

# Transformation von Koordinaten und Höhen in der Landesvermessung

---

## **Teil II: Praktische Anwendungsfälle**



<b>Inhalt</b>	<b>Seite</b>
0 Einleitung	4
1 Anwendungsbereiche für Transformationen in der Landesvermessung	5
2 Praktisch vorkommende Transformationsfälle mit Zahlenbeispielen	7
3 Literatur	

## 0 Einleitung

Der Teil II der Transformationsrichtlinien ergänzt mit seinen praktischen Zahlenbeispielen die theoretischen Grundlagen des Teiles I. Alle Transformationsmodelle, die in den Zahlenbeispielen zur Anwendung kommen, sind in Teil I ausführlich beschrieben. Ebenso enthält der Teil I eine ausführliche Beschreibung der verwendeten Bezugssysteme und der Angaben ihrer Ellipsoiddimensionen.

Für die Transformationsberechnungen kamen die bekannten Programmsysteme der Landesvermessung in NRW zum Einsatz, und zwar die Programme ALK-GIAP, DIVA, GePoS, MARKUS, Net Device und PATM 43. Es wurde besonderer Wert darauf gelegt, die Herkunft und Bereitstellung der Startkoordinaten für den jeweiligen Modellansatz zu verdeutlichen. Die originären Ergebnisausdrucke sind teilweise unzureichend beschriftet. Zum besseren Verständnis der Ergebnislisten wurden deshalb *kursiv* gesetzte Erläuterungen sowie **fett** gesetzte Überschriften eingefügt.

Allen Beteiligten danke ich für die Bereitstellung der Zahlenbeispiele. Insbesondere Herrn Stephan Klotz gebührt mein Dank für die Ausführung der umfangreichen Transformationsberechnungen und für die Gestaltung der Ausdrucke.

Bonn-Bad Godesberg, im Februar 1999

*Manfred Spata*

## 1 Anwendungsbereiche für Transformationen in der Landesvermessung

In der Landesvermessung und im Liegenschaftskataster kommt den Transformationen vor allem aus wirtschaftlichen Gründen große Bedeutung zu: zur schnellen massenhaften Koordinaten- und Höhenberechnung ohne großen Arbeitsaufwand. Dies gilt umso mehr, so lange auf originäre Messungselemente nicht automatisiert zurückgegriffen werden kann.

Insbesondere die Umformung ungleichartiger Koordinaten und Höhen ist bei verschiedenen Aufgabenstellungen der Landesvermessung und des Liegenschaftskatasters ein unverzichtbares Hilfsmittel:

### - *Polaraufnahme, freie Stationierung*

Die örtlichen Polarkoordinaten einer Polaraufnahme von Vermessungspunkten (GP, GebP und TopP) werden mit Hilfe von mindestens 3 Anschlußpunkten (TP, HAP(I) ) durch Transformation in das Landeskoordinatensystem (Gauß-Krüger-Meridianstreifensystem) überführt (VP-Erlaß 1996; AdV 1985 Nr. 2.3.2.2).

### - *Orthogonalaufnahme*

Die örtlichen Koordinaten der Orthogonalaufnahme von Vermessungspunkten, Ordinaten und Abszissen bezogen auf die jeweilige Messungslinie, werden mittels eines geeigneten Transformationsverfahrens in das vorhandene (koordinierte) VP-Feld eingefügt (VP-Erlaß 1996).

### - *Eingliederung älterer Vermessungen*

Ältere Vermessungen, z. B. Teilnetze in Gebieten umfangreicher Netzerneuerungen, die ungleichartig sind zu denen des heutigen VP-Feldes, können mittels Transformation eingliedert werden, wenn ihr Netzaufbau und die Genauigkeit der Koordinaten im wesentlichen den heutigen Anforderungen genügen sowie die VP-Identität eindeutig überprüft werden kann (VP-Erlaß 1996).

### - *Auswertung von GPS-Messungen*

Die Ergebnisse von GPS-Messungen (im statischen und kinematischen Modus) sind vom dreidimensionalen geozentrischen Koordinatensystem WGS in das zweidimensionale Koordinatensystem des VP-Feldes mittels geeigneter Transformationen umzurechnen (AdV 1989, GPS-Richtlinien (AP) 1997, LVermA 1989).

### - *Freie Netzausgleichung*

Das frei ausgeglichene Netz aller Messungselemente wird zur Grobfehlersuche und zur Überprüfung der Anschlußpunkte auf diese aufgefördert. Anhand der Restklaffungen in den Anschlußpunkten können Aussagen über ihre Lagerichtigkeit gewonnen werden. Die Verbesserungen können mit Hilfe statistischer Testverfahren auf Ausreißer untersucht und das Messungsmaterial ggf. bereinigt werden. (VP-Erlaß 1996).

- *Digitalisierung von Kartenunterlagen*

Durch Digitalisierung von topographischen Landeskarten und Karten des Liegenschaftskatasters entstandene sogenannte Tischkoordinaten sind durch geeignete Transformationsverfahren unter Berücksichtigung geometrischer Nebenbedingungen in das Landeskoordinatensystem zu überführen (VP-Erlaß 1996).

- *Deformationsanalyse der Festpunktfelder*

Bei Auswerteverfahren der Deformationsanalyse werden Transformationen eingesetzt, um die jeweiligen zu untersuchenden Epochennetze der Festpunktfelder, die zunächst ohne Anschlußzwänge hypothesenfrei gelagert werden, bestmöglich aufeinander einzupassen (Kremers 1990).

Literaturhinweise:

AdV 1985 und 1989, Benning und Scholz 1990b, GPS-Richtlinien (AP) 1997, Grundmann 1986, Kremers 1990, LVermA NRW 1989, Mattiseck 1996, VP-Erlaß 1996, Wiens 1986

## 2 Praktisch vorkommende Transformationsfälle mit Zahlenbeispielen

Aus der Vielzahl der denkbaren Transformationsfälle sind nur ein Teil für praktische Anwendungen in der Landesvermessung bedeutsam.

Für folgende Transformationsfälle sind im nächsten Abschnitt Zahlenbeispiele aufgearbeitet:

### Umrechnungen

1.1	Gauß-Krüger (DHDN) <sub>n</sub>	<->	Gauß-Krüger (DHDN) <sub>n+1</sub>
1.2	UTM (ETRS89) <sub>n</sub>	<->	UTM (ETRS89) <sub>n+1</sub>
2.1	Geogr. Koordinaten	<->	Gauß-Krüger
2.2	Geogr. Koordinaten	<->	UTM
3	Preuß. Katastersystem	<->	Gauß-Krüger (DHDN)
4	3D-Kartesisch	<->	Geogr. Koordinaten, ellipsoidische Höhen

### Umformungen

5	$h_{\text{ell.}}$ (DHDN)	<->	$H_{\text{NN}}$ (DHHN)
6	$H_{\text{NN}}$ (DHHN 1912)	<->	$H_{\text{NHN}}$ (DHHN 1992)
7	GK (Pr. LA.)	<->	GK (Netz 77)
8	Digitale Karte	<->	Landesnetz
9	Freie Stationierung	<->	Landesnetz
10	Photogrammetr. Block	<->	Landesnetz
11	GK (Netz77)	<->	UTM (ETRS89)
12	GK (Netz77)	<->	UTM (ED50)
13	3D-Netz (WGS84)	<->	3D-Netz (Netz77)

### Transformationen mittels Shift-Werten

14	Translation zwischen den Systemen DHDN 90, ED 50 und WGS 84
----	---

### Transformation mittels L1-Norm-Methode

15	3D-Epochenvergleich eines Deformationsnetzes
----	--

**Zahlenbeispiel 1.1****Blatt 1 (2)****Umrechnung von Gauß-Krüger-Koordinaten  
in den Nachbarstreifen****a) Aufgabenstellung**

Nach Nr. 5 VPErl. werden für alle Vermessungspunkte des Lagepunktfeldes Gauß-Krüger-Koordinaten in dem Meridianstreifen nachgewiesen, dessen Hauptmeridian dem Punkt am nächsten liegt.

Die Hauptmeridiane für Nordrhein-Westfalen sind die Meridiane  $6^\circ$  (2. GK-Streifen) und  $9^\circ$  (3. GK-Streifen) östlich von Greenwich. Der Grenzmeridian  $7,5^\circ$  verläuft mitten durch Nordrhein-Westfalen.

Bei Bedarf können für ein Vermessungsgebiet die Koordinaten in den Nachbar-meridianstreifen umgerechnet werden.

**b) Transformationsansatz**

Der Koordinatenumrechnung (s. Modell B1 in Teil I) liegen ellipsoidische Formeln mit Potenzreihenentwicklung zugrunde. Durch den wirtschaftlichen Einsatz von modernen DV-Programmen können strenge Formelansätze berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Formeln wird auf die einschlägige Literatur verwiesen.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel ist mit dem ALK-Vorverarbeitungsprogramm DIVA berechnet.

Siehe nächste Seite.

**d) Interpretation**

Da die Eingabedaten vom Programm nicht auf Richtigkeit überprüft werden können, sind sie vom Auswerter selbst durch Zahlenvergleich zu prüfen. Eine durchgreifende Rechenkontrolle besteht in der Rücktransformation vom 3. in den 2. GK-Streifen, also in einer zweiten unabhängigen Umrechnung.

Literaturhinweise:

Ahrens 1993, Großmann 1976, Heck 1995, LVermA NRW 1998, Schödlbauer 1982, Schuhr 1987

**Zahlenbeispiel 1.1**

**Blatt 2 (2)**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 1.1  
 .....18-May-98 14:10.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite    1  
 Umrechnung GK-2 in GK-3      Berechnungsnr.:      1

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 Erdellipsoid nach Bessel  
 große Halbachse 6377397.155000000 m  
 kleine Halbachse 6356078.963250000 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp1.1.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----				-----Zielsystem-----	
	Rechts(m)	Hoch(m)	LST	LGA	Rechts(m)	Hoch(m)
4910000201	2601725.990	5656526.640	177	1	3391327.295	5656668.080
5011000101	3405749.346	5647150.344	177	1	2616523.584	5647603.305

**Rücktransformation**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 1.1  
 .....18-May-98 14:20.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite    1  
 Umrechnung GK-3 in GK-2      Berechnungsnr.:      2

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 Erdellipsoid nach Bessel  
 große Halbachse 6377397.155000000 m  
 kleine Halbachse 6356078.963250000 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp1.1.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----				-----Zielsystem-----	
	Rechts(m)	Hoch(m)	LST	LGA	Rechts(m)	Hoch(m)
4910000201	3391327.295	5656668.080	177	1	2601725.990	5656526.640
5011000101	2616523.584	5647603.305	177	1	3405749.346	5647150.344

**Zahlenbeispiel 1.2****Blatt 1 (2)****Umrechnung von UTM-Koordinaten  
in den Nachbarstreifen****a) Aufgabenstellung**

Gemäß AdV-Empfehlung vom Mai 1995 werden für alle Vermessungspunkte des Lagepunktfeldes UTM-Koordinaten im Bezugssystem ETRS89 bestimmt.

Die Hauptmeridiane für Nordrhein-Westfalen sind die Meridiane  $3^\circ$  (UTM-Zone 31) und  $9^\circ$  (UTM-Zone 32) östlich von Greenwich. Der Grenzmeridian zwischen der 31. und 32. UTM-Zone mit  $6^\circ$  verläuft am westlichen Rand von Nordrhein-Westfalen.

Bei Bedarf können für ein Vermessungsgebiet die Koordinaten in die benachbarte UTM-Zone umgerechnet werden.

**b) Transformationsansatz**

Der Koordinatenumrechnung (s. Modell B7 in Teil I) liegen ellipsoidische Formeln mit Potenzreihenentwicklung zugrunde. Durch den wirtschaftlichen Einsatz von modernen DV-Programmen können strenge Formelansätze berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Formeln wird auf die einschlägige Literatur verwiesen.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel ist mit dem ALK-Vorverarbeitungsprogramm DIVA berechnet.

Berechnung siehe nächste Seite.

**d) Interpretation**

Da die Eingabedaten vom Programm nicht auf Richtigkeit überprüft werden können, sind sie vom Auswerter selbst durch Zahlenvergleich zu prüfen. Eine durchgreifende Rechenkontrolle besteht in der Rücktransformation von der 32. in die 31. UTM-Zone, also in einer zweiten unabhängigen Umrechnung.

Literaturhinweise:

Ahrens 1993, Gigas 1962, Großmann 1976, Heck 1995, Langley 1998, LVermA NRW 1998, Schödlbauer 1982, Schuhr 1987

**Zahlenbeispiel 1.2**

**Blatt 2 (2)**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 1.2  
 .....12-May-98 12:59.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 1

Umrechnung UTM-32 in UTM-31      Berechnungsnr.: 1

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 WGS 84-Erdellipsoid  
 große Halbachse 6378137.000000000 m  
 kleine Halbachse 6356752.314245179 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp1.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----		-----Zielsystem-----	
	Ostwert(m)	Nordwert(m)	Ostwert(m)	Nordwert(m)
	Zone: 32		Zone: 31	
5102000106	298778.194	5631445.022	721566.386	5632271.280

**Rücktransformation**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 1.2  
 .....12-May-98 13:10.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 1

Umrechnung UTM-31 in UTM-32      Berechnungsnr.: 2

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 WGS 84-Erdellipsoid  
 große Halbachse 6378137.000000000 m  
 kleine Halbachse 6356752.314245179 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp1.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----		-----Zielsystem-----	
	Ostwert(m)	Nordwert(m)	Ostwert(m)	Nordwert(m)
	Zone: 31		Zone: 32	
5102000106	721566.386	5632271.280	298778.194	5631445.022

**Zahlenbeispiel 2.1****Blatt 1 (2)****Umrechnung von geographischen Koordinaten  
in Gauß-Krüger-Koordinaten und umgekehrt****a) Aufgabenstellung**

Geographische Koordinaten werden in der Regel für Punkte des Deutschen Hauptdreiecksnetzes (DHDN) berechnet, für weitere TP nur auf besondere Veranlassung (TP-Erlaß Nr. 2.9). Die Koordinaten werden in Altgrad (°), Minute (') und Sekunde (") auf 0,0001" nachgewiesen, was in Nordrhein-Westfalen einem metrischen Betrag von etwa 3 mm in der Breite und 2 mm in der Länge entspricht. Die programminterne Rechenschärfe beträgt in der Regel 0,00001".

**b) Transformationsansatz**

Der Koordinatenumrechnung (s. Modell B2 in Teil I) liegen ellipsoidische Formeln mit Potenzreihenentwicklung zugrunde. Durch den wirtschaftlichen Einsatz von modernen DV-Programmen können strenge Formelableitungen berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Formeln wird auf die einschlägige Literatur verwiesen.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel ist mit dem ALK-Vorverarbeitungsprogramm DIVA berechnet.

Berechnung siehe nächste Seite.

**d) Interpretation**

Da die Eingabedaten vom Programm nicht auf Richtigkeit überprüft werden können, sind sie vom Auswerter selbst durch Zahlenvergleich zu prüfen. Eine durchgreifende Rechenkontrolle besteht in der Rücktransformation vom GK-System ins Geographische System, also in einer zweiten unabhängigen Umrechnung.

Literaturhinweise:

Ahrens 1993, Großmann 1976, Heck 1995, LVermA NRW 1998, Schödlbauer 1982, Schuhr 1995, TP-Erlaß 1993

**Zahlenbeispiel 2.1**

**Blatt 2 (2)**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 2.1  
 .....12-May-98 09:15.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 1

Umrechnung geogr. Koord. in GK-2      Berechnungsnr.: 1

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 Erdellipsoid nach Bessel  
 große Halbachse 6377397.155000000 m  
 kleine Halbachse 6356078.963250000 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp1.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----			-----Zielsystem-----	
	Länge(grad m s)	Breite(grad m s)	Rechts(m)	Hoch(m)	
5308018406	7 9 35.89626	50 40 34.13371	2581981.715	5616124.737	

**Rücktransformation**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 2.1  
 .....12-May-98 09:27.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 1

Umrechnung GK-2 in geogr. Koord.      Berechnungsnr.: 2

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 Erdellipsoid nach Bessel  
 große Halbachse 6377397.155000000 m  
 kleine Halbachse 6356078.963250000 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp1.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----		-----Zielsystem-----	
	Rechts(m)	Hoch(m)	Länge(grad m s)	Breite(grad m s)
5308018406	2581981.715	5616124.737	7 9 35.89626	50 40 34.13371

**Zahlenbeispiel 2.2****Blatt 1 (2)****Umrechnung von geographischen Koordinaten  
in UTM-Koordinaten und umgekehrt****a) Aufgabenstellung**

Geographische Koordinaten werden für Vermessungspunkte im ETRS89 nur auf besondere Veranlassung berechnet (TP-Erlaß Nr.2.9). Die Koordinaten werden in Altgrad (°), Minute (') und Sekunde (") auf 0,0001" nachgewiesen, was in Nordrhein-Westfalen einem metrischen Betrag von etwa 3 mm in der Breite und 2 mm in der Länge entspricht. Die programminterne Rechenschärfe beträgt regelmäßig 0,00001".

**b) Transformationsansatz**

Der Koordinatenumrechnung (s. Modell B2 in Teil I) liegen ellipsoidische Formeln mit Potenzreihenentwicklung zugrunde. Durch den wirtschaftlichen Einsatz von modernen DV-Programmen können strenge Formelableitungen berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Formeln wird auf die einschlägige Literatur verwiesen.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel ist mit dem ALK-Vorverarbeitungsprogramm DIVA berechnet.

Berechnung siehe nächste Seite.

**d) Interpretation**

Da die Eingabedaten vom Programm nicht auf Richtigkeit überprüft werden können, sind sie vom Auswerter selbst durch Zahlenvergleich zu prüfen. Eine durchgreifende Rechenkontrolle besteht in der Rücktransformation vom UTM-System ins Geographische System, also in einer zweiten unabhängigen Umrechnung.

Literaturhinweise:

Ahrens 1993, Großmann 1976, Heck 1995, LVermA NRW 1998, Schödlbauer 1982, Schuhr 1995, TP-Erlaß 1993

**Zahlenbeispiel 2.2**

**Blatt 2 (2)**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 2.2  
 .....12-May-98 11:39.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 1

Umrechnung geogr. Koord. in UTM-32      Berechnungsnr.: 1

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 WGS 84-Erdellipsoid  
 große Halbachse 6378137.000000000 m  
 kleine Halbachse 6356752.314245179 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp2.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----		-----Zielsystem-----	
	Länge(grad m s)	Breite(grad m s)	Ostwert(m)	Nordwert(m)
			Zone: 32	
5201000106	6 8 39.79150	50 47 59.13103	298778.194	5631445.022

**Rücktransformation**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 2.2  
 .....12-May-98 11:52.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 1

Umrechnung UTM-32 in geogr. Koord.      Berechnungsnr.: 2

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 WGS 84-Erdellipsoid  
 große Halbachse 6378137.000000000 m  
 kleine Halbachse 6356752.314245179 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp2.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----		-----Zielsystem-----	
	Ostwert(m)	Nordwert(m)	Länge(grad m s)	Breite(grad m s)
	Zone: 32			
5201000106	298778.194	5631445.022	6 8 39.79150	50 47 59.13103

**Zahlenbeispiel 3****Blatt 1(2)****Umrechnung von endgültigen preuß. Kataster-Koordinaten  
in Gauß-Krüger-Koordinaten****a) Aufgabenstellung**

Seit 1927 werden die Koordinaten der **endgültigen** preußischen Katastersysteme (ordinatentreue Katasterabbildung von 1879) ersetzt durch die konformen Koordinaten der Gauß-Krüger-Systeme, teilweise durch Umrechnungen. Eine Umrechnung vom Gauß-Krüger-System in ein Katastersystem hat keine praktische Bedeutung, sondern dient lediglich zur rechnerischen Kontrolle.

Die zwischen 1877 und 1894 bestimmten **vorläufigen** preußischen Katasterkoordinaten sind ungleichartig zu den konformen Koordinaten der Gauß-Krüger-Systeme, sie sind nur durch eine Helmert-Transformation zu überführen.

**b) Transformationsansatz**

Der Koordinatenumrechnung (s. Modell B3 in Teil I) liegen ellipsoidische Formeln mit Potenzreihenentwicklung zugrunde, wobei die Rechnungen mit den jeweils passenden Gaußschen Schmiegunskugeln nach den sphärischen Soldnerschen Formeln durchgeführt werden (deshalb die weitverbreitete, aber ungenaue Bezeichnung "Soldner-System" bzw. "Soldner-Koordinaten"). Hinsichtlich der Formeln wird auf die einschlägige Literatur verwiesen.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel ist mit dem ALK-Vorverarbeitungsprogramm DIVA berechnet.

Berechnung siehe nächste Seite.

**d) Interpretation**

Da die Eingabedaten vom Programm nicht auf Richtigkeit überprüft werden können, sind sie vom Auswerter selbst durch Zahlenvergleich zu prüfen. Eine durchgreifende Rechenkontrolle besteht in der Rücktransformation vom GK-System ins Kataster-System, also in einer zweiten unabhängigen Umrechnung.

Literaturhinweise:

Anweisung XI 1932, Ahrens 1993, Großmann 1976, LVerma NRW 1998, Schödlbauer 1982

**Zahlenbeispiel 3**

**Blatt 2 (2)**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 3  
 .....12-May-98 13:28.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite    1

Umrechnung pr. Katasterk. in GK-2      Berechnungsnr.:      1

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 Erdellipsoid nach Bessel  
 große Halbachse 6377397.155000000 m  
 kleine Halbachse 6356078.963250000 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp3.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----		-----Zielsystem-----		-----	
	Rechts(m)	Hoch(m)	Rechts(m)	Hoch(m)	LST	LGA
	-----					
	Katastersystem: 38					
5308019506	14205.64	X70384.40	2581981.717	5616124.740	101	

**Rücktransformation**

Dienststelle: LVermA NRW      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 3  
 .....12-May-98 13:40.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite    1

Umrechnung GK-2 in pr. Katasterk.      Berechnungsnr.:      2

-----  
 Bezugsellipsoid:  
 Erdellipsoid nach Bessel  
 große Halbachse 6377397.155000000 m  
 kleine Halbachse 6356078.963250000 m  
 -----

Ausgabedatei: bsp3.UMR

Punktbezeichnung	-----Startsystem-----			-----Zielsystem-----	
	Rechts(m)	Hoch(m)	LST LGA	Rechts(m)	Hoch(m)
	-----				
	Katastersystem: 38				
5308019506	2581981.717	5616124.740	101	14205.64	X70384.40

**Zahlenbeispiel 4****Blatt 1(2)****Umrechnung kartesischer 3D-Koordinaten  
in geographische Koordinaten und ellipsoidische Höhen****a) Aufgabenstellung**

Die Ergebnisse einer GPS-Messung liegen häufig als 3D-Koordinaten  $X, Y, Z$  vor. Zur Berechnung von Lagekoordinaten ist als Zwischenschritt eine Umrechnung der 3D-Koordinaten  $X, Y, Z$  in ellipsoidische Koordinaten  $B, L, h$  notwendig. Diese wiederum können in verebnete Lagekoordinaten der gewünschten Abbildung umgesetzt werden (siehe Zahlenbeispiel 2.1 und 2.2).

**b) Transformationsansatz**

Die Formeln zur Umrechnung zwischen kartesischen 3D-Koordinaten  $X, Y, Z$  und ellipsoidischen Koordinaten  $B, L, h$  ist im Teil I, Abschnitt 3.2, Modell B8 erläutert.

Die Gleichungen für die Berechnung der kartesischen Koordinaten aus den ellipsoidischen sind geschlossen und streng. Für die Umkehrung dagegen ist eine iterative Lösung notwendig, die aber sehr rasch konvergiert.

**c) Zahlenbeispiel**

Zur Umrechnung wurde das Programmsystem MARKUS genutzt.

Berechnung siehe nächste Seite.

**d) Interpretation**

Da die Eingabedaten vom Programm nicht auf Richtigkeit überprüft werden können, sind sie vom Auswerter selbst durch Zahlenvergleich zu prüfen. Eine durchgreifende Rechenkontrolle besteht in der Rücktransformation von geographischen Koordinaten in 3D-Koordinaten, also in einer zweiten unabhängigen Umrechnung.

Es handelt sich beim Punkt 5308/184.06 um 3D-Koordinaten des Systems ETRS89 (Positionsstatus 389). Auf der Ausdruckseite MARTRA-Seite 2 stehen rechts die geographischen Koordinaten und links daneben die UTM-Koordinaten sowie die ellipsoidische Höhe desselben Systems.

Die zur Berechnung von  $X, Y, Z$  benötigte ellipsoidische Höhe  $h$  ist zu unterscheiden von der Landeshöhe  $H$  eines Vermessungspunktes (siehe Zahlenbeispiel 5).

Literaturhinweise:

Ahrens 1988, LVermA NRW 1990

Zahlenbeispiel 4 - Umrechnung geogr. Koordinaten in kart. 3D-Koordinaten

Jun 30 14:08:51 1998

----- MARTRA-SEITE 2

KOORDINATEN DER NEUPUNKTE, BLATT 1

=====

PUNKTKENNZEICHEN PUNKTBEZEICHNUNG	X(START) Y(START) Z(START) (M)	LAGE- STATUS	RECHTS HOCH ELLIP. HOEHE (M)	LAGE- STATUS	BREITE LAENGE (GRAD MIN SEC)	LAGE- STATUS
5308018406 1 Bad Godesberg,	4018577.007 504756.069 4910807.498	389	32369934.444 5615292.283 130.531	489	50 40 29.71127 7 9 33.05669	889

++++ 1 PUNKTE TRANSFORMIERT

++++

**Rücktransformation**

Zahlenbeispiel 4 - Umrechnung geogr. Koordinaten in kart. 3D-Koordinaten

Jun 30 14:18:13 1998

----- MARU23-SEITE 1

KOORDINATEN, HOEHEN UND UNDULATIONEN, BLATT 1

=====

PUNKTKENNZEICHEN PUNKTBEZEICHNUNG	BREITE(START) LAENGE(START) (GRAD MIN SEK)	LAGE- STATUS	RECHTS HOCH ELLIP. HOEHE (M)	LAGE- STATUS	X Y Z (M)	LAGE- STATUS
5308018406 1 Bad Godesberg,	50 40 29.71127 7 9 33.05669	389	32369934.444 5615292.284 130.531	889	4018577.007 504756.069 4910807.498	389

++++ 1 PUNKTE UMGERECHNET

++++

**Zahlenbeispiel 5****Blatt 1 (2)****Umformung ellipsoidischer Höhen  
in Landeshöhen des Systems DHHN 12****a) Aufgabenstellung**

Mit Hilfe von GPS-Messungen lassen sich originäre 3D-Koordinatendifferenzen  $dX$ ,  $dY$ ,  $dZ$  bestimmen, die wiederum in ellipsoidische Höhendifferenzen  $dh$  umgerechnet werden können (s. Modell B9 in Teil I). Zur Berechnung von NN-Höhen  $H$  im DHHN 12 sind die sogenannten NN-Undulationen  $U_{NN}$  mit ihrer bekannten Beziehung  $U_{NN} = h_{\text{Bessel}} - H_{NN}$  zu benutzen (s. Teil I, Abschnitt 2.5).

Mit der Fertigstellung des NWREF-Netzes sind für ganz Nordrhein-Westfalen NN-Undulationen (System DHDN und NN, Realisierung NWREF, Höhenstatus 784) berechnet und in den Nachweis der TP übernommen worden. Im Anschluß an diese NN-Undulationen der NWREF-Punkte wurde mit Hilfe einer multiquadratischen Interpolation ein Isolinienplot erzeugt. Das Bild auf der nächsten Seite zeigt einen kleinen Ausschnitt des Raumes Bonn aus diesem Isolinienplot.

Für beliebige Vermessungspunkte lassen sich nun aus diesem Isolinienbild graphisch interpolierte NN-Undulationen entnehmen. Die Werte können z.B. zur Berechnung von NN-Höhen aus ellipsoidischen Höhen für topographische Zwecke oder zur Ermittlung von ellipsoidischen Höhen aus bekannten NN-Höhen für 3D-Umrechnungszwecke genutzt werden.

**b) Transformationsansatz**

Manuelle Entnahme des Undulationswertes für diskrete Vermessungspunkte anhand der Isolinien.

**c) Zahlenbeispiel**

Siehe nächste Seite.

**d) Interpretation**

Die einzelnen Isolinien kennzeichnen Zweizentimeterwerte der NN-Undulationen, somit ist eine zentimeterscharfe Entnahme für beliebige Vermessungspunkte gegeben. Die interpolierten NN-Undulationen sind aber mit bezug zu ihrer ursprünglichen NWREF-Bestimmung nur wenige Zentimeter genau. Das Isolinienbild läßt den charakteristischen Verlauf des Erdschwerefeldes am Beginn des absinkenden Rheingrabens zwischen dem Bergischen Land und der Nordeifel erkennen.

Literaturhinweise:

Fröhlich et al. 1993, Spata und Lindstrot 1995

**Zahlenbeispiel 5**

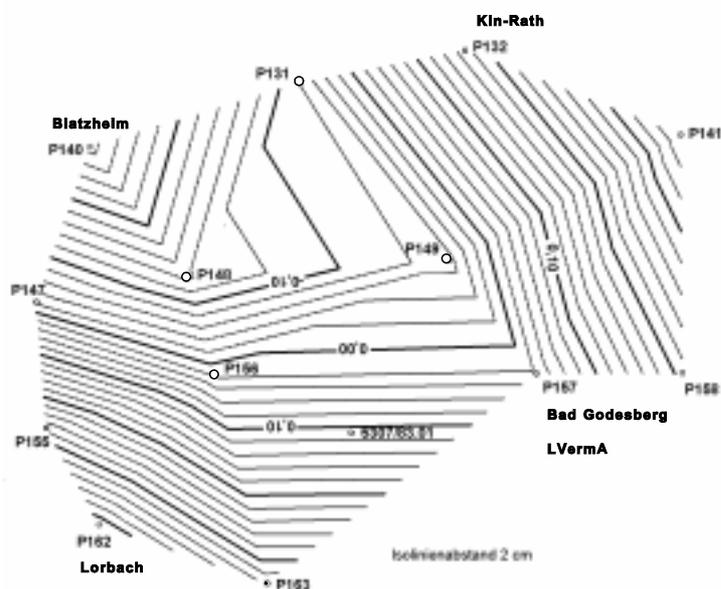
**Blatt 2 (2)**

Bestimmung einer ellipsoidischen Höhe mittels NN-Höhe und abgegriffener NN-Undulation aus einem Isolinienplot.

TP - Nummer	5307 / 83.01	Status
NN- Höhe	170.44	100
+ NN - Undulation	0.11	784
ellipsoidische Höhe	<u>170.55</u>	300

Bestimmung einer NN-Höhe mittels ellipsoidischer Höhe und abgegriffener NN-Undulation aus einem Isolinienplot.

TP - Nummer	5307 / 83.01	Status
ellipsoidische Höhe	170.55	300
- NN-Undulation	0.11	784
NN-Höhe	<u>170.44</u>	100



**Zahlenbeispiel 6****Blatt 1 (2)****Umformung von NN-Höhen in NHN-Höhen****a) Aufgabenstellung**

Das Plenum der AdV (Arbeitsgemeinschaft der deutschen Vermessungsverwaltungen) faßte auf seiner 93.Tagung im Oktober 1993 den Entschluß, das Deutsche Haupthöhennetz 1992 (DHHN 92) als neues Gebrauchshöhennetz einzuführen. Das DHHN 92 beruht in den alten Bundesländern auf den dort durchgeführten Wiederholungsmessungen 1980-85 (DHHN 85) und in den neuen Ländern auf den Messungen des Staatlichen Nivellementnetzes 1976 (SN 76). Zwischen den beiden Messungsblöcken wurden nach der Vereinigung Deutschlands Verbindungsnivellements sowie Schweremessungen durchgeführt.

In diesem neuen Bezugssystem DHHN 92 werden nach einheitlichen europäischen Regelungen Normalhöhen nach der Theorie von Molodenski im Anschluß an den NAP Amsterdam berechnet. Die Höhen werden als "Höhen über Normalhöhen-Null (NHN-Höhen)" bezeichnet.

Für den Höhenpunkt (HP) 100 ist der NHN-Höhenwert mit Hilfe der NN-Höhen der Stützpunkte 5208/25, 27 und 31 in Zentimetergenauigkeit zu ermitteln.

**b) Transformationsansatz**

In der Regel wird die neue Höhe für

- a) NivP 1. Ordnung mit Hilfe gemessener Schwerewerte berechnet,
- b) NivP 2. Ordnung mit Hilfe interpolierter Schwerewerte berechnet,
- c) NivP 3. Ordnung und sonstige Vermessungspunkte durch Addition der Abweichung "NHN - NN" in dem betreffenden Bereich berechnet (s. Modell C1 in Teil I).

Zur Ermittlung auf Zentimetergenauigkeit genügt es, die Abweichungen über 2 oder 3 in der Nähe liegende Höhenstützpunkte manuell zu ermitteln.

**c) Zahlenbeispiel**

Siehe nächste Seite.

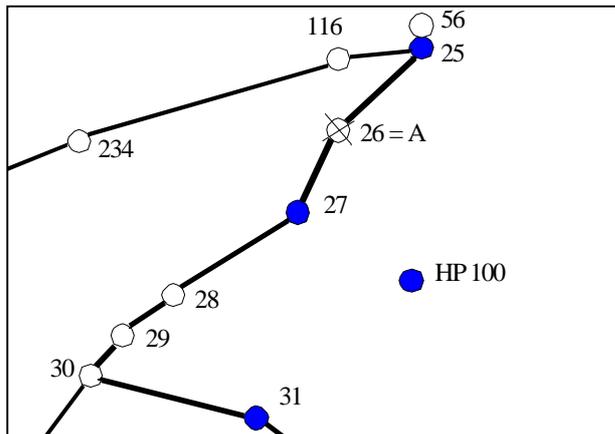
**Zahlenbeispiel 6**

**Blatt 2 (2)**

	Höhenstützpunkte			Umformungspunkt	
	NivP 5208-25	NivP 5208-27	NivP 5208-31	HP 100	
					NN-Höhe
NHN-Höhe	61,078 m	61,970 m	62,014 m	61,85 m	
	61,113 m	62,006 m	62,050 m	?	
					Abwei-
chung					
NHN-NN	+0,035 m	+0,036 m	+0,036 m		

Mittel = +0,036 m  
 Höhe HP 100 im System NHN : 61,89 m  
 =====

**d) Linienbild**



**Legende:**

- Niv-Punkt
- Verwendete Niv-Punkte
- 27 Punktnummer

**e) Interpretation**

Die Umformung kann durch eine zweite, unabhängige Berechnung kontrolliert werden.

In diesem Umformungsgebiet ergibt sich die Höhenabweichung im Mittel zu 36 mm. Der Höhenstatus des umzuförmenden Punktes ändert sich von 100 (NN-Höhe) in 160 (NHN-Höhe).

Literaturhinweise:

Kremers 1994, Weber 1994

**Zahlenbeispiel 7****Blatt 1 (29)****Umformung von Gauß-Krüger-Koordinaten  
des Systems Preußische Landesaufnahme ins System Netz 1977****a) Aufgabenstellung**

Für ein begrenztes Arbeitsgebiet sind die Gauß-Krüger-Koordinaten des Systems "Preußische Landesaufnahme (PrLA)" in das System "Netz 1977" umzuformen. Zur Wahrung des Nachbarschaftsprinzips sind die Restklaffungen der Stützpunkte auf die Umformungspunkte zu verteilen.

Die Gauß-Krüger-Koordinaten der Systeme PrLA und Netz77 sind ungleichartig, obwohl sie sich auf dieselbe Bezugsfläche (Erdellipsoid von Bessel, 1841) beziehen, weil sie durch verschiedene Punktbestimmungen inhomogen gewonnen wurden. In Ermangelung der mathematischen Eindeutigkeit zwischen diesen ungleichartigen Koordinaten ist die Umformung nur mit Hilfe von Punkten möglich, die in beiden Systemen bereits bestimmt vorliegen (Stützpunkte). Durch Hinzuziehung dieser Punkte werden die vorgegebenen Transformationsgleichungen entweder eindeutig (ohne Überbestimmung) oder mittels Ausgleichsrechnung (Überbestimmung) gelöst. Das folgende Beispiel geht von überbestimmten Transformationsgleichungen aus, einer sogenannten Helmert-Transformation.

**b) Transformationsansatz**

Die ebenen Transformationen erfolgen mit dem ALK-Vorverarbeitungsprogramm DIVA. Der Anwender kann maximal 2000 Stützpunkte eingeben. Die Stützpunkte werden durch Angabe eines mittleren Punktfehlers gewichtet. Mit den gewichteten Stützpunkten erfolgt die Bestimmung der Transformationsparameter. Die Transformationsparameter werden dabei durch eine Ausgleichung so bestimmt, daß die Summe der gewichteten Restklaffungen zu einem Minimum wird (Helmert-Verfahren).

Folgende Kombinationen der zu berechnenden Transformationsparameter sieht das Programm DIVA im 2D-Modell vor (s. Modell D2 bis D6 in Teil I):

1. 2-Parametertransformation  
Translation von  $Y_0$  und  $X_0$  (Maßstab = 1, Drehwinkel = 0)
2. 3-Parametertransformation  
Translation von  $Y_0$  und  $X_0$ , Drehwinkel des Achsenkreuzes (Maßstab = 1)
3. 4-Parametertransformation (Ähnlichkeitstransformation)  
Translation von  $Y_0$  und  $X_0$ , Drehwinkel des Achsenkreuzes, Maßstabsfaktor der Umformung
4. 5-Parametertransformation  
Translation von  $Y_0$  und  $X_0$ , Drehwinkel des Achsenkreuzes, Maßstabsfaktor für Y- und X-Richtung
5. 6-Parametertransformation (Affintransformation)  
Translation von  $Y_0$  und  $X_0$ , Rotation der Y- und X-Achse, Maßstabsfaktor für Y- und X-Richtung

**Zahlenbeispiel 7****Blatt 2 (29)**

Das Programm ermittelt nach der Ausgleichung den Gewichtseinheitsfehler  $M_0$  sowie die mittleren Fehler der berechneten Transformationsparameter. Für alle Stützpunkte werden Redundanzanteile ( $r_y$ ,  $r_x$ ), Restklaffungen ( $v_y$ ,  $v_x$ ) und normierte Verbesserungen (NV) berechnet (statistischer Test nach Baarda).

Überschreitet ein NV-Wert den vorgegebenen Standardgrenzwert von 3,3, so wird der vermutete grob fehlerhafte Stützpunkt gekennzeichnet. Desweiteren berechnet das Programm anhand aller Stützpunkte ein Außenpolygon (Ringpolygon), eine Art Stützrahmen über die äußeren Stützpunkte.

Umformungspunkte, die außerhalb des o.g. Stützpunktrahmens liegen, werden zwar umgeformt, erhalten aber zusätzlich einen Warnvermerk EXTRAPOLIERT (siehe Zahlenbeispiele).

Die anschließende Berechnung erfolgt standardmäßig mit einer Verteilung der Restklaffungen (s. Modell F1 und F2 in Teil I). Folgende Alternativfälle können bearbeitet werden:

1. keine Restklaffenverteilung,
2. Restklaffenverteilung nach Abstandsgewichten,
3. Restklaffenverteilung mittels multiquadratischer Interpolation.

### c) Zahlenbeispiele

7.0 Liste der Stütz- und Umformungspunkte  
Siehe Blatt 3

7.1 Ermittlung eines groben Fehlers im Stützpunkt 14 mit Hilfe der 3-Parametertransformation und alternativ mit der L1-Norm-Methode  
Siehe Blatt 5 bis 7

7.2 3-Parametertransformation mit Restklaffenverteilung ( $p = 1/s^{**2}$ )  
ohne Stützpunkt 14  
Siehe Blatt 8 bis 10

7.3 4-Parametertransformation mit Restklaffenverteilung ( $p = 1/s^{**2}$ )  
Siehe Blatt 11 bis 14

7.4 6-Parametertransformation mit

7.4.1 Restklaffenverteilung ( $p = 1/s$ )  
Siehe Blatt 15 bis 17

7.4.2 Restklaffenverteilung ( $p = 1/s^{**2}$ )  
Siehe Blatt 18 bis 20

7.4.3 Restklaffenverteilung ( $p = 1/s * /s$ )  
Siehe Blatt 21 bis 23

7.4.4 Restklaffenverteilung mittels multiquadratischer Interpolation  
Siehe Blatt 24 bis 26

Eine Interpretation aller Beispiele befindet sich auf Blatt 28 und 29.

## Zahlenbeispiel 7.0

## Blatt 3 (29)

## Liste der Stütz- und Umformungspunkte

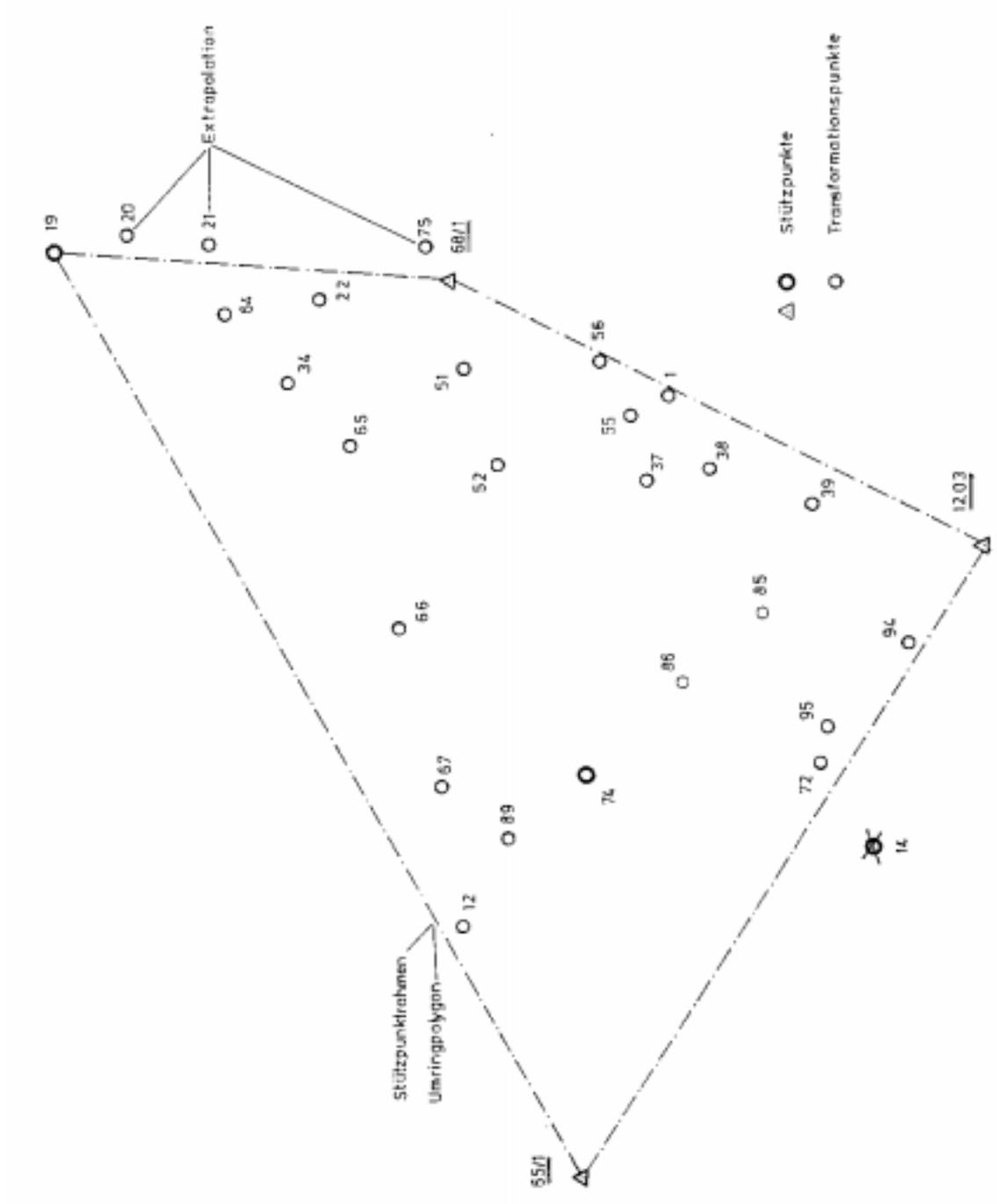
Punkt- kennzeichen	Startsystem (PrLa) Lagestatus 101		Zielsystem (Netz77) Lagestatus 177		PrLa - Netz77	
	y (m)	x (m)	y (m)	x (m)	⊗y (m)	⊗x (m)
4610006510	2595998.620	5687413.310	2595998.990	5687413.290	-0.37	0.02
4610006810	2596949.480	5687594.910	2596949.820	5687594.890	-0.34	0.02
4610090014	2596363.870	5687119.230	2596364.270	5687119.080	-0.40	0.15 !!
4610090019	2596951.650	5688012.680	2596952.030	5688012.660	-0.38	0.02
4610090074	2596426.550	5687425.530	2596426.970	5687425.480	-0.42	0.05
4610001203	2596687.890	5686891.360	2596688.220	5686891.290	-0.33	0.07
4610090001	2596821.570	5687335.670				
4610090012	2596238.630	5687555.390				
4610090020	2596957.190	5687928.980				
4610090021	2596951.020	5687845.090				
4610090022	2596914.010	5687726.160				
4610090034	2596827.340	5687754.500				
4610090037	2596739.940	5687384.740				
4610090038	2596755.000	5687324.320				
4610090039	2596721.080	5687213.190				
4610090051	2596846.960	5687577.070				
4610090052	2596749.750	5687538.760				
4610090055	2596808.060	5687396.810				
4610090056	2596866.180	5687432.080				
4610090064	2596898.320	5687830.990				
4610090065	2596763.040	5687689.910				
4610090066	2596570.920	5687629.020				
4610090067	2596404.730	5687578.390				
4610090072	2596453.490	5687186.900				
4610090075	2596977.840	5687618.940				
4610090085	2596603.390	5687255.950				
4610090086	2596501.920	5687346.090				
4610090089	2596351.690	5687506.940				
4610090094	2596439.210	5687115.200				
4610090095	2596489.100	5687179.750				

!! Möglicher grober Fehler im Stützpunkt 4610090014.

Zahlenbeispiel 7.0

Blatt 4 (29)

Punktübersicht





**Zahlenbeispiel 7.1**

**Blatt 6 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.1  
 13-Jul-98 13:20.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      2

Klaffungen L2-Norm-Methode

L2-Norm-Methode Stützpunkte	Y-Start Y-Ziel	X-Start X-Ziel	LST LST	LGA LGA	vy(m)	vx(m)	GW
4610 0 01203	2596687.890	5686891.360	101	1			
	2596688.220	5686891.290	177	1	-0.047	-0.016	
	mp = 0.030(m)ry= 65% rx= 82% NV= 2.8						
4610 0 06510	2595998.620	5687413.310	101	1			
	2595998.990	5687413.290	177	1	-0.003	0.039	
	mp = 0.030(m)ry= 83% rx= 61% NV= 0.2						
4610 0 06810	2596949.480	5687594.910	101	1			
	2596949.820	5687594.890	177	1	-0.032	0.032	
	mp = 0.030(m)ry= 81% rx= 73% NV= 1.7						
4610 0 90014	2596363.870	5687119.230	101	1			
	2596364.270	5687119.080	177	1	0.025	-0.094	**
	mp = 0.030(m)ry= 77% rx= 81% NV= 1.3						
4610 0 90019	2596951.650	5688012.680	101	1			
	2596952.030	5688012.660	177	1	0.011	0.032	
	mp = 0.030(m)ry= 58% rx= 73% NV= 0.7						
4610 0 90074	2596426.550	5687425.530	101	1			
	2596426.970	5687425.480	177	1	0.047	0.006	
	mp = 0.030(m)ry= 83% rx= 82% NV= 2.4						

keine Restklaf. Umformungspunkte	Y-Start Y-Ziel	X-Start X-Ziel	LST LST	LGA LGA	
4610 0 90001	2596821.570	5687335.670	101	1	
	2596821.944	5687335.617	177	1	
4610 0 90012	2596238.630	5687555.390	101	1	
	2596239.002	5687555.333	177	1	
4610 0 90020	2596957.190	5687928.980	101	1	extrapoliert
	2596957.560	5687928.928	177	1	
4610 0 90021	2596951.020	5687845.090	101	1	extrapoliert
	2596951.390	5687845.038	177	1	
4610 0 90022	2596914.010	5687726.160	101	1	
	2596914.381	5687726.108	177	1	
4610 0 90034	2596827.340	5687754.500	101	1	
	2596827.711	5687754.447	177	1	
4610 0 90037	2596739.940	5687384.740	101	1	
	2596740.314	5687384.686	177	1	
4610 0 90038	2596755.000	5687324.320	101	1	
	2596755.374	5687324.266	177	1	
4610 0 90039	2596721.080	5687213.190	101	1	
	2596721.455	5687213.136	177	1	
4610 0 90051	2596846.960	5687577.070	101	1	
	2596847.332	5687577.017	177	1	
4610 0 90052	2596749.750	5687538.760	101	1	
	2596750.122	5687538.706	177	1	
4610 0 90055	2596808.060	5687396.810	101	1	
	2596808.433	5687396.757	177	1	
4610 0 90056	2596866.180	5687432.080	101	1	
	2596866.553	5687432.027	177	1	





**Zahlenbeispiel 7.2**

**Blatt 9 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.2  
 13-Jul-98 13:26.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      2

Klaffungen L2-Norm-Methode

L2-Norm-Methode	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Stützpunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	GW
4610 0 01203	2596687.890	5686891.360	101	1			
	2596688.220	5686891.290	177	1	-0.028	-0.033	
	mp = 0.030(m)ry= 54% rx= 79% NV= 1.8      1.7						
4610 0 06510	2595998.620	5687413.310	101	1			
	2595998.990	5687413.290	177	1	0.003	0.006	
	mp = 0.030(m)ry= 80% rx= 52% NV= 0.2      0.4						
4610 0 06810	2596949.480	5687594.910	101	1			
	2596949.820	5687594.890	177	1	-0.030	0.022	
	mp = 0.030(m)ry= 79% rx= 71% NV= 1.6      1.2						
4610 0 90019	2596951.650	5688012.680	101	1			
	2596952.030	5688012.660	177	1	0.003	0.022	
	mp = 0.030(m)ry= 57% rx= 71% NV= 0.2      1.2						
4610 0 90074	2596426.550	5687425.530	101	1			
	2596426.970	5687425.480	177	1	0.053	-0.017	
	mp = 0.030(m)ry= 80% rx= 78% NV= 2.8      0.9						

Restkl. 1/(s*s)	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	
4610 0 90001	2596821.570	5687335.670	101	1			
	2596821.930	5687335.633	177	1	-0.006	0.002	
4610 0 90012	2596238.630	5687555.390	101	1			
	2596239.025	5687555.354	177	1	0.026	-0.006	
4610 0 90014	2596363.870	5687119.230	101	1			
	2596364.246	5687119.186	177	1	0.013	-0.012	
4610 0 90020	2596957.190	5687928.980	101	1			
	2596957.567	5687928.959	177	1	0.001	0.021	
4610 0 90021	2596951.020	5687845.090	101	1			
	2596951.389	5687845.067	177	1	-0.005	0.019	
4610 0 90022	2596914.010	5687726.160	101	1			
	2596914.362	5687726.138	177	1	-0.021	0.019	
4610 0 90034	2596827.340	5687754.500	101	1			
	2596827.700	5687754.477	177	1	-0.013	0.016	
4610 0 90037	2596739.940	5687384.740	101	1			
	2596740.309	5687384.702	177	1	0.003	0.000	
4610 0 90038	2596755.000	5687324.320	101	1			
	2596755.367	5687324.279	177	1	0.001	-0.002	
4610 0 90039	2596721.080	5687213.190	101	1			
	2596721.443	5687213.141	177	1	-0.001	-0.011	
4610 0 90051	2596846.960	5687577.070	101	1			
	2596847.306	5687577.049	177	1	-0.024	0.019	
4610 0 90052	2596749.750	5687538.760	101	1			
	2596750.112	5687538.731	177	1	-0.008	0.010	
4610 0 90055	2596808.060	5687396.810	101	1			
	2596808.419	5687396.777	177	1	-0.008	0.006	
4610 0 90056	2596866.180	5687432.080	101	1			
	2596866.531	5687432.052	177	1	-0.017	0.013	

**Zahlenbeispiel 7.2**

**Blatt 10 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.2  
 13-Jul-98 13:26.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      3

Restkl. 1/(s*s) Umformungspunkte	Y-Start Y-Ziel	X-Start X-Ziel	LST LST	LGA LGA	vy(m)	vx(m)
4610 0 90064	2596898.320	5687830.990	101	1		
	2596898.687	5687830.967	177	1	-0.007	0.018
4610 0 90065	2596763.040	5687689.910	101	1		
	2596763.401	5687689.885	177	1	-0.011	0.013
4610 0 90066	2596570.920	5687629.020	101	1		
	2596571.310	5687628.982	177	1	0.020	-0.003
4610 0 90067	2596404.730	5687578.390	101	1		
	2596405.138	5687578.346	177	1	0.038	-0.011
4610 0 90072	2596453.490	5687186.900	101	1		
	2596453.874	5687186.853	177	1	0.021	-0.013
4610 0 90075	2596977.840	5687618.940	101	1	extrapoliert	
	2596978.181	5687618.919	177	1	-0.029	0.021
4610 0 90085	2596603.390	5687255.950	101	1		
	2596603.772	5687255.902	177	1	0.017	-0.012
4610 0 90086	2596501.920	5687346.090	101	1		
	2596502.329	5687346.041	177	1	0.043	-0.015
4610 0 90089	2596351.690	5687506.940	101	1		
	2596352.103	5687506.894	177	1	0.044	-0.014
4610 0 90094	2596439.210	5687115.200	101	1		
	2596439.582	5687115.152	177	1	0.009	-0.015
4610 0 90095	2596489.100	5687179.750	101	1		
	2596489.480	5687179.702	177	1	0.017	-0.014



**Zahlenbeispiel 7.3**

**Blatt 12 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.3  
 13-Jul-98 13:30.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      2

Klaffungen L2-Norm-Methode

L2-Norm-Methode	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Stützpunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	GW
4610 0 01203	2596687.890	5686891.360	101	1			
	2596688.220	5686891.290	177	1	-0.029	-0.028	
	mp = 0.030(m)ry= 54% rx= 54% NV= 1.9      1.8						
4610 0 06510	2595998.620	5687413.310	101	1			
	2595998.990	5687413.290	177	1	0.008	0.006	
	mp = 0.030(m)ry= 52% rx= 52% NV= 0.5      0.4						
4610 0 06810	2596949.480	5687594.910	101	1			
	2596949.820	5687594.890	177	1	-0.033	0.021	
	mp = 0.030(m)ry= 69% rx= 69% NV= 1.9      1.2						
4610 0 90019	2596951.650	5688012.680	101	1			
	2596952.030	5688012.660	177	1	0.000	0.017	
	mp = 0.030(m)ry= 48% rx= 48% NV= 0.0      1.2						
4610 0 90074	2596426.550	5687425.530	101	1			
	2596426.970	5687425.480	177	1	0.054	-0.017	
	mp = 0.030(m)ry= 77% rx= 77% NV= 2.9      0.9						

Restkl. 1/(s*s)	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	
4610 0 90001	2596821.570	5687335.670	101	1			
	2596821.930	5687335.632	177	1	-0.007	0.002	
4610 0 90012	2596238.630	5687555.390	101	1			
	2596239.024	5687555.355	177	1	0.028	-0.006	
4610 0 90014	2596363.870	5687119.230	101	1			
	2596364.245	5687119.184	177	1	0.015	-0.011	
4610 0 90020	2596957.190	5687928.980	101	1			
	2596957.567	5687928.959	177	1	-0.001	0.017	
4610 0 90021	2596951.020	5687845.090	101	1			
	2596951.389	5687845.067	177	1	-0.008	0.016	
4610 0 90022	2596914.010	5687726.160	101	1			
	2596914.362	5687726.138	177	1	-0.023	0.017	
4610 0 90034	2596827.340	5687754.500	101	1			
	2596827.700	5687754.477	177	1	-0.015	0.015	
4610 0 90037	2596739.940	5687384.740	101	1			
	2596740.310	5687384.701	177	1	0.002	0.000	
4610 0 90038	2596755.000	5687324.320	101	1			
	2596755.368	5687324.278	177	1	0.001	-0.002	
4610 0 90039	2596721.080	5687213.190	101	1			
	2596721.444	5687213.140	177	1	-0.001	-0.010	
4610 0 90051	2596846.960	5687577.070	101	1			
	2596847.305	5687577.049	177	1	-0.027	0.018	
4610 0 90052	2596749.750	5687538.760	101	1			
	2596750.111	5687538.731	177	1	-0.009	0.009	
4610 0 90055	2596808.060	5687396.810	101	1			
	2596808.420	5687396.776	177	1	-0.009	0.006	
4610 0 90056	2596866.180	5687432.080	101	1			
	2596866.531	5687432.051	177	1	-0.019	0.012	
4610 0 90064	2596898.320	5687830.990	101	1			
	2596898.687	5687830.968	177	1	-0.009	0.015	

**Zahlenbeispiel 7.3**

**Blatt 13 (29)**

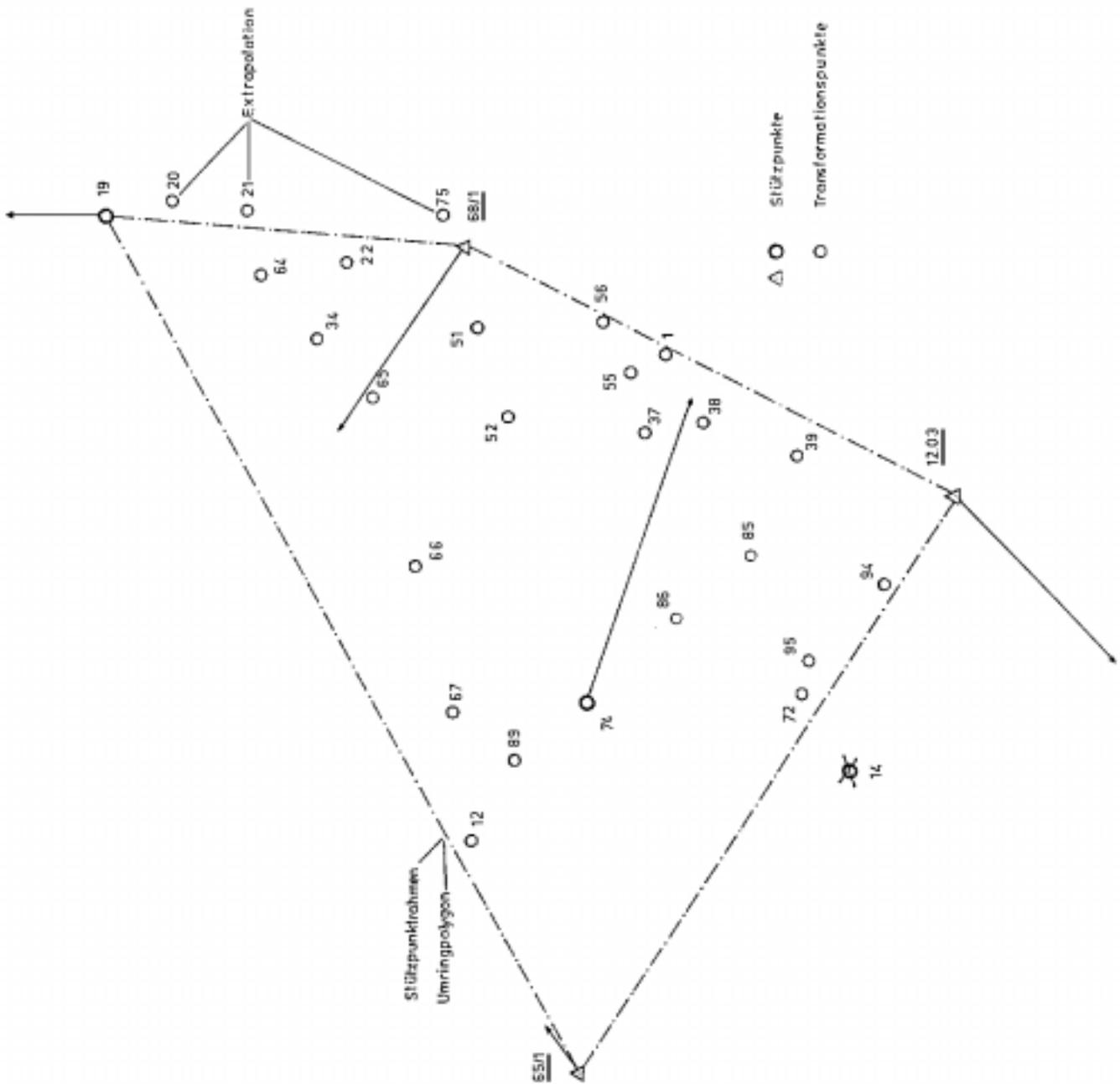
Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.3  
 13-Jul-98 13:30.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      3

Restkl. 1/(s*s)	Y-Start	X-Start	LST	LGA		
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)
4610 0 90065	2596763.040	5687689.910	101	1		
	2596763.400	5687689.885	177	1	-0.013	0.012
4610 0 90066	2596570.920	5687629.020	101	1		
	2596571.310	5687628.983	177	1	0.020	-0.003
4610 0 90067	2596404.730	5687578.390	101	1		
	2596405.138	5687578.347	177	1	0.040	-0.011
4610 0 90072	2596453.490	5687186.900	101	1		
	2596453.874	5687186.852	177	1	0.022	-0.012
4610 0 90075	2596977.840	5687618.940	101	1	extrapoliert	
	2596978.181	5687618.919	177	1	-0.032	0.020
4610 0 90085	2596603.390	5687255.950	101	1		
	2596603.772	5687255.901	177	1	0.018	-0.011
4610 0 90086	2596501.920	5687346.090	101	1		
	2596502.330	5687346.041	177	1	0.044	-0.014
4610 0 90089	2596351.690	5687506.940	101	1		
	2596352.102	5687506.895	177	1	0.045	-0.013
4610 0 90094	2596439.210	5687115.200	101	1		
	2596439.581	5687115.151	177	1	0.010	-0.013
4610 0 90095	2596489.100	5687179.750	101	1		
	2596489.480	5687179.701	177	1	0.018	-0.013

Zahlenbeispiel 7.3

Blatt 14 (29)

Vektorplan





**Zahlenbeispiel 7.4.1**

**Blatt 16 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.1  
 13-Jul-98 13:33.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      2

Klaffungen L2-Norm-Methode

L2-Norm-Methode	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Stützpunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	GW
4610 0 01203	2596687.890	5686891.360	101	1			
	2596688.220	5686891.290	177	1	-0.004	-0.003	
	mp = 0.030(m)ry= 15% rx= 15% NV= 0.5      0.3						
4610 0 06510	2595998.620	5687413.310	101	1			
	2595998.990	5687413.290	177	1	-0.024	0.009	
	mp = 0.030(m)ry= 19% rx= 19% NV= 2.6      1.0						
4610 0 06810	2596949.480	5687594.910	101	1			
	2596949.820	5687594.890	177	1	-0.018	0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 61% rx= 61% NV= 1.1      0.9						
4610 0 90019	2596951.650	5688012.680	101	1			
	2596952.030	5688012.660	177	1	0.001	-0.007	
	mp = 0.030(m)ry= 30% rx= 30% NV= 0.1      0.6						
4610 0 90074	2596426.550	5687425.530	101	1			
	2596426.970	5687425.480	177	1	0.046	-0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 75% rx= 75% NV= 2.5      0.8						

Restklaf. 1 / s	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	
4610 0 90001	2596821.570	5687335.670	101	1			
	2596821.922	5687335.625	177	1	0.001	0.001	
4610 0 90012	2596238.630	5687555.390	101	1			
	2596239.027	5687555.363	177	1	0.007	-0.002	
4610 0 90014	2596363.870	5687119.230	101	1			
	2596364.238	5687119.178	177	1	0.006	-0.002	
4610 0 90020	2596957.190	5687928.980	101	1			
	2596957.564	5687928.960	177	1	-0.001	-0.003	
4610 0 90021	2596951.020	5687845.090	101	1			
	2596951.389	5687845.068	177	1	-0.002	0.000	
4610 0 90022	2596914.010	5687726.160	101	1			
	2596914.371	5687726.137	177	1	-0.005	0.005	
4610 0 90034	2596827.340	5687754.500	101	1			
	2596827.710	5687754.478	177	1	-0.002	0.002	
4610 0 90037	2596739.940	5687384.740	101	1			
	2596740.301	5687384.698	177	1	0.004	0.000	
4610 0 90038	2596755.000	5687324.320	101	1			
	2596755.357	5687324.274	177	1	0.004	0.000	
4610 0 90039	2596721.080	5687213.190	101	1			
	2596721.433	5687213.138	177	1	0.004	-0.001	
4610 0 90051	2596846.960	5687577.070	101	1			
	2596847.316	5687577.042	177	1	-0.006	0.006	
4610 0 90052	2596749.750	5687538.760	101	1			
	2596750.115	5687538.727	177	1	0.001	0.002	
4610 0 90055	2596808.060	5687396.810	101	1			
	2596808.415	5687396.769	177	1	0.001	0.002	
4610 0 90056	2596866.180	5687432.080	101	1			
	2596866.531	5687432.041	177	1	-0.002	0.004	
4610 0 90064	2596898.320	5687830.990	101	1			
	2596898.691	5687830.969	177	1	-0.002	0.001	

**Zahlenbeispiel 7.4.1**

**Blatt 17 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.1  
 13-Jul-98 13:33.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      3

Restklaf. 1 / s	Y-Start	X-Start	LST	LGA		
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)
4610 0 90065	2596763.040	5687689.910	101	1		
	2596763.411	5687689.885	177	1	-0.001	0.002
4610 0 90066	2596570.920	5687629.020	101	1		
	2596571.306	5687628.991	177	1	0.008	-0.002
4610 0 90067	2596404.730	5687578.390	101	1		
	2596405.128	5687578.359	177	1	0.015	-0.005
4610 0 90072	2596453.490	5687186.900	101	1		
	2596453.860	5687186.849	177	1	0.009	-0.003
4610 0 90075	2596977.840	5687618.940	101	1	extrapoliert	
	2596978.185	5687618.917	177	1	-0.013	0.011
4610 0 90085	2596603.390	5687255.950	101	1		
	2596603.756	5687255.900	177	1	0.009	-0.003
4610 0 90086	2596501.920	5687346.090	101	1		
	2596502.307	5687346.043	177	1	0.020	-0.006
4610 0 90089	2596351.690	5687506.940	101	1		
	2596352.091	5687506.904	177	1	0.019	-0.006
4610 0 90094	2596439.210	5687115.200	101	1		
	2596439.574	5687115.146	177	1	0.006	-0.002
4610 0 90095	2596489.100	5687179.750	101	1		
	2596489.467	5687179.698	177	1	0.008	-0.003



**Zahlenbeispiel 7.4.2**

**Blatt 19 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.2  
 13-Jul-98 13:36.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite    2

Klaffungen L2-Norm-Methode

L2-Norm-Methode	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Stützpunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	GW
4610 0 01203	2596687.890	5686891.360	101	1			
	2596688.220	5686891.290	177	1	-0.004	-0.003	
	mp = 0.030(m)ry= 15% rx= 15% NV= 0.5    0.3						
4610 0 06510	2595998.620	5687413.310	101	1			
	2595998.990	5687413.290	177	1	-0.024	0.009	
	mp = 0.030(m)ry= 19% rx= 19% NV= 2.6    1.0						
4610 0 06810	2596949.480	5687594.910	101	1			
	2596949.820	5687594.890	177	1	-0.018	0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 61% rx= 61% NV= 1.1    0.9						
4610 0 90019	2596951.650	5688012.680	101	1			
	2596952.030	5688012.660	177	1	0.001	-0.007	
	mp = 0.030(m)ry= 30% rx= 30% NV= 0.1    0.6						
4610 0 90074	2596426.550	5687425.530	101	1			
	2596426.970	5687425.480	177	1	0.046	-0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 75% rx= 75% NV= 2.5    0.8						

Restkl. 1/(s*s)	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	
4610 0 90001	2596821.570	5687335.670	101	1			
	2596821.921	5687335.626	177	1	0.000	0.003	
4610 0 90012	2596238.630	5687555.390	101	1			
	2596239.034	5687555.360	177	1	0.014	-0.004	
4610 0 90014	2596363.870	5687119.230	101	1	extrapoliert		
	2596364.244	5687119.175	177	1	0.013	-0.004	
4610 0 90020	2596957.190	5687928.980	101	1	extrapoliert		
	2596957.565	5687928.957	177	1	0.000	-0.005	
4610 0 90021	2596951.020	5687845.090	101	1	extrapoliert		
	2596951.387	5687845.068	177	1	-0.003	0.000	
4610 0 90022	2596914.010	5687726.160	101	1			
	2596914.364	5687726.142	177	1	-0.012	0.010	
4610 0 90034	2596827.340	5687754.500	101	1			
	2596827.705	5687754.481	177	1	-0.007	0.006	
4610 0 90037	2596739.940	5687384.740	101	1			
	2596740.304	5687384.698	177	1	0.007	0.000	
4610 0 90038	2596755.000	5687324.320	101	1			
	2596755.360	5687324.274	177	1	0.006	0.000	
4610 0 90039	2596721.080	5687213.190	101	1			
	2596721.436	5687213.137	177	1	0.007	-0.002	
4610 0 90051	2596846.960	5687577.070	101	1			
	2596847.308	5687577.048	177	1	-0.014	0.012	
4610 0 90052	2596749.750	5687538.760	101	1			
	2596750.113	5687538.731	177	1	-0.002	0.005	
4610 0 90055	2596808.060	5687396.810	101	1			
	2596808.413	5687396.771	177	1	-0.001	0.005	
4610 0 90056	2596866.180	5687432.080	101	1			
	2596866.525	5687432.046	177	1	-0.008	0.009	
4610 0 90064	2596898.320	5687830.990	101	1			
	2596898.689	5687830.969	177	1	-0.004	0.001	

**Zahlenbeispiel 7.4.2**

**Blatt 20 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.2  
 13-Jul-98 13:36.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      3

Restkl. 1/(s*s)	Y-Start	X-Start	LST	LGA		
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)
4610 0 90065	2596763.040	5687689.910	101	1		
	2596763.407	5687689.889	177	1	-0.005	0.006
4610 0 90066	2596570.920	5687629.020	101	1		
	2596571.315	5687628.989	177	1	0.018	-0.004
4610 0 90067	2596404.730	5687578.390	101	1		
	2596405.145	5687578.353	177	1	0.032	-0.010
4610 0 90072	2596453.490	5687186.900	101	1		
	2596453.870	5687186.845	177	1	0.020	-0.007
4610 0 90075	2596977.840	5687618.940	101	1	extrapoliert	
	2596978.180	5687618.920	177	1	-0.018	0.015
4610 0 90085	2596603.390	5687255.950	101	1		
	2596603.766	5687255.897	177	1	0.019	-0.006
4610 0 90086	2596501.920	5687346.090	101	1		
	2596502.324	5687346.037	177	1	0.038	-0.012
4610 0 90089	2596351.690	5687506.940	101	1		
	2596352.109	5687506.899	177	1	0.037	-0.012
4610 0 90094	2596439.210	5687115.200	101	1		
	2596439.580	5687115.144	177	1	0.012	-0.005
4610 0 90095	2596489.100	5687179.750	101	1		
	2596489.476	5687179.695	177	1	0.018	-0.006



**Zahlenbeispiel 7.4.3**

**Blatt 22 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.3  
 13-Jul-98 13:49.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite    2

Klaffungen L2-Norm-Methode

L2-Norm-Methode	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Stützpunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	GW
4610 0 01203	2596687.890	5686891.360	101	1			
	2596688.220	5686891.290	177	1	-0.004	-0.003	
	mp = 0.030(m)ry= 15% rx= 15% NV= 0.5    0.3						
4610 0 06510	2595998.620	5687413.310	101	1			
	2595998.990	5687413.290	177	1	-0.024	0.009	
	mp = 0.030(m)ry= 19% rx= 19% NV= 2.6    1.0						
4610 0 06810	2596949.480	5687594.910	101	1			
	2596949.820	5687594.890	177	1	-0.018	0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 61% rx= 61% NV= 1.1    0.9						
4610 0 90019	2596951.650	5688012.680	101	1			
	2596952.030	5688012.660	177	1	0.001	-0.007	
	mp = 0.030(m)ry= 30% rx= 30% NV= 0.1    0.6						
4610 0 90074	2596426.550	5687425.530	101	1			
	2596426.970	5687425.480	177	1	0.046	-0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 75% rx= 75% NV= 2.5    0.8						

1/(s*Wurzel(s))	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	
4610 0 90001	2596821.570	5687335.670	101	1			
	2596821.922	5687335.625	177	1	0.001	0.002	
4610 0 90012	2596238.630	5687555.390	101	1			
	2596239.031	5687555.362	177	1	0.011	-0.003	
4610 0 90014	2596363.870	5687119.230	101	1	extrapoliert		
	2596364.241	5687119.177	177	1	0.009	-0.003	
4610 0 90020	2596957.190	5687928.980	101	1	extrapoliert		
	2596957.564	5687928.958	177	1	0.000	-0.004	
4610 0 90021	2596951.020	5687845.090	101	1	extrapoliert		
	2596951.388	5687845.068	177	1	-0.003	0.000	
4610 0 90022	2596914.010	5687726.160	101	1			
	2596914.367	5687726.140	177	1	-0.009	0.007	
4610 0 90034	2596827.340	5687754.500	101	1			
	2596827.707	5687754.479	177	1	-0.005	0.004	
4610 0 90037	2596739.940	5687384.740	101	1			
	2596740.303	5687384.698	177	1	0.005	0.000	
4610 0 90038	2596755.000	5687324.320	101	1			
	2596755.358	5687324.274	177	1	0.005	0.000	
4610 0 90039	2596721.080	5687213.190	101	1			
	2596721.435	5687213.137	177	1	0.005	-0.002	
4610 0 90051	2596846.960	5687577.070	101	1			
	2596847.311	5687577.045	177	1	-0.011	0.010	
4610 0 90052	2596749.750	5687538.760	101	1			
	2596750.114	5687538.729	177	1	0.000	0.004	
4610 0 90055	2596808.060	5687396.810	101	1			
	2596808.415	5687396.770	177	1	0.000	0.003	
4610 0 90056	2596866.180	5687432.080	101	1			
	2596866.529	5687432.044	177	1	-0.005	0.006	
4610 0 90064	2596898.320	5687830.990	101	1			
	2596898.689	5687830.969	177	1	-0.003	0.001	

**Zahlenbeispiel 7.4.3**

**Blatt 23 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.3  
 13-Jul-98 13:49.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      3

1/(s*Wurzel(s)) Umformungspunkte	Y-Start Y-Ziel	X-Start X-Ziel	LST LST	LGA LGA	vy(m)	vx(m)
4610 0 90065	2596763.040	5687689.910	101	1		
	2596763.409	5687689.887	177	1	-0.003	0.004
4610 0 90066	2596570.920	5687629.020	101	1		
	2596571.311	5687628.990	177	1	0.013	-0.003
4610 0 90067	2596404.730	5687578.390	101	1		
	2596405.137	5687578.356	177	1	0.024	-0.007
4610 0 90072	2596453.490	5687186.900	101	1		
	2596453.865	5687186.847	177	1	0.014	-0.005
4610 0 90075	2596977.840	5687618.940	101	1	extrapoliert	
	2596978.181	5687618.920	177	1	-0.016	0.014
4610 0 90085	2596603.390	5687255.950	101	1		
	2596603.761	5687255.899	177	1	0.014	-0.004
4610 0 90086	2596501.920	5687346.090	101	1		
	2596502.317	5687346.040	177	1	0.030	-0.010
4610 0 90089	2596351.690	5687506.940	101	1		
	2596352.101	5687506.901	177	1	0.029	-0.009
4610 0 90094	2596439.210	5687115.200	101	1		
	2596439.577	5687115.145	177	1	0.009	-0.003
4610 0 90095	2596489.100	5687179.750	101	1		
	2596489.472	5687179.696	177	1	0.013	-0.004



**Zahlenbeispiel 7.4.4**

**Blatt 25 (29)**

Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.4  
 13-Jul-98 13:51.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      2

Klaffungen L2-Norm-Methode

L2-Norm-Methode	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Stützpunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	GW
4610 0 01203	2596687.890	5686891.360	101	1			
	2596688.220	5686891.290	177	1	-0.004	-0.003	
	mp = 0.030(m)ry= 15% rx= 15% NV= 0.5      0.3						
4610 0 06510	2595998.620	5687413.310	101	1			
	2595998.990	5687413.290	177	1	-0.024	0.009	
	mp = 0.030(m)ry= 19% rx= 19% NV= 2.6      1.0						
4610 0 06810	2596949.480	5687594.910	101	1			
	2596949.820	5687594.890	177	1	-0.018	0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 61% rx= 61% NV= 1.1      0.9						
4610 0 90019	2596951.650	5688012.680	101	1			
	2596952.030	5688012.660	177	1	0.001	-0.007	
	mp = 0.030(m)ry= 30% rx= 30% NV= 0.1      0.6						
4610 0 90074	2596426.550	5687425.530	101	1			
	2596426.970	5687425.480	177	1	0.046	-0.015	
	mp = 0.030(m)ry= 75% rx= 75% NV= 2.5      0.8						

Multiqua.Interp.	Y-Start	X-Start	LST	LGA			
Umformungspunkte	Y-Ziel	X-Ziel	LST	LGA	vy(m)	vx(m)	
4610 0 90001	2596821.570	5687335.670	101	1			
	2596821.924	5687335.627	177	1	0.003	0.003	
4610 0 90012	2596238.630	5687555.390	101	1			
	2596239.033	5687555.360	177	1	0.014	-0.004	
4610 0 90014	2596363.870	5687119.230	101	1			
	2596364.242	5687119.175	177	1	0.011	-0.005	
4610 0 90020	2596957.190	5687928.980	101	1			
	2596957.562	5687928.960	177	1	-0.002	-0.002	
4610 0 90021	2596951.020	5687845.090	101	1			
	2596951.386	5687845.069	177	1	-0.005	0.002	
4610 0 90022	2596914.010	5687726.160	101	1			
	2596914.368	5687726.139	177	1	-0.008	0.007	
4610 0 90034	2596827.340	5687754.500	101	1			
	2596827.711	5687754.478	177	1	-0.001	0.003	
4610 0 90037	2596739.940	5687384.740	101	1			
	2596740.308	5687384.698	177	1	0.010	0.000	
4610 0 90038	2596755.000	5687324.320	101	1			
	2596755.362	5687324.274	177	1	0.009	0.000	
4610 0 90039	2596721.080	5687213.190	101	1			
	2596721.438	5687213.137	177	1	0.009	-0.002	
4610 0 90051	2596846.960	5687577.070	101	1			
	2596847.317	5687577.044	177	1	-0.005	0.008	
4610 0 90052	2596749.750	5687538.760	101	1			
	2596750.122	5687538.728	177	1	0.007	0.003	
4610 0 90055	2596808.060	5687396.810	101	1			
	2596808.418	5687396.770	177	1	0.003	0.004	
4610 0 90056	2596866.180	5687432.080	101	1			
	2596866.531	5687432.045	177	1	-0.003	0.007	
4610 0 90064	2596898.320	5687830.990	101	1			
	2596898.689	5687830.970	177	1	-0.003	0.002	

**Zahlenbeispiel 7.4.4**

**Blatt 26 (29)**

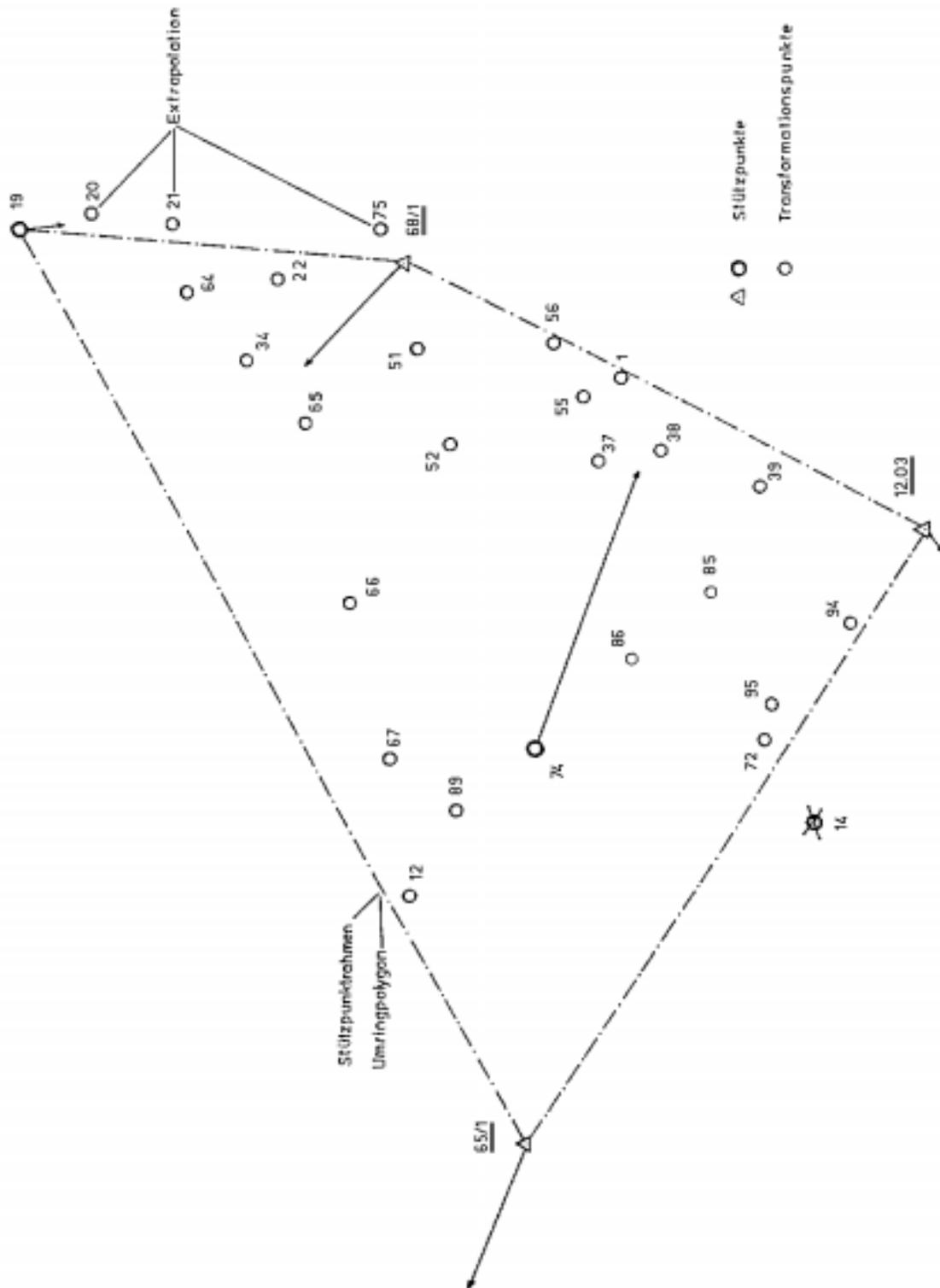
Dienststelle: BR Arnsberg      Verfahren/Projekt: Zahlenbeispiel 7.4.4  
 13-Jul-98 13:51.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite      3

Multiqua.Interp. Umformungspunkte	Y-Start Y-Ziel	X-Start X-Ziel	LST LST	LGA LGA	vy(m)	vx(m)
4610 0 90065	2596763.040	5687689.910	101	1		
	2596763.415	5687689.885	177	1	0.003	0.003
4610 0 90066	2596570.920	5687629.020	101	1		
	2596571.318	5687628.988	177	1	0.020	-0.005
4610 0 90067	2596404.730	5687578.390	101	1		
	2596405.141	5687578.355	177	1	0.028	-0.009
4610 0 90072	2596453.490	5687186.900	101	1		
	2596453.870	5687186.845	177	1	0.019	-0.007
4610 0 90075	2596977.840	5687618.940	101	1	extrapoliert	
	2596978.181	5687618.919	177	1	-0.017	0.014
4610 0 90085	2596603.390	5687255.950	101	1		
	2596603.767	5687255.897	177	1	0.019	-0.006
4610 0 90086	2596501.920	5687346.090	101	1		
	2596502.320	5687346.039	177	1	0.033	-0.010
4610 0 90089	2596351.690	5687506.940	101	1		
	2596352.102	5687506.901	177	1	0.030	-0.010
4610 0 90094	2596439.210	5687115.200	101	1		
	2596439.580	5687115.143	177	1	0.013	-0.005
4610 0 90095	2596489.100	5687179.750	101	1		
	2596489.477	5687179.694	177	1	0.018	-0.006

Zahlenbeispiel 7.4.4

Blatt 27 (29)

Vektorplan



**Zahlenbeispiel 7****Blatt 28 (29)****d) Interpretation***Stützpunktauswahl*

Die Stützpunkte sollten möglichst gleichmäßig über das umzuformende Gebiet verteilt sein; dabei sollten auch die Ränder des Transformationsgebietes so abgesteckt werden, daß sich keine Extrapolationen bei der Umformung der Neupunkte ergeben. Ebenfalls sollte sichergestellt sein, daß die Stützpunkte im Start- und Zielsystem lageidentisch sind.

*Auswahl der Transformationsparameter*

Nach der Transformation empfiehlt es sich, die Restklaffungen zu prüfen (ggf. graphisch), ob noch systematische Anteile vorhanden sind. Diese sollten nämlich mit der Transformation beseitigt werden. Wenn noch solche vorhanden sind, kann es sein, daß sie durch eine Transformation mit höherer Parameterzahl verschwinden. Für die Restklaffungen gilt allgemein, daß sie geringer werden, wenn die Zahl der Transformationsparameter zunimmt (siehe Zahlenbeispiel 7.4). Trotzdem sollte man die Zahl der Parameter nicht unnötig größer wählen als vermessungstechnisch notwendig erscheint.

*Fehlersuche*

Treten große Restklaffungen auf, so können grobe Fehler in den Koordinaten vorliegen. Bei der Suche nach groben Fehlern sollte man eine Transformation mit wenigen Parametern (z.B. 3-Parametertransformation, siehe Zahlenbeispiel 7.1) durchführen. Die Fehlersuche wird bei dem Transformationsprogramm in DIVA mit Hilfe des statistischen Tests nach Baarda sowie durch eine robuste Schätzung (L1-Norm) unterstützt. Es kann ein Grenzwert (Standardwert 3,3) bezüglich der gewählten Irrtumswahrscheinlichkeit eingegeben werden. Dieser Grenzwert ist ein Kriterium hinsichtlich der Ermittlung möglicher grober Fehler in den Stützpunktkoordinaten. Ob die Ursache des Fehlers in der alten oder neuen Koordinate liegt oder ob mangelnde Lageidentitäten verantwortlich sind, kann man nicht erkennen.

*zu 7.0:*

Die Abweichung in x-Richtung zwischen der Preußischen Landesaufnahme und dem Netz77 beträgt 0,15 m, dem gegenüber liegen die Abweichungen der anderen Stützpunkte nur im Bereich zwischen 0.02 und 0.07 m. Es ist zu vermuten, daß der Stützpunkt 4610090014 im Netz77 **nicht** lageidentisch zur Preußischen Landesaufnahme ist. Es kann aber auch sein, daß diese Differenz der schlechteren PrLa-Bestimmung zuzuschreiben ist. Eine weitere Fehlerquelle könnte in einer falschen Koordinateneingabe liegen.

Was geschieht aber nun mit Punkt 4610090014?

- Ist Netz77-Bestimmung korrekt, dann wird er zum Kontrollpunkt!
- Ist Netz77-Bestimmung falsch (z.B. Zentrierfehler), dann entweder Umformungspunkt oder neue Bestimmung mit dem Ziel neuer Stützpunktkoordinaten!

**Zahlenbeispiel 7****Blatt 29 (29)**

zu 7.1:

Die 3-Parametertransformation erhärtet den GF-Verdacht gegenüber dem Stützpunkt 14, denn die L2-Norm-Berechnung weist beim Stützpunkt 14 den größten NV-Wert von 4,9 und einen GF-Wert in y von 11,6 cm auf.

Die L1-Norm Berechnung verdächtigt neben Punkt 14 mit einem GF-Wert von 9,6 cm auch noch den Punkt 12.03 mit einem GF-Wert in x von 7,0 cm. Aufgrund des bekannten Verschmierungseffektes der L2-Norm-Methode ist der Punkt 12.03 hier nicht verdächtigt.

Von den weiteren Berechnungen wird nur der Stützpunkt 14 ausgeschlossen, da eine Lageänderung nach Einsicht der Vermessungsschriften nicht ausgeschlossen werden kann. Hingegen verbleibt der Stützpunkt 12.03 in der Berechnung, weil zum einen sein angezeigter GF-Betrag von 7,0 cm der PrLa-Genauigkeit entspricht und zum anderen wegen der vorliegenden Stützpunktgeometrie auf ihn nicht verzichtet werden kann.

zu 7.2:

Diese Kontrollberechnung (L2-Norm) ohne den Stützpunkt 14 weist keinerlei grobe Fehler mehr aus, insofern bestätigt sich auch der Verbleib des Stützpunktes 12.03 in den weiteren Berechnungen auf eine L1-Norm-Berechnung wird verzichtet, da der Kurtosis-Wert für eine L2-Norm-Berechnung spricht.

zu 7.3:

Zur Standardlösung dieser Transformationsaufgabe reicht eine 4-Parameter-Transformation. Die gesetzten Grenzwerte für NV und GF werden unterschritten. Der gewählte Gewichtsansatz zur Restklaffenverteilung ermittelt plausible Umformungszuschläge. Der Vektorplan der Restklaffen zeigt die für das PrLa-System typischen lokalen Netzspannungen.

zu 7.4:

Die unter 7.4 aufgelisteten Zahlenbeispiele enthalten eine 6-Parameter-Transformation. Sie veranschaulichen vor allem die unterschiedlichen Restklaffenverteilungen, die mit dem Programm DIVA aufgerufen werden können. Es fällt auf, daß die Erhöhung der Transformationsparameter verbunden ist mit einer Reduzierung der Restklaffen und dadurch auch der Standardabweichungen.

### *Fazit*

Die Neuberechnung mit alten Elementen ist grundsätzlich das bessere Verfahren, weil das Ergebnis gleichzeitig Aufschlüsse über die Güte des Vermessungspunktfeldes liefert. Die Neuberechnung ist jedoch ein Mengenproblem. Von daher bekommen Transformationsverfahren eine wachsende Bedeutung für die Katastervermessung.

### Literaturhinweise:

Ahrens 1993, Grundmann 1986, Kampmann et al. 1994

**Zahlenbeispiel 8****Blatt 1 (2)****Umformung von Tischkoordinaten einer digitalisierten Karte in Landeskoordinaten****a) Aufgabenstellung**

Nach der Digitalisierung von Karten sind die gemessenen Tischkoordinaten in die Gauß- Krüger-Koordinaten des Landesnetzes zu transformieren. Mit Hilfe von Stützpunkten, deren Landeskoordinaten bekannt und Tischkoordinaten durch Einmessung ermittelt worden sind, erfolgt die Berechnung der Transformationsparameter. Um gute Ergebnisse zu erzielen, sollen die Stützpunkte möglichst gleichmäßig über die gesamte Kartenfläche verteilt sein und den zu digitalisierenden Bereich vollkommen umschließen.

**b) Transformationsansatz**

In einer ebenen 6-Parametertransformation mit Restklaffenverteilung (s. Modell D6 und F1 in Teil I) werden zwei Verschiebungen, zwei Drehungen und zwei Maßstabsfaktoren berechnet, da die oftmals sehr alten Trägermaterialien der zu digitalisierenden Karten unterschiedliche Ausdehnungskoeffizienten in Längs- und Querrichtung haben.

Die sechs Transformationsparameter können eindeutig aus drei Stützpunkten (Mindestzahl) bestimmt werden. Ist die Zahl der Stützpunkte größer als diese Mindestzahl, werden die Parameter über eine Ausgleichung, die von gleichgewichteten Paßpunkten ausgeht, bestimmt. Die Restklaffungen werden auf die durch die Digitalisierung neu zu bestimmenden Punkte abstandsgewichtet verteilt.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel (siehe nächste Seite) enthält 12 Stützpunkte einer Kartendigitalisierung, auf die umzuformenden Neupunkte wurde verzichtet. Das Beispiel ist mit dem im ALK-GIAP enthaltenen Transformationsprogramm berechnet. Das Ergebnis der Ausgleichung wird am Alpha-Schirm angezeigt, wobei die Tischkoordinaten YT, XT und die Restklaffungen VR, VH sowie die Fehlerangaben MY, MX und MP dort mit Millimetergenauigkeit angegeben werden.

**d) Interpretation**

Das ALK-GIAP-Programm lehnt Transformationen mit weniger als vier Stützpunkten ab, da sonst deren Genauigkeit und Zuverlässigkeit nicht beurteilt werden kann. Möglicherweise vorhandene grobe Fehler werden vom Programm aufgelistet.

Die Ursachen können folgende sein: Eingabefehler und/oder Digitalisierungsfehler. Sind die aufgelisteten Eingabedaten (Sollkoordinaten) vom Auswerter durch Zahlenvergleich geprüft, so besteht weiter die Möglichkeit, daß Stützpunkte in der Karte falsch oder ungenau identifiziert wurden. Darüberhinaus ist die Eignung der verwendeten Stützpunkte im Hinblick auf ihre Lageidentität zu untersuchen.

**Zahlenbeispiel 8****Blatt 2 (2)***Ergebnis der Einpassung (Kalibrierung) einer Kartenvorlage*

DB-Name: SBSB08 (BR Münster) Datum: 04-Juni-98  
 Vorlagen-Nr. 1 Uhrzeit: 14:35

Maßstabsfaktor Y-Achse: 993. Winkel Y-Achse: 102.7  
 Maßstabsfaktor X-Achse: 999. Winkel X-Achse: 2.7

Pkt. Bezeichnung	Soll-Koordinaten		Tisch-Koord.		Restklaffung	
	YS	XS	YT	XT	VR	VH
34335762101036	433963.810	762306.610	.25832	-.12812	.099	-.224
34335762101034	433942.360	762419.590	.23180	-.01608	.127	-.210
34335762101033	434070.080	762501.930	.35695	.07148	-.098	.061
34335762101021	434010.133	762466.154	.29809	.03317	-.001	.014
34335762101032	434079.720	762557.740	.36436	.12730	-.225	.458
34335762101039	434150.450	762530.910	.43604	.10417	.385	-.224
34335762101040	434195.890	762500.810	.48372	.07577	-.254	.052
34335762101038	434260.740	762457.870	.55032	.03607	.230	-.425
34335762101049	434178.540	762386.180	.47094	-.03957	.048	.011
34335762101047	434072.370	762391.770	.36416	-.03863	-.216	.118
34335762101035	434150.870	762278.220	.44806	-.14912	-.190	.430
34335762101046	434040.890	762289.850	.33660	-.14173	.095	-.062

MY= .1573    MX= .2033    MP= .2571    MP (a priori)= .5000

Vermutlich keine groben Fehler, alle normierten Verbesserungen < 2/3 \* FIS

Literaturhinweise:

Ahrens 1993, Mittelstraß 1987

**Zahlenbeispiel 9****Blatt 1 (10)****Umformung einer freien Stationierung ins Landesnetz****a) Aufgabenstellung**

Im Zuge einer freien Stationierung (Nr. 39.1 VPErl.) mit einem Tachymeter ist ein lokales Vermessungspunktfeld polar aufgenommen worden. Die originären polaren Meßwerte Horizontalrichtung  $r$  und Horizontalstrecke  $s$  werden vom Programm in  $y$ - und  $x$ -Koordinaten eines lokalen ebenen Koordinatensystems umgerechnet:

$$y = s * \sin r \quad \text{und} \quad x = s * \cos r$$

Der Tachymeterstandpunkt bildet dabei den Ursprung und die Nullrichtung des Horizontalkreises die Abzissenachse des lokalen (örtlichen) Systems. Bei freier Wahl der Instrumentenstandpunkte können topographische oder verkehrsbedingte Zwänge besser berücksichtigt werden.

Im vorliegenden Beispiel (siehe Blatt 3) liegen für die vorhandenen und neu abgemarkten Vermessungspunkte (VP) keine festgesetzten Koordinaten mit hoher Lagegenauigkeit vor. Diese sind entsprechend Nr.9.1 FortfErl.II in Verbindung mit Nr. 5.4, Abs.1 VPErl. durch Anschluß an die im Netz 77 vorliegenden AP(1), zu ermitteln.

Die mit freier Stationierung ermittelten örtlichen Koordinaten eines Standpunktsystems sind zur Überführung in das Gauß-Krüger-Meridianstreifensystem an mindestens drei AP(1) oder VP mit geeigneter Punktdefinition, Lagegenauigkeit und -zuverlässigkeit anzuschließen (Nr. 35.1 und Anlage 4, Nr. 4.1 VPErl.). Dabei dürfen die Abweichungen (Restklaffungen) in den Anschlußpunkten den Betrag von 6 cm nicht überschreiten. Sind sämtliche Abweichungen ... 3 cm, kann auf eine Koordinatenanpassung verzichtet werden (Anlage 4, Nr. 4.3 ff VPErl.).

Polar aufgenommene VP sind durch eine zweite unabhängige Richtungs- und Streckenmessung oder durch geeignete Spannmaße wirksam zu kontrollieren (Nr. 40.2 VPErl.). Als unabhängiger zweiter Standpunkt genügt ein nahes Exzentrum zum ersten Standpunkt (Nr. 40.3 (1) VPErl.), z.B. durch geringfügiges Versetzen des Instruments auf dem Stativteller.

Die Koordinierung der beobachteten AP(1) und GP erfolgt im örtlichen System (Startsystem), hier z.B. bezogen auf die AP-Linie 140-141. Bei der Mittelbildung der doppelt berechneten Koordinaten (s. Blatt 5) sind die Grenzwerte der Anlage 3 des VPErl. zu beachten.

Anhand der homogenen, gemittelten Koordinaten im Startsystem kann rechnerisch

- a) die Überprüfung mit dem Zahlenachweis,
- b) die Einhaltung geometrischer Bedingungen und
- c) die Übereinstimmung des örtlichen Besitzstandes mit dem Katasternachweis

untersucht und nachgewiesen werden.

**Zahlenbeispiel 9****Blatt 2 (10)****b) Transformationsansatz**

Die rechnerische Behandlung einer freien Stationierung entspricht einer ebenen überbestimmten Transformation (Helmert-Transformation), in der Regel als 4-Parametertransformation (s. Modell D4 in Teil I). Im überbestimmten Fall werden die vier Parameter durch Ausgleichung (L2-Norm) bestimmt. Zur Verteilung der Restklaffungen eignen sich ein abstandgewichtetes Verfahren oder die multiquadratische Methode (s. Modell F1 und F2 in Teil I).

Die Transformation der örtlichen Koordinaten in endgültige Koordinaten im Gauß-Krüger-Meridianstreifensystem erfolgt mit einer im Programmsystem KAFKA integrierten Helmert-Transformation und der zusätzlichen Eingabe von Geradheitsbedingungen. Die Standardabweichung der Durchfluchtungen wurde zur Einhaltung einer nahezu strengen Geradheit (Rechnerischer Nachweis der Geradlinigkeit gemäß Nr. 40.6 VPErl.) auf 2 mm festgelegt und die Standardabweichung der gemittelten Koordinaten des örtlichen Startsystems mit 1 cm eingegeben.

**c) Zahlenbeispiel**

Siehe Blatt 4 - 10.

**d) Interpretation**

Bei der praktischen Handhabung der freien Stationierung ist auf eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Anschlußpunkte zu achten. Neupunkte sollten nicht extrapoliert aufgenommen werden. Eine durchgreifend kontrollierte Messung ist unerlässlich. Das tachymetrisch aufgenommene örtliche System (Startsystem) ist in der Regel mit einer höheren Nachbarschaftsgenauigkeit bestimmt als das Netz 77 (Zielsystem), was durch verbliebene Restspannungen im Netz 77 erkennbar ist. Die Restklaffungen in den Anschlußpunkten eignen sich zur Beurteilung der Anschlußkoordinaten. Mit Hilfe des statistischen Tests und der robusten Schätzung (L1-Norm) lassen sich grobe Fehler in den Anschlußpunkten aufdecken. Auch der berechnete Maßstabsfaktor kann einen Hinweis auf fehlerhafte Anschlußkoordinaten liefern.

Die Vorauswertung KAFKA-V weist für die Helmert-Transformation in den Anschlußpunkten Restklaffungen von max. 1,6 cm aus und warnt vor quasi identischen Koordinaten für die beiden freien Tachymeter-Standpunkte 101 u. 102. Fehlerhafte Eingaben oder Beobachtungswerte liegen nicht vor.

In der endgültigen Berechnung KAFKA-G werden die geringen Restklaffungen nach der Methode der multiquadratischen Interpolation verteilt. Der Einfluß der Restklaffenverteilung auf die Koordinaten der Neupunkte beträgt im Beispiel maximal 5 mm.

Die Gewichtseinheitsfaktoren a posteriori für Richtungen (Durchfluchtungen) und örtliche Koordinaten sind  $< 1,0$ . Eine weitere Berechnung mit geänderten Standardabweichungen zur Verbesserung der Varianzkomponentenschätzung kann unterbleiben, da auch bei optimaler Schätzung der Standardabweichungen die Koordinaten der Neupunkte sich nur im Millimeterbereich ändern.

Literaturhinweise:

Benning 1989, 1994 a und b, 1996, 1997, 1998, VPErl. 1996

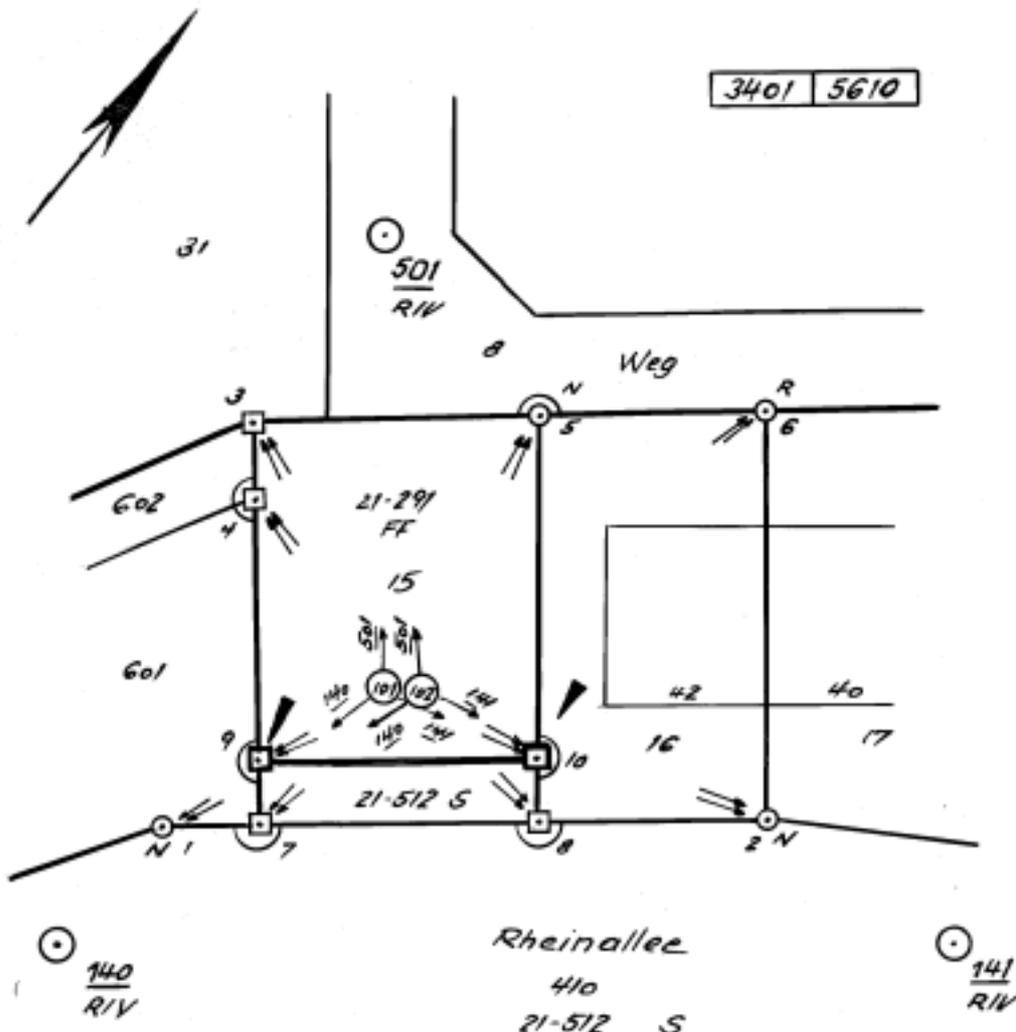
Zahlenbeispiel 9

Blatt 3 (10)

Fortführungsriß

Blatt \_\_\_\_\_

Gemarkung (Nc) <i>Gberg (2280)</i>	Flur <i>11</i>	Flurstücke
Katasteramt <i>Bdorf</i>	Gemessen am <i>11.9.1998</i>	Flurstücke (alt) <i>15, 16</i>
Antrag-Nr. _____	durch <i>Dipl. Ing.</i>	Rahmenkarte _____
Veränd.-Nachw. 19 _____ Nr. _____	 <i>Martini</i>	Grenzzeichen <i>Betonsteine</i>
Katasterkarten fortgeführt _____	(Unterschrift und Amts- bzw. Berufsgruppenbezeichnung)	Unterirdische Sicherung <i>Plastikbege</i>
Unterlagen DGK 5 fortgeführt _____		Grenzmesserschritt vom <i>20er Aufnahme</i>
		Gebäudemasse: Sockel - Aufgeh. - un - verputzt
		Vermessungsunterlagen <i>AP-Karten, NR 1</i>



Fortführungsunterlage aufgrund Vermessung oder Sondierung (Nrn. 1112 u. 1113 FortfB4. II - Anl. B -)

Zahlenbeispiel 9

Blatt 4 (10)

UMFORMUNG LOKALER KOORDINATEN EINER FREIEN STATIONIERUNG IN DAS LANDESNETZ  
 VORAUSWERTUNG -ERMITTLUNG DER NÄHERUNGSKOORDINATEN-

AUSWERTUNG HYBRIDER LAGEVERMESSUNGEN (COPYRIGHT: PROF. DR.-ING. BENNING)  
 =====  
 KAFKA-V VERSION 3.20 DATUM: 15.10.1998 UHRZEIT: 14:43 SEITE: 1  
 Bezirksregierung Köln  
 helmert.dat Transformation mit 3 AP-Anschlüssen, str. Gerade  
 =====

MAXIMALE ANZAHL BERECHENBARER	PUNKTE	MESSUNGEN	MESSUNGSLINIEN
	34746	104238	11596

```
#####
#
#   K A F K A ( V )   #
#
#####
```

VORAUSWERTUNG ZUR AUSGLEICHUNG VON ORTHOGONAL-, LINIEN- UND POLARAUFNAHMEN  
 MITTELS:

- KLEINPUNKTBERECHNUNG
- GERADENSCHNITT
- BOGENSCHLAG
- EINZELPUNKTAUSGLEICHUNG
- FREIER STATIONIERUNG BELIEBIGER MESSKONFIGURATIONEN

FOLGENDE STEUER- UND GEWICHTSPARAMETER WURDEN GEWAEHLT:

-----  
 STANDARDABWEICHUNG DER MESSBANDSTRECKEN:  
 $M(S) = +- ( 0.01600 + 0.00010 S + 0.00260 S(1/2) ) M$   
 ZULAESSIGE FEHLERGRENZE:  
 $D = +- ( 0.02000 + 0.00000 S + 0.00000 S(1/2) ) M$

STANDARDABWEICHUNG DER LOTFUSSPUNKTE:	+-	0.0200 M
STANDARDABWEICHUNG DER DURCHFLUCHTUNGEN:	+-	0.0020 M
GEWICHTSEINHEIT DER BEWEGLICHEN ANSCHLUSSPUNKTE:	+-	1.0000
MASSTABFAKTOR DES NETZES		1.00000000
STANDARDABWEICHUNG DES NETZMASSTABES:	+-	50.0000 MM/KM
STANDARDABWEICHUNG DES MASSTABS DER MESSUNGSLINIEN:	+-	0.0500 M/100M
MITTLERE GEBIETSHOEHE:		0.0000 M

DIE STRECKEN UND RICHTUNGEN WERDEN NICHT "GAUSS-KRUEGER" - REDUZIERT  
 EIN- UND AUSGABE DER RICHTUNGEN IN: GON

SORTIEREN DER PUNKTE MIT PUNKTART 0 BIS 4 :  
 NACH AUFSTEIGENDER PUNKTART PA UND PUNKTNUMMER PNR  
 SORTIEREN DER PUNKTE MIT PUNKTART 5 BIS 7 :  
 NACH AUFSTEIGENDER PUNKTNUMMER PNR

STANDARDABWEICHUNGEN DER TRIGONOMETRISCH-TACHYMETRISCHEN MESSUNGEN:

FUER HORIZONTALRICHTUNGEN:	+-	0.0010 GON
FUER ELEKTROOPTISCH-POLARE STRECKEN:	+- ( 0.0050 M + 5.00 PPM )	
GEWICHTSEINHEIT DER RICHTUNGEN:	+-	1.0000
GEWICHTSEINH. DER ELEKTROOPT./POLAREN STRECKEN:	+-	1.0000

GEPRUEFT:

Zahlenbeispiel 9

Blatt 5 (10)

KAFKA-V VERSION 3.20 DATUM: 15.10.1998 UHRZEIT: 14:43 SEITE: 2  
 Bezirksregierung Köln  
 helmert.dat Transformation mit 3 AP-Anschluessen, str. Gerade

**ANSCHLUSS-PUNKTE:**

```

=====
PS  PUNKT-NUMMER RECHTS-WERT HOCH-WERT SP HOEHE NAME
-----
EINGABE-FORMAT: (I1,2I4,I1,F5.0,2F13.3,F6.3,F10.4,A)
C   ANSCHLUSSPUNKTE 1= FEST 2= BEWEGLICH
1   1100140 3401000.010 5651000.020 0.020 0.0000
1   1100141 3401084.020 5651061.000 0.020 0.0000
1   1100501 3401008.600 5651061.530 0.020 0.0000
    
```

**MESSUNGSDATEN:**

```

=====
NR MA PUNKTNUMMER PUNKTNUMMER ABSZISSE ORDINATE GEWICHTE :
      /RICHTUNG /STRECKE A/R O/S DF RW
-----
EINGABE-FORMAT: (I1,2(1X,2I4,I1,F5.0),2F11.5,4F6.3)
C   EINGABE DER GERADHEITSBEDINGUNGEN
C   Linie 1 - 2
    1. MESSUNGSLINIE
    1 1 1200001 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
    2 0 1200007 1.00
    4 0 1200008 1.00
    6 9 1200002 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
C   Linie 3 - 6
    2. MESSUNGSLINIE
    7 1 1200003 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
    8 0 1200005 1.00
    10 9 1200006 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
C   Linie 7 - 3
    3. MESSUNGSLINIE
    11 1 1200007 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
    12 0 1200009 1.00
    14 0 1200004 1.00
    16 9 1200003 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
C   Linie 8 - 5
    4. MESSUNGSLINIE
    17 1 1200008 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
    18 0 1200010 1.00
    20 9 1200005 0.000 1.000 1.000 1.00 1.00
    REGULAERES ENDE EINLESEN DER MESSDATEN
    
```

**DIGITALISIERUNGEN:**

```

=====
NR S PUNKTNUMMER RECHTSWERT HOCHWERT SP SP
-----
EINGABE-FORMAT: (I1,1X,2I4,I1,F5.0,15X,2F13.3,2F6.3)
C   GEMITTELTE, LOKALE KOORDINATEN DER FREIEN STATIONIERUNG
C   BEZUGSACHSE: AP140-AP141
21 1 1100140 100.000 100.000 0.010 0.010
22 1 1100141 100.000 203.811 0.010 0.010
23 1 1100501 55.294 143.095 0.010 0.010
24 1 1200001 92.941 121.934 0.010 0.010
25 1 1200002 91.152 149.935 0.010 0.010
26 1 1200003 66.624 128.069 0.010 0.010
27 1 1200004 69.640 128.087 0.010 0.010
28 1 1200005 66.732 143.368 0.010 0.010
29 1 1200006 66.852 160.170 0.010 0.010
30 1 1200007 92.540 128.221 0.010 0.010
31 1 1200008 91.535 143.888 0.010 0.010
32 1 1200009 89.520 128.204 0.010 0.010
33 1 1200010 88.516 143.825 0.010 0.010
34 1 1100101 83.950 134.396 0.010 0.010
35 1 1100102 83.959 134.414 0.010 0.010
    
```

REGULAERES ENDE EINLESEN DER DIGITALISIERUNGEN

Zahlenbeispiel 9

Blatt 6 (10)

KAFKA-V VERSION 3.20 DATUM: 15.10.1998 UHRZEIT: 14:43 SEITE: 3  
 Bezirksregierung Köln  
 helmert.dat Transformation mit 3 AP-Anschluessen, str. Gerade

HELMERTTRANSFORMATION  
 =====

1. SYSTEM MO = 0.015 M MITTL.VS = 0.012 M

PKZ	VY	VX	VS
1100140	0.011	0.000	0.011
1100141	0.002	-0.009	0.009
1100501	-0.013	0.009	0.016

KLEINPUNKTBERECHNUNG:  
 =====

1.) LINIE 1	VON	1200001	NACH	1200002
FS =	D =	0.000	0.020	
2.) LINIE 2	VON	1200003	NACH	1200006
FS =	D =	0.000	0.020	
3.) LINIE 3	VON	1200007	NACH	1200003
FS =	D =	0.000	0.020	
4.) LINIE 4	VON	1200008	NACH	1200005
FS =	D =	0.000	0.020	

KOORDINATENVERZEICHNIS FESTPUNKTE  
 -----

PKZ	RECHTS (Y) (M)	HOCH (X) (M)
34015651100140	3401000.010	5651000.020
34015651100141	3401084.020	5651061.000
34015651100501	3401008.600	5651061.530

KOORDINATENVERZEICHNIS DER NEUPUNKTE  
 NUMERIERUNGSBEZIRK: 3401 5651 (VERMP-ERLASS NW)  
 3456 0151 (ADV)

PA	PNR	RECHTS (Y) (M)	HOCH (X) (M)	LINIEN- UND BERECHNUNGS-NUMMERN BEI EINGABE: BERECHNET IN:
1	101	3401018.408	5651033.218	1. TRANSFORMATION
1	102	3401018.428	5651033.221	1. TRANSFORMATION
2	1	3401013.604	5651018.619	1. TRANSFORMATION
2	2	3401035.216	5651036.518	1. TRANSFORMATION
2	3	3401003.108	5651043.523	1. TRANSFORMATION
2	4	3401004.894	5651041.093	1. TRANSFORMATION
2	5	3401015.554	5651052.424	1. TRANSFORMATION
2	6	3401029.223	5651062.198	1. TRANSFORMATION
2	7	3401018.457	5651022.637	1. TRANSFORMATION
2	8	3401030.546	5651032.655	1. TRANSFORMATION
2	9	3401016.669	5651025.072	1. TRANSFORMATION
2	10	3401028.722	5651035.062	1. TRANSFORMATION

PUNKTE MIT QUASI-IDENTISCHEN KOORDINATEN: ?  
 =====

PUNKTNUMMER	Y	X	BERECHNET IN
1100101	3401018.408	5651033.218	1. TRANSFORMATION ?
1100102	3401018.428	5651033.221	1. TRANSFORMATION ?

0 FEHLERMELDUNG(EN) "\*" ?\*  
 1 WARNUNG(EN) "?" ?\*  
 VOR DER AUSGLEICHUNG BITTE DIE DATEN BEREINIGEN ?!

ENDE DER BERECHNUNGEN , DATEI: helmert  
 GESAMTLAUFZEIT KAFKAV = 00:00:00 ( 800000 )

**Zahlenbeispiel 9**

**Blatt 7 (10)**

**UMFORMUNG LOKALER KOORDINATEN EINER FREIEN STATIONIERUNG IN DAS LANDESNETZ  
 GESAMTAUSGLEICHUNG -ERMITTLUNG DER ENDGÜLTIGEN KOORDINATEN-**

-----  
 KAFKA-G VERSION 3.20 DATUM: 15.10.1998 UHRZEIT: 14:44 SEITE: 1  
 Bezirksregierung Köln  
 helmert.dat Transformation mit 3 AP-Anschluessen, str. Gerade  
 =====

AUSWERTUNG HYBRIDER LAGEVERMESSUNGEN  
 =====

K A F K A : KOMPLEXE ANALYSE FLAECHENHAFTER KATASTER-AUFNAHMEN  
 COPYRIGHT: PROF. DR.-ING. WILHELM BENNING

AUSGLEICHUNG VON:

- TRIGONOMETRISCHEN BEOBACHTUNGEN
- POLAR - AUFNAHMEN
- ELEKTROOPTISCHEN DISTANZEN
- KOORDINATEN BEWEGLICHER ANSCHLUSSPUNKTE
- LINIENMESSUNGEN UND ORTHOGONALAUFNAHMEN

LEGENDE :  
 -----

- SRED : REDUZIERTE STRECKE ( NN-HOEHE , ABBILDUNGSEBENE )
  - V : VERBESSERUNG AUS DER AUSGLEICHUNG
    - A.K. : - AUS KOORDINATEN
  - SA : STANDARDABWEICHUNG DER BEOBACHTUNG
    - V.A. : - VOR DER AUSGLEICHUNG
    - N.A. : - NACH DER AUSGLEICHUNG
  - EV(%) : KONTROLLIERBARKEIT DER BEOBACHTUNG
  - EP(M) : EINFLUSS DER BEOBACHTUNG AUF DIE RELATIVE PUNKTLAGE
  - NV : NORMIERTE VERBESSERUNG
  - GF : GESCHAETZTER GROBER FEHLER
  - VDS : ABSOLUTE DIFFERENZ DURCHLAUFENDER ABSZISSENMASSE
  - D : ZULAESSIGE FEHLERGRENZE
  - RIWI : RICHTUNGSWINKEL NACH DER AUSGLEICHUNG
  - QUERF : QUERFEHLER AUS DER RICHTUNGSVERBESSERUNG
  - DEG : ALTGRAD (DEGREE) , EINHEIT FUER WINKEL
  - N.K.- : NICHT KONTROLLIERBARE BEOBACHTUNG
  - SP : STANDARDABWEICHUNG DES PUNKTES NACH HELMERT
  - LSP : LOKALE STANDARDABWEICHUNG DES PUNKTES
- 
- IGEV : GRENZE DER KONTROLLIERBARKEIT: 5 %
  - K : KRITISCHER WERT K (GRENZWERT FUER NV): 2.00
  - SA(ZEF): STANDARDABWEICHUNG DER ZIELEINSTELLUNG 0.00100 M
  - ITER : ANZAHL DER MAXIMAL ZU RECHNENDEN ITERATIONEN: 3
  - DXMIN : AUSGABE VON KOORDINATENAENDERUNGEN GROESSER ALS: 0.05 M
  - ILT4 : ZUSAETZLICHE KOORDINATENAUSGABE: SIEMENS-VERKDB

NEUPUNKTE DES VERFAHRENS: 12 UNBEKANNTE: 39

Zahlenbeispiel 9

Blatt 8 (10)

KAFKA-G VERSION 3.20 DATUM: 15.10.1998 UHRZEIT: 14:44 SEITE: 2  
 Bezirksregierung Köln  
 helmert.dat Transformation mit 3 AP-Anschlüssen, str. Gerade

- ```

=====
1.) LINIE 1, A = 1200001, E = 1200002 ANLEGEMASS: 0.000
    MASSSTABSVERBESSERUNG: 0.000 M/100M EV: 0.0 % FEHLER M/100M
    SA V.D.A.: 0.050 M/100M NV: 0.0

-----
2.) LINIE 2, A = 1200003, E = 1200006 ANLEGEMASS: 0.000
    MASSSTABSVERBESSERUNG: 0.000 M/100M EV: 0.0 % FEHLER M/100M
    SA V.D.A.: 0.050 M/100M NV: 0.0

-----
3.) LINIE 3, A = 1200007, E = 1200003 ANLEGEMASS: 0.000
    MASSSTABSVERBESSERUNG: 0.000 M/100M EV: 0.0 % FEHLER M/100M
    SA V.D.A.: 0.050 M/100M NV: 0.0

-----
4.) LINIE 4, A = 1200008, E = 1200005 ANLEGEMASS: 0.000
    MASSSTABSVERBESSERUNG: 0.000 M/100M EV: 0.0 % FEHLER M/100M
    SA V.D.A.: 0.050 M/100M NV: 0.0
    
```

ERGEBNISSE RICHTUNGSMESSUNG

| ZIELPUNKT   | RICHTUNG | RIWI   | V         | SA     | SA    | QUERF | S   | EV  | EP   | NV  | GF      |
|-------------|----------|--------|-----------|--------|-------|-------|-----|-----|------|-----|---------|
|             | (GON)    | (GON)  | (MGON     | MGON   | MGON) | (MM)  | (M) | (%) | (MM) |     | (MGON)  |
|             | V.A.     | N.A.   |           | V.A.   | N.A.  |       |     |     |      |     |         |
| STANDPUNKT: | 1200001  |        | BEOB-NR.: | 2 FF.  |       |       |     |     |      |     |         |
|             | 1200007  | 0.0000 | 55.9622   | 3.4    | 20.3  | 14.6  | 0   | 6   | 49   | 0   | 0.2     |
|             | 1200002  | 0.0000 | 55.9586   | -0.2   | 5.0   | 4.9   | 0   | 28  | 3    | --  | N.K. -- |
| STANDPUNKT: | 1200001  |        | BEOB-NR.: | 4 FF.  |       |       |     |     |      |     |         |
|             | 1200008  | 0.0000 | 55.9513   | -4.4   | 6.1   | 4.7   | 2   | 22  | 41   | 7   | 1.1     |
|             | 1200002  | 0.0000 | 55.9586   | 2.9    | 5.0   | 4.2   | 1   | 28  | 27   | -12 | 1.1     |
| STANDPUNKT: | 1200003  |        | BEOB-NR.: | 8 FF.  |       |       |     |     |      |     |         |
|             | 1200005  | 0.0000 | 60.4739   | -4.2   | 8.6   | 6.7   | 1   | 15  | 39   | 3   | 0.8     |
|             | 1200006  | 0.0000 | 60.4792   | 1.1    | 4.4   | 4.2   | 1   | 32  | 10   | -13 | 0.8     |
| STANDPUNKT: | 1200007  |        | BEOB-NR.: | 12 FF. |       |       |     |     |      |     |         |
|             | 1200009  | 0.0000 | 359.6545  | 9.1    | 42.2  | 26.6  | 0   | 3   | 60   | 0   | 0.3     |
|             | 1200003  | 0.0000 | 359.6453  | -0.1   | 5.3   | 5.3   | 0   | 26  | 1    | --  | N.K. -- |
| STANDPUNKT: | 1200007  |        | BEOB-NR.: | 14 FF. |       |       |     |     |      |     |         |
|             | 1200004  | 0.0000 | 359.6458  | 0.3    | 5.9   | 4.5   | 0   | 23  | 41   | 0   | 0.1     |
|             | 1200003  | 0.0000 | 359.6453  | -0.2   | 5.3   | 4.3   | 0   | 26  | 33   | 1   | 0.1     |
| STANDPUNKT: | 1200008  |        | BEOB-NR.: | 18 FF. |       |       |     |     |      |     |         |
|             | 1200010  | 0.0000 | 358.6885  | 4.5    | 42.2  | 26.6  | 0   | 3   | 60   | 0   | 0.1     |
|             | 1200005  | 0.0000 | 358.6839  | -0.1   | 5.5   | 5.5   | 0   | 25  | 1    | --  | N.K. -- |

STATISTIK DER BEOBACHTUNGEN

|            | ANZAHL | REDUNDANZ | MAX.VERB. | NR.  | MITTL.VERB. | MAX.NV | NR.  | MITTL.EV   |
|------------|--------|-----------|-----------|------|-------------|--------|------|------------|
| RICHTUNGEN | 12     | 3.65      | 9.1       | MGON | 12          | 2.5    | MGON | 1.1 4 30 % |

Zahlenbeispiel 9

Blatt 9 (10)

KAFKA-G VERSION 3.20 DATUM: 15.10.1998 UHRZEIT: 14:44 SEITE: 3  
 Bezirksregierung Köln  
 helmert.dat Transformation mit 3 AP-Anschlüssen, str. Gerade

DIGITALISIERUNGEN SYSTEM NR.: 1

| NR | PKT      | SA<br>V.A.<br>(CM) | VY<br>A.K.<br>(MM) | EVY<br>(%) | NVY | GFY<br>(M) | VX<br>A.K.<br>(MM) | EVX<br>(%) | NVX | GFY<br>(M) |
|----|----------|--------------------|--------------------|------------|-----|------------|--------------------|------------|-----|------------|
| 21 | 1100140P | 1                  | 8                  | 71         | 0.9 |            | 10                 | 71         | 1.2 |            |
| 22 | 1100141P | 1                  | 12                 | 46         | 1.8 |            | -6                 | 46         | 0.9 |            |
| 23 | 1100501P | 1                  | -11                | 84         | 1.2 |            | -5                 | 84         | 0.5 |            |
| 24 | 1200001  | 1                  | 3                  | 86         | 0.3 |            | 4                  | 85         | 0.4 |            |
| 25 | 1200002  | 1                  | 1                  | 87         | 0.1 |            | -1                 | 87         | 0.1 |            |
| 26 | 1200003  | 1                  | -5                 | 86         | 0.5 |            | 0                  | 86         | 0.0 |            |
| 27 | 1200004  | 1                  | -4                 | 87         | 0.4 |            | 0                  | 87         | 0.0 |            |
| 28 | 1200005  | 1                  | -5                 | 88         | 0.6 |            | -3                 | 87         | 0.3 |            |
| 29 | 1200006  | 1                  | -4                 | 82         | 0.5 |            | -4                 | 81         | 0.5 |            |
| 30 | 1200007  | 1                  | 2                  | 89         | 0.2 |            | 3                  | 88         | 0.3 |            |
| 31 | 1200008  | 1                  | 2                  | 90         | 0.2 |            | 0                  | 90         | 0.0 |            |
| 32 | 1200009  | 1                  | 1                  | 89         | 0.1 |            | 2                  | 89         | 0.2 |            |
| 33 | 1200010  | 1                  | 1                  | 90         | 0.1 |            | 0                  | 90         | 0.0 |            |
| 34 | 1100101  | 1                  | 0                  | 89         | 0.0 |            | 0                  | 89         | 0.1 |            |
| 35 | 1100102  | 1                  | 0                  | 90         | 0.0 |            | 1                  | 90         | 0.1 |            |

STATISTISCHE ANGABEN

NETZAUSGLEICHUNG MIT ANSCHLUSSZWANG

PARAMETER- UND VARIANZKOMPONENTENSCHÄTZUNG

|                                                       |        |
|-------------------------------------------------------|--------|
| ANZAHL DEFINIERTER PUNKTE IM PROJEKT:                 | 15     |
| ANZAHL NEUPUNKTE EINSCHL. LOTFUSSPUNKTE:              | 12     |
| ANZAHL DER FREIEN ANSCHLUSSPUNKTE:                    | 0      |
| ANZAHL DER MESSUNGSLINIEN:                            | 4      |
| ABSZISSEN, ORDINATEN, SPANNMASSE, STREBEN:            | 0      |
| GEMESSENE RECHTE WINKEL (LOTE):                       | 0      |
| DURCHFLUCHTUNGEN FÜR LINIEN-/LOTFUSSPUNKTE:           | 0      |
| TACHYMETRISCHE STRECKEN:                              | 0      |
| RICHTUNGSSÄTZE:                                       | 6      |
| RICHTUNGEN INSGESAMT:                                 | 12     |
| DIGITALISIERUNGEN:                                    | 30     |
| RESTKLAFENVERTEILUNG: MULTIQUADRATISCHE INTERPOLATION |        |
| ANZAHL GESCHÄTZTER GROBER DATENFEHLER:                | 0      |
| REDUNDANZ:                                            | 8      |
| REDUNDANZ (KONTROLLE):                                | 8.0    |
| ANZAHL GERECHNETER ITERATIONEN:                       | 2      |
| MAXIMALER KONVERGENZFORTSCHRITT:                      | 0.008  |
| SUMME PVV AUS FEHLERGLEICHUNGEN:                      | 10.100 |

STANDARDABWEICHUNG DER RICHTUNGEN A-PRIORI:

+ - 0.0010 GON \* 1.000  
 GEWICHTSEINHEITSFAKTOR A-POSTERIORI: 0.587

GEWICHTSEINHEITSFAKTOR DIGITALISIERUNGEN 0.511

MASSTAB DES GESAMTEN NETZES: 0.0 +- 17.5 MM/KM  
 STANDARDABWEICHUNG A-PRIORI: +- 50.0 MM/KM

MASSTAB DER EINZELLINIEN (EINGEGEBEN): +- 0.050 M/100M

STANDARDABWEICHUNG ( SIGMA - 0 ) A-POSTERIORI: 0.351 ?

**Zahlenbeispiel 9**

**Blatt 10 (10)**

KAFKA-G VERSION 3.20 DATUM: 15.10.1998 UHRZEIT: 14:44 SEITE: 4  
 Bezirksregierung Köln  
 helmert.dat Transformation mit 3 AP-Anschlüssen, str. Gerade  
 =====

KOORDINATENVERZEICHNIS  
 FESTPUNKTE

| PKZ     | RECHTS (Y)<br>(M) | HOCH (X)<br>(M) |
|---------|-------------------|-----------------|
| 1100140 | 3401000.010       | 5651000.020     |
| 1100141 | 3401084.020       | 5651061.000     |
| 1100501 | 3401008.600       | 5651061.530     |

KOORDINATENVERZEICHNIS DER NEUPUNKTE

NUMERIERUNGSBEZIRK: 3401 5651 (VERMP-ERLASS NW)  
 3456 0151 (ADV)

| PA | PNR | RECHTS (Y)<br>(M) | HOCH (X)<br>(M) | DY<br>(M) | DX<br>(M) | SP<br>(M) | LSP<br>(M) |
|----|-----|-------------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|------------|
| 1  | 101 | 3401018.406       | 5651033.220     | -0.001    | 0.003     | 0.001     | 0.001      |
| 1  | 102 | 3401018.426       | 5651033.224     | -0.001    | 0.003     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 1   | 3401013.607       | 5651018.621     | 0.003     | 0.002     | 0.001     | 0.002      |
| 2  | 2   | 3401035.214       | 5651036.519     | -0.002    | 0.001     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 3   | 3401003.102       | 5651043.529     | -0.005    | 0.006     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 4   | 3401004.890       | 5651041.098     | -0.005    | 0.005     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 5   | 3401015.546       | 5651052.429     | -0.008    | 0.005     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 6   | 3401029.215       | 5651062.202     | -0.008    | 0.004     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 7   | 3401018.459       | 5651022.639     | 0.002     | 0.002     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 8   | 3401030.546       | 5651032.656     | 0.000     | 0.001     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 9   | 3401016.670       | 5651025.074     | 0.001     | 0.002     | 0.001     | 0.001      |
| 2  | 10  | 3401028.720       | 5651035.063     | -0.001    | 0.001     | 0.001     | 0.001      |

ENDE DER BERECHNUNGEN , DATEI: helmert  
 GESAMTLAUFZEIT KAFKAG = 00:00:00 ( 600000 )

**Zahlenbeispiel 10****Blatt 1 (12)****Umformung von photogrammetrischen Modellkoordinaten  
in Gauß-Krüger-Koordinaten des Landesnetzes****a) Aufgabenstellung**

Zur geometrisch exakten Auswertung von Luftbildern werden Stützpunkte (Paßpunkte) benötigt. Mit Hilfe der Paßpunkte, die in den Luftbildern erkennbar sind und deren Koordinaten im Landesnetz bekannt sind, wird die geometrische Zuordnung zwischen dem Luftbild bzw. dem Stereomodell und der Erdoberfläche hergestellt.

Um aufwendige örtliche Arbeiten zur Bestimmung der Paßpunktkoordinaten zu vermeiden, wird die Mehrzahl der Paßpunkte durch Aerotriangulation bestimmt. Hierbei werden Bilder bzw. Modelle zu Blockverbänden zusammengefaßt. Gestützt auf wenige bekannte Paßpunkte am Blockrand werden weitere Paßpunkte (Verknüpfungspunkte) photogrammetrisch mit Hilfe von Auswertegeräten und Programmsystemen bestimmt.

Abweichend von der allgemeinen Aufgabenstellung ergeben sich bei der Anwendung im Landesvermessungsamt NRW einige Besonderheiten im Hinblick auf die Zweckbestimmung der Paßpunkte für die Herstellung der DGK 5 (siehe Blockübersicht/Blatt 3). Etwa Mitte der 70er Jahre wurde begonnen, im Rahmen der Aerotriangulation zusätzliche, dauerhafte Punkte (topographische Paßpunkte) mitzubestimmen. Je nach Dichte dieses Paßpunktfeldes ist in vielen Bereichen eine Paßpunktbestimmung mittels Aerotriangulation nicht mehr erforderlich. Bei unzureichender Paßpunktbesetzung (z.B. in ländlich strukturierten Gebieten sowie in Waldgebieten) werden weiterhin Paßpunkte über Aerotriangulation bestimmt. Die dabei erforderliche Paßpunktbesetzung, insbesondere an den Blockrändern wird ebenfalls durch topographische Paßpunkte realisiert. Das Landesvermessungsamt NRW ist heute in der Lage, gänzlich auf terrestrisch bestimmte Paßpunkte verzichten zu können.

**b) Transformationsansatz**

Im Landesvermessungsamt NRW kommt ausschließlich das Verfahren der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen zur Anwendung. Im analytischen Auswertegerät (C 100) werden die Bildkoordinaten ermittelt und daraus anschließend die Modellkoordinaten abgeleitet. Die so ermittelten Modellkoordinaten werden über eine verkettete räumliche Ähnlichkeitstransformation (s. Modell E7 in Teil I) in das Landessystem überführt. Dieses nichtlineare Problem wird in einer Folge von Lage- und Höheniterationen gelöst. Die Projektionszentren haben bei dieser Iterationsfolge aber eine Sonderstellung. Da die Projektionszentren nur zur Stabilisierung der Z-Koordinaten einen nennenswerten Beitrag leisten, werden sie entsprechend nur bei der Höheniteration berücksichtigt.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel ist im Dezernat 32 "Photogrammetrie und Fernerkundung" mit dem Programm PAT-M 43 berechnet worden.

Berechnung siehe Blatt 3-12 (12).

**Zahlenbeispiel 10****Blatt 2 (12)****d) Interpretation***Ergebnisse*

Das Ergebnis der Blockausgleichung besteht aus den ausgeglichenen Koordinaten der Paßpunkte sowie den Orientierungsparametern der einzelnen Modelle.

*Fehlersuche*

Um grobe Datenfehler zu erkennen, werden schon bei der Blockplanung bestimmte Grundsätze beachtet:

- Verknüpfung je Modell über 8 Verknüpfungspunkte (Doppelpunkte je Modellecke),
- Dichter Paßpunktrand, mindestens alle 4-6 Modellbreiten ein Paßpunkt,
- Besetzung der Blockecken mit zwei unabhängig bestimmten Paßpunkten.

Weitere Punkte könnten bei der Planung Berücksichtigung finden, würden aber zu Lasten der Wirtschaftlichkeit gehen.

*Genauigkeit*

Die Anforderungen an die Genauigkeit für die Herstellung der DGK 5 ergeben sich aus dem Grundkartenerlaß. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, muß die Projektplanung für die Aerotriangulation entsprechend ausgelegt werden. Es ergeben sich mittlere Fehler für die topographischen Paßpunkte  $m_x = m_y = \pm 0,25$  m und  $m_z = \pm 0,30$  m.

*Lagestatuswechsel*

In unbestimmten Zeitabständen werden die topographischen Paßpunkte erneut in eine Blockausgleichung einbezogen und erhalten somit neue ausgeglichene Koordinaten. Die topographischen Paßpunktdaten werden dann durch Mittelbildung zwischen den alten und neuen Koordinaten fortgeführt.

Literaturhinweise:  
Grundkartenerlaß 1981

**Zahlenbeispiel 10**

**Blatt 3 (12)**

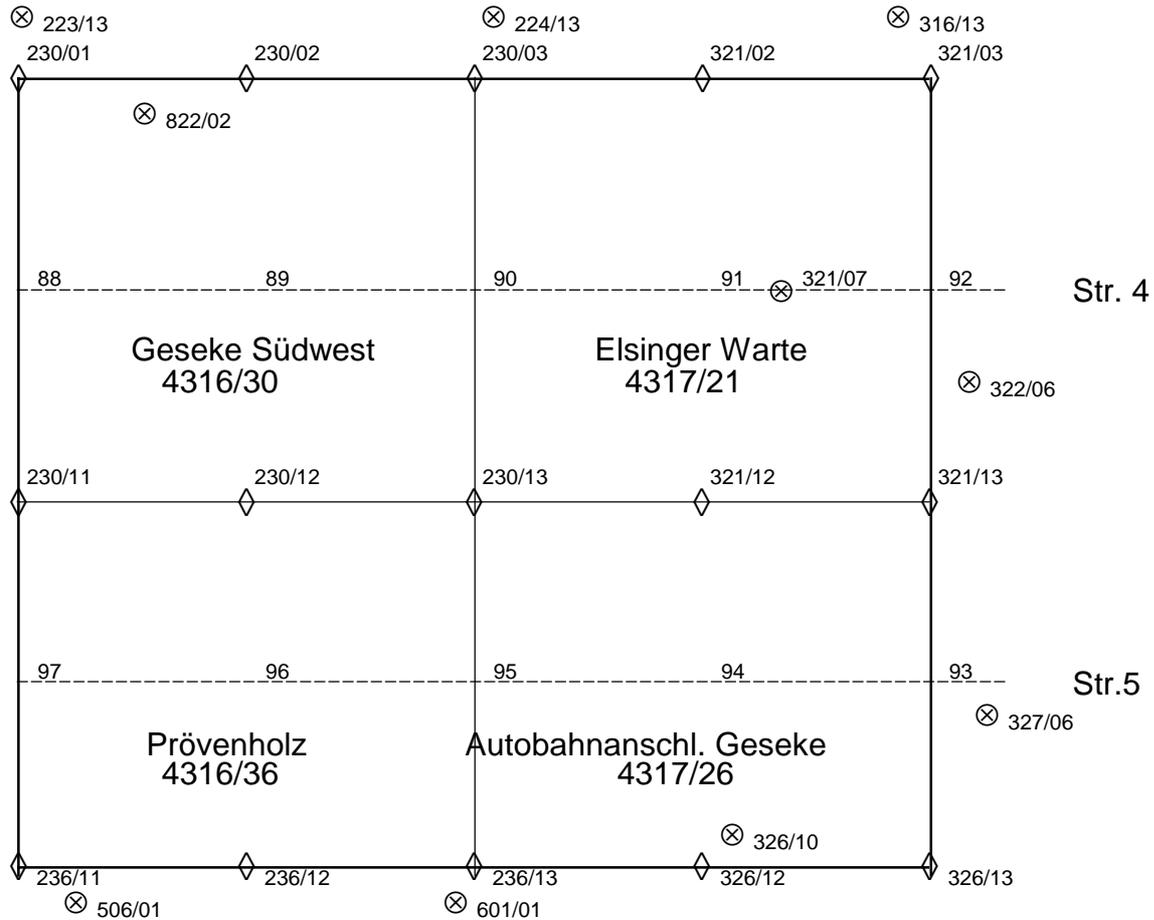
**Blockübersicht**

Arbeitsgebiet : Kreis Soest 908/98

Kamera : Zeiss RMK A 30/23 Nr. 137 623 f = 304,85 mm

Bildmaßstab : 1:12.500

Bildflugdatum : 15.05.98



- ⊗ topographischer Punkt  
Höhenpaßpunkt
- ◇ künstlich markierter Punkt
- Modellgrenze
- Blockgrenze
- 230/12 Bildnummer

Zahlenbeispiel 10

Blatt 4 (12)

```

*****
*
* INPUT FROM FILE 99 *
* BASIC DATA FROM FILE 233 *
* PHOTOGRAMMETRIC MODELS FROM FILE 232 *
*
* PROGRAM VERSION PAT-M43 *
*
* ITERATION SEQUENCE 434343 *
*
* THE FIRST TWO POINTS OF EACH MODEL ARE PROJECTION CENTERS *
* CORRECTION OF EARTH CURVATURE AND REFRECTION AFTER ITERATION STEP 3 *
* NO CONNECTION OF VERTICAL CONTROL POINTS IN PLANOMETRY *
*
* TERRAIN SYSTEM IN METER *
* MODELS ALREADY IN TERRAIN SYSTEM *
*
* READ IN IMVK = 4 *
*
* LIMITATIONS *
* NUMBER OF POINTS IN ONE MODEL RESTRICTED TO 30 *
* NUMBER OF CONTROL POINTS IN ONE LIST RESTRICTED TO 330 *
* NUMBER OF MODELS IN ONE MODEL GROUP RESTRICTED TO 2 *
* DIMENSIONS OF ADDRESS MATRIX RESTRICTED TO 20, 6 *
* NUMBER OF MODELS/SUBMATRIX RESTRICTED TO 4 *
* NUMBER OF POINT RECORDS RESTRICTED TO 46 *
* NUMBER OF MODEL RECORDS RESTRICTED TO 20 *
*
* REQUIRED WORKING AREA FOR THESE SPECIFICATIONS = 10995= 025363B *
* FILE NUMBER = 11, BLKSZ = 128, REQUIRED BLOCKS = 4608 *
*
* BREAK UP LIMIT FOR THE SIZE OF MODEL GROUP : *
* 40884089 *
* 50975096 *
* NUMBER OF MODELS IN THE FIRST MODEL GROUP = 2 *
*
* STANDARD DEVIATIONS OF OBSERVATIONS (IN THE TERRAIN SYSTEM) *
* FOR MODEL POINTS IN X,Y AND Z : .150 .150 .150 *
* FOR PROJECT. CENTERS IN X,Y,Z : .200 .300 .115 *
* 1. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .150 .150 .300 *
* 2. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .250 .250 .300 *
* 3. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .250 .250 .300 *
* 4. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .250 .250 .300 *
* 5. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .000 .000 .300 *
* 6. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .250 .250 .300 *
* 7. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .000 .000 .300 *
* 8. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : 10000.00 10000.00 10000.00 *
* 9. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .250 .250 .300 *
* 10. SET FOR CONTROL IN X,Y,Z : .000 .000 .300 *
*
* PRINTOUT *
* MODEL CONNECTIONS *
* TRANSFORMED MODEL COORDINATES AND RESIDUALS *
* CONTROL POINT COORDINATES AND RESIDUALS *
* ADJUSTED COORDINATES IN SEQUENCE OF INCREASING POINT NUMBERS *
* ORIENTATION PARAMETERS FROM MODEL SYSTEM TO TERRAIN SYSTEM *
*
* ADDITIONAL OUTPUT *
* ADJUSTED COORDINATES ON FILE 234 *
* ORIENTATION PARAMETERS ON FILE 235 *
*
*****

```

TRANSFORMED PHOTOGRAMMETRIC MODEL COORDINATES  
 -----  
 AFTER THE LAST ITERATION STEP IN THE TERRAIN SYSTEM  
 -----

## Residuals

| CHECK VALUES FOR THE RESIDUALS OF MODEL              |             |             |          |      | .150  | .210  | .5    |     |
|------------------------------------------------------|-------------|-------------|----------|------|-------|-------|-------|-----|
| CHECK VALUES FOR THE RESIDUALS OF PROJECTION CENTERS |             |             |          |      | .550  | 1.187 | .501  |     |
| POINT NUMBER                                         | X           | Y           | Z        | CODE | VX    | VY    | VZ    | CHV |
| MODEL NUMBER 40884089                                |             |             |          |      |       |       |       |     |
| 40880000                                             | 3463998.530 | 5721005.555 | 3994.681 | PC 1 |       |       |       |     |
| 40890000                                             | 3464994.298 | 5720990.583 | 3988.789 | PC 2 | -.175 | .514  | -.067 | ... |
| 82241103                                             | 3464034.838 | 5722047.118 | 112.578  | VE 1 |       |       | .010  | ... |
| 82301103                                             | 3463842.598 | 5720095.943 | 145.755  | VE 2 |       |       | .244  | ... |
| 82360203                                             | 3465040.776 | 5720012.801 | 158.485  | VE 4 |       |       | .083  | ... |
| 92300102                                             | 3464013.516 | 5721971.473 | 113.074  | SP 1 |       |       |       | ... |
| 92300112                                             | 3464030.572 | 5721975.861 | 112.479  | SP 1 |       |       |       | ... |
| 92300202                                             | 3465042.467 | 5721916.766 | 112.489  | TP 2 | .058  | -.012 | -0.38 | ... |
| 92300212                                             | 3465044.158 | 5721883.722 | 112.803  | TP 2 | -.002 | -.011 | .155  | ... |
| 92301102                                             | 3464154.540 | 5719818.006 | 144.478  | TP 2 | -.077 | .063  | .081  | ... |
| 92301112                                             | 3464169.462 | 5719818.298 | 145.112  | TP 2 | -.032 | -.019 | -.128 | ... |
| 92301202                                             | 3465001.029 | 5719858.967 | 162.226  | TP 4 | .114  | -.086 | -.482 | ... |
| 92301212                                             | 3465010.269 | 5719856.422 | 161.833  | TP 4 | -.017 | .104  | .074  | ... |
| 922313161                                            | 3463813.614 | 5722403.597 | 116.217  | HV 1 | -.033 | -.065 | -.003 | ... |
| 922313261                                            | 3463825.031 | 5722406.339 | 116.145  | HV 1 | -.011 | .027  | .119  | ... |
| MODEL NUMBER 50975096                                |             |             |          |      |       |       |       |     |
| 50960000                                             | 3464999.488 | 5718955.048 | 4013.514 | PC 2 | .072  | .604  | .352  | ... |
| 50970000                                             | 3463993.344 | 5718954.978 | 4021.961 | PC 1 |       |       |       | ... |
| 82301103                                             | 3463841.684 | 5720101.599 | 146.259  | VE 2 |       |       | -.261 | ... |
| 82360203                                             | 3465031.675 | 5719995.396 | 158.512  | VE 4 |       |       | .057  | ... |
| 92301102                                             | 3464154.385 | 5719818.132 | 144.639  | TP 2 | .077  | -.63  | -.081 | ... |
| 92301112                                             | 3464169.398 | 5719818.259 | 144.856  | TP 2 | .032  | .019  | .128  | ... |
| 92301202                                             | 3465001.225 | 5719858.877 | 161.638  | TP 4 | -.082 | .003  | .106  | ... |
| 92301212                                             | 3465010.303 | 5719856.419 | 161.796  | TP 4 | -.051 | .107  | .110  | ... |
| 92361102                                             | 3464306.498 | 5718027.714 | 180.415  | SP 1 |       |       |       | ... |
| 92361112                                             | 3464322.546 | 5718031.671 | 180.979  | SP 1 |       |       |       | ... |
| 92361202                                             | 3464926.801 | 5718033.688 | 195.315  | TP 2 | -.003 | -.205 | -.549 | ... |
| 92361212                                             | 3464939.607 | 5718034.530 | 195.881  | TP 2 | -.008 | -.061 | -.439 | ... |
| 950601161                                            | 3464454.348 | 5717964.725 | 192.635  | HV 1 | -.042 | .139  | .167  | ... |
| 950601261                                            | 3464469.478 | 5717966.826 | 192.858  | HV 1 | -.077 | .058  | .162  | ... |

Zahlenbeispiel 10

Blatt 6 (12)

|              |             |             |          |      |       |       |       |     |  |
|--------------|-------------|-------------|----------|------|-------|-------|-------|-----|--|
| MODEL NUMBER |             | 40904089    |          |      |       |       |       |     |  |
| 40890000     | 3464993.947 | 5720991.610 | 3988.654 | PC 2 | .175  | -.514 | .067  | ... |  |
| 40900000     | 3465998.588 | 5720986.462 | 3998.022 | PC 2 | -.290 | -.245 | .072  | ... |  |
| 82360203     | 3465040.887 | 5720012.766 | 158.707  | VE 4 |       |       | -.139 | ... |  |
| 92300202     | 3465042.583 | 5721916.742 | 112.413  | TP 2 | -.058 | .012  | .038  | ... |  |
| 92300212     | 3465044.155 | 5721883.701 | 113.113  | TP 2 | .002  | .011  | -.155 | ... |  |
| 92300302     | 3465955.741 | 5721789.489 | 123.546  | TP 2 | .004  | -.063 | .157  | ... |  |
| 92300312     | 3465968.716 | 5721786.954 | 124.163  | TP 2 | .020  | .063  | -.322 | ... |  |
| 92301202     | 3465001.029 | 5719858.667 | 161.378  | TP 4 | .114  | .214  | .366  | .1. |  |
| 92301212     | 3465010.159 | 5719856.597 | 161.882  | TP 4 | .092  | -.070 | .024  | ... |  |
| 92301302     | 3465978.339 | 5719699.358 | 178.242  | TP 4 | -.002 | -.070 | -.078 | ... |  |
| 92301312     | 3465987.830 | 5719699.424 | 177.968  | TP 4 | -.120 | -.129 | .069  | ... |  |
| 922413161    | 3465971.432 | 5722018.375 | 125.398  | HV 1 | .000  | .012  | -.084 | ... |  |
| 922413261    | 3465966.863 | 5722003.460 | 125.708  | HV 1 | -.051 | .021  | -.114 | ... |  |
| MODEL NUMBER |             | 50955096    |          |      |       |       |       |     |  |
| 50950000     | 3466007.320 | 5718960.214 | 4013.167 | PC 2 | -.092 | -.308 | .165  | ... |  |
| 50960000     | 3464999.632 | 5718956.256 | 4014.219 | PC 2 | -.072 | -.604 | -.352 | ... |  |
| 82360203     | 3465039.034 | 5720009.658 | 158.539  | VE 4 |       |       | .029  | ... |  |
| 92301202     | 3465001.288 | 5719859.011 | 161.734  | TP 4 | -.145 | -.131 | .010  | ... |  |
| 92301212     | 3465010.276 | 5719856.667 | 162.115  | TP 4 | -.024 | -.141 | -.208 | ... |  |
| 92301302     | 3465978.305 | 5719699.173 | 178.262  | TP 4 | .031  | .115  | -.099 | ... |  |
| 92301312     | 3465987.601 | 5719699.211 | 178.112  | TP 4 | .110  | .084  | -.074 | ... |  |
| 92361202     | 3464926.796 | 5718033.278 | 194.217  | TP 2 | .003  | .205  | .549  | ... |  |
| 92361212     | 3464939.590 | 5718034.408 | 195.002  | TP 2 | .008  | .061  | .439  | ... |  |
| 92361302     | 3466256.838 | 5718289.520 | 204.345  | TP 2 | .034  | -.022 | -.171 | ... |  |
| 92361312     | 3466255.355 | 5718274.494 | 204.746  | TP 2 | .005  | -.046 | .072  | ... |  |
| 960101161    | 3466199.644 | 5717865.551 | 223.488  | HV 1 | .023  | -.056 | -.110 | ... |  |
| 960101261    | 3466199.789 | 5717853.337 | 223.509  | HV 1 | -.045 | -.068 | -.118 | ... |  |
| MODEL NUMBER |             | 40924091    |          |      |       |       |       |     |  |
| 40910000     | 3467003.809 | 5720973.632 | 3998.655 | PC 2 | .269  | -.390 | -.052 | ... |  |
| 40920000     | 3468014.553 | 5720967.392 | 3997.141 | PC 1 |       |       |       | ... |  |
| 93210202     | 3467076.808 | 5721703.558 | 138.293  | TP 2 | .008  | -.017 | -.254 | ... |  |
| 93210212     | 3467061.139 | 5721695.695 | 138.458  | TP 2 | -.009 | .033  | -.316 | ... |  |
| 93210302     | 3468024.312 | 5721849.625 | 110.609  | SP 1 |       |       |       | ... |  |
| 93210312     | 3468038.627 | 5721857.542 | 110.342  | SP 1 |       |       |       | ... |  |
| 93211202     | 3466894.118 | 5719881.737 | 167.623  | TP 4 | -.001 | .069  | .125  | ... |  |
| 93211212     | 3466915.274 | 5719887.172 | 167.306  | TP 4 | -.115 | -.145 | .003  | ... |  |
| 93211302     | 3467699.873 | 5719791.444 | 164.587  | TP 2 | -.037 | .034  | .132  | ... |  |
| 93211312     | 3467700.000 | 5719791.700 | 164.000  | TP 2 | .014  | .074  | .010  | ... |  |

Zahlenbeispiel 10

Blatt 7 (12)

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen

|              |             |             |          |      |       |       |       |     |
|--------------|-------------|-------------|----------|------|-------|-------|-------|-----|
| 931613161    | 3467672.708 | 5722113.599 | 143.266  | HV 1 | -.015 | .003  | .173  | ... |
| 931613261    | 3467672.044 | 5722106.000 | 143.313  | HV 1 | -.009 | -.013 | .205  | ... |
| 932102162    | 3467191.988 | 5721023.667 | 170.087  | HV 1 | .080  | -.028 | -.157 | ... |
| 932107262    | 3467201.197 | 5721028.957 | 169.734  | HV 1 | .027  | -.100 | -.153 | ... |
| 932206161    | 3468058.667 | 5720768.093 | 147.751  | HV 1 | .054  | .049  | .140  | ... |
| 932206261    | 3468072.080 | 5720773.330 | 147.563  | HV 1 | .032  | .042  | .179  | ... |
| MODEL NUMBER |             | 50935094    |          |      |       |       |       |     |
| 50930000     | 3468017.278 | 5718942.752 | 4019.907 | PC 1 |       |       |       | ... |
| 50940000     | 3467003.233 | 5718947.856 | 4019.650 | PC 2 | -.023 | .063  | -.058 | ... |
| 86020103     | 3468092.954 | 5717962.112 | 215.649  | VE 1 |       |       | -.090 | ... |
| 93211202     | 3466894.092 | 5719881.872 | 167.461  | TP 4 | .025  | -.066 | .287  | ... |
| 93211212     | 3466915.168 | 5719886.917 | 167.438  | TP 4 | -.009 | .110  | -.129 | ... |
| 93211302     | 3467699.799 | 5719791.511 | 164.851  | TP 2 | .037  | -.034 | -.132 | ... |
| 93211312     | 3467709.206 | 5719791.853 | 164.243  | TP 2 | .014  | -.074 | -.012 | ... |
| 93261202     | 3467089.113 | 5717988.212 | 196.652  | TP 2 | -.026 | .004  | -.012 | ... |
| 93261212     | 3467131.981 | 5717996.558 | 195.782  | TP 2 | -.031 | .028  | .226  | ... |
| 93261302     | 3468078.236 | 5717967.397 | 215.461  | SP 1 |       |       |       | ... |
| 93261312     | 3468095.659 | 5717982.131 | 215.195  | SP 1 |       |       |       | ... |
| 932602162    | 3467121.483 | 5719606.247 | 181.428  | HV 1 | -.030 | -.013 | -.014 | ... |
| 932602262    | 3467139.365 | 5719608.198 | 181.696  | HV 1 | -.031 | .019  | -.017 | ... |
| 932610162    | 3467270.711 | 5718459.357 | 197.782  | HV 1 | .031  | -.039 | -.084 | ... |
| 932610262    | 3467290.133 | 5718460.720 | 197.767  | HV 1 | .060  | -.035 | -.113 | ... |
| 932706161    | 3468070.168 | 5719344.212 | 186.479  | HV 1 | -.052 | .084  | .082  | ... |
| 932706261    | 3468055.038 | 5719331.278 | 186.457  | HV 1 | .011  | .014  | .107  | ... |

HORIZONTAL CONTROL POINT COORDINATES IN THE TERRAIN SYSTEM

SDS-NO

|           |             |             |  |      |       |       |  |   |
|-----------|-------------|-------------|--|------|-------|-------|--|---|
| 922313161 | 3463813.490 | 5722403.350 |  | HV 1 | .091  | .181  |  | 6 |
| 922313261 | 3463824.990 | 5722406.440 |  | HV 1 | .030  | -.075 |  | 6 |
| 922413161 | 3465971.430 | 5722018.420 |  | HV 1 | .001  | -.033 |  | 6 |
| 922413162 | 3465971.430 | 5722018.420 |  | HV 1 | -.002 | -.015 |  | 6 |
| 922413261 | 3465966.670 | 5722003.540 |  | HV 1 | .142  | -.059 |  | 6 |
| 922413262 | 3465966.670 | 5722003.540 |  | HV 1 | .191  | .091  |  | 6 |
| 931613161 | 3467672.650 | 5722113.610 |  | HV 1 | .042  | -.008 |  | 6 |
| 931613261 | 3467672.010 | 5722105.950 |  | HV 1 | .025  | .037  |  | 6 |
| 932107161 | 3467192.290 | 5721023.560 |  | HV 1 | -.043 | .062  |  | 6 |
| 932107162 | 3467192.290 | 5721023.560 |  | HV 1 | -.222 | .079  |  | 6 |
| 932107261 | 3467201.197 | 5721028.957 |  | HV 1 | .027  | -.100 |  | 6 |

Zahlenbeispiel 10

Blatt 8 (12)

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen

|           |             |             |      |       |       |   |
|-----------|-------------|-------------|------|-------|-------|---|
| 932107262 | 3467201.300 | 5721028.580 | HV 1 | -.076 | .277  | 6 |
| 932206161 | 3468058.870 | 5720768.280 | HV 1 | -.149 | -.137 | 6 |
| 932206261 | 3468072.200 | 5720773.490 | HV 1 | -.088 | -.118 | 6 |
| 932602161 | 3467121.370 | 5719606.200 | HV 1 | .015  | -.010 | 6 |
| 932602162 | 3467121.370 | 5719606.200 | HV 1 | .083  | .035  | 6 |
| 932602261 | 3467139.250 | 5719608.270 | HV 1 | .156  | -.060 | 6 |
| 932602262 | 3467139.250 | 5719608.270 | HV 1 | .085  | -.053 | 6 |
| 932610161 | 3467270.830 | 5718459.210 | HV 1 | -.055 | .004  | 6 |
| 932610162 | 3467270.830 | 5718459.210 | HV 1 | -.087 | .108  | 6 |
| 932610261 | 3467290.360 | 5718460.590 | HV 1 | .047  | .006  | 6 |
| 932610262 | 3467290.360 | 5718460.590 | HV 1 | -.167 | .096  | 6 |
| 932706161 | 3468069.970 | 5719344.530 | HV 1 | .146  | -.234 | 6 |
| 932706261 | 3468055.080 | 5719331.330 | HV 1 | -.031 | -.039 | 6 |
| 950601161 | 3464454.190 | 5717965.250 | HV 1 | .116  | -.386 | 6 |
| 950601261 | 3464462.770 | 5717967.150 | HV 1 | -.214 | -.165 | 6 |
| 960101161 | 3466199.730 | 5717865.340 | HV 1 | -.063 | .155  | 6 |
| 960101162 | 3466199.730 | 5717865.340 | HV 1 | .073  | .102  | 6 |
| 960101261 | 3466199.620 | 5717853.080 | HV 1 | .124  | .189  | 6 |
| 960101262 | 3466199.620 | 5717853.080 | HV 1 | .034  | -.092 | 6 |

VERTICAL CONTROL POINT COORDINATES IN THE TERRAIN SYSTEM

SDS-NC

|           |         |      |       |   |
|-----------|---------|------|-------|---|
| 82241103  | 112.630 | VE 1 | -.041 | 7 |
| 82301103  | 145.930 | VE 2 | .068  | 7 |
| 82360203  | 158.690 | VE 4 | -.122 | 7 |
| 86020103  | 215.200 | VE 1 | .360  | 7 |
| 922313161 | 116.200 | HV 1 | .014  | 6 |
| 922313261 | 116.740 | HV 1 | -.476 | 6 |
| 922413161 | 124.980 | HV 1 | .334  | 6 |
| 922413162 | 124.980 | HV 1 | .494  | 6 |
| 922413261 | 125.140 | HV 1 | .455  | 6 |
| 922413262 | 125.140 | HV 1 | .356  | 6 |
| 931613161 | 144.130 | HV 1 | -.691 | 6 |
| 931613261 | 144.340 | HV 1 | -.822 | 6 |
| 932107161 | 169.300 | HV 1 | .319  | 6 |
| 932107162 | 169.300 | HV 1 | .630  | 6 |
| 932107261 | 168.970 | HV 1 | .437  | 6 |
| 932107262 | 168.970 | HV 1 | .612  | 6 |
| 932206161 | 148.450 | HV 1 | -.559 | 6 |
| 932206261 | 148.450 | HV 1 | -.717 | 6 |

Seite 73

**Zahlenbeispiel 10**

**Blatt 9 (12)**

|           |         |      |       |   |
|-----------|---------|------|-------|---|
| 932602161 | 181.360 | HV 1 | .198  | 6 |
| 932602162 | 181.360 | HV 1 | .054  | 6 |
| 932602261 | 181.610 | HV 1 | .042  | 6 |
| 932602262 | 181.610 | HV 1 | .069  | 6 |
| 932610161 | 197.360 | HV 1 | -.497 | 6 |
| 932610162 | 197.360 | HV 1 | .337  | 6 |
| 932610261 | 197.200 | HV 1 | -.367 | 6 |
| 932610262 | 197.200 | HV 1 | .454  | 6 |
| 932706161 | 186.890 | HV 1 | -.329 | 6 |
| 932706261 | 186.990 | HV 1 | -.427 | 6 |
| 950601161 | 193.470 | HV 1 | -.668 | 6 |
| 950601261 | 193.770 | HV 1 | -.650 | 6 |
| 960101161 | 222.940 | HV 1 | .438  | 6 |
| 960101162 | 222.940 | HV 1 | .187  | 6 |
| 960101261 | 222.920 | HV 1 | .471  | 6 |
| 960101262 | 222.920 | HV 1 | .030  | 6 |

ADJUSTED COORDINATES IN THE TERRAIN SYSTEM

-----

| POINT NUMBER | X           | Y           | Z        | CODE |
|--------------|-------------|-------------|----------|------|
| 40880000     | 3463998.530 | 5721005.555 | 3994.681 | PC 1 |
| 40890000     | 3464994.123 | 5720991.097 | 3988.721 | PC 2 |
| 40900000     | 3465998.298 | 5720986.217 | 3998.094 | PC 2 |
| 40910000     | 3467004.078 | 5720973.242 | 3998.603 | PC 2 |
| 40920000     | 3468014.553 | 5720967.392 | 3997.141 | PC 1 |
| 50930000     | 3468017.278 | 5718942.752 | 4019.907 | PC 1 |
| 50940000     | 3467003.210 | 5718947.919 | 4019.592 | PC 2 |
| 50950000     | 3466007.228 | 5718959.906 | 4013.331 | PC 2 |
| 50960000     | 3464999.560 | 5718955.652 | 4013.866 | PC 2 |
| 50970000     | 3463993.344 | 5718954.978 | 4021.961 | PC 1 |
| 82241103     | 3464034.838 | 5722047.118 | 112.589  | VE 1 |
| 82301103     | 3463842.141 | 5720098.771 | 145.998  | VE 2 |
| 82360203     | 3465038.093 | 5720007.655 | 158.568  | VE 4 |
| 86020103     | 3468092.954 | 5717962.112 | 215.560  | VE 1 |
| 92300102     | 3464013.516 | 5721971.473 | 113.074  | SP 1 |
| 92300112     | 3464030.572 | 5721975.861 | 112.479  | SP 1 |
| 92300202     | 3465042.525 | 5721916.754 | 112.451  | TP 2 |
| 92300212     | 3465044.157 | 5721883.712 | 112.958  | TP 2 |

## Zahlenbeispiel 10

## Blatt 10 (12)

|                                          |           |             |             |         |      |
|------------------------------------------|-----------|-------------|-------------|---------|------|
| Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen | 92300302  | 3465955.744 | 5721789.426 | 123.703 | TP 2 |
|                                          | 92300312  | 3465968.735 | 5721787.017 | 123.841 | TP 2 |
|                                          | 92301102  | 3464154.463 | 5719818.069 | 144.558 | TP 2 |
|                                          | 92301112  | 3464169.430 | 5719818.279 | 144.984 | TP 2 |
|                                          | 92301202  | 3465001.143 | 5719858.881 | 161.744 | TP 4 |
|                                          | 92301212  | 3465010.252 | 5719856.526 | 161.907 | TP 4 |
|                                          | 92301302  | 3465978.337 | 5719699.288 | 178.164 | TP 4 |
|                                          | 92301312  | 3465987.711 | 5719699.294 | 178.037 | TP 4 |
|                                          | 92361102  | 3464306.498 | 5718027.714 | 180.415 | SP 1 |
|                                          | 92361112  | 3464322.546 | 5718031.671 | 180.979 | SP 1 |
|                                          | 92361202  | 3464926.798 | 5718033.483 | 194.766 | TP 2 |
|                                          | 92361212  | 3464939.598 | 5718034.469 | 195.442 | TP 2 |
|                                          | 92361302  | 3466256.872 | 5718289.498 | 204.173 | TP 2 |
|                                          | 92361312  | 3466255.360 | 5718274.448 | 204.818 | TP 2 |
|                                          | 93210202  | 3467076.817 | 5721703.541 | 138.039 | TP 2 |
|                                          | 93210212  | 3467061.130 | 5721695.728 | 138.142 | TP 2 |
|                                          | 93210302  | 3468024.312 | 5721849.625 | 110.609 | SP 1 |
|                                          | 93210312  | 3468038.627 | 5721857.542 | 110.342 | SP 1 |
|                                          | 93211202  | 3466894.117 | 5719881.806 | 167.748 | TP 4 |
|                                          | 93211212  | 3466915.159 | 5719887.027 | 167.310 | TP 4 |
|                                          | 93211302  | 3467699.836 | 5719791.477 | 164.719 | TP 2 |
|                                          | 93211312  | 3467709.220 | 5719791.779 | 164.231 | TP 2 |
|                                          | 93261202  | 3467089.087 | 5717988.216 | 196.640 | TP 2 |
|                                          | 93261212  | 3467131.950 | 5717996.586 | 196.008 | TP 2 |
|                                          | 93261302  | 3468078.236 | 5717967.397 | 215.461 | SP 1 |
|                                          | 93261312  | 3468095.659 | 5717982.131 | 215.195 | SP 1 |
|                                          | 922313161 | 3463813.581 | 5722403.532 | 116.214 | HV 1 |
|                                          | 922313261 | 3463825.020 | 5722406.365 | 116.264 | HV 1 |
|                                          | 922413161 | 3465971.431 | 5722018.387 | 125.314 | HV 1 |
|                                          | 922413162 | 3465971.423 | 5722018.406 | 125.474 | HV 1 |
|                                          | 922413261 | 3465966.812 | 5722003.481 | 125.595 | HV 1 |
|                                          | 922413262 | 3465966.861 | 5722003.631 | 125.496 | HV 1 |
|                                          | 931613161 | 3467672.692 | 5722113.602 | 143.439 | HV 1 |
|                                          | 931613261 | 3467672.035 | 5722105.987 | 143.518 | HV 1 |
|                                          | 932107161 | 3467192.247 | 5721023.622 | 169.619 | HV 1 |
|                                          | 932107162 | 3467192.068 | 5721023.639 | 169.930 | HV 1 |
|                                          | 932107261 | 3467201.101 | 5721028.639 | 169.407 | HV 1 |
|                                          | 932107262 | 3467201.224 | 5721028.858 | 169.582 | HV 1 |
|                                          | 932206161 | 3468058.721 | 5720768.143 | 147.891 | HV 1 |
|                                          | 932206261 | 3468072.112 | 5720773.372 | 147.743 | HV 1 |
|                                          | 932206261 | 3467121.285 | 5719606.190 | 121.552 | HV 1 |

Zahlenbeispiel 10

Blatt 11 (12)

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen

|           |             |             |         |      |
|-----------|-------------|-------------|---------|------|
| 932602162 | 3467121.453 | 5719606.235 | 181.414 | HV 1 |
| 932602261 | 3467139.406 | 5719608.210 | 181.652 | HV 1 |
| 932602262 | 3467139.335 | 5719608.217 | 181.679 | HV 1 |
| 932610161 | 3467270.775 | 5718459.214 | 196.863 | HV 1 |
| 932610162 | 3467270.743 | 5718459.318 | 196.697 | HV 1 |
| 932610261 | 3467290.407 | 5718460.596 | 196.840 | HV 1 |
| 932610262 | 3467290.193 | 5718460.686 | 196.654 | HV 1 |
| 932706161 | 3468070.116 | 5719344.296 | 186.561 | HV 1 |
| 932706261 | 3468055.049 | 5719331.291 | 186.563 | HV 1 |
| 950601161 | 3464454.306 | 5717964.864 | 192.802 | HV 1 |
| 950601261 | 3464462.556 | 5717966.985 | 192.120 | HV 1 |
| 960101161 | 3466199.667 | 5717865.495 | 223.378 | HV 1 |
| 960101162 | 3466199.803 | 5717865.442 | 223.127 | HV 1 |
| 960101261 | 3466199.744 | 5717853.269 | 223.391 | HV 1 |
| 960101262 | 3466199.654 | 5717852.988 | 222.950 | HV 1 |

ORIENTATION PARAMETERS FOR ABSOLUTE ORIENTATION

BX, BY, BZ IN THE MODEL SYSTEM --- OMEGA, PHI, KAPPA IN GRADES --- DX, DY, DZ IN THE TERRAIN SYSTEM

OMEGA =PRIMARY RATATION, PHI=SECUNDARY ROTATION, KAPPA=TERTIARY ROTATION

ROTATION MATRIX FROM MODEL SYSTEM TO TERRAIN SYSTEM

| MODEL NUMBER | S-FACTOR | BX       | BY       | BZ       | OMEGA       | PHI  | KAPPA |
|--------------|----------|----------|----------|----------|-------------|------|-------|
| 40884089     | 57796.1  | 1718.2   | -140.6   | -10.2    | -.38        | -.22 | 4.24  |
|              |          | .997775  | -.066580 | -.003524 | 3463478.154 |      |       |
|              |          | .066600  | .997762  | .005954  | 5720409.524 |      |       |
|              |          | .003119  | -.006176 | .999976  | 58.526      |      |       |
| 50975096     | 90037.5  | 1116.1   | 66.0     | -9.4     | -.10        | -.03 | -3.76 |
|              |          | .998258  | .058999  | -.000500 | 3463202.527 |      |       |
|              |          | -.058999 | .998257  | .001500  | 5718070.226 |      |       |

Seite 76

Zahlenbeispiel 10

Blatt 12 (12)

|                                             |          |          |          |          |          |             |             |       |
|---------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|-------------|-------|
| Landesvermessungsamt<br>Nordrhein-Westfalen |          |          | .000589  | -.001497 | .999999  |             | 16.387      |       |
|                                             | 40904089 | 57796.4  | 1734.7   | -124.7   | 16.2     | -.39        | -.24        | 4.24  |
|                                             |          |          | .997777  | -.066542 | -.003737 |             | 3465784.813 |       |
|                                             |          |          | .066565  | .997763  | .006204  |             | 5720563.543 |       |
|                                             |          |          | .003316  | -.006439 | .999974  |             | 65.846      |       |
|                                             | 50955096 | 90076.6  | 1117.1   | 70.4     | -1.2     | -.12        | -.04        | -3.76 |
|                                             |          |          | .998261  | .058952  | -.000596 |             | 3465899.363 |       |
|                                             |          |          | -.058951 | .998259  | .001816  |             | 5718812.930 |       |
|                                             |          |          | .000702  | -.001778 | .999998  |             | 17.080      |       |
|                                             | 40904091 | 57796.4  | 1736.7   | -138.6   | .7       | -.39        | -.25        | 4.24  |
|                                             |          |          | .997775  | -.066550 | -.004002 |             | 3465784.788 |       |
|                                             |          |          | .066574  | .997763  | .006098  |             | 5720563.471 |       |
|                                             |          |          | .003587  | -.006351 | .999973  |             | 65.886      |       |
|                                             | 50955094 | 99995.7  | 996.6    | -11.6    | 6.0      | .03         | .06         | .00   |
|                                             |          |          | 1.000000 | .000049  | .000891  |             | 3465999.886 |       |
|                                             |          |          | -.000048 | 1.000000 | -.000478 |             | 5718000.156 |       |
|                                             |          |          | -.000891 | .000478  | .999999  |             | .470        |       |
|                                             | 40924091 | 100005.1 | 1011.2   | -6.0     | -1.5     | -.04        | .13         | -.02  |
|                                             |          | .999998  | .000267  | .002011  |          | 3467999.252 |             |       |
|                                             |          | -.000268 | 1.000000 | .000696  |          | 5719999.756 |             |       |
|                                             |          | -.002011 | -.000696 | .999998  |          | -.067       |             |       |
| 50935094                                    | 99991.3  | 1014.6   | -4.8     | .3       | -.04     | .04         | -.02        |       |
|                                             |          | 1.000000 | .000266  | .000627  |          | 3467999.542 |             |       |
|                                             |          | -.000266 | 1.000000 | .000568  |          | 5717999.835 |             |       |
|                                             |          | -.000626 | -.000568 | 1.000000 |          | .459        |             |       |

## Zahlenbeispiel 11

## Blatt 1 (21)

Umformung von Gauß-Krüger-Koordinaten (Netz 77)  
in UTM-Koordinaten (ETRS 89)

## a) Aufgabenstellung

Im Mai 1991 entschied die Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV), das neue Bezugssystem ETRS 89 mit dem Abbildungssystem UTM für die Aufgaben Landesvermessung und Liegenschaftskataster einzuführen. In Nordrhein-Westfalen wird das Bezugssystem ETRS 89 erst landesweit eingeführt, nachdem das Vermessungspunktfeld vollständig im System Netz 77 erneuert worden ist und die Basisinformationssysteme ALB, ALK und ATKIS aufgestellt sind. Danach müssen die Gauß-Krüger-Koordinaten des Netzes 77 massenhaft geschlossen in UTM-Koordinaten des ETRS 89 überführt werden.

Wegen der besonderen Charakteristik des Netzes 77 (landesweit variabler Netzmaßstab, inhomogene Punktlagegenauigkeiten und verbliebene Netzspannungen im Dezimeterbereich ist diese Transformationsaufgabe nicht durch einen landesweit oder regional einheitlichen Modellansatz zu lösen.

Desweiteren erschweren die großen System- und Abbildungsunterschiede den Wechsel der Bezugssysteme. In der nachfolgenden Tabelle veranschaulichen die Koordinaten des am westlichen Rand von NRW gelegenen NWREF-Punktes **5002/3 Gangelt** diese Unterschiede, hier insbesondere bedingt durch zwei verschiedene Mittelmeridiane bei 6° (2. GK-System) und 9° (32. UTM-Zone):

| Koordinaten-system | Rechts East m | Hoch North m | dR m     | dH m  |
|--------------------|---------------|--------------|----------|-------|
| GK(6°)             | 2 504 153     | 5 650 451    |          |       |
| UTM(9°)            | 32 293 569    | 5 652 748    | -210 584 | 2 297 |

Für den am östlichen Rand von NRW gelegenen NWREF-Punkt **4121/3 Köterberg** im 3. Gauß-Krüger-Meridianstreifen sind die System- und Abbildungsunterschiede weniger groß, weil seine UTM- und GK-Koordinaten sich jeweils auf den gleichen Mittelmeridian 9° beziehen:

| Koordinaten-system | Rechts East m | Hoch North m | dR m | dH m   |
|--------------------|---------------|--------------|------|--------|
| GK(9°)             | 3 522 423     | 5 746 903    |      |        |
| UTM(9°)            | 32 522 341    | 5 745 043    | -82  | -1 860 |

**Zahlenbeispiel 11****Blatt 2 (21)****b) Transformationsansatz**

Die Transformation ist nur über identische Punkte in beiden Bezugssystemen möglich. Bei kleineren Transformationsgebieten (kleiner als  $100 \text{ km}^2$ ) ist das Modell einer ebenen Helmerttransformation ausreichend, bei größeren Transformationsgebieten (mehr als  $100 \text{ km}^2$ ) ist wegen der großen Koordinatenunterschiede beider Systeme und Abbildungen eine räumliche Helmert-Transformation anzusetzen. Zur Verteilung der Restklaffungen stehen die Multiquadratische Interpolation oder die Methode nach Abstandsgewichten zur Verfügung.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Transformationsgebiet "Roetgen" liegt in der Nähe des  $6^\circ$ -Meridians, um die für NRW extremen Unterschiede zwischen den GK- und UTM-Systemen wirken zu lassen. Die Transformation umfaßt 11 TP(3) mit Punktabständen zwischen 2 und 5 km, davon 8 Stützpunkte und 3 U-Punkte (siehe Punktübersicht Blatt 4). Die Spannungen des Netzes 77 betragen nur wenige Zentimeter. Die Beispiele 11.1 bis 11.3 sind mit dem Programm DIVA, das Beispiel 11.4 mit dem Programm MARKUS berechnet.

Blatt 5 enthält im oberen Teil die Koordinaten und Höhen des Start- und Zielsystemes aller 11 Punkte, die als Sollwerte der trig. Arbeit NT Monschau 3. Ordnung entstammen. Im unteren Teil sind die Transformationsergebnisse von vier verschiedenen Modellansätzen für die 3 U-Punkte zusammengestellt. Die mathematischen Modelle unterscheiden sich in der Art des Transformationsansatzes und darin, daß die Startkoordinaten des Systems Netz 77 wie folgt variieren:

**11.1:** 2D-Helmerttransformation, Startsystem **2. GK-Streifen ( $6^\circ$ )**, Blatt 6,

**11.2:** 2D-Helmerttransformation, Startsystem **3. GK-Streifen ( $9^\circ$ )**, Blatt 8,

**11.3:** 2D-Helmerttransformation, Startsystem **32. UTM-Zone ( $9^\circ$ )**, Blatt 11,

**11.4:** 3D-Helmerttransformation, Startsystem **XYZ**, Blatt 13.

Die Startkoordinaten der Zahlenbeispiele 11.2 bis 11.4 sind innerhalb des Systems Netz 77 vorab streng umgerechnet worden. Die XYZ-Koordinaten des Systems Netz 77 entstanden durch vorheriges Umrechnen der NN-Höhen mittels NN-Undulationen in ellipsoidische Höhen.

**Zahlenbeispiel 11****Blatt 3 (21)****d) Interpretation****zu 11.1:**

Die direkte Verknüpfung von GK- und UTM-Koordinaten aus Meridianstreifen mit verschiedenen Mittelmeridianen führt für das relativ große Transformationsgebiet zu schlechten Ergebnissen. Der Grenzwert 3 cm für die Punktklaffungen wird fünfmal überschritten, der Maximalwert ist 5,7 cm. Die aufgezeigten Restklaffungen sind aber nicht dem Netz 77 anzulasten, sondern der Lage und Größe des Transformationsgebietes. Die nachfolgenden Beispiele belegen, daß im Netz 77 deutlich kleinere Restfehler der Stützpunktkoordinaten bestehen. Dennoch kann das Umformungsergebnis der 3 U-Punkte praktisch befriedigen, zumal die Abweichungen zu den Sollwerten lediglich wenige Millimeter betragen, maximal 10 mm.

**zu 11.2:**

Die Start- und Zielkoordinaten (GK-Netz77 und UTM-ETRS89) beziehen sich nun auf den gleichen Mittelmeridian 9°. Dadurch fallen die Restklaffungen deutlich kleiner aus, maximal nur noch 2,6 cm. Der statistische Test weist keine groben Fehler aus. Die Umformungsergebnisse weichen lediglich um 4 mm von den Sollwerten ab.

**zu 11.3:**

Die Start- und Zielkoordinaten (UTM-Netz77 und UTM-ETRS89) gehören der gleichen UTM-Abbildung an. Diese Rechenvariante ist insofern ungebräuchlich, weil UTM-Koordinaten im Netz 77 nicht gehandhabt werden und für dieses Beispiel gesondert berechnet worden sind. Wie zu erwarten war, sind die Residuen der Stützpunktkoordinaten und viele andere Größen (fast) identisch mit denen aus 11.2. Die Differenzen von 1mm sind i.d.R. Rundungsdifferenzen. Die maximale Abweichung zu den Sollwerten beträgt nur 3 mm.

**zu 11.4:**

Die 3D-Helmerttransformation mit XYZ-Koordinaten hat den wesentlichen Vorteil, unabhängig von der Lage des Transformationsgebietes zu den Mittelmeridianen und von der Größe des Transformationsgebietes zu sein. Zur Berechnung der XYZ-Koordinaten sind theoretisch die ellipsoidischen Höhen der Punkte erforderlich (s. Zahlenbeispiel 5). Sollen für die U-Punkte nur Lagekoordinaten ohne Höhen ermittelt werden, genügt es, entweder mit genäherten NN-Undulationen oder mit einem gebietsspezifischen Durchschnittswert zu arbeiten. Hierzu können die NN-Undulationen aus bekannten Isoliniendarstellungen graphisch entnommen werden.

Das Ergebnis der 3D-Transformation bestätigt die hohe Nachbarschaftsgenauigkeit des Netzes 77. Die Restklaffungen (X/Y/Z) betragen durchschnittlich 1,4/0,7/1,1 cm und maximal 2,1/2,4/1,9 cm (siehe Blatt 17-18). Auf Blatt 20 sind die verebneten UTM-Ergebnisse der 3 U-Punkte enthalten; sie weichen ebenfalls nur um 3 mm von den Sollwerten ab.

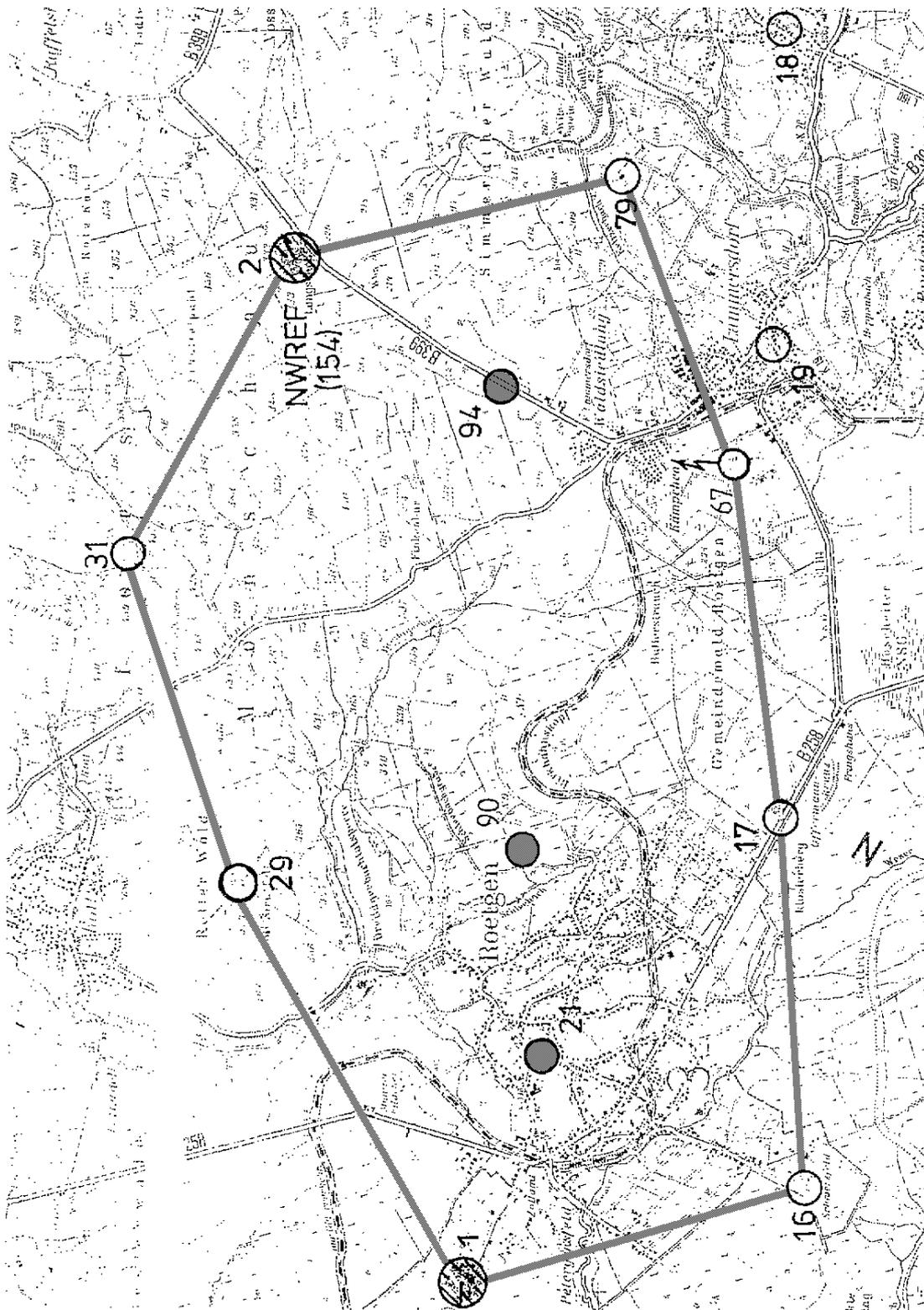
Literaturhinweise:

Ahrens 1988, GPS-Richtlinien 1997, Mattiseck 1996, TP-Erlaß 1995, VP-Erlaß 1996

Zahlenbeispiel 11

Blatt 4 (21)

Punktübersicht



**Zahlenbeispiel 11**

**Blatt 5 (21)**

**Koordinaten aus der NT Monschau 3.Ordnung**

**Startsystem**

Gauß-Krüger-Koordinaten (Netz77), NN-Höhen

| PKZ        | Rechts [m]  | Hoch [m]    | Höhe [m] |             |
|------------|-------------|-------------|----------|-------------|
| 5303000101 | 2512039.756 | 5613065.590 | 451.88   |             |
| 5303000200 | 2520454.560 | 5614548.180 | 583.130  |             |
| 5303001601 | 2512969.845 | 5610350.090 | 491.110  |             |
| 5303001701 | 2515799.146 | 5610562.494 | 520.295  | Stützpunkte |
| 5303002902 | 2515313.760 | 5614836.382 | 454.859  |             |
| 5303003102 | 2517653.397 | 5615894.848 | 381.996  |             |
| 5303006703 | 2518856.867 | 5610758.198 | 568.209  |             |
| 5303007901 | 2521156.504 | 5611788.143 | 492.674  |             |
| 5303002107 | 2513784.380 | 5612497.050 | 406.104  | U-Punkte    |
| 5303009002 | 2515662.190 | 5612797.823 | 452.775  |             |
| 5303009401 | 2519482.129 | 5612711.740 | 565.293  |             |

**Zielsystem**

UTM-Koordinaten (ETRS89), ell. Höhen

| PKZ        | East [m]     | North [m]   | Höhe [m] |             |
|------------|--------------|-------------|----------|-------------|
| 5303000101 | 32299932.005 | 5615068.312 | 498.877  |             |
| 5303000200 | 32308400.495 | 5616208.952 | 630.254  |             |
| 5303001601 | 32300751.427 | 5612317.120 | 538.258  |             |
| 5303001701 | 32303587.238 | 5612414.823 | 567.463  | Stützpunkte |
| 5303002902 | 32303275.315 | 5616705.198 | 501.861  |             |
| 5303003102 | 32305656.064 | 5617668.083 | 428.980  |             |
| 5303006703 | 32306650.572 | 5612486.584 | 615.465  |             |
| 5303007901 | 32308990.147 | 5613422.628 | 539.887  |             |
| 5303002107 | 32301652.310 | 5614429.532 | 453.168  | U-Punkte    |
| 5303009002 | 32303540.904 | 5614654.034 | 499.860  |             |
| 5303009401 | 32307354.455 | 5614413.315 | 612.484  |             |

**Transformierte UTM-Koordinaten der U-Punkte**

| Beispiel 11.1 | East         | North       | Höhe | ΔEast | ΔNorth | Δell.Höhe |
|---------------|--------------|-------------|------|-------|--------|-----------|
| 5303002107    | 32301652.316 | 5614429.531 |      | 0.006 | -0.001 |           |
| 5303009002    | 32303540.914 | 5614654.038 |      | 0.010 | 0.004  |           |
| 5303009401    | 32307354.458 | 5614413.317 |      | 0.003 | 0.002  |           |

**s0 = 3,4 cm; max. NV = 3,0 cm; max. PK = 5,7 cm**

| Beispiel 11.2 | East         | North       | Höhe | ΔEast  | ΔNorth | Δell.Höhe |
|---------------|--------------|-------------|------|--------|--------|-----------|
| 5303002107    | 32301652.314 | 5614429.531 |      | 0.004  | -0.001 |           |
| 5303009002    | 32303540.907 | 5614654.037 |      | 0.003  | 0.003  |           |
| 5303009401    | 32307354.454 | 5614413.315 |      | -0.001 | 0.000  |           |

**s0 = 1,3 cm; max. NV = 1,4 cm; max. PK = 2,6 cm**

| Beispiel 11.3 | East         | North       | Höhe | ΔEast | ΔNorth | Δell.Höhe |
|---------------|--------------|-------------|------|-------|--------|-----------|
| 5303002107    | 32301652.313 | 5614429.532 |      | 0.003 | 0.000  |           |
| 5303009002    | 32303540.906 | 5614654.037 |      | 0.002 | 0.003  |           |
| 5303009401    | 32307354.455 | 5614413.315 |      | 0.000 | 0.000  |           |

**s0 = 1,3 cm; max. NV = 1,4 cm; max. PK = 2,6 cm**

| Beispiel 11.4 | East         | North       | Höhe    | ΔEast | ΔNorth | Δell.Höhe |
|---------------|--------------|-------------|---------|-------|--------|-----------|
| 5303002107    | 32301652.311 | 5614429.529 | 453.163 | 0.001 | -0.003 | 0.005     |
| 5303009002    | 32303540.905 | 5614654.033 | 499.860 | 0.001 | -0.001 | -0.003    |
| 5303009401    | 32307354.457 | 5614413.318 | 612.459 | 0.002 | 0.003  | -0.025    |

**s0 = 1,6 cm; max. NV = 2,8 cm; max. PK = 3,1cm**



**Zahlenbeispiel 11.1**

**Blatt 7 (21)**

Dienststelle: LVermA                      Verfahren/Projekt: bsp11.1  
 03-Sep-98 11:21.....DIVA 1.6    April 1998.....Seite    2

Klaffungen L2-Norm-Methode

| L2-Norm-Methode<br>Stützpunkte | Y-Start<br>Y-Ziel          | X-Start<br>X-Ziel          | LST<br>LST     | LGA<br>LGA     | vy(m)   | vx(m)  | GW |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------|----------------|---------|--------|----|
| 5303 0 00101                   | 2512039.756<br>2299932.005 | 5613065.590<br>5615068.312 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | -0.023  | 0.017  |    |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 67% rx= 67%            |                |                | NV= 1.3 | 1.0    |    |
| 5303 0 00200                   | 2520454.560<br>2308400.495 | 5614548.180<br>5616208.952 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | -0.041  | -0.034 | ** |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 72% rx= 72%            |                |                | NV= 2.3 | 1.9    |    |
| 5303 0 01601                   | 2512969.845<br>2300751.427 | 5610350.090<br>5612317.120 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | -0.018  | -0.054 | ** |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 69% rx= 69%            |                |                | NV= 1.0 | 3.0    |    |
| 5303 0 01701                   | 2515799.146<br>2303587.238 | 5610562.494<br>5612414.823 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | 0.021   | -0.014 |    |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 82% rx= 82%            |                |                | NV= 1.1 | 0.7    |    |
| 5303 0 02902                   | 2515313.760<br>2303275.315 | 5614836.382<br>5616705.198 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | 0.035   | 0.035  | ** |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 82% rx= 82%            |                |                | NV= 1.8 | 1.8    |    |
| 5303 0 03102                   | 2517653.397<br>2305656.064 | 5615894.848<br>5617668.083 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | 0.043   | 0.002  | ** |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 78% rx= 78%            |                |                | NV= 2.3 | 0.1    |    |
| 5303 0 06703                   | 2518856.867<br>2306650.572 | 5610758.198<br>5612486.584 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | 0.012   | 0.022  |    |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 80% rx= 80%            |                |                | NV= 0.6 | 1.2    |    |
| 5303 0 07901                   | 2521156.504<br>2308990.147 | 5611788.143<br>5613422.628 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | -0.029  | 0.027  | ** |
|                                | mp = 0.030(m)              | ry= 69% rx= 69%            |                |                | NV= 1.6 | 1.5    |    |

| Multiqua. Interp.<br>Umformungspunkte | Y-Start<br>Y-Ziel          | X-Start<br>X-Ziel          | LST<br>LST     | LGA<br>LGA     | vy(m)  | vx(m) |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------|----------------|--------|-------|
| 5303 0 02107                          | 2513784.380<br>2301652.316 | 5612497.050<br>5614429.531 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | 0.002  | 0.001 |
| 5303 0 09002                          | 2515662.190<br>2303540.914 | 5612797.823<br>5614654.038 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | 0.024  | 0.010 |
| 5303 0 09401                          | 2519482.129<br>2307354.458 | 5612711.740<br>5614413.317 | 177 1<br>489 1 | 177 1<br>489 1 | -0.008 | 0.006 |







**Zahlenbeispiel 11.3**

**Blatt 11 (21)**

**Umrechnung der Koordinaten von Gauß-Krüger (177) nach UTM (477) auf Bessel**

Zahlenbeispiel 11.3 Oct 28 13:35:54 1998 I  
 ----- MARU23-SEITE 1 ----

KOORDINATEN UND HOEHEN, BLATT 1  
 =====

| PUNKTKENNZEICHEN<br>PUNKTBEZEICHNUNG | RECHTS<br>HOCH<br>NN-HOEHE<br>(M)     | LAGE-<br>STATUS | RECHTS<br>HOCH<br>ELLIP. HOEHE<br>(M)  | LAGE-<br>STATUS |
|--------------------------------------|---------------------------------------|-----------------|----------------------------------------|-----------------|
| 5303000101                           | 2512039.756<br>5613065.590<br>451.887 | 177             | 32300007.453<br>5614627.151<br>452.237 | 477             |
| 5303000200                           | 2520454.560<br>5614548.180<br>583.130 | 177             | 32308475.965<br>5615767.834<br>583.480 | 477             |
| 5303001601                           | 2512969.845<br>5610350.090<br>491.110 | 177             | 32300826.911<br>5611875.981<br>491.460 | 477             |
| 5303001701                           | 2515799.146<br>5610562.494<br>520.295 | 177             | 32303662.712<br>5611973.691<br>520.645 | 477             |
| 5303002107                           | 2513784.380<br>5612497.050<br>406.104 | 177             | 32301727.771<br>5613988.380<br>406.454 | 477             |
| 5303002902                           | 2515313.760<br>5614836.382<br>454.859 | 177             | 32303350.754<br>5616264.034<br>455.209 | 477             |
| 5303003102                           | 2517653.397<br>5615894.848<br>381.996 | 177             | 32305731.500<br>5617226.929<br>382.346 | 477             |
| 5303006703                           | 2518856.867<br>5610758.198<br>568.209 | 177             | 32306726.040<br>5612045.464<br>568.559 | 477             |
| 5303007901                           | 2521156.504<br>5611788.143<br>492.674 | 177             | 32309065.600<br>5612981.515<br>493.024 | 477             |
| 5303009002                           | 2515662.190<br>5612797.823<br>452.775 | 177             | 32303616.363<br>5614212.890<br>453.125 | 477             |
| 5303009401                           | 2519482.129<br>5612711.740<br>565.293 | 177             | 32307429.915<br>5613972.192<br>565.643 | 477             |

++++ 11 PUNKTE UMGERECHNET

++++





Zahlenbeispiel 11.4

Oct 30 13:33:40 1998

----- MARU23-SEITE 0

BERECHNUNG VON 3D-KOORDINATEN

SYSTEM DER UMZURECHNENDEN 2D-KOORDINATEN: 177 , Netz77  
SYSTEM DER HOEHEN: 100 , NN-Hoehe  
SYSTEM DER UNDULATIONEN: 784 , NN-Undulation  
SYSTEM DER ZU BERECHNENDEN 3D-KOORIDNATEN: 377 , 3D-Netz77

UEBERNAHME DER AUSWERTEKENNUNG DER UNDULATIONEN  
(WEITERE VERWENDUNG DER 3D-KOORDINATEN FUER BERECHNUNG VON UNDULATIONEN)

UMRECHNUNGEN MIT DEM BESSEL-ELLIPSOID  
AUSGABE VON GAUSS-KRUEGER-KOORDINATEN (3 GRAD-STREIFEN), MERIDIANSTREIFEN NR. 2

Zahlenbeispiel 11.4

Oct 30 13:33:40 1998

----- MARU23-SEITE 1

KOORDINATEN, HOEHEN UND UNDULATIONEN, BLATT 1

```

=====
PUNKTKENNZEICHEN          RECHTS LAGE-          BREITE          HOEHE HOEHEN-          X BEZUGS-  AUSWERTUNG
PUNKTBEZEICHNUNG          HOCH STATUS          LAENGE          UNDULATION STATUS          Y SYSTEM  IN 3D-AUSGL.
                               (M)                (GRAD MIN SEK)          (M)                (M)                Z          ALS ...

5303000101  2512039.756 177    50 39 15.45385    451.887 100    4028165.803 377    ANSCHLUSSK.
5613065.590                6 10 12.97547          0.350 784    435484.203
                               452.237                4909101.736

5303000200  2520454.560 177    50 40  2.59356    583.130 100    4026214.909 377    ANSCHLUSSK.
5614548.180                6 17 21.68536          0.350 784    443741.276
                               583.480                4910126.589

5303001601  2512969.845 177    50 37 47.49330    491.110 100    4030180.432 377    ANSCHLUSSK.
5610350.090                6 10 59.98645          0.350 784    436631.304
                               491.460                4907408.468

5303001701  2515799.146 177    50 37 54.11665    520.295 100    4029735.736 377    ANSCHLUSSK.
5610562.494                6 13 23.99041          0.350 784    439429.727
                               520.645                4907560.847

5303002107  2513784.380 177    50 38 56.91360    406.104 100    4028389.623 377    ANSCHLUSSK.
5612497.050                6 11 41.72218          0.350 784    437261.979
                               406.454                4908703.110

5303002902  2515313.760 177    50 40 12.48959    454.859 100    4026458.844 377    ANSCHLUSSK.
5614836.382                6 12 59.92610          0.350 784    438597.057
                               455.209                4910221.178

5303003102  2517653.397 177    50 40 46.50870    381.996 100    4025350.208 377    ANSCHLUSSK.
5615894.848                6 14 59.26393          0.350 784    440833.009
                               382.246                4010020.055

```

Zahlenbeispiel 11.4

Blatt 15 (21)

Zahlenbeispiel 11.4

Oct 30 13:33:40 1998

----- MARU23-SEITE 2

KOORDINATEN, HOEHEN UND UNDULATIONEN, BLATT 2

=====

| PUNKTKENNZEICHEN<br>PUNKTBEZEICHNUNG | RECHTS<br>HOCH | LAGE-<br>STATUS | BREITE |            |          | HOEHE        | HOEHEN- | X           | BEZUGS-<br>SYSTEM | AUSWERTUNG<br>IN 3D-AUSGL.<br>ALS ... |
|--------------------------------------|----------------|-----------------|--------|------------|----------|--------------|---------|-------------|-------------------|---------------------------------------|
|                                      |                |                 | LAENGE | UNDULATION | STATUS   | ELLIP. HOEHE | (M)     |             |                   |                                       |
|                                      | (M)            |                 | (GRAD  | MIN        | SEK)     |              |         | (M)         |                   |                                       |
| 5303006703                           | 2518856.867    | 177             | 50     | 38         | 0.12362  | 568.209      | 100     | 4029290.591 | 377               | ANSCHLUSSK.                           |
|                                      | 5610758.198    |                 | 6      | 15         | 59.62655 | 0.350        | 784     | 442457.874  |                   |                                       |
|                                      |                |                 |        |            |          | 568.559      |         | 4907715.621 |                   |                                       |
| 5303007901                           | 2521156.504    | 177             | 50     | 38         | 33.17409 | 492.674      | 100     | 4028206.027 | 377               | ANSCHLUSSK.                           |
|                                      | 5611788.143    |                 | 6      | 17         | 56.86511 | 0.350        | 784     | 444656.117  |                   |                                       |
|                                      |                |                 |        |            |          | 493.024      |         | 4908304.910 |                   |                                       |
| 5303009002                           | 2515662.190    | 177             | 50     | 39         | 6.47748  | 452.775      | 100     | 4027988.689 | 377               | ANSCHLUSSK.                           |
|                                      | 5612797.823    |                 | 6      | 13         | 17.36101 | 0.350        | 784     | 439108.218  |                   |                                       |
|                                      |                |                 |        |            |          | 453.125      |         | 4908926.571 |                   |                                       |
| 5303009401                           | 2519482.129    | 177             | 50     | 39         | 3.27671  | 565.293      | 100     | 4027719.869 | 377               | ANSCHLUSSK.                           |
|                                      | 5612711.740    |                 | 6      | 16         | 31.81539 | 0.350        | 784     | 442921.532  |                   |                                       |
|                                      |                |                 |        |            |          | 565.643      |         | 4908950.874 |                   |                                       |

++++ 11 PUNKTE UMGERECHNET

++++

Zahlenbeispiel 11.4

Blatt 16 (21)

Transformationsrichtlinie Teil II

Stand: 1999

Oct 30 13:34:14 1998

MARTRA-SEITE 0

Zahlenbeispiel 11.4

Blatt 17 (21)

Transformationsrichtlinie Teil II

Stand: 1999

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen

Zahlenbeispiel 11.4

-----  
3D-KOORDINATENTRANSFORMATION

STARTSYSTEM: 377 , 3D-Netz77

ZIELSYSTEM: 389 , ETRS89

UMFORMUNGSPARAMETER VOR DER AUSGLEICHUNG

|           |       |              |
|-----------|-------|--------------|
| X0        | (M)   | 0.000        |
| Y0        | (M)   | 0.000        |
| Z0        | (M)   | 0.000        |
| EPSILON X | (SEC) | 0.00000      |
| EPSILON Y | (SEC) | 0.00000      |
| EPSILON Z | (SEC) | 0.00000      |
| MASSTAB   |       | 1.0000000000 |

MITTLERER KOORDINATENFEHLER FUER ALLE STUETZPUNKTKOORDINATEN (M) 0.010

RESTKLAFFENVERTEILUNG MIT ABSTANDSGEWICHTEN  $P = 1 / S ** 1$

UMRECHNUNGEN MIT DEM WGS 84-ELLIPSOID

AUSGABE VON UTM-KOORDINATEN (6 GRAD-STREIFEN), MERIDIANSTREIFEN NR. 32

Seite 94

## Zahlenbeispiel 11.4

Oct 30 13:34:14 1998

----- MARTRA-SEITE 2

## KOORDINATEN DER STUETZPUNKTE, BLATT 1

=====

| PUNKTKENNZEICHEN | X(START)    | LAGE-  | X(ZIEL)'      | X(ZIEL)     | LAGE-  | MF(X) | V(X)          | EV(X) | NV(X) | V (OST)  |
|------------------|-------------|--------|---------------|-------------|--------|-------|---------------|-------|-------|----------|
| PUNKTBEZEICHNUNG | Y(START)    | STATUS | Y(ZIEL)'      | Y(ZIEL)     | STATUS | MF(Y) | V(Y)          | EV(Y) | NV(Y) | V (NORD) |
|                  | Z(START)    |        | Z(ZIEL)'      | Z(ZIEL)     |        | MF(Z) | V(Z)          | EV(Z) | NV(Z) | V(HOEHE) |
|                  | TARTSYSTEM  |        | STARTSYSTEM   | ZIELSYSTEM  |        | ----- | IM ZIELSYSTEM | ----- |       | V(RAUM)  |
|                  | EINGEGEBEN  |        | TRANSFORMIERT | EINGEGEBEN  |        |       |               |       |       |          |
|                  | (M)         |        | (M)           | (M)         |        | (M)   | (M)           | (%)   |       | (M)      |
| 5303000101       | 4028165.803 | 377    | 4028796.715   | 4028796.705 | 389    | 0.010 | 0.010         | 63.1  | 1.2   | -0.017   |
|                  | 435484.203  |        | 435506.270    | 435506.286  |        | 0.010 | -0.016        | 67.1  | 1.9   | -0.001   |
|                  | 4909101.736 |        | 4909551.216   | 4909551.207 |        | 0.010 | 0.009         | 60.7  | 1.1   | 0.012    |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.020    |
| 5303000200       | 4026214.909 | 377    | 4026845.963   | 4026845.982 | 389    | 0.010 | -0.019        | 68.7  | 2.3   | 0.025    |
|                  | 443741.276  |        | 443763.441    | 443763.417  |        | 0.010 | 0.024         | 72.3  | 2.8   | 0.008    |
|                  | 4910126.589 |        | 4910576.201   | 4910576.208 |        | 0.010 | -0.007        | 67.2  | 0.8   | -0.016   |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.031    |
| 5303001601       | 4030180.432 | 377    | 4030811.419   | 4030811.438 | 389    | 0.010 | -0.019        | 64.4  | 2.4   | 0.006    |
|                  | 436631.304  |        | 436653.371    | 436653.367  |        | 0.010 | 0.004         | 69.3  | 0.5   | 0.014    |
|                  | 4907408.468 |        | 4907857.991   | 4907857.992 |        | 0.010 | -0.001        | 61.5  | 0.1   | -0.013   |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.020    |
| 5303001701       | 4029735.736 | 377    | 4030366.776   | 4030366.774 | 389    | 0.010 | 0.002         | 78.8  | 0.2   | 0.001    |
|                  | 439429.727  |        | 439451.826    | 439451.825  |        | 0.010 | 0.001         | 82.4  | 0.1   | 0.009    |
|                  | 4907560.847 |        | 4908010.418   | 4908010.401 |        | 0.010 | 0.017         | 76.6  | 1.9   | 0.014    |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.017    |
| 5303002902       | 4026458.844 | 377    | 4027089.787   | 4027089.778 | 389    | 0.010 | 0.009         | 76.7  | 1.0   | -0.011   |
|                  | 438597.057  |        | 438619.168    | 438619.178  |        | 0.010 | -0.010        | 81.5  | 1.1   | -0.018   |
|                  | 4910221.178 |        | 4910670.696   | 4910670.714 |        | 0.010 | -0.018        | 73.9  | 2.1   | -0.009   |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.000    |

## Zahlenbeispiel 11.4

Oct 30 13:34:14 1998

----- MARTRA-SEITE 3

## KOORDINATEN DER STUETZPUNKTE, BLATT 2

=====

| PUNKTKENNZEICHEN | X(START)    | LAGE-  | X(ZIEL)'      | X(ZIEL)     | LAGE-  | MF(X) | V(X)          | EV(X) | NV(X) | V (OST)  |
|------------------|-------------|--------|---------------|-------------|--------|-------|---------------|-------|-------|----------|
| PUNKTBEZEICHNUNG | Y(START)    | STATUS | Y(ZIEL)'      | Y(ZIEL)     | STATUS | MF(Y) | V(Y)          | EV(Y) | NV(Y) | V (NORD) |
|                  | Z(START)    |        | Z(ZIEL)'      | Z(ZIEL)     |        | MF(Z) | V(Z)          | EV(Z) | NV(Z) | V(HOEHE) |
|                  | STARTSYSTEM |        | STARTSYSTEM   | ZIELSYSTEM  |        | ----- | IM ZIELSYSTEM | ----- |       | V(RAUM)  |
|                  | EINGEGEBEN  |        | TRANSFORMIERT | EINGEGEBEN  |        |       |               |       |       |          |
|                  | (M)         |        | (M)           | (M)         |        | (M)   | (M)           | (%)   |       | (M)      |
| 5303003102       | 4025350.208 | 377    | 4025981.177   | 4025981.156 | 389    | 0.010 | 0.021         | 70.2  | 2.6   | -0.002   |
|                  | 440833.009  |        | 440855.152    | 440855.152  |        | 0.010 | 0.000         | 77.7  | 0.0   | -0.020   |
|                  | 4910830.955 |        | 4911280.501   | 4911280.506 |        | 0.010 | -0.005        | 64.6  | 0.6   | 0.010    |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.022    |
| 5303006703       | 4029290.591 | 377    | 4029921.689   | 4029921.708 | 389    | 0.010 | -0.019        | 75.3  | 2.1   | 0.001    |
|                  | 442457.874  |        | 442480.007    | 442480.008  |        | 0.010 | -0.001        | 80.1  | 0.1   | 0.006    |
|                  | 4907715.621 |        | 4908165.244   | 4908165.256 |        | 0.010 | -0.012        | 72.1  | 1.5   | -0.021   |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.022    |
| 5303007901       | 4028206.027 | 377    | 4028837.152   | 4028837.136 | 389    | 0.010 | 0.016         | 64.5  | 1.9   | -0.003   |
|                  | 444656.117  |        | 444678.282    | 444678.284  |        | 0.010 | -0.002        | 69.4  | 0.2   | 0.000    |
|                  | 4908304.910 |        | 4908754.561   | 4908754.542 |        | 0.010 | 0.019         | 62.0  | 2.4   | 0.024    |
|                  |             |        |               |             |        |       |               |       |       | 0.024    |

Zahlenbeispiel 11.4

Oct 30 13:34:14 1998

MARTRA-SEITE 4

AUSGEGLEICHENE TRANSFORMATIONSPARAMETER

```
=====
```

|           | EINHEIT | WERT        | MF          | SIGNIFIKANZ<br>NULL-HYPOTHESE | VERTRAUENS-<br>BEREICH |
|-----------|---------|-------------|-------------|-------------------------------|------------------------|
| X0        | (M)     | 675.956     | 14.591      | 46.33                         | 30.786                 |
| Y0        | (M)     | 199.916     | 11.666      | 17.14                         | 24.616                 |
| Z0        | (M)     | 321.714     | 13.328      | 24.14                         | 28.121                 |
| EPSILON X | (SEC)   | 3.99507     | 0.35670     | 11.20                         | 0.75265                |
| EPSILON Y | (SEC)   | -3.82509    | 0.56140     | 6.81                          | 1.18455                |
| EPSILON Z | (SEC)   | -4.44082    | 0.33259     | 13.35                         | 0.70177                |
| MASSSTAB  |         | 1.000009091 | 0.000001485 | 673408.27                     | 0.000003133            |

STATISTIK, FEHLERRECHNUNG IM ZIELSYSTEM

```
=====
```

|                                 |       |               |       |                                     |       |
|---------------------------------|-------|---------------|-------|-------------------------------------|-------|
| ANZAHL UNBEKANNTE               |       |               | 7     |                                     |       |
| ANZAHL IDENTISCHE PUNKTE        |       | 8             |       |                                     |       |
| ANZAHL FEHLERGLEICHUNGEN        | 3 *   | 8 =           | 24    |                                     |       |
| REDUNDANZ                       |       |               | 17    |                                     |       |
| REDUNDANZ (KONTROLLE)           |       |               | 17.0  |                                     |       |
| SUMME PVV AUS FEHLERGLEICHUNGEN |       | 41.570        |       | MITTLERER GEWICHTSEINHEITSFEHLER M0 | 1.56  |
| SUMME PVV AUS NORMALGLEICHUNGEN |       | 41.570        |       | MITTLERER RAEUMLICHER PUNKTFEHLER   | 0.027 |
| SUMME V(X)                      | 0.000 | SUMME V(Y)    | 0.000 | SUMME V(Z)                          | 0.000 |
| SUMME V(OST)                    | 0.000 | SUMME V(NORD) | 0.000 | SUMME V(HOEHE)                      | 0.000 |
| MX                              | 0.019 | MY            | 0.013 | MZ                                  | 0.015 |
| VD(X)                           | 0.014 | VD(Y)         | 0.007 | VD(Z)                               | 0.011 |
| VD(RECHTS)                      | 0.008 | VD(HOCH)      | 0.009 | VD(HOEHE)                           | 0.015 |
| VD(RAUM)                        | 0.022 |               |       |                                     |       |
| VQ(X)                           | 0.006 | VQ(Y)         | 0.004 | VQ(Z)                               | 0.004 |
| VQ(RECHTS)                      | 0.004 | VQ(HOCH)      | 0.004 | VQ(HOEHE)                           | 0.006 |
| VQ(RAUM)                        | 0.008 |               |       |                                     |       |

Langevermessungsamt Nordrhein-Westfalen

Seite 97

Zahlenbeispiel 11.4

Oct 30 13:34:14 1998

----- MARTRA-SEITE 5

KOORDINATEN DER NEUPUNKTE, BLATT 1

=====

| PUNKTKENNZEICHEN<br>PUNKTBEZEICHNUNG | X(START)                          | LAGE-<br>STATUS | X(ZIEL) '<br>Y(ZIEL) '                     | X(ZIEL)<br>Y(ZIEL)                  | BEZUGS-<br>SYSTEM | RECHTS<br>HOCH | BREITE<br>LAENGE |
|--------------------------------------|-----------------------------------|-----------------|--------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------|----------------|------------------|
|                                      | Z(START)<br>AUS<br>EINGABE<br>(M) |                 | Z(ZIEL) '<br>OHNE<br>VERTEILUNG DER<br>(M) | Z(ZIEL)<br>MIT<br>KLAFFUNGEN<br>(M) | ELLIP.            | HOEHE<br>(M)   | (GRAD MIN SEC)   |
| 5303002107                           | 4028389.623                       | 377             | 4029020.582                                | 4029020.582                         | 389               | 32301652.311   | 50 38 52.49221   |
|                                      | 437261.979                        |                 | 437284.065                                 | 437284.068                          |                   | 5614429.529    | 6 11 39.37449    |
|                                      | 4908703.110                       |                 | 4909152.625                                | 4909152.624                         |                   | 453.163        |                  |
| 5303009002                           | 4027988.689                       | 377             | 4028619.680                                | 4028619.679                         | 389               | 32303540.905   | 50 39 2.05533    |
|                                      | 439108.218                        |                 | 439130.325                                 | 439130.326                          |                   | 5614654.033    | 6 13 14.99916    |
|                                      | 4908926.571                       |                 | 4909376.116                                | 4909376.117                         |                   | 499.860        |                  |
| 5303009401                           | 4027719.869                       | 377             | 4028350.940                                | 4028350.941                         | 389               | 32307354.457   | 50 38 58.85540   |
|                                      | 442921.532                        |                 | 442943.679                                 | 442943.677                          |                   | 5614413.318    | 6 16 29.42477    |
|                                      | 4908950.874                       |                 | 4909400.488                                | 4909400.488                         |                   | 612.459        |                  |

++++ 3 PUNKTE TRANSFORMIERT

++++

**Zahlenbeispiel 12****Blatt 1 (4)****Umformung von Gauß-Krüger-Koordinaten (PrLA)  
in UTM-Koordinaten (ED 50)****a) Aufgabenstellung**

Für Aufgaben der Polizei, der Feuerwehr und des Umweltschutzes werden UTM-Koordinaten im System ED 50 (UTM-Meldegitter) benötigt. Sind für diese Punkte Gauß-Krüger-Koordinaten im System PrLA (bzw. auch im Netz 77) bekannt, so können sie mittels einer ebenen Transformation in UTM-Koordinaten des ED 50 umgeformt werden. Hierfür stehen als Stützpunkte das gesamte TP-Feld zur Verfügung, da für alle TP die UTM-Koordinaten vom zuständigen Wehrbereichskommando (WBK) berechnet sind. Die Ergebnisse sind dem LVermA in Form von Trig. Listen "nur für den Dienstgebrauch" zur Verfügung gestellt.

Die Punktübersicht auf Blatt 4 enthält die vier Stützpunkte, mit deren Hilfe für den Umformungspunkt 184 die UTM-Koordinaten berechnet werden.

**b) Transformationsansatz**

Die Gauß-Krüger-Koordinaten (Pr.La.) und die UTM-Koordinaten (ED 50) sind ungleichartig, da sie sich auf unterschiedliche Erdellipsoide beziehen und verschiedenen Abbildungsregeln unterliegen.

In einer ebenen Helmert-Transformation (mit Restklaffenverteilung) werden 4 Parameter berechnet, zwei Verschiebungen, ein Maßstab und eine Drehung (s. Modell D4 in Teil I). Bei der Auswahl der Stützpunkte ist das Prinzip der Nachbarschaft und eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Stützpunkte (keine Stützpunkthaufen) zu beachten. Für die Stützpunkte können individuelle Lagefehler eingegeben werden, hier jedoch einheitlich 0,03 m (Programmvorgabe). Zur Beseitigung der Restklaffungen ist der Ansatz "1/s" (s. Modell F1 in Teil I) gewählt worden, da die Entfernungen Stützpunkt - Umformungspunkt annähernd gleich groß sind.

Dieser Ansatz einer direkten Umformung von Gauß-Krüger-Koordinaten in UTM-Koordinaten ist nur für relativ kleine Transformationsgebiete von wenigen Quadratkilometern geeignet. Bei größeren Gebieten sind vorab die Abbildungsunterschiede zu mindern. Dazu sind vor der Helmert-Transformation die GK- und UTM-Koordinaten auf denselben Mittelmeridian zu beziehen oder die GK-Koordinaten vorab in UTM-Koordinaten desselben Bezugssystems DHDN umzurechnen.

**c) Zahlenbeispiel**

Das Zahlenbeispiel ist mit dem ALK-Vorverarbeitungsprogramm DIVA nach der L2-Norm-Methode berechnet.

Berechnung siehe Blatt 3-4 (4)

**Zahlenbeispiel 12****Blatt 2 (4)****d) Interpretation***Grobfehlersuche*

Da die Eingabedaten vom Programm nicht auf Richtigkeit überprüft werden können, sind sie vom Auswerter selbst durch Zahlenvergleich zu prüfen. Die geringen Beträge der Restklaffungen (Blatt 4) belegen, daß kein Stützpunkt grob falsche Koordinaten aufweist. Die Grenzwerte der Punktklaffung und Normierten Verbesserung werden deutlich unterschritten.

*Erzielte Genauigkeit*

Die Koordinaten des Zielsystems ED 50 haben die vergleichbare Genauigkeit des Netzes der Preußischen Landesaufnahme (Pr.La.). Die TP sind 1965 gemeinsam in das ED 50 überführt worden. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit  $s_0 = 4$  mm kennzeichnet eine gute nachbarschaftstreue Berechnung.

*Lagestatuswechsel*

Bei der Umformung ändert sich der Lagestatus des umzuformenden Punktes von 101 für Pr.La. in den Lagestatus 450 für das ED 50.

*Ergebnis*

Als Ergebnis werden die transformierten Koordinaten des U-Punktes 184 mit seinen Anpassungsbeträgen (Koordinatenzuschläge) aufgrund der Restklaffungenverteilung ausgewiesen.

Literaturhinweis:

Gigas 1962, Langley 1998, Straßer 1962, TP-Erlaß 1993

**Zahlenbeispiel 12**

**Blatt 3 (4)**

Dienststelle: ..... Verfahren/Projekt: bsp12  
 10-Aug-98 14:45.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 1

-----  
 Umformung von 101 nach 450 Berechnungsnr.: 1  
 -----

Anzahl Stützpunkte: 4  
 Anzahl Kontrollpunkte: 0  
 Anzahl Umformungspunkte: 1 davon 0 extrapolierte Punkte.  
 -----

Parameterberechnung:

-----  
 Umformungsart: 4-Parameter-Transformation  
 Auswertetechnik: Methode der kleinsten Quadrate (L2)  
 Restklaffungsbeseitigung: Abstandsgewichtung 1 / s  
 -----

Standardabweichung der Gewichtseinheit: s0 = 0.004 m  
 Koordinatenfehler nach der Ausgleichung: sy = 0.003 m  
 sx = 0.002 m  
 -----

| Parameter              | Wert            | Standardabweichung |
|------------------------|-----------------|--------------------|
| Translation Rechts(Y0) | -2211978.6300 m | 0.0019 m           |
| Translation Hoch(X0)   | -631.7275 m     | 0.0019 m           |
| Drehwinkel             | 2.57893 gon     | 0.00015 gon        |
| Maßstab                | 0.9997384       | 0.0000023          |
| Schwerpunkt Start(Y)   | 2582032.1425 m  |                    |
| Schwerpunkt Start(X)   | 5615847.4250 m  |                    |

-----  
 Normierte Verbesserung: Grenzwert: 3.3  
 Maximalwert: 0.3  
 Punktklaffung: Grenzwert: 0.030 m  
 Maximalwert: 0.005 m  
 -----

Probe von Ansermet: 4.000 = 4  
 Differentialprobe: 0.00000 = 0  
 -----

Kurtosis (aus L2): 0.0  
 Grenzwerte: K >= 3.8 für L1-Norm-Methode  
 2.2 < K < 3.8 für L2-Norm-Methode  
 K <= 2.2 für Minimax-Methode  
 -----

**Zahlenbeispiel 12**

**Blatt 4(4)**

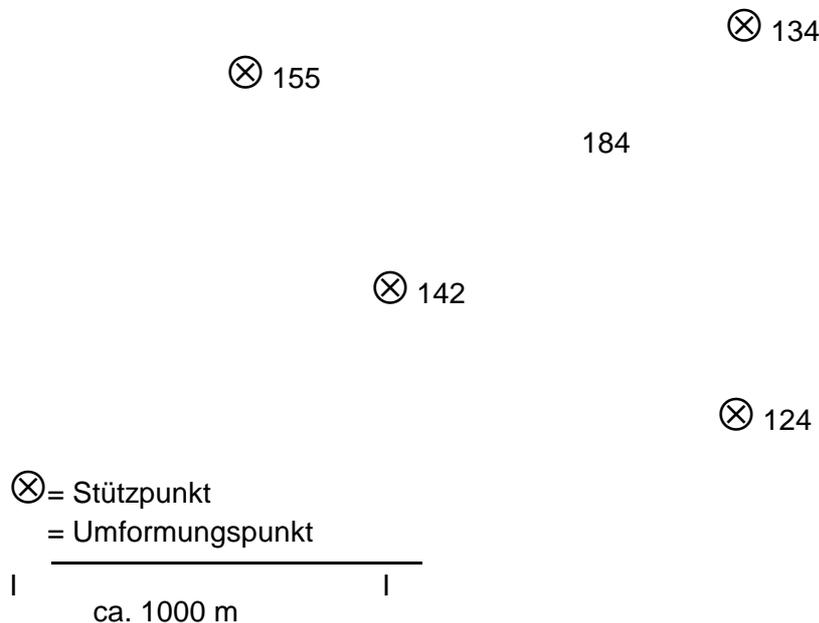
Dienststelle: ..... Verfahren/Projekt: bsp12  
 10-Aug-98 14:45.....DIVA 1.6 April 1998.....Seite 2

Klaffungen L2-Norm-Methode

| L2-Norm-Methode<br>Stützpunkte | Y-Start<br>Y-Ziel         | X-Start<br>X-Ziel          | LST<br>LST | LGA<br>LGA | vy(m)   | vx(m)            | GW |
|--------------------------------|---------------------------|----------------------------|------------|------------|---------|------------------|----|
| 5308 0 14220                   | 2581525.150<br>369533.610 | 5615514.910<br>5614904.070 | 101<br>450 | 1<br>1     |         | 0.004<br>0.001   |    |
|                                | mp = 0.030(m)             | ry= 62% rx= 62%            |            |            | NV= 0.3 | 0.0              |    |
| 5308 0 15510                   | 2581206.880<br>369248.550 | 5616326.850<br>5615728.020 | 101<br>450 | 1<br>1     |         | -0.004<br>0.003  |    |
|                                | mp = 0.030(m)             | ry= 42% rx= 42%            |            |            | NV= 0.3 | 0.2              |    |
| 5309 0 12420                   | 2582850.730<br>370847.250 | 5615255.520<br>5614591.290 | 101<br>450 | 1<br>1     |         | 0.001<br>0.000   |    |
|                                | mp = 0.030(m)             | ry= 38% rx= 38%            |            |            | NV= 0.0 | 0.0              |    |
| 5309 0 13420                   | 2582545.810<br>370584.640 | 5616292.420<br>5615639.410 | 101<br>450 | 1<br>1     |         | -0.001<br>-0.004 |    |
|                                | mp = 0.030(m)             | ry= 58% rx= 58%            |            |            | NV= 0.1 | 0.2              |    |

| Restklaf. 1 / s<br>Umformungspunkte | Y-Start<br>Y-Ziel         | X-Start<br>X-Ziel          | LST<br>LST | LGA<br>LGA | vy(m) | vx(m)          |
|-------------------------------------|---------------------------|----------------------------|------------|------------|-------|----------------|
| 5308 0 18401                        | 2581983.040<br>370020.854 | 5616252.260<br>5615622.082 | 101<br>450 | 1<br>1     |       | 0.000<br>0.000 |

Punktübersicht



**Zahlenbeispiel 13****Blatt 1 (10)****Umformung von 3D-Koordinaten (WGS 84)  
in Gauß-Krüger-Koordinaten (Netz 77)****a) Aufgabenstellung**

Im Zuge der TP-Netzerneuerung im System Netz 77 (Lagestatus 177) werden in der kleinen trig. Arbeit 195.40 NT Oberbachem 4.Ordnung vier TP neu bestimmt (siehe Netzbild, Blatt 2). Die gesamte trig. Arbeit ist als GPS-Meßverfahren erkundet, gemessen und ausgewertet worden. Die GPS-Messungen fanden an 2 Tagen in jeweils 3 Sessionen mit je 4 GPS-Empfängern statt.

Örtliche Messungen zur Bestimmung von Stationspunkten bleiben in diesem Zahlenbeispiel unberücksichtigt. Ebenso ist der weiter entfernt liegende TP 184 als Anschlußpunkt im Netz 77 nicht berücksichtigt worden.

**b) Transformationsansatz**

Die Aufbereitung und Auswertung der GPS-Messungen erfolgte mit dem Programmsystem GePoS der Firma Carl Zeiss. Das menügeführte Programm gestattet dem Anwender alle notwendigen Rechenschritte von der Planung eines GPS-Verfahrens über die strenge Multistations- und Multi-sessionslösung bis hin zur benutzerdefinierten Auffelderungslösung im gewünschten Nutzerdatum.

Die Hauptaufgabe des GePoS-Moduls **Datum** besteht in der Auffelderung der Multisessionslösung (freie Netzausgleichung im genäherten WGS 84) unter Verwendung der vollständigen Kovarianzmatrix auf das frei wählbare User-Datum (hier: Netz 77) und zwar im Sinne einer räumlichen Zwangsausgleichung. Das Modell basiert auf einer räumlichen Siebenparametertransformation (s. Modell E7 in Teil I) mit Stützpunkten im 3D-System mit kartesischen Koordinaten X,Y,Z.

**c) Zahlenbeispiel**

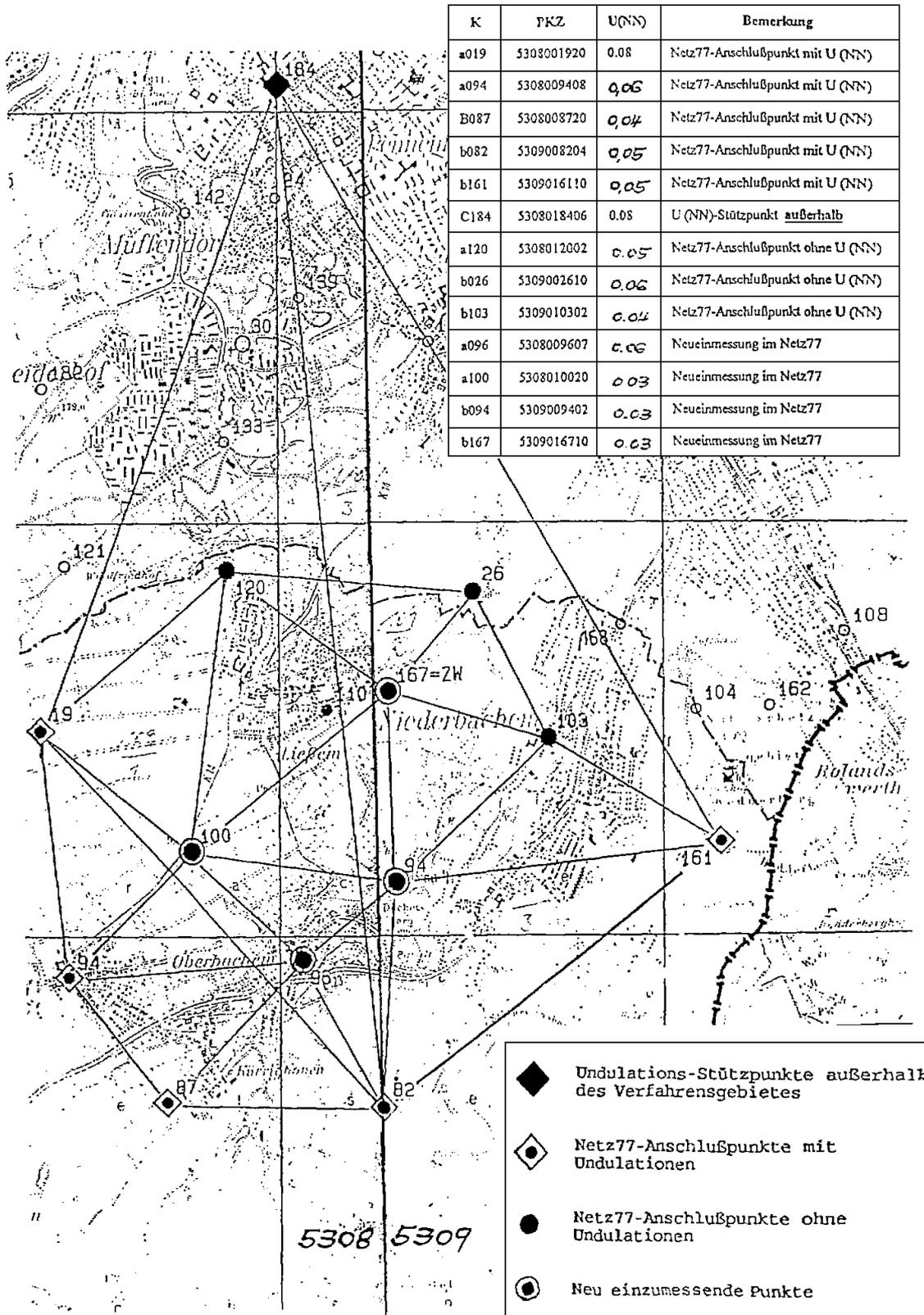
Siehe ab Blatt 2-8 (11)

Zur Interpretation siehe Blatt 8 -10.

Zahlenbeispiel 13

Blatt 2 (10)

Netzbild



**Zahlenbeispiel 13**

**Blatt 3 (10)**

**Multisessionslösung (Startsystem)**

```

**** 25-JUL-96 ---- 12:03 ****
gnpnet -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat -pbach
        -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/109/1 +s1091
        -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/109/2 +s1092
        -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/109/3 +s1093
        -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/110/1 +s1101
        -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/110/2 +s1102 -n
Iteration: 1      Standard deviation of weight unit : 2.153
Number of unknowns: 36 ,observations: 60 ,Degree of freedom: 24
    
```

**Geocentric Cartesian Coordinates WGS84 [meters]**

| P    | X            | Y           | Z            |
|------|--------------|-------------|--------------|
| A120 | 4020469.0540 | 504710.2259 | 4909360.1591 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| A094 | 4022210.8926 | 504064.2728 | 4908053.6977 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| A100 | 4021500.0740 | 504642.4470 | 4908577.1944 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| A019 | 4021179.6657 | 503856.7957 | 4908916.2887 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| B026 | 4020404.5101 | 505977.8918 | 4909295.6041 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| B103 | 4020874.1179 | 506397.9085 | 4908775.1380 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| B167 | 4020832.1521 | 505597.1598 | 4909010.2331 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| B161 | 4021199.1954 | 507358.3901 | 4908526.3672 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| B094 | 4021468.5469 | 505587.0511 | 4908498.2016 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| B082 | 4022279.7431 | 505739.4647 | 4907812.2888 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| A096 | 4021788.5521 | 505226.8965 | 4908211.0465 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |
| B087 | 4022485.7477 | 504603.2046 | 4907763.4496 |
| +/-  | 0.3554       | 0.3554      | 0.3555       |

**Freie Auffelderung**

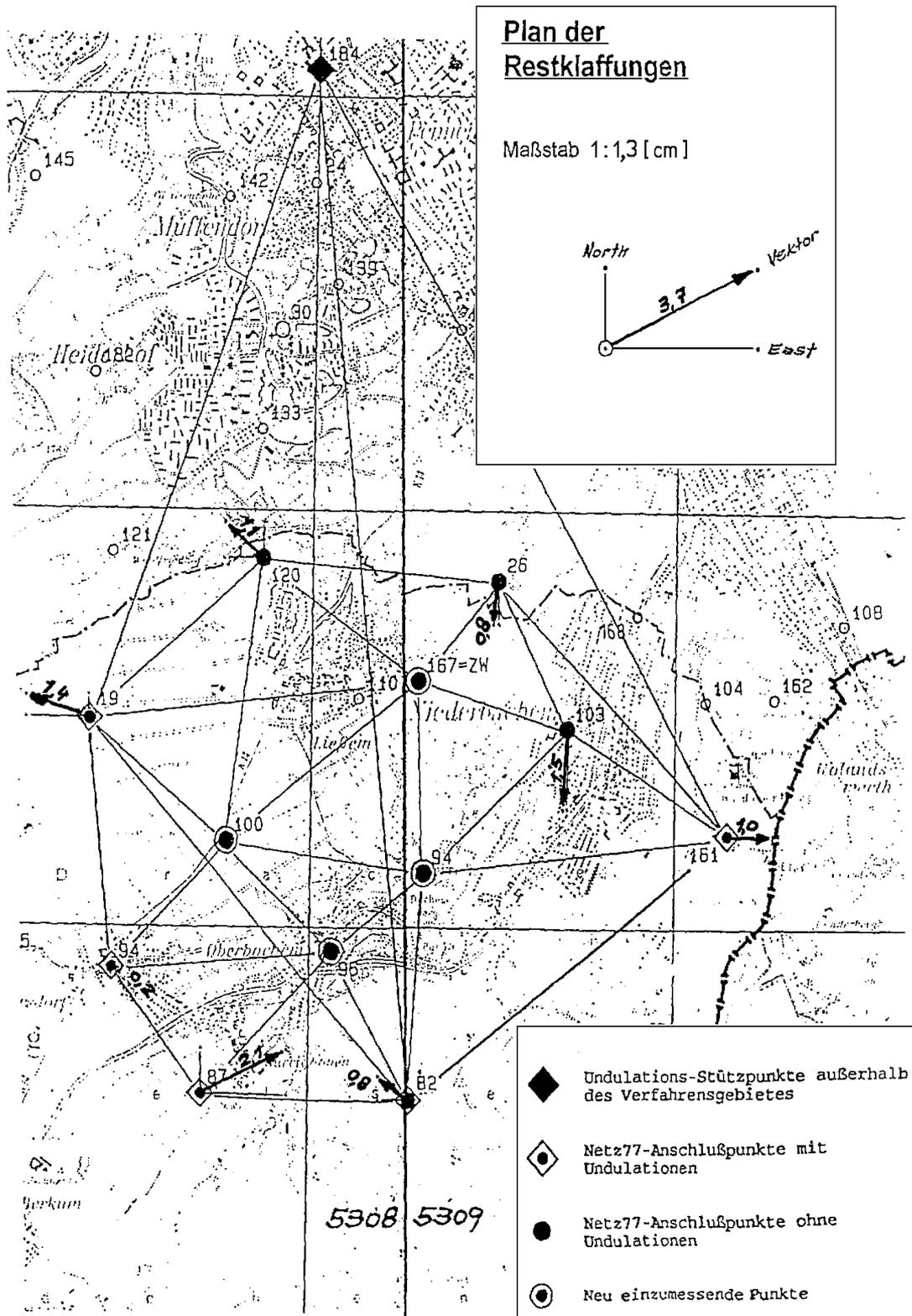
**Residuals:** Session /user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/ba77.xud [meters]

| P1-> P2          | X       | Y       | Z       | North   | East    | Up Distance | Lage           |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|-------------|----------------|
| <b>Absolute:</b> |         |         |         |         |         |             |                |
| A019             | -0.0033 | -0.0135 | 0.0009  | 0.0044  | -0.0130 | -0.0024     | 0.0137         |
| <b>Relative:</b> |         |         |         |         |         |             |                |
| A019 B087        | -0.0121 | 0.0175  | 0.0020  | 0.0088  | 0.0189  | -0.0047     | -0.0026 0.0208 |
| A019 A094        | 0.0005  | 0.0018  | -0.0009 | -0.0011 | 0.0017  | -0.0003     | 0.0012 0.0020  |
| A019 A120        | -0.0025 | -0.0092 | 0.0059  | 0.0066  | -0.0088 | 0.0023      | -0.0029 0.0110 |
| A019 B026        | 0.0076  | -0.0001 | -0.0033 | -0.0079 | -0.0010 | 0.0022      | -0.0032 0.0080 |
| A019 B082        | 0.0022  | -0.0058 | 0.0093  | 0.0048  | -0.0060 | 0.0081      | -0.0077 0.0077 |
| A019 B103        | 0.0122  | 0.0007  | -0.0093 | -0.0154 | -0.0008 | 0.0005      | -0.0002 0.0154 |
| A019 B161        | -0.0043 | 0.0095  | -0.0047 | -0.0006 | 0.0100  | -0.0055     | 0.0100 0.0100  |

Zahlenbeispiel 13

Blatt 4 (10)

Vektorplan



**Zahlenbeispiel 13**

**Blatt 5 (10)**

**Zwangsauffelderung**

```

**** 29-JUL-96 ---- 09:17 ****
gnpnet -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat -Sx7p -pbach -Sxud
        -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat -pba77 +s- +D11111111,bach -Ssol
        -P/user2/lvatri/klug/bach.prj/dat -pbach +s- -n -eBESS
Iteration: 1 Standard deviation of weight unit : 14.466
Number of unknowns: 43 ,observations: 60 ,Degree of freedom: 17
Iteration: 2 Standard deviation of weight unit : 14.456
Number of unknowns: 43 ,observations: 60 ,Degree of freedom: 17
Datum: 1
Translations:      567.87982      143.14308      357.80204      m
                  +/-      3.15784      3.40302      3.01779      m
Scale             16.02703 ppm
                  +/-      0.39210 ppm
Rotations         -2.63365      0.36495      3.35231 sec
                  +/-      0.08962      0.11358      0.07424 sec
Correlations:
 1.00000  0.08703 -0.31502 -0.50279  0.11891 -0.85476  0.03994
           1.00000 -0.18297 -0.00551  0.95477 -0.15969 -0.91082
                    1.00000 -0.64528 -0.27881  0.75199  0.10745
                              1.00000  0.06186 -0.00070 -0.03374
  1.00000 -0.22702 -0.77316
  1.00000  0.04052
  1.00000
    
```

**Geocentric Cartesian Coordinates System Netz77 (Zielsystem)**

| P     | X            | Y           | Z            |                       |
|-------|--------------|-------------|--------------|-----------------------|
| A019  | 4020547.8943 | 503833.6843 | 4908466.2380 |                       |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| B087  | 4021853.9318 | 504580.1151 | 4907313.4045 |                       |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| A094  | 4021579.1023 | 504041.1768 | 4907603.6530 |                       |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| A120  | 4019837.2841 | 504687.1001 | 4908910.0975 | <b>Anschlußpunkte</b> |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| B026  | 4019772.7325 | 505954.7527 | 4908845.5184 |                       |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| B082  | 4021647.9283 | 505716.3323 | 4907362.2361 |                       |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| B103  | 4020242.3293 | 506374.7638 | 4908325.0479 |                       |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| B161  | 4020567.3707 | 507335.2397 | 4908076.2720 |                       |
| +/-   | 0.0014       | 0.0014      | 0.0014       |                       |
| <hr/> |              |             |              |                       |
| A100  | 4020868.2905 | 504619.3334 | 4908127.1382 |                       |
| +/-   | 0.0108       | 0.0065      | 0.0120       |                       |
| B167  | 4020200.3693 | 505574.0259 | 4908560.1566 |                       |
| +/-   | 0.0102       | 0.0060      | 0.0122       |                       |
| B094  | 4020836.7500 | 505563.9203 | 4908048.1332 | <b>Neupunkte</b>      |
| +/-   | 0.0103       | 0.0060      | 0.0114       |                       |
| A096  | 4021156.7534 | 505203.7745 | 4907760.9869 |                       |
| +/-   | 0.0116       | 0.0059      | 0.0124       |                       |

## Zahlenbeispiel 13

## Blatt 6 (10)

**Restklaffungen der Stützpunkte**

```

Residuals: Session /user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/ba77.xud [meters]
P1-> P2      X      Y      Z      North      East      Up Distance
Absolute:
A019         -0.0000  -0.0003   0.0000   0.0000  -0.0003   0.0000
Relative:
A019 B087    -0.0002   0.0010   0.0000   0.0000   0.0010  -0.0001   0.0003
A019 A094     0.0000   0.0001  -0.0001  -0.0001   0.0001   0.0000   0.0001
A019 A120    -0.0001   0.0002   0.0001   0.0002   0.0002   0.0000   0.0003
A019 B026     0.0001   0.0003  -0.0001  -0.0001   0.0003   0.0000   0.0003
A019 B082     0.0000  -0.0002   0.0002   0.0001  -0.0002   0.0001  -0.0002
A019 B103     0.0003   0.0000  -0.0003  -0.0005  -0.0000   0.0000   0.0000
A019 B161    -0.0001   0.0006   0.0000   0.0000   0.0006   0.0000   0.0006

```

**Koordinatenverbesserungen der Neupunkte**

```

Residuals: Session /user2/lvatri/klug/bach.prj/dat/bach.sol [meters]
P1-> P2      X      Y      Z      North      East      Up Distance
Absolute:
A120         0.0000  -0.0001   0.0000   0.0001  -0.0001   0.0000
Relative:
A120 A094     0.0008  -0.0079   0.0093   0.0061  -0.0079   0.0070  -0.0025
A120 A100    -0.0032  -0.0044   0.0062   0.0068  -0.0039   0.0024  -0.0061
A120 A019     0.0032   0.0052   0.0059   0.0008   0.0047   0.0070  -0.0040
A120 B026    -0.0119  -0.0089   0.0091   0.0158  -0.0074  -0.0012  -0.0088
A120 B103    -0.0162  -0.0091   0.0157   0.0232 -0.0070   0.0012  -0.0170
A120 B167    -0.0079  -0.0047   0.0086   0.0119  -0.0037   0.0013  -0.0098
A120 B161    -0.0014  -0.0166   0.0119   0.0102  -0.0163   0.0070  -0.0192
A120 B094    -0.0048  -0.0039   0.0077   0.0089  -0.0032   0.0027  -0.0093
A120 B082    -0.0035  -0.0003  -0.0004   0.0025   0.0002  -0.0026  -0.0023
A120 A096    -0.0027  -0.0054   0.0075   0.0074  -0.0050   0.0037  -0.0082
A120 B087     0.0126  -0.0222   0.0069  -0.0032  -0.0236  0.0116   0.0065
STOP normal end

```

**Zahlenbeispiel 13****Blatt 7 (10)**

CARL ZEISS-Geodaetisches Positionierungs System 29 Jul 1996 11:09:14

Landesvermessungsamt NRW

-----  
NT Oberbachem 4.0.

Seite 1

Datums-Ausgleichung mit identischen Punkten

**Gauß-Krüger-Koordinaten**

| Punktbezeichnung | Rechtswert [m]            | Hochwert [m]              | N-Hoehe [m]           |
|------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------------|
| A019 5308001920  | 2580813.890<br>+/- 0.0014 | 5612996.540<br>+/- 0.0014 | 186.650<br>+/- 0.0014 |
| A094 5308009408  | 2580912.490<br>+/- 0.0014 | 5611639.720<br>+/- 0.0014 | 184.960<br>+/- 0.0014 |
| A096 5308009607  | 2582113.700<br>+/- 0.0091 | 5611970.324<br>+/- 0.0057 | 132.632<br>+/- 0.0145 |
| A100 5308010020  | 2581561.827<br>+/- 0.0085 | 5612471.600<br>+/- 0.0063 | 188.070<br>+/- 0.0138 |
| A120 5308012002  | 2581737.499<br>+/- 0.0014 | 5613755.533<br>+/- 0.0014 | 150.215<br>+/- 0.0014 |
| B026 5309002610  | 2583005.010<br>+/- 0.0014 | 5613661.760<br>+/- 0.0014 | 159.900<br>+/- 0.0014 |
| B082 5309008204  | 2582571.640<br>+/- 0.0014 | 5611298.290<br>+/- 0.0014 | 173.990<br>+/- 0.0014 |
| B087 5308008720  | 2581419.929<br>+/- 0.0014 | 5611200.740<br>+/- 0.0014 | 176.080<br>+/- 0.0014 |
| B094 5309009402  | 2582504.745<br>+/- 0.0077 | 5612369.405<br>+/- 0.0058 | 181.799<br>+/- 0.0134 |
| B103 5309010302  | 2583374.650<br>+/- 0.0014 | 5612936.620<br>+/- 0.0014 | 86.120<br>+/- 0.0014  |
| B161 5309016110  | 2584294.870<br>+/- 0.0014 | 5612451.240<br>+/- 0.0014 | 174.430<br>+/- 0.0014 |
| B167 5309016710  | 2582581.373<br>+/- 0.0080 | 5613182.694<br>+/- 0.0061 | 178.133<br>+/- 0.0137 |

**Zahlenbeispiel 13****Blatt 8 (10)****d) Interpretation*****Freie Auffelderung***

Für alle Sessionsauswertungen standen präzise Bahndaten und WGS84-Näherungskordinaten mit Metergenauigkeit zur Verfügung. Im gesamten GePoS-Rechenablauf gab es keine Besonderheiten, auch grobe Fehler traten nicht auf! Zur Untersuchung von Netzspannungen im Zielsystem (Netz 77) und von Punktidentitäten sind die Stützpunktkordinaten mit entsprechenden Standardabweichungen zu versehen, hier mit 3 cm als die normale Lagegenauigkeit des Netzes 77. Dies ist vergleichbar einer Ausgleichung mit beweglichen Anschlußpunkten.

Auf Blatt 3 sind oben die Koordinaten aller Punkte einer Multisessionslösung (freie Netzausgleichung im genäherten System WGS 84) im Sinne eines Startsystems aufgelistet.

Unter '**gnpnet**' sind alle an der Ausgleichung beteiligten Sessions aufgelistet:

- \* **Standard deviation of weight unit** (Gewichtseinheitsfehler  $m_0$ ): Dieser aposteriori-Wert  $m_0$  wird regelmäßig vom Erwartungswert  $E=1$  abweichen. Die Größe der Abweichung hängt von der Qualität der Mehrstationslösungen und der vorgegebenen Genauigkeit der Referenzpunktkordinaten ab.
- \* **Geocentric Cartesian Coordinates WGS 84 [meters]**: Auflistung der frei ausgeglichenen Punktdaten, jeweils Punktnummer und XYZ-Koordinaten im (genäherten) WGS 84-System sowie die zugehörigen Standardabweichungen (Komponenten räumlicher Punktfehler). Die einzelnen Koordinatenfehler sind direkt abhängig von der Genauigkeit der Referenzkoordinaten. Die Koordinatenfehler für X und Z sollten von der gleichen Größenordnung sein, wohingegen die Z-Koordinaten aufgrund der Bestimmungsgeometrie regelmäßig einen geringfügig größeren Fehler aufweisen.

Die Restklaffungen der Anschlußpunkte (Stützpunkte) sind auf Blatt 3 unten aufgelistet:

- \* **Residuals**: Session ... [meters]: Kompletter Pfad für die Zielsystemdatei.
- \* **Absolute**: Für den vom Programm frei ausgewählten Referenzpunkt A019 der Stützpunktgruppe sind die Restklaffungen in Form von DX, DY, DZ und topozentrischen Koordinatenzuschlägen North, East, Up aufgeführt.
- \* **Relative**: In Bezug auf den vorgegebenen Referenzpunkt werden für die restlichen Stützpunkte zeilenweise die Restklaffungen in Form von DX, DY, DZ und topozentrischen Koordinatenverbesserungen North, East, Up sowie die Längenverbesserung der Basislinie (Stationsvektor Distance) aufgelistet.

Die Restklaffungen nach Lage (North, East) und Höhe (Up) betragen maximal nur 1,89 cm bzw. 0,81 cm (siehe auch Vektoplan Blatt 4). Somit sind die Anschlußpunkte spannungsfrei im Netz 77 koordiniert.

**Zahlenbeispiel 13****Blatt 9 (10)*****Zwangsauffelderung***

Blatt 5 enthält oben zunächst systeminterne Dateihinweise, statistische Angaben und Standardabweichungen der Gewichtseinheit. Danach folgen die 7 verfahrensspezifischen Transformationsparameter der räumlichen Helmert-Transformation mit den zugehörigen Standardabweichungen und Korrelationen. Aufgrund der relativ zu den Erddimensionen geringen Ausdehnung des Transformationsgebietes ergeben sich Probleme bei der Interpretation der Parameter. Bereits kleine Veränderungen in den Koordinaten der Stützpunkte oder in der Auswahl der Stützpunkte (Netzgeometrie) bewirken größere, nicht interpretierbare Veränderungen in den Parametern. Dafür sprechen auch die hohen Korrelationen, insbesondere zwischen dem Maßstabsfaktor und den Translationen. Lediglich der berechnete Maßstabsfaktor von 16,03 ppm ist interpretierbar, er entspricht näherungsweise dem lokal zu erwartenden Netz77-Maßstab.

Die Liste der 3D-Koordinaten ist unterteilt in die Gruppe der Anschlußpunkte (Stützpunkte) und der Neupunkte. Die 3D-Koordinaten der Stützpunkte des Zielsystems (Netz 77) sind vorab mit dem GePoS-Modul 'Transformation' aus den Gauß-Krüger-Koordinaten sowie den NN-Höhen mit NN-Undulationen berechnet worden.

Für den Zweck der Zwangsausgleichung sind die Standardabweichungen der Stützpunktkoordinaten mit apriori "0,1 mm gewichtet worden, um die Koordinatenverbesserungen (Restklaffungen) der Stützpunkte auf wenige unerhebliche Millimeter zu mindern. Im Ausdruck sind die aposteriori-Standardabweichung von "1,4 mm ausgewiesen. Diese Zwangsauffelderung entspricht einer üblichen Zwangsausgleichung.

Es folgen die 3D-Neupunktkoordinaten mit zugehörigen Standardabweichungen im Zielsystem Netz 77. Die maximale Standardabweichung beträgt bei Punkt A096 "1,24 cm in der Z-Koordinate, die Grenzwerte nach TP-Erlaß werden somit deutlich unterschritten.

Blatt 6 enthält die Ausgleichungsverbesserungen in Form von Restklaffungen der Stützpunkte sowie von Koordinatenverbesserungen der Neupunkte:

**- Gruppe der Stützpunkte:**

- \* **Residuals:** Session ... [meters]: Kompletter Pfad für die Zielsystemdatei.
- \* **Absolute:** Für den vom Programm willkürlich ausgewählten Referenzpunkt A019 der Stützpunktgruppe sind die Koordinatenverbesserungen (Restklaffungen) in Form von DX, DY, DZ und topozentrischen Koordinatenzuschlägen North, East, Up aufgeführt.
- \* **Relative:** In Bezug auf den vorgegebenen Referenzpunkt A019 werden für die restlichen Stützpunkte zeilenweise die Restklaffungen in Form von DX, DY, DZ und topozentrischen Koordinatenverbesserungen North, East, Up sowie die Längenverbesserung der Basislinie (Stationsvektor Distance) aufgelistet.

**Zahlenbeispiel 13****Blatt 10 (10)****- Gruppe der Neupunkte:**

- \* **Residuals:** Session ... [meters]: Kompletter Pfad für die Datei der freien Netzausgleichung.
- \* **Absolute:** Für den vom Programm willkürlich ausgewählten Referenzpunkt A120 der Neupunktgruppe werden die Koordinatenverbesserungen gegenüber seinen Koordinaten aus der freien Netzausgleichung im genäherten WGS 84 in Form von DX, DY, DZ und die topozentrischen Koordinatenzuschläge North, East und Up aufgeführt. Das freie Netz (Startsystem) ist in die Lage des Zielsystems (Netz 77) transformiert worden. Die Größe der Verschiebebeträge, ausgewiesen am Referenzpunkt A120, hängt von der Genauigkeit der Referenzkoordinaten im genäherten WGS 84 ab. Die geringen Beträge <10 cm belegen gute WGS 84-Näherungskordinaten.
- \* **Relative:** In Bezug auf den vorgegebenen Referenzpunkt A120 werden zu den restlichen Neupunkten zeilenweise die Restklaffungen in Form DX, DY, DZ und die topozentrischen Restklaffungen North, East und Up sowie die Längenverbesserung des Stationsvektors Distance aufgelistet.

Die maximale Koordinatenverbesserung beträgt bei A120 - B087 in East 2,36 cm, wodurch eine gute Einpassung der GPS-Messung in das Netz 77 dokumentiert wird.

Nach der Auffelderungslösung im Zielsystem Netz 77 sind die 3D-Ergebnisse XYZ noch in Gauß-Krüger-Koordinaten umzurechnen. Dies geschieht innerhalb der GëPoS-Berechnung durch die Export-Funktion, wobei auf die richtige Projektdefinition zu achten ist. Blatt 7 enthält für alle Anschluß- und Neupunkte die Rechts- und Hochwerte des Netzes 77 mit zugehörigen Standardabweichungen. In der alphanumerisch sortierten Punktliste sind die Anschlußpunkte an ihren einheitlichen Standardabweichungen  $S_R = S_H = 0,14$  cm zu erkennen.

Die unter 'N-Höhe' ausgewiesenen NN-Höhen der Punkte wurden aus den originär ermittelten ellipsoidischen Höhen (Bessel) und den programmintern interpolierten NN-Undulationen berechnet.

Literaturhinweise:

Carl Zeiss 1996, LVermA NRW 1996, Schlönhardt 1996, Spata et al. 1996, TP-Erlaß 1993

**Zahlenbeispiel 14****Blatt 1 (2)****Translation zwischen den Bezugssystemen  
DHDN 90, ED 50 und WGS 84****a) Aufgabenstellung**

Die mit Hilfe von GPS-Messungen bestimmten Koordinaten gehören bekanntlich zum Bezugssystem WGS 84 (World Geodetic System 1984, Ellipsoid WGS 84). Häufig besteht die Aufgabe, diese Koordinaten in Form der originären dreidimensionalen Koordinaten  $X, Y, Z$  oder als geographische Koordinaten  $L$  und  $B$  mit herkömmlichen Koordinaten der Landesvermessung im System DHDN 90 (Deutsches Hauptdreiecksnetz 1990, Ellipsoid Bessel) oder mit Koordinaten des NATO-Kartenwerkes im System ED 50 (Europäisches Datum 1950, Ellipsoid Hayford) zu verknüpfen. Dies kann mit kartographischer Genauigkeit durch einfache Datumshiftwerte geschehen.

**b) Transformationsansatz**

Der Wechsel der Bezugssysteme kann mit 3D- oder 2D-Shiftwerten in der Form von Molodenski-Parametern vollzogen werden (s. Modell E3 in Teil I), und zwar

- dreidimensional mit den Translationsparametern  $\otimes X, \otimes Y, \otimes Z$  oder

- zweidimensional mit den Translationsparametern  $\otimes L, \otimes B$

sowie mit den Änderungsparametern der Erdellipsoide  $\otimes a$  und  $\otimes f$ :

System I = System II ( $\otimes X, \otimes Y, \otimes Z, \otimes a, \otimes f$ ) oder

System I = System II ( $\otimes L, \otimes B, \otimes a, \otimes f$ ).

**Zahlenbeispiel 14****Blatt 2 (2)****c) Zahlenbeispiel**

Die für Nordrhein-Westfalen durchschnittlichen Shiftwerte sind nachfolgend aufgelistet:

| Shiftwerte | Wechsel zwischen WGS 84 und<br>DHDN |                          |
|------------|-------------------------------------|--------------------------|
|            |                                     | ED 50                    |
| $a_X =$    | - 631 m                             | + 87 m                   |
| $a_Y =$    | - 23 m                              | + 96 m                   |
| $a_Z =$    | - 451 m                             | + 120 m                  |
| $a_a =$    | - 740 m                             | + 251 m                  |
| $a_f =$    | $-0,10038 \times 10^{-4}$           | $+0,1419 \times 10^{-4}$ |
| $a_L =$    | + 3,2"                              | + 4,2"                   |
| $a_B =$    | + 4,7"                              | + 2,9"                   |

Die Vorzeichen bestehen im Sinne von DHDN = WGS 84 +  $\otimes$   
bzw. ED 50 = WGS 84 +  $\otimes$ .

**d) Interpretation**

Die vorliegenden Shiftwerte sind lediglich auf wenige Meter genau, ihre Anwendung ist somit auch nur für entsprechend ungenaue Positionsangaben und Karteneinträge zu empfehlen. Sind Bezugssystemwechsel mit Genauigkeiten im Submeterbereich erforderlich, können die in Anlage 6 der GPS-Richtlinien von Nordrhein-Westfalen enthaltenen Transformationsparameter genutzt werden. Zentimeterscharfe Systemwechsel verlangen grundsätzlich eine verfahrensspezifische Auswahl von Stützpunkten und einen individuellen Transformationsansatz (siehe Zahlenbeispiele 11, 12 und 13).

Literaturhinweise:

Fröhlich et al. 1996, GPS-Richtlinien 1997, Ihde und Lindstrot 1995, Spata und Kühnhold 1994

**Zahlenbeispiel 15****Blatt 1 (11)****3D-Epochenvergleich eines Deformationsnetzes****a) Aufgabenstellung**

Etwa ein Drittel der Landesfläche von Nordrhein-Westfalen ist von bergbaulich oder tektonisch bedingten Bodenbewegungen beeinflusst. Aus diesem Grund gehört die Aufgabe der Deformationsanalyse der Erdoberfläche nach § 5 des Vermessungs- und Katastergesetzes (VermKatG NW) zu den Aufgaben der Landesvermessung. Der signifikante Nachweis von horizontalen Punktverschiebungen erfordert die Einrichtung spezieller Untersuchungsfelder, die in geeigneten Zeitabständen beobachtet und deren Ergebnisse im Zuge eines Epochenvergleichs analysiert werden.

Das Landesvermessungsamt NRW hat in den letzten Jahren in tektonischen Schwächezonen mehrere geodätisch-geologische Untersuchungsfelder angelegt, u.a. das Deformationsnetz "Eifel-Bergisches Land (EIBEMAC)". Das EIBEMAC-Netz besteht aus 12 Festpunkten (siehe Punktübersicht, Blatt 3). Es wurde 1989 erstmals durch GPS-Messungen bestimmt (Nullmessung); im Jahre 1992 fand kurz nach dem Roermond-Erdbeben die erste Wiederholungsmessung statt. Für beide dreistündige Epochenmessungen kamen GPS-Empfänger des Typs MiniMac 2816 zum Einsatz. Die Ergebnisse der separat ausgewerteten Null- und Wiederholungsmessung liegen als frei ausgeglichene 3D-Koordinaten XYZ im Bezugssystem WGS 72 vor. Die räumliche Auffelderung der Epochenenergebnisse 1992 auf die Epochenenergebnisse 1989 gestatten Aussagen zur Wiederholungsgenauigkeit der MiniMac-Messungen und zur Signifikanz der angezeigten Punktlageänderungen in Form von Restklaffungen.

**b) Transformationsansatz**

Die räumliche Auffelderung geschieht in Form einer 7-Parameter-Transformation mit den Programmen TD Transformation Device sowie mit DD Deformation Device der Ingenieurgesellschaft Dr. Georg Kampmann mbH. Die Koordinaten des Start- und Zielsystems sind einheitlich mit 1 cm gewichtet (Blatt 5 und 6). Die Restklaffungen entstammen einer Ausgleichung nach der L2-Norm-Methode (TD) und zusätzlich nach der L1-Norm-Methode (DD). Beide Restklaffungen, nach L1- und L2-Norm-Methode, werden mit Hilfe eines statistischen Tests auf Signifikanz untersucht.

**c) Zahlenbeispiel**

Siehe Seiten 4-11.

**Zahlenbeispiel 15****Blatt 2 (11)****d) Interpretation**

Blatt 7 enthält die nach L2-Norm-Methode berechneten 7 Transformationsparameter mit ihren Standardabweichungen. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit von  $s_0 = 0,83$  cm ( $= s_x = s_y = s_z$ ;  $s_p = 1,4$  cm) bestätigt zum einen den Gewichtsansatz apriori von 1 cm und zum andern die hohe innere Genauigkeit der beiden GPS-Epochenmessungen. Die nicht signifikant ausgewiesenen Drehwinkel bestätigen die Stabilität der XYZ-Achsen im WGS.

Das Blatt 8 enthält die L2-Restklaffungen in Form von  $v_x, v_y, v_z$  mit den zugehörigen statistischen Angaben des Baarda-Tests, und zwar EV (Redundanzanteil in Prozent), NV (Normierte Verbesserung) und GF (Grober Fehler). Die Durchschnittswerte betragen in X/Y/Z 8/4/7 mm sowie maximal 14/8/13 mm. Die punktbezogenen Klaffungen (Blatt 9) betragen durchschnittlich 11 und maximal 17 mm. Diese Werte liegen im Bereich der MiniMac-Meßgenauigkeit. Bei einer hohen Kontrolliertheit von mehr als 60 % (EV-Werte) beträgt der maximale NV-Wert nur 1,53. Somit bestätigt der Baarda-Test, daß kein Restklaffungsbetrag als signifikant anzusehen ist. Aufgrund des Epochenvergleichs 1989-1992 ist noch keine Deformation der EIBEMAC-Punkte in Lage und Höhe nachweisbar, auch nicht nach dem außerordentlich starken Erdbeben bei Roermond 1992.

Die zusätzlich mit dem Programm DD berechneten L1-Restklaffungen und ihr statistischer Test sind auf Blatt 10 und 11 aufgelistet. Diese L1-Restklaffungen enthalten keinerlei Verschmierungseffekte, die der L2-Norm-Methode eigen ist. Da die Differenz zwischen den L1-Werten und den L2-Werten maximal nur 13 mm beträgt, sind die MiniMac-Messungen beider Epochen als grobfehlerfrei zu betrachten.

Auf eine Restklaffenverteilung wird in diesem Zahlenbeispiel bewußt verzichtet, weil die Restklaffungen gerade die wesentliche Information über vermutete Netzdeformationen liefern. Die verschmierungsfreien L1-Restklaffungen eignen sich hierzu besser als die L2-Restklaffungen.

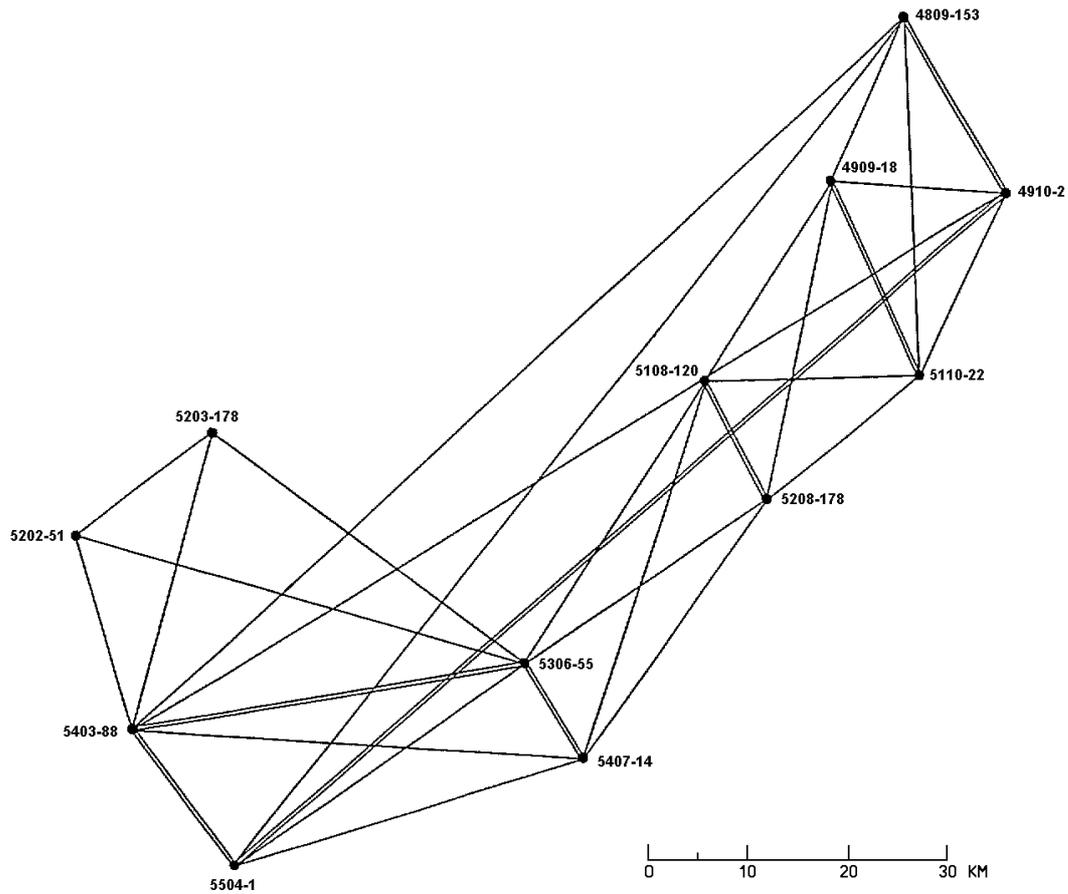
Literaturhinweise:

Kampmann 1993, Kampmann 1995, Klugmann 1994, Spata et al. 1993

Zahlenbeispiel 15

Blatt 3 (11)

**Punktübersicht**



Das GPS-Netz EIBEMAC

- 5504-1 = Bezeichnung in [14]
- = Einzelmessung
- == = Doppelmessung

BDVI-FORUM 3/1994

**Zahlenbeispiel 15****Blatt 4 (11)****Berechnung mit TD - Transformation Device****07.10.1998/10:12:09**

## Projektdaten

-----

Projektname : 3D - Transformationsbeispiel  
Projekt-Beschreibung : Epochentransformation der freien GPS-Netze  
EIBEMAC 89/90 auf EIBEMAC 92  
  
Organisation : Landesvermessungsamt NRW  
Sachbearbeiter : B. Sager, TA  
Auftraggeber :  
  
Ursprungsdatei : C:\PROGRA~1\TD\EIB.UTD  
Zieldatei : C:\PROGRA~1\TD\EIB.ZTD  
zu transformierende Datei:

## Projektbeschreibung

-----

Auswerteverfahren : Methode der kleinsten Quadrate mit Berücksichtigung der a priori Standardabweichung  
Dimension : 3 D  
Funktional :  $SX = SY = SZ$   
Anzahl der Punkte : 12  
Anzahl der Beobachtungen : 36  
Anzahl der Unbekannten : 7

**Zahlenbeispiel 15****Blatt 5 (11)**

| Ursprungssystem |              | Koordinaten/Standardabweichung |                        |                         |  |
|-----------------|--------------|--------------------------------|------------------------|-------------------------|--|
| Lfd.Nr.         | Punkt-Nummer | x [m]/sx [mm]                  | y [m]/sy [mm]          | z [m]/sz [mm]           |  |
| 1               | 4809015300   | 3972754.5870<br>10.0000        | 509079.5660<br>10.0000 | 4947484.5380<br>10.0000 |  |
| 2               | 4909001801   | 3986424.9350<br>10.0000        | 503575.2810<br>10.0000 | 4937107.0430<br>10.0000 |  |
| 3               | 4910000201   | 3985339.2450<br>10.0000        | 521100.4170<br>10.0000 | 4936292.1910<br>10.0000 |  |
| 4               | 5108012001   | 4004207.7170<br>10.0000        | 494967.9430<br>10.0000 | 4923402.8430<br>10.0000 |  |
| 5               | 5110002201   | 4001133.0070<br>10.0000        | 515528.4880<br>10.0000 | 4923991.6130<br>10.0000 |  |
| 6               | 5202005101   | 4024870.7420<br>10.0000        | 433285.4070<br>10.0000 | 4912714.8790<br>10.0000 |  |
| 7               | 5203017801   | 4015725.7160<br>10.0000        | 444951.3580<br>10.0000 | 4919052.4300<br>10.0000 |  |
| 8               | 5208011302   | 4011950.5630<br>10.0000        | 499968.0720<br>10.0000 | 4916631.0310<br>10.0000 |  |
| 9               | 5306005501   | 4028325.8380<br>10.0000        | 478813.9960<br>10.0000 | 4905633.2400<br>10.0000 |  |
| 10              | 5403008801   | 4038882.2520<br>10.0000        | 440950.5100<br>10.0000 | 4900954.3440<br>10.0000 |  |
| 11              | 5407001404   | 4034678.4370<br>10.0000        | 486032.2810<br>10.0000 | 4900023.2930<br>10.0000 |  |
| 12              | 5504000111   | 4048215.8980<br>10.0000        | 452197.1040<br>10.0000 | 4892458.9450<br>10.0000 |  |

**Zahlenbeispiel 15****Blatt 6 (11)**

Zielsystem      Koordinaten/Standardabweichung

| Lfd.Nr. | Punkt-Nummer | X [m]/sX [mm]           | Y [m]/sY [mm]          | Z [m]/sZ [mm]           |
|---------|--------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1       | 4809015300   | 3972754.6740<br>10.0000 | 509079.5680<br>10.0000 | 4947484.5930<br>10.0000 |
| 2       | 4909001801   | 3986425.0000<br>10.0000 | 503575.2870<br>10.0000 | 4937107.0960<br>10.0000 |
| 3       | 4910000201   | 3985339.3060<br>10.0000 | 521100.4050<br>10.0000 | 4936292.2350<br>10.0000 |
| 4       | 5108012001   | 4004207.7570<br>10.0000 | 494967.9390<br>10.0000 | 4923402.8560<br>10.0000 |
| 5       | 5110002201   | 4001133.0340<br>10.0000 | 515528.4800<br>10.0000 | 4923991.6430<br>10.0000 |
| 6       | 5202005101   | 4024870.7710<br>10.0000 | 433285.4310<br>10.0000 | 4912714.8840<br>10.0000 |
| 7       | 5203017801   | 4015725.7470<br>10.0000 | 444951.3820<br>10.0000 | 4919052.4470<br>10.0000 |
| 8       | 5208011302   | 4011950.5820<br>10.0000 | 499968.0670<br>10.0000 | 4916631.0380<br>10.0000 |
| 9       | 5306005501   | 4028325.8450<br>10.0000 | 478814.0030<br>10.0000 | 4905633.2390<br>10.0000 |
| 10      | 5403008801   | 4038882.2800<br>10.0000 | 440950.5300<br>10.0000 | 4900954.3530<br>10.0000 |
| 11      | 5407001404   | 4034678.4500<br>10.0000 | 486032.2920<br>10.0000 | 4900023.2990<br>10.0000 |
| 12      | 5504000111   | 4048215.9090<br>10.0000 | 452197.1200<br>10.0000 | 4892458.9350<br>10.0000 |

**Zahlenbeispiel 15**

**Blatt 7 (11)**

Unbekannte der 3D-Transformation mit der Maßstabsverfügung (SX=SY=SZ)

-----  
 nach dem Verfahren:  
 -----

Methode der kleinsten Quadrate  
 -----

|                            |   |            |  |
|----------------------------|---|------------|--|
| Translation in X [m]       | = | -4.43455   |  |
| Translation in Y [m]       | = | -1.20540   |  |
| Translation in Z [m]       | = | 6.22577    |  |
| Drehung (X-Richtung) [gon] | = | 0.00001    |  |
| Drehung (Y-Richtung) [gon] | = | 399.99993  |  |
| Drehung (Z-Richtung) [gon] | = | 399.99999  |  |
| Maßstab SX                 | = | 0.99999970 |  |
| Maßstab SY                 | = | 0.99999970 |  |
| Maßstab SZ                 | = | 0.99999970 |  |

Standardabweichung der Transformationsparameter  
 -----

|                            |   |            |               |
|----------------------------|---|------------|---------------|
| Translation in X [m]       | = | 0.63678    |               |
| Translation in Y [m]       | = | 0.72952    |               |
| Translation in Z [m]       | = | 0.60753    |               |
| Drehung (X-Richtung) [gon] | = | 0.00001    |               |
| Drehung (Y-Richtung) [gon] | = | 0.00001    |               |
| Drehung (Z-Richtung) [gon] | = | 0.00001    |               |
| Maßstab SX                 | = | 0.00000006 |               |
| Maßstab SY                 | = | 0.00000006 |               |
| Maßstab SZ                 | = | 0.00000006 |               |
| Gewichtseinheitsfehler     | = | 0.82753 cm | => Sp= 1,4 cm |
| Freiheitsgrade             | = | 29         |               |
| Rechen-Probe nach Ansermet | = | 29.00000   |               |
| Kurtosis                   | = | 1.95       |               |
| Summe der (gewichteten)    |   |            |               |
| Verbesserungen             | = | 0.00000000 |               |

Koordinatenschwerpunkte  
 -----

|                    |      |   |              |
|--------------------|------|---|--------------|
| (Ursprungs-System) | Xo.u | = | 4012709.0781 |
| (Ursprungs-System) | Yo.u | = | 481704.2019  |
| (Ursprungs-System) | Zo.u | = | 4917978.8658 |
| (Ziel-System)      | Xo.z | = | 4012709.1129 |
| (Ziel-System)      | Yo.z | = | 481704.2087  |
| (Ziel-System)      | Zo.z | = | 4917978.8848 |

## Zahlenbeispiel 15

## Blatt 8 (11)

## Verbesserungen und statistische Maßzahlen

| Lfd.-Nr. | Pkt.-Nr.   | vx [m]  | EV    | NV   | GF [m] |
|----------|------------|---------|-------|------|--------|
| 1        | 4809015300 | -0.0108 | 70.24 | 1.29 |        |
| 2        | 4909001801 | -0.0040 | 82.32 | 0.44 |        |
| 3        | 4910000201 | -0.0038 | 77.51 | 0.43 |        |
| 4        | 5108012001 | 0.0013  | 90.16 | 0.14 |        |
| 5        | 5110002201 | 0.0122  | 82.62 | 1.34 |        |
| 6        | 5202005101 | 0.0048  | 72.10 | 0.56 |        |
| 7        | 5203017801 | 0.0108  | 77.99 | 1.22 |        |
| 8        | 5208011302 | 0.0112  | 88.01 | 1.19 |        |
| 9        | 5306005501 | 0.0093  | 87.50 | 0.99 |        |
| 10       | 5403008801 | -0.0135 | 77.36 | 1.53 |        |
| 11       | 5407001404 | -0.0064 | 80.44 | 0.72 |        |
| 12       | 5504000111 | -0.0112 | 74.82 | 1.29 |        |

| Lfd.-Nr. | Pkt.-Nr.   | vy [m]  | EV    | NV   | GF [m] |
|----------|------------|---------|-------|------|--------|
| 1        | 4809015300 | -0.0068 | 75.38 | 0.78 |        |
| 2        | 4909001801 | -0.0080 | 83.91 | 0.87 |        |
| 3        | 4910000201 | 0.0045  | 78.37 | 0.51 |        |
| 4        | 5108012001 | 0.0060  | 90.27 | 0.63 |        |
| 5        | 5110002201 | 0.0034  | 85.01 | 0.37 |        |
| 6        | 5202005101 | -0.0014 | 78.88 | 0.16 |        |
| 7        | 5203017801 | -0.0057 | 84.71 | 0.62 |        |
| 8        | 5208011302 | 0.0060  | 89.94 | 0.64 |        |
| 9        | 5306005501 | 0.0018  | 89.59 | 0.19 |        |
| 10       | 5403008801 | 0.0013  | 78.37 | 0.15 |        |
| 11       | 5407001404 | -0.0039 | 87.42 | 0.42 |        |
| 12       | 5504000111 | 0.0026  | 77.61 | 0.30 |        |

| Lfd.-Nr. | Pkt.-Nr.   | vz [m]  | EV    | NV   | GF [m] |
|----------|------------|---------|-------|------|--------|
| 1        | 4809015300 | -0.0016 | 67.40 | 0.19 |        |
| 2        | 4909001801 | -0.0118 | 81.48 | 1.30 |        |
| 3        | 4910000201 | -0.0035 | 77.02 | 0.40 |        |
| 4        | 5108012001 | 0.0126  | 90.10 | 1.33 |        |
| 5        | 5110002201 | -0.0036 | 81.30 | 0.40 |        |
| 6        | 5202005101 | 0.0076  | 68.17 | 0.92 |        |
| 7        | 5203017801 | 0.0029  | 74.20 | 0.33 |        |
| 8        | 5208011302 | 0.0109  | 87.04 | 1.17 |        |
| 9        | 5306005501 | 0.0058  | 86.38 | 0.62 |        |
| 10       | 5403008801 | -0.0103 | 76.80 | 1.17 |        |
| 11       | 5407001404 | -0.0079 | 76.43 | 0.90 |        |
| 12       | 5504000111 | -0.0011 | 73.17 | 0.13 |        |

**Zahlenbeispiel 15****Blatt 9 (11)**Klaffungen [m]:  
-----

| Lfd.-Nr. | Pkt.-Nr.   | Klaffung [m] |
|----------|------------|--------------|
| 1        | 4809015300 | 0.0128       |
| 2        | 4909001801 | 0.0148       |
| 3        | 4910000201 | 0.0068       |
| 4        | 5108012001 | 0.0140       |
| 5        | 5110002201 | 0.0132       |
| 6        | 5202005101 | 0.0091       |
| 7        | 5203017801 | 0.0125       |
| 8        | 5208011302 | 0.0168       |
| 9        | 5306005501 | 0.0111       |
| 10       | 5403008801 | 0.0170       |
| 11       | 5407001404 | 0.0109       |
| 12       | 5504000111 | 0.0115       |

**Zahlenbeispiel 15**

**Blatt 10 (11)**

**Berechnung mit DD - Deformation Device 1.0**

**07.10.1998/10:33:05**

Verbesserungen nach balancierter L1 und L2  
 =====

\* Testgröße überschreitet den Fraktilwert.  
 Interpretation: zu 99.9% Verdacht auf Deformation

Verbesserungen in X-Richtung [m]:  
 =====

| Lfd.Nr. | Punkt-Nummer | bal. L1 [m] | Test | L2 [m]  |
|---------|--------------|-------------|------|---------|
| 1       | 4809015300   | -0.0028     | 0.09 | -0.0108 |
| 2       | 4909001801   | 0.0000      | 0.00 | -0.0040 |
| 3       | 4910000201   | -0.0003     | 0.02 | -0.0038 |
| 4       | 5108012001   | 0.0000      | 0.00 | 0.0013  |
| 5       | 5110002201   | 0.0109      | 0.40 | 0.0122  |
| 6       | 5202005101   | 0.0000      | 0.00 | 0.0048  |
| 7       | 5203017801   | 0.0084      | 0.43 | 0.0108  |
| 8       | 5208011302   | 0.0072      | 0.24 | 0.0112  |
| 9       | 5306005501   | 0.0012      | 0.03 | 0.0093  |
| 10      | 5403008801   | -0.0230     | 0.77 | -0.0135 |
| 11      | 5407001404   | -0.0169     | 0.34 | -0.0064 |
| 12      | 5504000111   | -0.0242     | 0.51 | -0.0112 |

Verbesserungen in Y-Richtung [m]:  
 =====

| Lfd.Nr. | Punkt-Nummer | bal. L1 [m] | Test | L2 [m]  |
|---------|--------------|-------------|------|---------|
| 1       | 4809015300   | -0.0089     | 0.39 | -0.0068 |
| 2       | 4909001801   | -0.0107     | 0.55 | -0.0080 |
| 3       | 4910000201   | 0.0000      | 0.00 | 0.0045  |
| 4       | 5108012001   | 0.0026      | 0.15 | 0.0060  |
| 5       | 5110002201   | -0.0019     | 0.09 | 0.0034  |
| 6       | 5202005101   | 0.0000      | 0.00 | -0.0014 |
| 7       | 5203017801   | -0.0047     | 0.24 | -0.0057 |
| 8       | 5208011302   | 0.0014      | 0.08 | 0.0060  |
| 9       | 5306005501   | -0.0019     | 0.10 | 0.0018  |
| 10      | 5403008801   | 0.0007      | 0.04 | 0.0013  |
| 11      | 5407001404   | -0.0089     | 0.40 | -0.0039 |
| 12      | 5504000111   | 0.0000      | 0.00 | 0.0026  |

## Zahlenbeispiel 15

## Blatt 11 (11)

Verbesserungen in Z-Richtung [m]:

=====

| Lfd.Nr. | Punkt-Nummer | bal. L1 [m] | Test | L2 [m]  |
|---------|--------------|-------------|------|---------|
| 1       | 4809015300   | 0.0000      | 0.00 | -0.0016 |
| 2       | 4909001801   | -0.0122     | 0.15 | -0.0118 |
| 3       | 4910000201   | -0.0060     | 0.07 | -0.0035 |
| 4       | 5108012001   | 0.0097      | 0.20 | 0.0126  |
| 5       | 5110002201   | -0.0086     | 0.15 | -0.0036 |
| 6       | 5202005101   | 0.0083      | 0.16 | 0.0076  |
| 7       | 5203017801   | 0.0040      | 0.07 | 0.0029  |
| 8       | 5208011302   | 0.0058      | 0.16 | 0.0109  |
| 9       | 5306005501   | -0.0000     | 0.00 | 0.0058  |
| 10      | 5403008801   | -0.0134     | 0.33 | -0.0103 |
| 11      | 5407001404   | -0.0159     | 0.61 | -0.0079 |
| 12      | 5504000111   | -0.0076     | 0.18 | -0.0011 |

Klaffungen nach balancierter L1 und L2

=====

| Lfd.Nr. | Punkt-Nummer | bal. L1 [m] | L2 [m] |
|---------|--------------|-------------|--------|
| 1       | 4809015300   | 0.0093      | 0.0128 |
| 2       | 4909001801   | 0.0163      | 0.0148 |
| 3       | 4910000201   | 0.0060      | 0.0068 |
| 4       | 5108012001   | 0.0100      | 0.0140 |
| 5       | 5110002201   | 0.0140      | 0.0132 |
| 6       | 5202005101   | 0.0083      | 0.0091 |
| 7       | 5203017801   | 0.0104      | 0.0125 |
| 8       | 5208011302   | 0.0093      | 0.0168 |
| 9       | 5306005501   | 0.0023      | 0.0111 |
| 10      | 5403008801   | 0.0267      | 0.0170 |
| 11      | 5407001404   | 0.0248      | 0.0109 |
| 12      | 5504000111   | 0.0254      | 0.0115 |

ENDE

### 3 Literatur

- Ahrens, B.: Das Programmsystem MARKUS zur Auswertung dreidimensionaler Koordinaten. FORUM, 14. Jg., **1988**, S. 448-466.
- : DIVA - Das nordrhein-westfälische Vorverarbeitungsprogramm zur automatisierten Liegenschaftskarte. NÖV NRW, 26. Jg., **1993**, S. 22-35.
- Anweisung XI: Anweisung vom 11. März 1932 für die Umformung geographischer, sphärischer und konformer Koordinaten. Preußisches Finanzministerium, Katasterverwaltung, Berlin **1932**.
- Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV): Koordinatenkataster - Grundsätze und Aufbau. Hessisches Landesvermessungsamt, Wiesbaden **1985**.
- : Richtlinien für GPS-Messungen in der Landesvermessung (GPS-Richtl.). Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen, Bonn-Bad Godesberg **1989**.
- Benning, W.: Programmsystem KAFKA. Komplexe Analyse flächenhafter Katasteraufnahmen. Modell und Anwendungen der Ausgleichung hybrider Lagemessungen. Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der RWTH Aachen, Nr. 44, Aachen **1989**.
- : Zur Koordinatentransformation im Ausgleichungsmodell hybrider Beobachtungen. BDVI-FORUM, 3/**1994** a, S. 365-376.
- : Zur Koordinatentransformation im Kataster mit dem Programmsystem KAFKA. BDVI-FORUM, 4/**1994** b, S. 425-434.
- : Anwendungshandbuch KAFKA, Version 3.2, Aachen **1996**.
- : Anwendungshandbuch KAFKA, Version 3.4, Aachen **1997**.
- : Netzausgleichungen und/oder Transformationen - Verfahren für die praktische Anwendung. BDVI-FORUM, 1/**1998**, S. 283-299.
- Benning, W. und Scholz, T.: Homogenisierung digitalisierter Katasterkarten mit dem Programmsystem FLASH. AVN, 97. Jg., **1990**, S. 3-11.
- Fröhlich, H./Galitzki, B./Lindstrot, W.: NN-Undulationen oder Geoidundulationen? Ein Beitrag zur Höhenbestimmung mit GPS. AVN, 100. Jg., **1993**, S. 213-223.
- Fröhlich, H./Krieg, B./Vente, S.: Darstellung der Breiten- und Längenunterschiede zwischen den Systemen ETRS89 und DHDN bzw. S42/83 für das Gebiet der Bundesrepublik Deutschland. FORUM, 1/**1996**, S. 294-305.
- Gigas, E.: Die Universale Transversale Merkatorprojektion (UTM). Vermessungstechnische Rundschau, 24. Jg., 9/**1962**, S. 329-336.
- GPS-Richtlinien: Richtlinien zum Einsatz von satellitengeodätischen Verfahren im Aufnahmepunktfeld und im nachgeordneten Vermessungspunktfeld (GPS-Richtlinien (AP)) vom 19.12.1997. Druck: Landesvermessungsamt NRW, Bonn-Bad Godesberg **1997**.
- Großmann, W.: Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung. 3. Auflage, Stuttgart **1976**.
- Grundkartenerlaß: Die Herstellung und Fortführung der Deutschen Grundkarte 1:5000 (GrungKartErl.) in Nordrhein-Westfalen vom 4.12.1981. Druck: Landesvermessungsamt NRW, Bonn-Bad Godesberg **1981**.
- Grundmann, R.: Neuere Entwicklungen in der Katastervermessung und ihre Auswirkungen auf die Praxis. NÖV NRW, 19. Jg., **1986**, S. 46-68.
- Heck, B.: Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung. 2. Auflage, Heidelberg **1995**.

- Ihde, J. und Lindstrot, W.: Datumstransformation zwischen den Bezugssystemen ETRF/WGS, DHDN und System 42. ZfV, 4/1995, S. 193-196.
- Kampmann, G.: Auswertetechniken bei der überbestimmten Koordinatentransformation. BDVI-FORUM, 1993, S. 139-152.
- : Bedienungsanleitung TD Transformation Device. Übach-Palenberg 1995.
  - : Bedienungsanleitung DD Deformation Device. Übach-Palenberg 1995.
- Klugmann, H.-J.: Erste Deformationsanalyse des EIBEMAC-Netzes mittels GPS-Messungen. BDVI-FORUM, 3/1994, S. 377-388.
- Kremers, J.: Deformationsanalyse der Erdoberfläche beim Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen. NÖV NRW, 23. Jg., 1990, S. 9-32.
- : Das Deutsche Haupthöhennetz im europäischen Umfeld. NÖV, 27. Jg., 1994, S. 84-90.
- Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen (LVerMA): Übernahme der Ergebnisse der GPS-Messungen in den Nachweis der TP (Stand: 1.5.1989). Bonn-Bad Godesberg 1989.
- : MARKUS - Anwendungshandbuch (Stand Januar 1990) Bonn-Bad Godesberg 1990.
  - : DIVA - Anwendungshandbuch (Stand April 1998). Bonn-Bad Godesberg 1998.
- Langley, R.B.: The UTM Grid System. GPS World, 2/1998, S. 46-50.
- Mattiseck, K.: Die Bestimmung der Vermessungspunkte der Landesvermessung in Nord-rhein Westfalen - Der neue Vermessungspunkterlaß 1996. NÖV NRW, 29. Jg., 1996, S. 126-137.
- Mittelstraß, G.: Der geographisch-interaktive Arbeitspaltz (ALK-GIAP). NÖV, 20. Jg., 1987, S. 99-115.
- Schlönhardt, F.: GePoS - Der Weg von der Messung zur Koordinate. VR, 1996, S. 293-304.
- Schödlbauer, A.: Rechenformeln zur Landesvermessung, Teil 2, Karlsruhe 1982
- Suhr, P.: Transformation zwischen ellipsoidisch geographischen Koordinaten und konformen Gauß-Krüger- bzw. UTM-Koordinaten. FORUM, 4/1995, S. 258-264.
- : Zur Transformation Gauß'scher Koordinaten in ellipsoidische geographische Koordinaten und in Nachbarsysteme. FORUM, 4/1987, S. 221-225.
- Spata, M./Günther, G./Klugmann, H.-J./Sager, B.: Zur Deformationsanalyse der Erdoberfläche mittels GPS-Messungen beim Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen. SPN 1/1993, S. 2-9.
- Spata, M. und Kühnhold, H.W.: Satellitennavigation mit GPS-Handgeräten. FORUM, 3/1994, S. 389-395.
- Spata, M. und Lindstrot, W.: Zehn Jahre GPS-Vermessung zur TP-Netzerneuerung in Nordrhein-Westfalen. NÖV, 28. Jg., 1995, S. 4-22.
- TP-Erlaß: Das trigonometrische Festpunktfeld in Nordrhein-Westfalen (TP-Erl.) vom 4.6.1993. Druck: Landesvermessungsamt NRW, Bonn-Bad Godesberg 1993.
- VP-Erlaß: Die Bestimmung von Vermessungspunkte der Landesvermessung in Nordrhein Westfalen (Vermessungspunkterlaß - VP-Erl.), RdErl. des Innenministeriums NRW vom 12.01.1996 (SMBL.NW.7134). Druck: Landesvermessungsamt NRW, Bonn-Bad Godesberg 1996.
- Weber, D.: Das neue gesamtdeutsche Haupthöhennetz DHHN 92. AVN, 101. Jg., 1994, S. 179-194.
- Wiens, H.: Flurkartenerneuerung mittels Digitalisierung und numerischer Bearbeitung unter besonderer Berücksichtigung des Zusammenschlusses von Inselkarten zu einem homogenen Rahmenkartenwerk. Heft 17 der Schriftenreihe des Instituts für Kartographie und Topographie der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Bonn 1986.