die

Kraftkopplung bei der dynamischen Nachführung hauptsächlich auf die Bewegung der äußeren Koordinaten auswirkt. Abbildung 2 zeigt die mit Hilfe dieses Verfahrens berechneten Bewegungen der Kniegelenkwinkel beim doppelten Tsukahara des Reckturners.



Abb. 2: Kniegelenkwinkel beim Reckturner

Die aus der dynamischen Nachführung berechneten Zeitverläufe $q_0^{a_1}(t)$ definieren für die Freiflugdynamik rheonome Zwangsbedingungen

$$f^{a_1}(q, t) := q^{a_1} - q_0^{a_1}(t) = 0, \quad |\{a_1\}| = r := 25. \quad (1)$$

Partielle kinematische Steuerung der Freiflugbewegung heißt, dass die zulässigen Lagen des Mehrkörpersystems exakt auf der durch (1) definierten Mannigfaltigkeit liegen. Die partielle dynamische Steuerung der Freiflugbewegung erfolgt dagegen so, dass die inneren Koordinaten des Menschmodells asymptotisch den Zwangsbedingungen (1) genügen.

4 Optimierung der Anfangsbedingungen der äußeren Koordinaten

In einem ersten Schritt wird die Bewegung $q^a(t)$ in der Freiflugsimulation entsprechend den Zwangsbedingungen (1) partiell kinematisch gesteuert: $q^{a_1} = q_0^{a_1}(t)$. Diese Bewegung genügt den Lagrangeschen Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems. Die explizite Form dieser Lagrangeschen Gleichungen kann mit der Metrik $g_{ab}(q)$ des Rie-

mannschen Konfigurationenraumes V^n des Mehrkörpersystems, $n = |\{a\}| = 31$, den Christoffelsymbolen 1. Art $\Gamma_{abc}(q)$ und den verallgemeinerten Kräften $Q_a(\dot{q}, q, t)$ wie folgt geschrieben werden:

$$g_{ab}(q)\ddot{q}^b + \Gamma_{abc}\dot{q}^b\dot{q}^c = Q_a(\dot{q}, q, t) + R_a, \quad (2)$$

(vgl. MAISSER 1997).

$R_a := \partial_a f^{a1} \lambda_{a1}$ bezeichnet dabei die verallgemeinerten Reaktionskräfte infolge der Zwangsbedingungen (1), insbesondere ist $R_{a2} \equiv \mathbf{0}$. Aus (1) und (2) folgen die reinen Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems auf der durch (1) definierten Mannigfaltigkeit V^m des Konfigurationenraumes, $m=n-r$, die sogenannten Woronetzgleichungen:

$$g_{a2b2}\ddot{q}^{b2} + \Gamma_{a2bc}\dot{q}^b\dot{q}^c = Q_{a2} - g_{a2b1}\ddot{q}_0^{b1}(t). \quad (3)$$

Bei gegebenen Anfangsbedingungen für die äußeren Koordinaten: $q^{a2}(t_0) = q_0^{a2}$, $\dot{q}^{a2}(t_0) = \dot{q}_0^{a2}$

ergibt die Integration von (3) die Bewegung des partiell kinematisch gesteuerten Mehrkörpersystems im Freiflug.

Die bestmögliche Approximation der im Video vorgegebenen Bewegung kann bei bekannter Anfangslage durch eine optimale Wahl der Anfangsgeschwindigkeiten erreicht werden. Zielfunktionen für die Parameteroptimierung mit den Parametern $\dot{q}^{a2}(t_0)$ waren das Maximum über dem betrachteten Zeitintervall $[0, T]$ (bzw. das Integral über dieses Zeitintervall) der Summe der Abstandsquadrate der 22 Markerpunkte von den entsprechenden Punkten auf dem Menschmodell. Die so berechneten optimalen Anfangsbedingungen bestimmen die inneren nichtholonomen Zwangsbedingungen des Menschmodells, die durch die klassischen Erhaltungssätze repräsentiert werden: Beim Freiflug des Mehrkörpersystems, also bei Abwesenheit äußerer am Mehrkörpersystem angreifender Kräfte und Momente mit Ausnahme der Schwerkraft, bleibt der Gesamtdrehimpuls bezüglich des Gesamtmassenmittelpunkts konstant, der Gesamtdrehimpuls bezüglich des Ursprungs des Inertialsystems ist eine quadratische Funktion der Zeit und der Gesamtimpuls des Mehrkörpersystems in Bezug auf das Inertialsystem ist eine lineare Funktion der Zeit. Die Abbildungen 3 und 4 zeigen den Gesamtdrehimpuls bezüglich des Gesamtmassenmittelpunkts sowie den Gesamtimpuls für die Simulation des Auerbachsaltos vom 3-m-Brett. Die nur partielle Steuerung (kinematisch oder dynamisch) garantiert die Erfüllung der Erhaltungssätze in der Simulation.



Abb. 3: Gesamtdrehimpuls des Wasserspringers

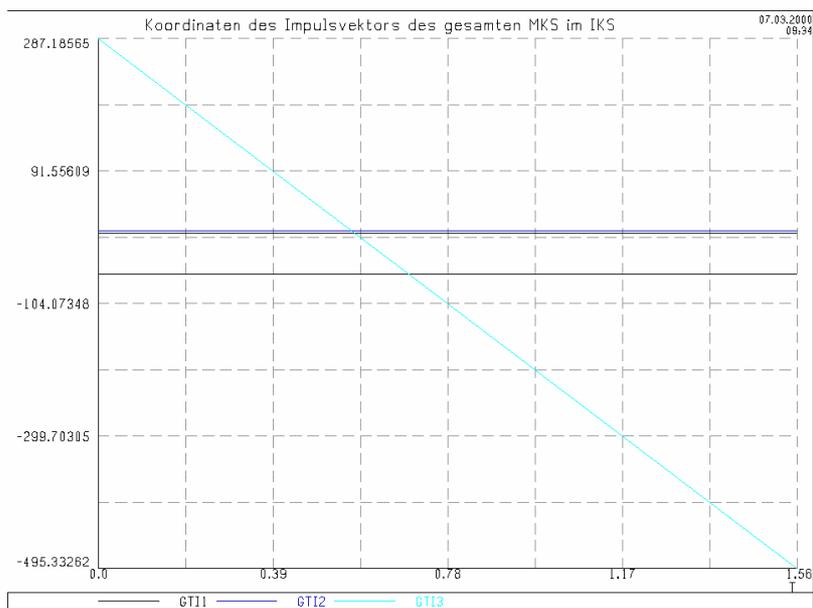


Abb. 4: Gesamtimpuls des Wasserspringers

5 Dynamische Steuerung

Im realen Bewegungsablauf geschieht die Bewegungssteuerung durch Kräfte und Momente, die von den Muskeln des Sportlers aufgebracht werden. Sie sind für Trainer und Sportler besonders interessant, weil der Kraftaufbau speziell trainiert werden muss. Bei partieller kinematischer Steuerung können diese Kräfte und Momente als Reaktionskräfte und -momente auf die kinematische Steuerung in den Gelenken berechnet werden. Das übliche Verfahren der inversen Dynamik besteht dann darin, diese Reaktionskräfte und -momente als eingeprägte Kräfte und Momente zwischen den durch ein Gelenk verbundenen Segmenten (entlang der Gelenkachse) vorzugeben und so die verallgemeinerten Reaktionskräfte R_{a1} in den Lagrangeschen Gleichungen (2) durch eingeprägte verallgemeinerte Kräfte zu ersetzen. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht darin, dass kleine Fehler in der Berechnung der Zeitverläufe der verallgemeinerten Koordinaten und deren Ableitungen, die z.B. durch die Splineapproximation der berechneten Reaktionen entstehen, im Laufe der Simulation nicht kompensiert werden können. Die Fehler werden größer, die zusätzlichen eingeprägten Kräfte und Momente berücksichtigen diese Fehler nicht. Die Steuerung erweist sich als instabil. Ein Beispiel für die Instabilität des Verfahrens der inversen Dynamik bei der Simulation des Abganges des Reckturners ist in Abbildung 5 zu sehen.

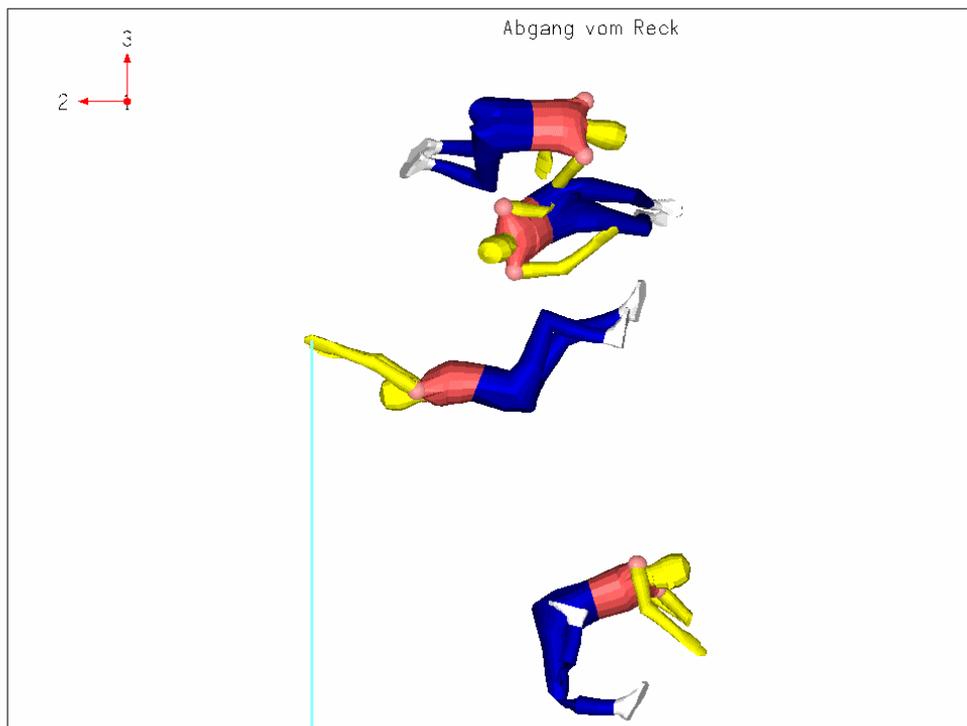


Abb. 5: Simulation des Reckabgangs mittels inverser Dynamik

Unser Ziel war es deshalb, eine *Ljapunovstabile dynamische* Steuerung durch geeignete eingeprägte verallgemeinerte Kräfte, repräsentiert durch Antriebe in den Gelenken des Menschmodells, zu entwickeln. Die Steuerung sollte robust auf eventuelle Fehler in den verallgemeinerten Koordinaten q^{a1} und deren Ableitungen und somit auf Abweichungen der Lage des Mehrkörpersystems von der Mannigfaltigkeit V^m reagieren.

In der Literatur der Robotersteuerung (vgl. MURRAY, LI & SASTRY 1994) existierten bereits bekannte Verfahren wie die sogenannte erweiterte PD-Steuerung zur Ljapunovstabilen vollständigen dynamischen Steuerung von Mehrkörpersystemen. Typisch für solche Steuerungen ist eine nichtlineare Entkopplung. Das Kraftgesetz besteht aus zwei Komponenten, von denen die erste nichtlineare Feedforward-Komponente die verallgemeinerten Reaktionskräfte R_{a1} approximiert, während die zweite lineare Feedback-Komponente Korrekturkräfte erzeugt, welche die Abweichungen der Lage des Mehrkörpersystems von der Mannigfaltigkeit V^m korrigieren.

Die partielle dynamische Steuerung entsprechend dem Prinzip der erweiterten PD-Steuerung ist dagegen neu. Das Mehrkörpersystem wird dabei so gesteuert, dass es sich asymptotisch auf die durch die Zwangsbedingungen (1) definierte Mannigfaltigkeit zubewegt, wobei die Bewegung der äußeren Koordinaten q^{a2} keinem Zwang unterliegt. Die Aufgabe besteht darin, ein Steuergesetz \bar{R}_{a1} zu definieren, welches garantiert, dass die Abweichungen der Lage $q^a(t)$ von V^m bzw. die Abweichungen des Zustandes $(q^a(t), \dot{q}^a(t))$ von dem Tangentialbündel $T^m V^m$ an die Mannigfaltigkeit für alle Zeitpunkte klein bleiben, wenn dies für die Anfangsbedingungen zutrifft. Ein solches Steuergesetz wird Ljapunovstabil genannt. Eine genauere Definition der Begriffe Ljapunovsche Stabilität, gleichmäßige Stabilität, asymptotische Stabilität ist im Abschnitt 6.1. zu finden.

In den Bewegungsgleichungen (2) werden die verallgemeinerten Reaktionskräfte R_{a1} bei partieller dynamischer Steuerung durch ein Steuergesetz \bar{R}_{a1} ersetzt. Entsprechend der Partitionierung der verallgemeinerten Koordinaten $(q^a) = (q^{a1}, q^{a2})$ zerfallen die entstehenden Bewegungsgleichungen für die partielle dynamische Steuerung in zwei Anteile:

$$g_{a_1 b_1}(q) \ddot{q}^{b_1} + g_{a_1 b_2}(q) \ddot{q}^{b_2} + \Gamma_{a_1 b c}(q) \dot{q}^b \dot{q}^c = Q_{a_1} + \bar{R}_{a_1}, \quad (4a)$$

$$g_{a_2 b_1}(q) \ddot{q}^{b_1} + g_{a_2 b_2}(q) \ddot{q}^{b_2} + \Gamma_{a_2 b c}(q) \dot{q}^b \dot{q}^c = Q_{a_2}. \quad (4b)$$

Die erweiterte PD-Steuerung \bar{R}_{a_1} wird online in jedem Integrationsschritt der Gleichungen (4) aus dem aktuellen Zustand $(q^a(t), \dot{q}^a(t))$, aus den Sollfunktionen

$q_0^{a_1}(t)$ und deren ersten und zweiten Ableitungen sowie aus den aktuellen Fehlern $e^{b_1} := q^{b_1} - q_0^{b_1}(t)$ und deren Ableitungen berechnet. Sie hat die Form:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{a_1} = & g_{a_1 b_1} \ddot{q}_0^{b_1}(t) + g_{a_1 b_2} g^{b_2 a_2} \left[Q_{a_2} - g_{a_2 b_1} \ddot{q}_0^{b_1}(t) - \Gamma_{a_2 bc} \dot{q}^b \dot{q}^c \right] + \\ & + \Gamma_{a_1 bc_1} \dot{q}^b \dot{q}_0^{c_1}(t) + \Gamma_{a_1 bc_2} \dot{q}^b \dot{q}^{c_2} - Q_{a_1} - K_{a_1 b_1} \dot{e}^{b_1} - C_{a_1 b_1} e^{b_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

$K_{a_1 b_1}$ und $C_{a_1 b_1}$ bezeichnen symmetrische, positiv definite Wichtungsmatrizen für die aktuellen Fehler und deren Ableitungen, die zugehörigen Summanden charakterisieren die lineare Feedback-Komponente des Steuergesetzes. Die übrigen Summanden sind Teile der nichtlinearen Feedforward-Komponente des Steuergesetzes. Insbesondere enthält der zweite Summand implizit die Woronetzgleichungen (3), aufgelöst nach \ddot{q}^{a_2} , weil $g^{b_2 a_2} g_{a_2 c_2} = \delta_{c_2}^{b_2}$.

Das zugehörige closed-loop-Steuerschema zeigt Abbildung 6.

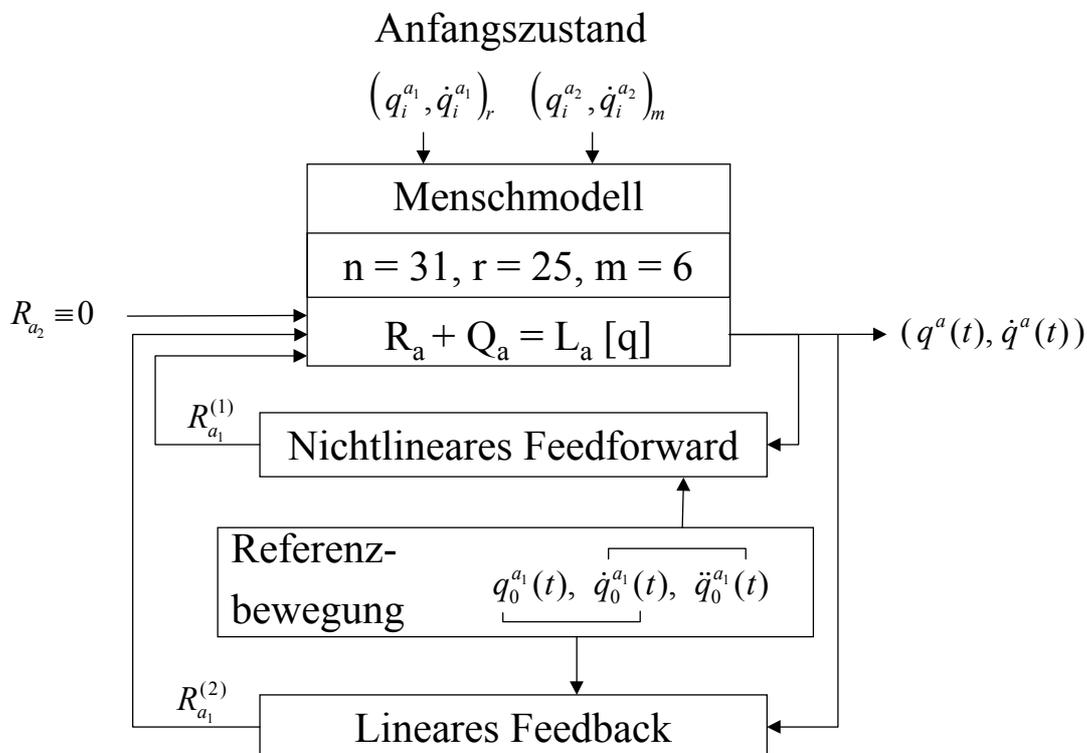


Abb. 6: Closed loop Steuerschema

Die aktuellen Fehler der inneren Koordinaten und deren Ableitungen verschwinden asymptotisch, wie die folgenden Überlegungen zeigen:

Die aktuellen Fehler der inneren Koordinaten und deren Ableitungen verschwinden asymptotisch, wie die folgenden Überlegungen zeigen:

Substitution von \bar{R}_{a_1} und (4b) in (4a) liefert die Differentialgleichungen für die Fehler:

$$\begin{aligned} & \left[g_{a_1 b_1}(q) - g_{a_1 b_2}(q) g^{b_2 a_2}(q) g_{a_2 b_1}(q) \right] \ddot{e}^{b_1} + \\ & + \left[\Gamma_{a_1 b b_1}(q) \dot{q}^b + K_{a_1 b_1} \right] \dot{e}^{b_1} + C_{a_1 b_1} e^{b_1} = 0. \end{aligned} \quad (6a)$$

Mit den Bezeichnungen

$$\begin{aligned} g & \equiv \begin{pmatrix} g_{a_1 b_1} & g_{a_1 b_2} \\ g_{a_2 b_1} & g_{a_2 b_2} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u & v \\ v^T & w \end{pmatrix} \\ \bar{g} & := u - v \cdot w^{-1} \cdot v^T, \quad \gamma := (\Gamma_{a_1 b b_1} \dot{q}^b), \\ K & := (K_{a_1 b_1}), \quad C := (C_{a_1 b_1}), \quad e := (e^{b_1}), \end{aligned}$$

lautet (6a) in Matrixschreibweise

$$\bar{g} \ddot{e} + (\gamma + K) \dot{e} + C e = 0. \quad (6b)$$

Nach einem Satz von LJAPUNOV ist die Nulllösung der Differentialgleichung (6b) asymptotisch stabil, wenn eine positiv definite Funktion $V(\dot{e}, e, q)$ existiert, deren negative Zeitableitung $-\dot{V}$ längs der Trajektorie von (6b) positiv definit ist. V heißt Ljapunovfunktion.

Als Kandidat für eine Ljapunovfunktion, die die Voraussetzungen des Satzes von Ljapunov erfüllt, wird

$$V(\dot{e}, e, q) := \frac{1}{2} \dot{e}^T \bar{g} \dot{e} + \frac{1}{2} e^T C e + \varepsilon e^T \bar{g} \dot{e} \quad (7)$$

gewählt. V ist eine positiv definite Funktion für hinreichend kleines ε , weil C positiv definit ist und \bar{g} die Inverse der linken oberen Teilmatrix von

$$g^{-1} \equiv \begin{pmatrix} u & v \\ v^T & w \end{pmatrix}^{-1}$$

und somit ebenfalls positiv definit ist. Aus der Schiefsymmetrie von $\dot{u} - 2\gamma$, d.h. $\dot{e}^T(\dot{u} - 2\gamma)e \equiv 0$, folgt längs der Trajektorie von (6b)

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{e}^T \bar{g} \ddot{e} + \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{\bar{g}} \dot{e} + \dot{e}^T C e + \varepsilon \left[\dot{e}^T \bar{g} \dot{e} + e^T (\dot{\bar{g}} \bar{e} + \bar{g} \ddot{e}) \right] = \\ &= -\dot{e}^T \left[(\gamma + K) \dot{e} + C e \right] + \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{\bar{g}} \dot{e} + \\ &\quad + \dot{e}^T C e + \varepsilon \left[\dot{e}^T \bar{g} \dot{e} + e^T (\dot{\bar{g}} \dot{e} + \bar{g} \ddot{e}) \right] = \\ &= -\dot{e}^T \left[K + \frac{1}{2} (v \cdot w^{-1} \cdot v^T) - \varepsilon \bar{g} \right] \dot{e} - \varepsilon e^T C e + \varepsilon e^T (\dot{\bar{g}} - \gamma - K) \dot{e}.\end{aligned}$$

Wenn K eine Diagonalmatrix mit hinreichend großen Diagonalelementen ist, so bleibt $K + \frac{1}{2} (v \cdot w^{-1} \cdot v^T)$ positiv definit, und folglich ist $-\dot{V}$ für hinreichend kleines ε eine positiv definite Funktion. Somit genügt V den Voraussetzungen des Satzes von LJAPUNOV, d.h. die Nulllösung der Fehlerdifferentialgleichungen (6b) ist asymptotisch stabil.

Das Steuergesetz \bar{R}_{a_1} führt daher zu einer asymptotisch stabilen dynamischen Steuerung des Menschmodells auf die durch (1) definierte Referenzbewegung. Die bei dem üblichen Verfahren der inversen Dynamik beobachteten Instabilitäten können bei Verwendung dieses Steuergesetzes nicht auftreten. Das Steuergesetz wurde in Form einer Ergänzungssoftware zu *alaska* implementiert und an verschiedenen Demonstrationsbeispielen aus den Sportarten Wasserspringen, Kunstturnen und Eiskunstlaufen getestet. Die Anfangsbedingungen für die inneren Koordinaten und deren Ableitungen ergeben sich aus den Sollfunktionen

$$q^{a_1}(t_0) = q_0^{a_1}(t_0), \dot{q}^{a_1}(t_0) = \dot{q}_0^{a_1}(t_0),$$

während die Anfangsbedingungen der äußeren Koordinaten den optimalen Werten entsprechen, die auch für die kinematische Steuerung verwendet wurden. In Abbildung 7 sind markante Sprungphasen des Auerbachsaltos dargestellt. Die Balken markieren den Gesamtdrehimpuls des Springers in Bezug auf den Gesamtmassenmittelpunkt, der in Betrag und Richtung konstant ist.

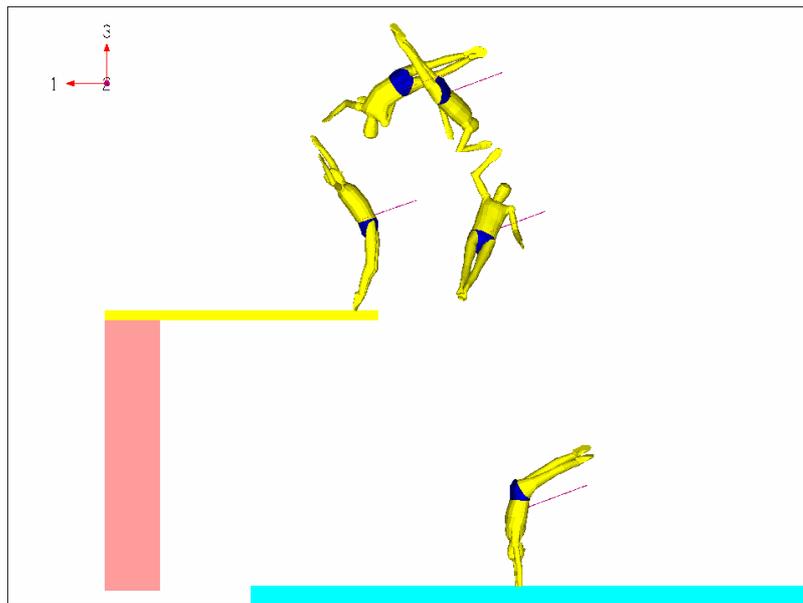


Abb. 7: Auerbachsalto

Abbildung 8 zeigt den Vergleich zwischen Soll- und Istwert des Kniegelenkwinkels im linken Knie beim doppelten Tsukahara. Die Stabilität der dynamischen Steuerung des Reckabganges zeigt Abbildung 9 (vgl. Abbildung 5). Schließlich ist in Abbildung 10 die Referenzbewegung eines dreifachen Axels zu sehen.

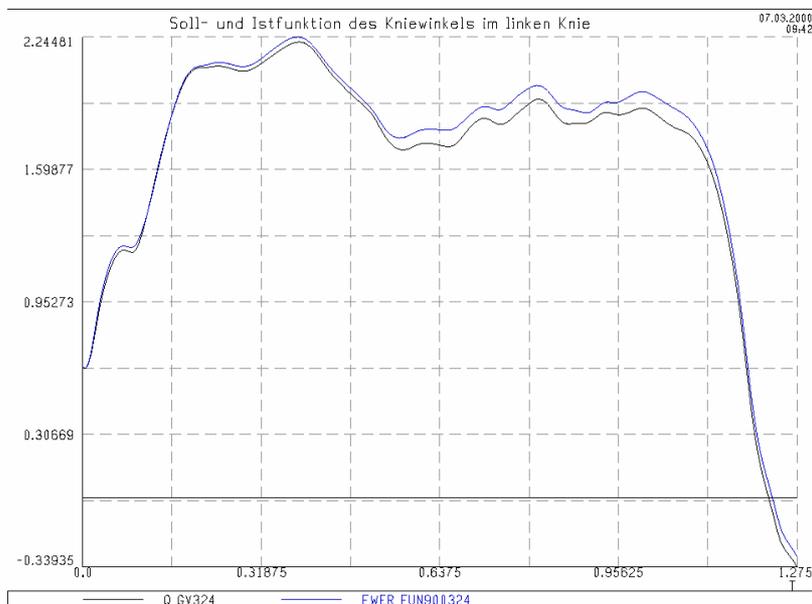


Abb. 8: Kniewinkel beim Tsukahara

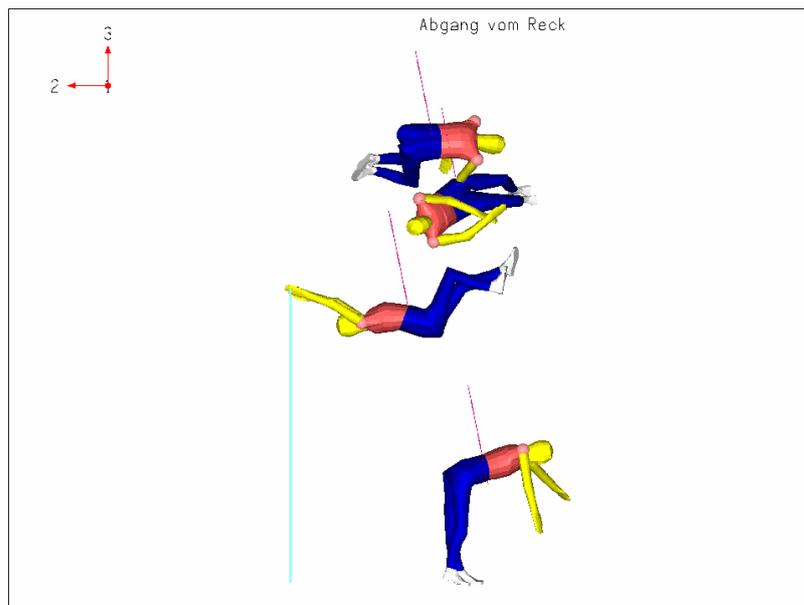


Abb. 9: Doppelter Tsukahara

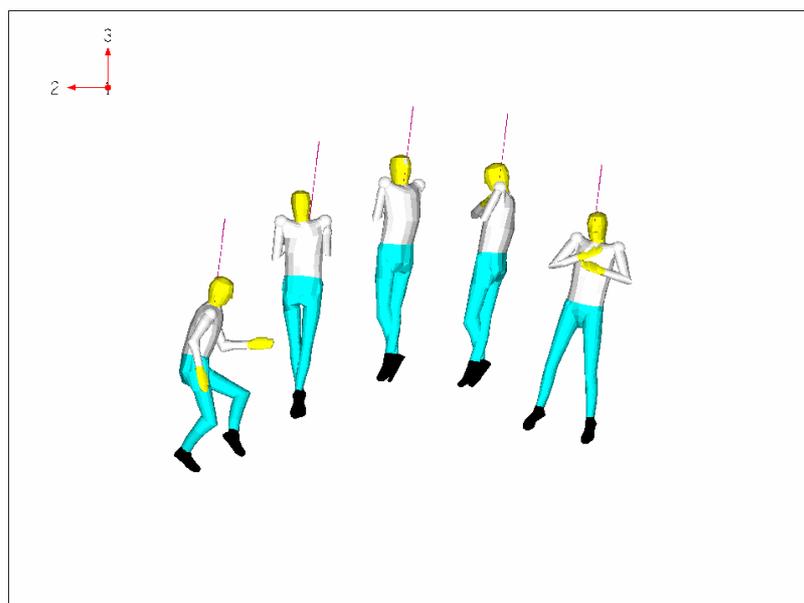


Abb. 10: Dreifacher Axel

6 Stabilität der Referenzbewegung

Als Referenzbewegung werden die Zwangsbedingungen (1) zusammen mit der Lösung der Woronetzgleichungen (3) bei Vorgabe optimaler Anfangsbedingungen für die äußeren Koordinaten und deren Ableitungen bezeichnet. Die Optimierung der Anfangsbedingun-

gen garantiert, dass die Referenzbewegung mit der videovermessenen Bewegung bestmöglich übereinstimmt. Die Güte dieser Übereinstimmung hängt dabei auch vom Grad der Übereinstimmung der charakteristischen Daten des Menschmodells (z.B. Masse, Körpergröße) mit den entsprechenden Daten des Sportlers ab.

Die Frage nach der Stabilität der Referenzbewegung bezüglich eventueller Störungen in den Anfangsbedingungen oder im Bewegungsablauf der inneren Koordinaten wurde mit dem zur Verfügung stehenden Instrumentarium der Stabilitätstheorie untersucht. Um die Definition der Stabilitätsbegriffe zu vereinfachen, werden die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen mit dynamischer Steuerung (4) als Differentialgleichungssystem 1. Ordnung (dynamisches System)

$$\dot{y} = f(y, t) \quad y(t_0) = y_0 \quad y \in R^{2n} \quad (8)$$

geschrieben, wobei speziell

$$y(t) = \begin{pmatrix} q^a \\ v^a \end{pmatrix}, \quad f(y, t) = \begin{pmatrix} v^a \\ g^{ab} (Q_b + \bar{R}_b - \Gamma_{bcd} v^c v^d) \end{pmatrix} \quad \text{mit}$$

$v^a := \dot{q}^a$ gilt.

6.1 Definition der Stabilität im Sinne von LJAPUNOV

Gegeben sei ein dynamisches System (8), für das eine eindeutige Lösung $y(t)$ existiere, welche a priori bekannt sei (im zu untersuchenden Fall die Referenzlösung). Diese Lösung heißt stabil im Sinne von LJAPUNOV an der Stelle $t = t_0$ falls $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta(t_0, \varepsilon) > 0$

so dass $\|x(t_0) - y(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - y(t)\| < \varepsilon \quad \forall t > t_0$. Dabei genügt $x(t)$ dem dynamischen System (8) mit der Anfangsbedingung $x(t_0) = x_0$. Die Lösung heißt gleichmäßig stabil, wenn $\delta = \delta(\varepsilon)$ unabhängig von t_0 ist.

Die Lösung $y(t)$ heißt (gleichmäßig) asymptotisch stabil, wenn sie (gleichmäßig) stabil und (gleichmäßig) lokal attraktiv ist, das heißt wenn $(\exists \delta > 0) \quad \exists \delta(t_0) > 0$ so dass

$$\|x(t_0) - y(t_0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - y(t)) = 0$$

Die Lösung $y(t)$ heißt instabil, wenn sie nicht stabil im Sinne von LJAPUNOV ist.

Als Beispiel werde die Rotation eines starren Körpers mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine seiner Hauptträgheitsachsen betrachtet. Diese Bewegung ist gleichmäßig sta-

bil im Sinne von LJAPUNOV, falls sie um die Hauptträgheitsachse mit dem größten oder dem kleinsten Hauptträgheitsmoment erfolgt, sie ist in diesem Falle aber nicht asymptotisch stabil. Die Rotation mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um die Hauptträgheitsachse mit dem mittleren Hauptträgheitsmoment ist instabil.

6.2 Untersuchungsmethoden für die Stabilität einer Drehbewegung

Sei $f(y^*, t) = \mathbf{0}$. Die direkte Methode von LJAPUNOV zur Entscheidung der Stabilität der Gleichgewichtslage $y(t) \equiv y^*$ von (8) (o.E.d.A. sei $y^* = \mathbf{0}$) ist charakterisiert durch den Satz von LJAPUNOV:

Falls eine lokal positiv definite Ljapunovfunktion $V(y, t) \geq \mathbf{0}$ existiert mit $\dot{V}(y, t) \leq \mathbf{0} \quad \forall t \geq t_0$ lokal in y längs der Trajektorie des Systems (8), so ist die Nulllösung des Systems (8) stabil.

Eine Entscheidung über die Stabilität mittels des Satzes von Ljapunov zu treffen, ist i.A. nicht möglich, weil es im nichtlinearen Fall kein allgemeingültiges Verfahren zur Konstruktion einer Ljapunovfunktion gibt. Ein solches Verfahren existiert allerdings für lineare Differentialgleichungen.

Sei $A(t) := \left. \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \right|_{x=y(t)}$ und

$$\dot{z} = A(t)z, \quad z(t_0) = z_0 \quad (9)$$

die Linearisierung von (8) bezüglich der Lösung $y(t)$. Zur Konstruktion einer Ljapunovfunktion wird der Ansatz $V(t) = z^T(t)P(t)z(t)$ gewählt mit $P(t) = P^T(t)$, woraus

$$\dot{V} = z^T(t) (\dot{P}(t) + A^T(t)P(t) + P(t)A(t)) z(t) \text{ folgt.}$$

Aus dem Satz von LJAPUNOV ergibt sich somit die Folgerung (vgl. MÜLLER 1977):

Ist $A(t)$ beschränkt, so ist die Nulllösung von (9) genau dann gleichmäßig asymptotisch stabil, wenn für eine (und dann für jede) beschränkte, symmetrische, positiv semidefinite Matrix $Q(t)$, die bzgl. $A(t)$ gleichmäßig beobachtbar ist, eine gleichmäßig beschränkte, symmetrische, positiv definite Lösung $P(t)$ der Ljapunovschen Differentialgleichung

$$\dot{P}(t) + A^T(t)P(t) + P(t)A(t) = -Q(t) \quad (10)$$

existiert. Unter bestimmten Voraussetzungen an das Restglied der Linearisierung (vgl. MURRAY, LI & SASTRY 1994) folgt aus der globalen gleichmäßigen asymptotischen Stabilität der Linearisierung die lokale gleichmäßige asymptotische Stabilität des nicht-linearen Systems (8).

Eine Möglichkeit zur Untersuchung der Stabilität besteht somit in der Aufstellung der linearisierten Gleichungen (9) und in der Lösung der Ljapunovschen Differentialgleichung (10) für eine vorgegebene Matrix $Q(t)$, die den Voraussetzungen der Folgerung genügt.

Im Falle der Untersuchung der Stabilität einer Gleichgewichtslage $y(t) \equiv y^*$ ist sogar $A(t) = \text{const.}$, und die Ljapunovsche Differentialgleichung reduziert sich auf die algebraische Ljapunovgleichung

$$A^T P + PA = -Q \quad (11)$$

Damit lassen sich Gleichgewichtslagen auf asymptotische Stabilität untersuchen. Ein entsprechendes Werkzeug zur Stabilitätsuntersuchung auf der Grundlage der Ljapunovschen Differentialgleichung wurde entwickelt. Die Methode eignet sich aber weniger für die Untersuchung der Stabilität von Bewegungen in der Freiflugphase, da hier asymptotische Stabilität nicht zu erwarten ist, wie am Beispiel der Rotation eines starren Körpers um eine seiner Hauptträgheitsachsen bereits ersichtlich wurde. Die Lösung der Ljapunovschen Differentialgleichung (10) ergibt damit lediglich die Aussage, dass die Freiflugbewegungen nicht asymptotisch stabil sind, Stabilität im Sinne von LJAPUNOV kann nicht entschieden werden.

Obwohl die Resultate über die Stabilität der Drehbewegungen eines starren Körpers um seine Hauptträgheitsachsen nicht generell auf Drehbewegungen eines Mehrkörpersystems übertragbar sind, macht es Sinn, die Bewegung des momentanen Hauptträgheitssystems des Mehrkörpersystems zu untersuchen. Diesem Koordinatensystem mit dem Ursprung im gemeinsamen Massenmittelpunkt und mit den Hauptträgheitsachsen als Koordinatenachsen entspricht eine Winkelgeschwindigkeit, die die Richtung der momentanen Drehachse des Koordinatensystems kennzeichnet. Wenn diese Drehachse sich nur wenig ändert und mit der zum größten oder kleinsten Hauptträgheitsmoment gehörigen Hauptträgheitsachse übereinstimmt (z.B. bei einer reinen Salto- oder Schraubenbewegung), dann kann man von einer stabilen Drehbewegung ausgehen. In Zeitpunkten, wo sich die Richtung der Drehachse im Hauptträgheitssystem stark ändert und dabei in die Nähe der mittleren Hauptträgheitsachse kommt, ist eine instabile Drehung zu erwarten. Bei diesen eher qualitativen Überlegungen muss allerdings immer berücksichtigt werden, dass dem momentanen Hauptträgheitssystem eines Mehrkörpersystems kein „äquivalenter starrer Körper“ zugeordnet werden kann, der als Basis einer Interpretation im oben genannten Sinn dienen könnte.

Eine weitere Methode, die Stabilität einer Bewegung zu beurteilen, ist die Berechnung der Störbewegung bei vorgegebener Anfangsstörung. Dafür gibt es zwei Möglichkeiten. Die erste Möglichkeit ist, die Lösungen $y(t)$ und $x(t)$ des dynamischen Systems (8) mit den Anfangsbedingungen $y(t_0) = y_0$ und $x(t_0) = x_0$ zu berechnen und den Zeitverlauf von $\|x(t) - y(t)\|$ zu beobachten. Eine zweite Möglichkeit besteht in der Lösung der linearisierten Gleichung (9) mit vorgegebener Anfangsstörung $z(t_0) = z_0$. In beiden Fällen kann die Auswirkung der konkreten Anfangsstörung auf die Störbewegung untersucht werden. Für die Simulation wurde die erste Möglichkeit gewählt und dabei die Bewegung zweier identischer Modelle mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen in einem Gesamtmodell berechnet. Die Störbewegung kann so auch in der Animation beider Freiflugbewegung in einem gemeinsamen Bild beurteilt werden. Als Anfangsstörungen wurden Störungen der Lagen und Geschwindigkeiten der äußeren Koordinaten des Menschmodells vorgegeben. Die Bewegungen der inneren Koordinaten des Menschmodells folgen durch dynamische Steuerung in beiden Modellen der gleichen Sollbewegung.

Die Stabilität der Nulllösung des linearen Systems (9) wird im zeitinvarianten Fall ($A(t) = \text{const.}$, Stabilität einer Gleichgewichtslage) nach LJAPUNOVs indirekter Methode durch die Eigenwerte der Matrix A bestimmt:

Falls die Eigenwerte von A alle negative Realteile haben, so ist die Nulllösung des zeitinvarianten linearen Systems *global* gleichmäßig asymptotisch stabil (und die des nichtlinearen Systems *lokal* gleichmäßig asymptotisch stabil). Falls ein Eigenwert von A mit positivem Realteil existiert, so ist die Nulllösung des zeitinvarianten linearen Systems und die des nichtlinearen Systems instabil. Für zeitvariante lineare Systeme charakterisiert der Ljapunovexponent $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln \|z(t)\|}{t}$ die Stabilitätseigenschaften. Ein lineares zeitvariantes

System hat höchstens n Lösungen mit verschiedenen Ljapunovexponenten. Eine beliebige Lösung des Systems hat einen dieser Ljapunovexponenten. Es gilt die folgende *Aussage*:

Falls alle Ljapunovexponenten des Systems negativ sind, so ist die Nulllösung des linearen Systems und die Lösung $y(t)$ des nichtlinearen Systems asymptotisch stabil. Ist einer der Ljapunovexponenten positiv, dann sind die Nulllösung des linearen Systems und die Lösung $y(t)$ des nichtlinearen Systems instabil.

Die Berechnung des Ljapunovexponenten einer speziellen Störbewegung eignet sich demnach, falls er positiv ist, vor allem zum *Nachweis der Instabilität* der Referenzlösung.

Deshalb wurde der Quotient $\frac{\ln \|z(t)\|}{t}$ für die genannten Übungen aus dem Leistungssport auf dem betrachteten endlichen Zeitintervall ausgewertet. Es zeigte sich, dass bereits in den kurzen Zeiträumen, die für eine solche Übung zur Verfügung stehen, der Ljapunovexponent einer konkreten Störbewegung sich einem konstanten Wert annähert.

Bei dem Beispiel des Reckabgangs als doppelter Tsukahara ergab sich eine bemerkenswerte Übereinstimmung verschiedener Methoden zum Auffinden von Instabilitäten. Zum selben Zeitpunkt, an dem sich die Richtung der Drehachse des Hauptträgheitssystems stark änderte und in die Nähe der Achse mit dem mittleren Hauptträgheitsmoment kam, wurde der Quotient $\frac{\ln \|z(t)\|}{t}$ positiv und behielt dieses Vorzeichen auch in der weiteren Bewegung bei. Dies ist ein Hinweis auf Instabilität dieser Referenzbewegung.

Abbildung 11 zeigt den Reckturner mit seinem Hauptträgheitsachsensystem und dem Winkelgeschwindigkeitsvektor des Hauptträgheitsachsensystems. In Abbildung 12 ist zu sehen, dass der Quotient $\frac{\ln \|z(t)\|}{t}$ bei vorgegebener Störbewegung (1% Störung der Anfangswerte) in dieser Bewegungsphase positiv wird. Auch der Vergleich von Referenzbewegung und Störbewegung (hell) bei der Landung in Abbildung 13 ist ein Hinweis auf Instabilität der Referenzbewegung.

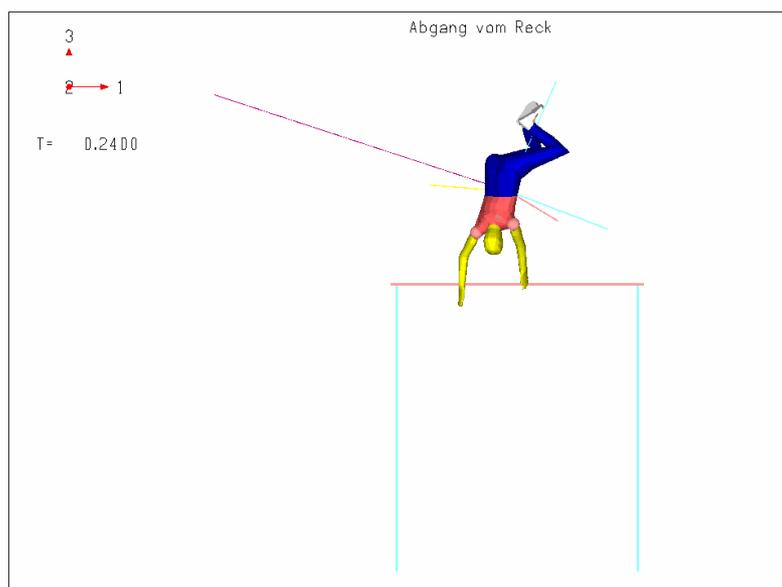


Abb. 11: Reckturner mit Hauptträgheitsachsensystem

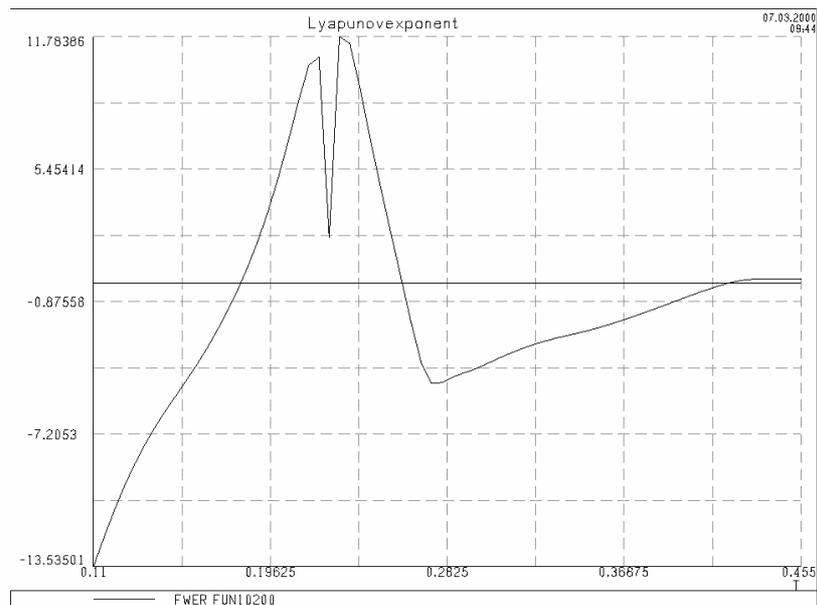


Abb. 12: Ljapunovexponent

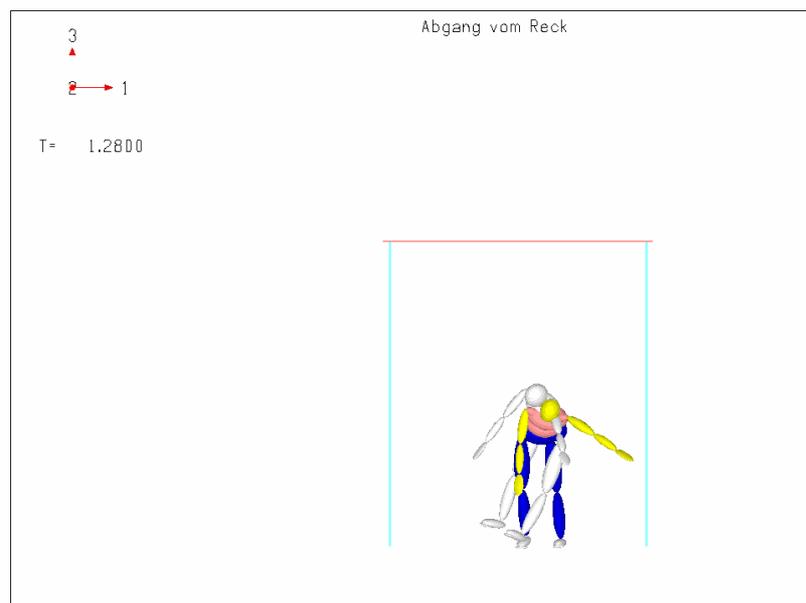


Abb. 13: Endlage von Referenzbewegung und gestörter Bewegung

7 Spezielle Untersuchungen in den Sportarten Wasserspringen und Eiskunstlaufen

Die vorgestellte Technik zur Simulation schneller Drehbewegungen im Freiflug wurde im Laufe des Projektes auch eingesetzt, um spezifische Untersuchungen im Zusammenhang

mit den Demonstrationsbeispielen durchzuführen. Diese Untersuchungen wurden im Auftrag des IAT Leipzig durchgeführt. Sie zeigen die unmittelbare Trainingswirksamkeit der Computersimulation von Freiflugbewegungen. Besonderes Augenmerk wurde auf Vergleiche verschiedener Sprünge mit unterschiedlichen Anfangsgeschwindigkeiten, unterschiedlichen Massen und Körpergrößen der Sportler und damit auch mit unterschiedlichen Impulsen und Drehimpulsen bezüglich des Gesamtmassenmittelpunkts gelegt. Als vorteilhaft erwies sich dabei die Möglichkeit, mehrere verschiedene Varianten in einer gemeinsamen Simulation und Animation bearbeiten zu können. Die Beispiele dienten teils zum Vergleich früher gewonnener Ergebnisse mit denen des Tools für die dynamische Steuerung, teils erbrachten sie überraschend neue Erkenntnisse.

7.1 Der Auerbachsalto

Beim Wasserspringen spielen die Körpergrößen und die Körpermassen der Sportler eine wesentliche Rolle. Oftmals können Spitzenathleten aus asiatischen Nationen bestimmte Sprünge aufgrund ihrer körperlichen Voraussetzungen in besonders guter Qualität ausführen. Aber auch im Trainingsprozess von Kindern und Jugendlichen müssen derenspezielle Konstitution berücksichtigt werden.

Ausgangspunkt für die Untersuchungen zur Variation von Körpergröße und Masse beim Auerbachsalto war die Referenzbewegung, die ein Sportler von 1.60m Größe und 50.8kg Masse ausführte. Die Aufgabe der Simulation bestand darin, den gleichen Sprung (d.h. mit gleichen Sollbewegungen der inneren Koordinaten) von einem Modell mit kleinerer Masse bzw. kleinerer Körpergröße und kleinerer Masse absolvieren zu lassen. Die Anfangsbedingungen wurden so gewählt, dass in jedem Fall eine saubere Eintauchphase des Modells resultierte. Aufgrund der unterschiedlichen körperlichen Voraussetzungen kommt es während des Freifluges zu mehr oder weniger großen Abweichungen der Lage des Menschmodells im Raum (also der Lage der äußeren Koordinaten) von der Referenzbewegung. Ziel der Untersuchungen war es, jene Sprungphasen zu ermitteln, bei denen sich die auffälligsten Abweichungen von der Referenzbewegung ergaben. Außerdem interessierte die Größe und Richtung des jeweiligen Drehimpulsvektors. In Tabelle 1 ist der optimale Drehimpuls in Abhängigkeit von Körpergröße und Masse dargestellt:

Tab. 1: Optimaler Drehimpuls in Abhängigkeit von Körpergröße und Masse

| Variante | Körpergröße (m) | Masse (kg) | | Drehimpuls (Nms) | |
|----------------------|-----------------|------------|------|------------------|-----|
| Referenzbewegung | 160 | 508 | -131 | 391 | 49 |
| kleinere Masse | 160 | 457 | -90 | 351 | 335 |
| Kleinere Körpergröße | 144 | 457 | -595 | 282 | 205 |

Der Drehimpuls behält seine Richtung im Wesentlichen bei, verringert sich aber in seinem Betrag. Diese Ergebnisse stimmen gut mit den am IAT Leipzig gemachten Beobachtungen überein.

Abbildung 14 zeigt die Sprungphase unmittelbar nach der Öffnung der Schraubenbewegung. Der Springer mit geringerer Masse (hell) erfährt gegenüber der Referenzbewegung eine Verdrehung um die Hochachse. Rein technisch war der notwendige Drehimpuls in Abhängigkeit von der Körpermasse für die gleiche Übung zu bestimmen. Die Simulation ergab jedoch auch einen veränderten Bewegungsablauf (siehe Abbildung 14). Damit wird klar, dass das technisch-methodische Leitbild für diese Übung individuell zugeschnitten werden muss, was beim Erlernen der Übung zu Konsequenzen für das methodologische Herangehen führt.

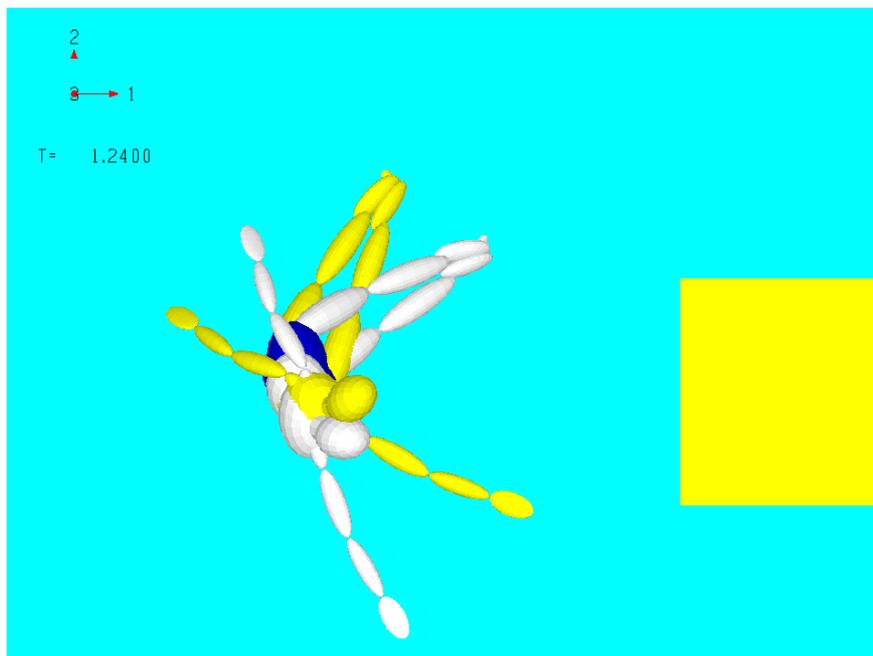


Abb. 14: Öffnungsphase im Anschluss an die Schraubenbewegung

7.2 Der Handstandangang

Handstandsprünge mit Rückwärtssalto vom Turm sind seit 1994 im Programm der FINA. Für diese Sprünge wurden Untersuchungen zur optimalen Abdruckbewegung während des Handstands durchgeführt. Die Bewegung des Springers bis zur Abflugphase ist durch den ständigen Kontakt zur Plattform gekennzeichnet. In einem solchen Modell werden daher sowohl die inneren als auch die äußeren Koordinaten gesteuert. Das ist ein Spezialfall der Vorgabe von Zwangsbedingungen der Form (1) mit $r = n$, der Dimension des Konfigurationenraumes. Die Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems mit kinematischer Steuerung bestehen ausschließlich aus den Zwangsbedingungen (1), während die Bewegungsgleichungen bei dynamischer Steuerung nur durch die Gleichungen (4a) repräsentiert werden. Die erweiterte PD-Steuerung \bar{R}_{a_1} hat dabei die spezielle Form

$$\bar{R}_{a_1} = g_{a_1 b_1} \ddot{q}_0^{b_1}(t) + \Gamma_{a_1 b_1 c_1} \dot{q}^{b_1} \dot{q}_0^{c_1} - Q_{a_1} - K_{a_1 b_1} \dot{e}^{b_1} - C_{a_1 b_1} e^{b_1}. \quad (12)$$

Aus der Videoanalyse eines Handstandsprunges mit anschließender kinematischer Analyse ergab sich die Referenzbewegung, die ebenfalls nur durch die Zwangsbedingungen (1) charakterisiert ist. Ausgehend von dieser Referenzbewegung wurden verschiedene Varianten von Bewegungsabläufen vorgegeben, indem die Sollfunktionen $q_0^{a_1}(t)$ für die dynamische Steuerung gegenüber der Referenzbewegung in bestimmter Weise verändert wurden. Die Bewegungsabläufe wurden vom IAT vorgeschlagen. Im Detail betraf dies folgende Bewegungsänderungen gegenüber der Referenzbewegung:

- Variante 1: Referenzbewegung
- Variante 2: Kniewinkel weniger gebeugt
- Variante 3: Strecken der Knie
- Variante 4: Beugen der Ellenbogen in der ersten Phase der Bewegung
- Variante 5: Beugen der Ellenbogen und gleichzeitig Strecken der Knie
- Variante 6: Verstärkung der Rumpfbiegung.

Weil es sich hier nicht um Freiflugbewegungen handelt, ist der Gesamtdrehimpuls keine Erhaltungsgröße. Die Untersuchungen zu den Handstandsprüngen wurden mit dem Ziel durchgeführt, beim Absprung des Wasserspringers einen möglichst großen Drehimpuls in Richtung der Sagittalachse zu erzeugen.

Die Simulationen erfolgten mittels dynamischer Steuerung der Koordinaten des Menschmodells auf die entsprechenden Sollbewegungen. Die berechneten Drehimpulse kurz vor dem Absprung des Springers sind in der Tabelle 2 zusammengefasst:

Tab. 2: Die berechneten Drehimpulse kurz vor dem Absprung des Springers

| Variante | Drehimpuls (Nms) |
|----------|------------------|
| 1 | 30 |
| 2 | 31 |
| 3 | 32 |
| 4 | 86 |
| 5 | 88 |
| 6 | 30 |

Aus den Ergebnissen ist abzuleiten, dass ein Beugen der Ellenbogen in der Anfangsphase der Bewegung einen deutlich höheren Drehimpuls erzeugt. Eine Empfehlung für den entsprechenden Bewegungsablauf kann somit gegeben werden. Der optimale Bewegungsablauf unter Berücksichtigung der vom Springer einsetzbaren Kräfte und Momente im Ellenbogen und im Handgelenk muss daraus im Trainingsprozess ermittelt werden.

Die Abbildungen 15 und 16 zeigen die berechneten Zeitfunktionen des Drehimpulses für die Varianten 1 und 5.

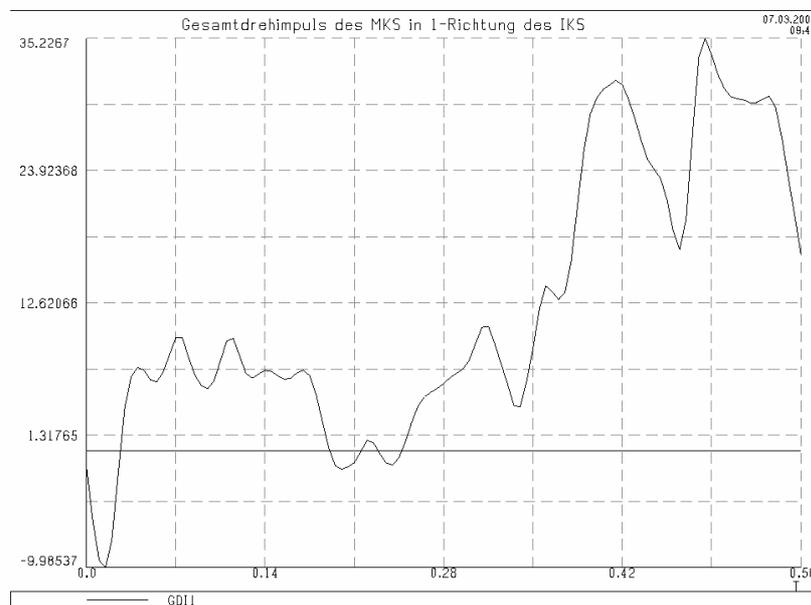


Abb. 15: Drehimpulsaufbau in der Referenzbewegung

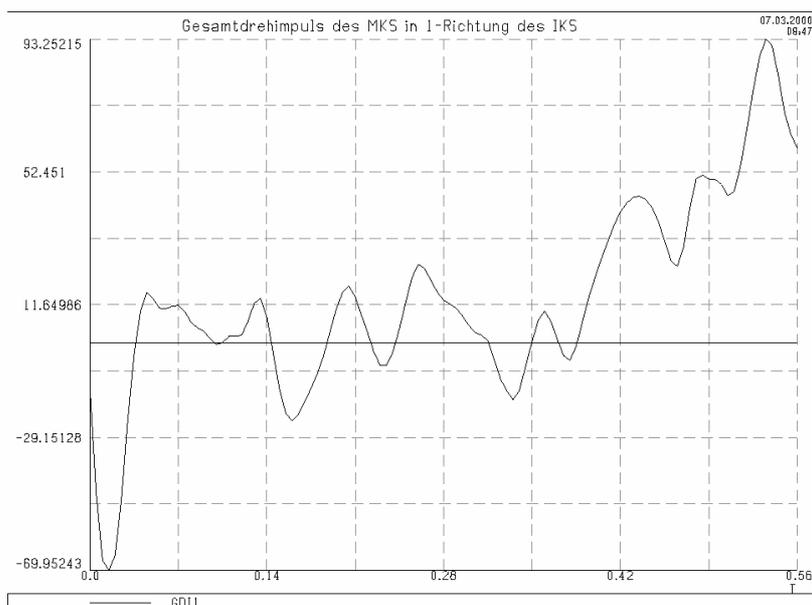


Abb. 16: Drehimpulsaufbau in Variante 5

7.3 Der vierfache Lutz

Die Referenzbewegung zum vierfachen Lutz resultierte aus der Videoaufnahme eines gestürzten Versuchs. Es wurde angenommen, dass der Bewegungsablauf des Eisläufers während des Sprunges korrekt ablief, die Sturzursache somit allein auf fehlerhafte Anfangsgeschwindigkeiten der äußeren Koordinaten zurückzuführen war. Zu dieser Annahme berechnete eine beobachtete Komponente des Drehimpulsvektors quer zur Bewegungsrichtung. In drei weiteren Varianten wurden die Anfangsgeschwindigkeiten so gewählt, dass der Drehimpulsvektor verschiedene Lagen im Raum annahm, die sich im Wesentlichen hinsichtlich dieser Komponente unterschieden.

Für eine sichere Landung ist es günstig, wenn der Drehimpulsvektor und die Hauptträgheitsachse mit dem kleinsten Hauptträgheitsmoment (Drehachse HTA1) während der Bewegung einen möglichst kleinen Winkel bilden. Die momentane Drehachse bewegt sich um den Drehimpulsvektor herum. Das unerwünschte Kippen bewirkt, wenn es zu groß wird, eine Landung, bei der der Körperschwerpunkt hinter dem Unterstützungspunkt im Rücken des Läufers liegt. Diese Landungen führen zum Sturz oder müssen durch Nachfassen abgefangen werden. Mit Hilfe der Simulation lassen sich die Grenzbereiche der Winkelabweichungen ermitteln, innerhalb derer der Sprung noch sicher ausgeführt werden kann.

Mit Hilfe von Tabelle 3 können der Drehimpuls und der Betrag des Winkels zwischen Drehimpulsvektor und Drehachse für die berechneten Varianten miteinander verglichen werden.

Tab. 3:

| Variante | | Drehimpuls (Nms) | | Winkel Drehimpuls-HTA1 (rad) |
|----------------|------|------------------|------|------------------------------|
| 1 Referenzbew. | -896 | -766 | 2553 | 0.25-0.29 |
| 2 | -223 | -778 | 2590 | 0.08-0.11 |
| 3 | -7 | -781 | 2602 | 0.10-0.12 |
| 4 | 181 | -785 | 2613 | 0.15-0.17 |

Für die Varianten 2 und 3 lässt die in der Simulation berechnete Körperendlage eine gute Landung des Eisläufers erwarten. Die Abbildungen 17 und 18 zeigen die Körperendlage bei den Varianten 1 und 2.

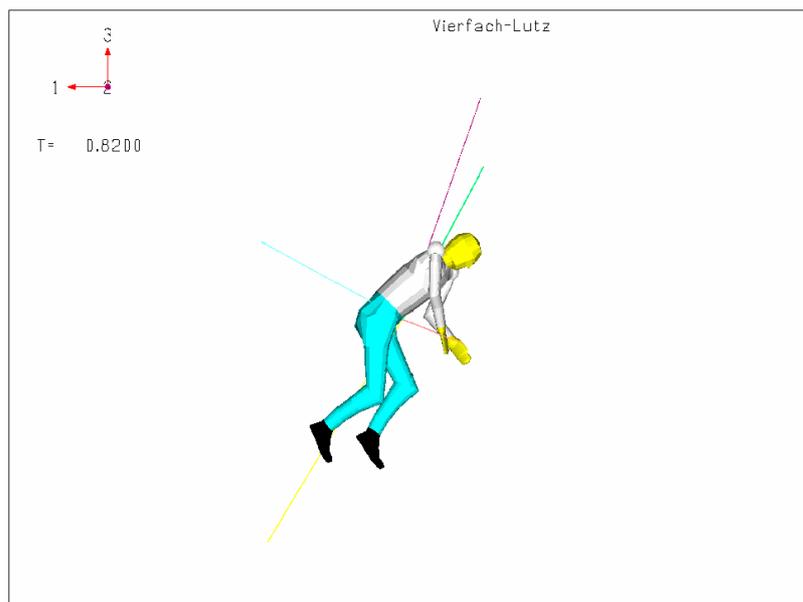


Abb. 17: Landung des Eisläufers in der Referenzbewegung

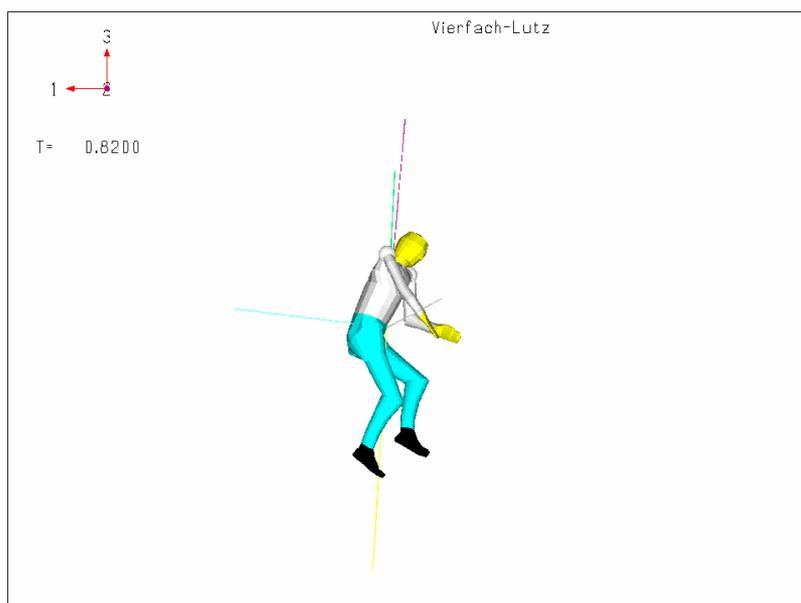


Abb. 18: Landung des Eisläufers in Variante 2

8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Forschungsprojekt „Stabilität schneller Drehbewegungen von Sportlern in Freiflugphasen“ wurden die Grundlagen für die Simulation realer Übungen aus dem Bereich des Hochleistungssports geschaffen. Die dazu notwendigen Arbeitsabläufe wie z.B. Erfassen und Einlesen der Messfunktionen der 3-D-Markerkoordinaten, kinematische Analyse, Berechnung und Weiterverarbeitung der Sollbewegungen der inneren Koordinaten, Optimierung der Anfangsbedingungen für die Freiflugsimulation, dynamische Steuerung der Freiflugbewegung sowie die Modifikation der Sollbewegungen und der Anfangsbedingungen wurden im Projekt erarbeitet und erfolgreich an Beispielen aus den Sportarten Wasserspringen, Kunstturnen und Eiskunstlaufen getestet.

Fragen nach der Stabilität wurden in zweifacher Hinsicht gestellt: Einerseits interessierte die Stabilität der dynamischen Steuerung zur Durchführung der Simulation, die mit den Mitteln der LJAPUNOVschen Stabilitätstheorie nachgewiesen wurde. Ein asymptotisch stabiles Steuergesetz bestehend aus einem nichtlinearen Feedforward- und einem linearen Feedback-Anteil sichert die Stabilität der Dynamischen Steuerung. Andererseits wurden Methoden zur Beurteilung der Stabilität der Referenzbewegungen untersucht. Die Berechnung von Störbewegungen bei gegebener Anfangsstörung, des Hauptträgheitsachsensystems, von Ljapunovexponenten der Störungsbewegungen und von LJAPUNOVschen Differentialgleichungen eröffnen die Möglichkeit, insbesondere die Instabilität einer Referenzbewegung nachzuweisen.

Die Untersuchungen zur Stabilität der Referenzbewegungen sind unter verschiedenen Aspekten für die Trainingsmethodik relevant. Stabile Drehbewegungen sind dadurch gekennzeichnet, dass kleine Änderungen in den Anfangsbedingungen oder im Bewegungsablauf zu unmerklichen Änderungen des Gesamtablaufs der Bewegung führen. Das garantiert, dass eine einmal eintrainierte Übung unter ähnlichen Bedingungen in guter Qualität und mit geringem Risiko ausgeführt werden kann. Aber auch Phasen der lokalen Instabilität sind möglicherweise für die Kontrolle des Bewegungsablaufs wie für die Kreierung neuer Übungen von Interesse.

Insofern beinhalten die Untersuchungsergebnisse zur Stabilität wie auch die Simulation bestimmter Bewegungsabläufe ein bedeutendes Potential trainingsmethodischer Wirksamkeit. In einem anschließenden Projekt sollten diese potentiellen Möglichkeiten weiter ausgeschöpft werden. Am IfM Chemnitz könnte ein Servicezentrum Aufträge aus den Olympiazentren bearbeiten. Die für die Simulation notwendigen Arbeitsabläufe sollten in automatisierter Form in kurzen Bearbeitungszeiträumen erledigt werden.

Eine ganz zentrale Fragestellung aus sportwissenschaftlicher Sicht ist die nach den Mechanismen, die den Sportler befähigen, durch bestimmte Körperteilbewegungen im Freiflug gezielt eine gewünschte Gesamtkörperbewegung, wie z.B. eine Längsachsrotation zu erzeugen. Der Einfluss derartiger sogenannter Elementarbewegungen auf die Drehbewegung des Gesamtkörpers im Raum ist bisher systematisch noch nicht in ausreichendem Maße untersucht worden. Als Beispiele für Elementarbewegungen seien die Hula-Bewegung in der Hüfte, Asymmetriebewegungen und Schwungbewegungen der Arme und Beine, Fuß-Sprung, Bücke, Hechte, Hocke, Hüftknick oder Beugen und Strecken des Rückgrates genannt. Für die Untersuchung dieser Elementarbewegungen sind die Beschreibung der Phänomenologie der Bewegungen, die mathematische Modellierung, die Realisierung innerhalb des Simulationswerkzeuges *alaska* z.B. durch dynamische Steuerung und der Einfluss der Elementarbewegungen auf die Gesamtbewegung wesentlich. Die entwickelten Methoden sind eine Voraussetzung für Untersuchungen zu Elementarbewegungen in einem anschließenden Forschungsprojekt.

Die Ergebnisse des Projektes sind in zweierlei Hinsicht besonders interessant. Zum einen wurde eine Steuerstrategie erarbeitet, die eine vorgegebene Referenzbewegung stabil approximiert. Andererseits wurde die Diskussion zum Begriff der Stabilität selbst zu einer Arbeitsversion geführt, auf der aufgebaut werden kann.

(Die Autoren bedanken sich beim BISp Köln für die Förderung und aktive Unterstützung des Projekts „Stabilität schneller Drehbewegungen von Sportlern in Freiflugphasen“ und bei Dr. Hildebrand und Dr. Knoll (IAT Leipzig) sowie Prof. Dr. Krug (Uni Leipzig) für anregende Diskussionen.)

9 Literaturverzeichnis

- ARUIN, A.S., SAZIORSKI, W.M.: Ergonomic Biomechanics (in Russian). Mechanical Engineering. Moscow 1989
- BRÜGGEMANN, G.-P.: Biomechanics of Gymnastic Techniques. *Journal of Sport Science* 3 (1994) 2, 79-120
- BERBUYK, V. E.: Dynamik und Optimierung robotertechnischer Systeme. Kiew 1989
- EAVES, G.: Diving-Mechanics of the techniques from board and platform. London 1969
- ENOS, M.: On an optimal control problem on $SO(3) \times SO(3)$ and the falling cat. In: American Mathematical Society (Ed.): Dynamics and Control of Mechanical Systems. 1993
- FRICKE, B.: Ein methodischer Weg zur Erlernung der Schraubentechnik. *Leistungssport* 26 (1996) 4, 37-40
- GHELUWE, B. van: A biomechanical simulation model for airborne twist in backward somersault. *Journal of Human Movement Studies* 7 (1981), 1-22
- GROSSMANN, R.; KRISHNAPRASAD, P.S.; MARSDEN, J.E.: The dynamics of two coupled three-dimensional rigid bodies. Dynamical Systems Approaches to Nonlinear Problems in Systems and Circuits. Philadelphia 1988
- HILDEBRAND, F.: Eine biomechanische Analyse der Drehbewegungen des menschlichen Körpers. Habilitation. Leipzig 1985
- KANE, T.R.; SCHER, M.P.: A dynamical explanation of the falling cat phenomenon. 5th. International Journal of Structures and Solids. 1969
- KRUG, J.: Gegenwärtige und prognostische Leistung im Gerätturnen. Habilitation. Leipzig 1983
- MAIßER, P.: Differential-Geometric Methods in Multibody Dynamics. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications* 30 (1997) 8, 5127-5133
- MAIßER, P.; JUNGnickel, U.: Stability of Controlled Motion in Diving Simulations. Proceedings of ISBS Konstanz, July 21-25, 1998. Konstanz 1998
- MAIßER, P.; JUNGnickel, U.: Stability of Controlled Motion of a Gymnast in High-speed Mid Air Maneuvers. Proceedings of IUTAM-Symposium „Recent Developments in Nonlinear Oscillations of Mechanical Systems“ Hanoi (Vietnam), March 2-5, 1999. Hanoi 1999
- MAIßER, P.; JUNGnickel, U.: Lyapunov-stable Position Control of Constrained Multibody Systems. Proceed. of 3rd Internat. Heinz-Nixdorf-Symposium on Mechatronics and Advanced Motion Control, Paderborn, May 27-28, 1999. Paderborn 1999
- MÜLLER, P.C.: Stabilität und Matrizen. Berlin, Heidelberg, New York 1977
- MURRAY, R.M.; LI, Z.; SASTRY, S.S.: A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. CRC Press 1994
- NIGG, B.: Sprung, Springen, Sprünge. Zürich 1974
- PATRICK, G.: The dynamics of two coupled rigid bodies in three space. *Contemporary Mathematics* (1989) 97 (AMS)

YEADON, M.R.: The Mechanics of Twisting Somersaults. Part I-IV. *Journal of Sport Science* (1993) 11, 187-225

YEADON, M.R.: The Mechanics of Twisting Somersaults. Loughborough 1984